

Перепутывание двух дипольно-связанных кубитов, нерезонансно взаимодействующих с тепловым полем

Е.К. Башкиров¹, А.М. Воробьев¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. В настоящей работе нами исследована динамика перепутывания двух идентичных кубитов, нерезонансным образом взаимодействующих с модой вакуумного или теплового электромагнитного поля идеального резонатора при наличии прямого диполь-дипольного взаимодействия. На основе точного решения рассматриваемой модели найден параметра перепутывания Переса-Хородецких (отрицательность) для кубитов. Проведено численное моделирование параметра перепутывания для различных параметров модели. Показано, что взаимодействие атомов с тепловым полем резонатора может приводить к их перепутыванию. Установлено, что расстройка и диполь-дипольное взаимодействие кубитов может быть использовано для управления и контроля степенью их перепутывания.

1. Введение

Развитие новых направлений науки, таких как квантовая информатика и квантовые вычисления, требует теоретического исследования особенностей динамики квантовых корреляций или перепутанных состояний в системах кубитов, взаимодействующих с электромагнитными полями, поскольку такие состояния являются основным ресурсом для реализации алгоритмов квантовых вычислений и коммуникаций. Поэтому представляет значительный интерес исследование особенностей генерации перепутанных состояний в низкоразмерных системах, состоящих из отдельных кубитов. Существенное влияние на динамику квантовых корреляций в низкоразмерных системах оказывают диполь-дипольное взаимодействие, керровская нелинейность и многие другие факторы. В настоящее время активное изучение свойств перепутанных состояний обусловлено также широкими возможными применениями таких состояний в квантовой криптографии и квантовом плотном кодировании [1]. Для приложений в физике квантовых вычислений нужны максимально перепутанные чистые состояния с достаточно большим временем жизни. В настоящее время предложены и частично реализованы различные схемы генерации и использования атомных перепутанных состояний. Долгоживущие атом-атомные перепутанные состояния наблюдались в большом количестве экспериментов с ионами и атомами в магнитных и оптических ловушках, сверхпроводящих джозефсоновских кольцах, примесных спинах, квантовых точках и др. [2]. В реальных условиях квантовые системы всегда взаимодействуют с окружением. Такое взаимодействие обычно приводит к декогерентности. Поэтому с практической точки зрения основная задача при получении и использовании атомных перепутанных состояний заключается в том, чтобы предотвратить, минимизировать или использовать влияние шума.

Недавно в целом ряде работ была высказана идея о том, в некоторых случаях диссипация и шум, в частности тепловое поле, могут, напротив, являться источником

перепутывания. В качестве одного из способов генерации атомных перепутанных состояний может быть использовано взаимодействие кубитов с электромагнитными полями. Ряд работ в последнее время был посвящен исследованию возможности генерации перепутывания в атомных системах в резонаторах, индуцированного тепловым полем. Идея о возможности возникновения атом-атомного перепутывания при взаимодействии двух двухуровневых атомов в резонаторе с тепловым полем принадлежит Питеру Найту с соавторами [3]. Для теоретического описания таких систем используется модель Джейнса-Каммингса и ее простейшие обобщения. Модели типа Джейнса-Каммингса играют фундаментальную роль в квантовой оптике, поскольку позволяют описать все основные квантовые эффекты взаимодействия излучения с веществом. Перепутывание в двухатомной системе с вырожденным двухфотонным взаимодействием, индуцированное одномодовым тепловым шумом, было рассмотрено в работе [4], а влияние двухмодового теплового шума на перепутывание двух двухуровневых атомов с невырожденными переходами и переходами рамановского типа – в работе [5]. При этом было показано, что при двухфотонном взаимодействии степень перепутывания атомных состояний может значительно превосходить соответствующую величину для однофотонного взаимодействия. Обобщение результатов работы [3] на случай нерезонансной двухатомной модели Джейнса-Каммингса было проведено в работе [6]. При этом автор показал, что включение расстройки может привести к существенному увеличению степени перепутывания кубитов.

Как хорошо известно, диполь-дипольное взаимодействие атомных систем является естественным механизмом возникновения атомного перепутывания. Наличие диполь-дипольного взаимодействия атомов, в частности, может привести к значительному увеличению степени перепутывания двух атомов, взаимодействующих с модой теплового поля в идеальном резонаторе как посредством однофотонных переходов, так и двухфотонных вырожденных и невырожденных переходов (см. ссылки в [7, 8]). Диполь-дипольное взаимодействие атомов может быть использовано не только для увеличения степени перепутывания атомов, но и для стабилизации такого перепутывания. Это особенно важно, так как во многих случаях возникающие атомные перепутанные состояния оказываются нестабильными. В частности, в случае атомов, взаимодействующих с электромагнитным полем в высокочастотных резонаторах и ловушках, нестабильность атомных перепутанных состояний обусловлена осцилляциями Раби. Заметим также, что для искусственных атомов диполь-дипольное взаимодействие может быть значительно больше, чем для обычных атомов и ионов. Например, для сверхпроводящих джозефсоновских кубитов, эффективная константа диполь-дипольного (индуктивного взаимодействия) сверхпроводящих кубитов может существенно превосходить не только константу кубит-фотонного взаимодействия, но и исходную энергию перехода между уровнями самого кубита [9]. Поэтому в настоящей работе мы, обобщая результаты работы [6], исследуем влияние прямого диполь-дипольного взаимодействия на перепутывание двух идентичных кубитов, взаимодействующих нерезонансным образом с модой теплового электромагнитного поля в идеальном резонаторе.

2. Модель и ее точное решение

Рассмотрим два идентичных кубита А и В (атомы, сверхпроводящие джозефсоновские контуры, спины, квантовые точки и т.д.), которые нерезонансно взаимодействуют с общим квантовым одномодовым электромагнитным полем в идеальном резонаторе. Учтем также в рассматриваемой модели прямое диполь-дипольное взаимодействие кубитов. Тогда в системе отсчета, вращающейся с частотой одномодового поля резонатора гамильтониан системы в приближении вращающейся волны можно представить в виде

$$H = \hbar\delta\sigma_A^z + \hbar\delta\sigma_B^z + \hbar g \sum_{i=A,B} (\sigma_i^+ a + a^+ \sigma_i^-) + \hbar J (\sigma_A^+ \sigma_B^- + \sigma_A^- \sigma_B^+).$$

Здесь σ_A^z и σ_B^z – операторы инверсии для кубитов А и В соответственно, $\sigma_i^+ = |+\rangle_{ii}\langle -|$ и $\sigma_i^- = |-\rangle_{ii}\langle +|$ – операторы переходов между возбужденным $|+\rangle_i$ и основным $|-\rangle_i$ состояниями в i -ом кубите ($i = 1, 2$), a^+ и a^- – операторы рождения и уничтожения фотонов моды поля, g – константа взаимодействия между кубитом и полем, δ – расстройка между частотой перехода в кубите и частотой моды поля резонатора и J – константа прямого диполь-дипольного взаимодействия кубитов А и В.

Предположим, что резонаторное поле находится в начальный момент времени в одномодовом тепловом состоянии с матрицей плотности

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle\langle n|,$$

где весовые коэффициенты $p_n = \bar{n}^n / (1 + \bar{n})^{n+1}$. Здесь \bar{n} – среднее число тепловых фотонов в резонаторе $\bar{n} = (\exp[\hbar\omega_i/k_B T] - 1)^{-1}$, где k_B – постоянная Больцмана и T – равновесная температура резонатора, а кубиты в начальный момент времени находятся в чистом перепутанном состоянии Белловском состоянии вида

$$|\Psi(0)\rangle_A = \cos\theta |+, -\rangle + \sin\theta |-, +\rangle \quad (2)$$

или

$$|\Psi(0)\rangle_A = \cos\theta |+, +\rangle + \sin\theta |-, -\rangle. \quad (3)$$

Заметим, что при $\theta = 0$ состояние (2) представляет собой сепарабельное состояние $|+, -\rangle$, а (3) – сепарабельное состояние $|+, +\rangle$. При $\theta = \pi/2$ состояние (2) представляет собой сепарабельное состояние $|-, +\rangle$, а (3) – сепарабельное состояние $|-, -\rangle$.

Прежде чем исследовать взаимодействие кубитов с тепловым полем, рассмотрим взаимодействие этих кубитов с полем резонатора в фоковских состояниях. Обозначим через n ($n \geq 0$) номер возбуждения рассматриваемой атом-полевой системы. Тогда для значения номера возбуждения n эволюция системы происходит в гильбертовом пространстве с базисом $|-, -, n+2\rangle$, $|+, -, n+1\rangle$, $|-, +, n+1\rangle$, $|+, +, n\rangle$. В указанном базисе, собственные значения гамильтониана (1) могут быть записаны как

$$|\Phi_{in}\rangle = \xi_{in}(X_{i1n}|-, -, n+2\rangle + X_{i2n}|+, -, n+1\rangle + X_{i3n}|-, +, n+1\rangle + X_{i4n}|+, +, n\rangle), \quad (i = 1, 2, 3, 4),$$

где

$$\begin{aligned} X_{11n} &= 0, & X_{12n} &= -1, & X_{13n} &= 1, & X_{14n} &= 0, \\ X_{i1n} &= -\frac{1}{2\sqrt{n} + 2\sqrt{n+1}} \left(2(\sqrt{n+1})^2 - 2\alpha\Delta + \alpha E_{in} + 2\Delta E_{in} - E_{in}^2 \right), \\ X_{i2n} &= X_{i3n} = -\frac{2\Delta - E_{in}}{2\sqrt{n+1}}, & X_{i4n} &= 1. \end{aligned}$$

Соответствующие собственные значения имеют вид

$$\begin{aligned} E_{1n} &= -\hbar\gamma\alpha, & E_{2n} &= (1/3)\hbar\gamma(\alpha + A_n/B_n + B_n), \\ E_{3n} &= (1/6)\hbar\gamma\text{Re} \left[2\alpha - (1 + i\sqrt{3}) A_n/B_n + i(i + \sqrt{3}) B_n \right], \\ E_{4n} &= (1/6)\hbar\gamma\text{Re} \left[2\alpha + i(i + \sqrt{3}) A_n/B_n - (1 + i\sqrt{3}) B_n \right]. \end{aligned}$$

Здесь

$$A_n = 18 + 12n + \alpha^2 + 12\Delta^2, \quad B_n = (\alpha^3 - 54\Delta + 9\alpha(3 + 2n - 4\Delta^2) +$$

$$+\frac{1}{2}\sqrt{-4(18+12n+\alpha^2+12\Delta^2)^3+4(\alpha^3-54\Delta+9\alpha(3+2n-4\Delta^2))^2}^{1/3},$$

$$\alpha = J/g, \Delta = \delta/g.$$

Для описания полной динамики системы рассматриваемой модели мы должны учесть также базисные состояния

$$|-, -, 1\rangle, |+, -, 0\rangle, |-, +, 0\rangle.$$

Предположим, что система в начальный момент времени находится в состоянии $|+, +, n\rangle (n \geq 0)$, тогда в момент времени t полная волновая есть

$$|\Psi(t)\rangle = Z_{11,n}|-, -, n+2\rangle + Z_{21,n}|+, -, n+1\rangle + Z_{31,n}|-, +, n+1\rangle + Z_{41,n}|+, +, n\rangle.$$

Здесь

$$\begin{aligned} Z_{11,n} &= e^{-iE_{1n}t/\hbar}\xi_{1n}Y_{41n}X_{11n} + e^{-iE_{2n}t/\hbar}\xi_{2n}Y_{42n}X_{21n} + \\ &+ e^{-iE_{3n}t/\hbar}\xi_{3n}Y_{43n}X_{31n} + e^{-iE_{4n}t/\hbar}\xi_{4n}Y_{44n}X_{41n}, \\ Z_{21,n} &= e^{-iE_{1n}t/\hbar}\xi_{1n}Y_{41n}X_{12n} + e^{-iE_{2n}t/\hbar}\xi_{2n}Y_{42n}X_{22n} + \\ &+ e^{-iE_{3n}t/\hbar}\xi_{3n}Y_{43n}X_{32n} + e^{-iE_{4n}t/\hbar}\xi_{4n}Y_{44n}X_{42n}, \\ Z_{31,n} &= e^{-iE_{1n}t/\hbar}\xi_{1n}Y_{41n}X_{13n} + e^{-iE_{2n}t/\hbar}\xi_{2n}Y_{42n}X_{23n} + \\ &+ e^{-iE_{3n}t/\hbar}\xi_{3n}Y_{43n}X_{33n} + e^{-iE_{4n}t/\hbar}\xi_{4n}Y_{44n}X_{43n}, \\ Z_{41,n} &= e^{-iE_{1n}t/\hbar}\xi_{1n}Y_{41n}X_{14n} + e^{-iE_{2n}t/\hbar}\xi_{2n}Y_{42n}X_{24n} + \\ &+ e^{-iE_{3n}t/\hbar}\xi_{3n}Y_{43n}X_{34n} + e^{-iE_{4n}t/\hbar}\xi_{4n}Y_{44n}X_{44n}, \end{aligned}$$

где $Y_{ijn} = \xi_{jn}X_{jin}^*$.

Для начального состояния $|+, -, n+1\rangle (n \geq 0)$, зависящая от времени волновая функция принимает вид

$$|\Psi(t)\rangle = Z_{12,n}|-, -, n+2\rangle + Z_{22,n}|+, -, n+1\rangle + Z_{32,n}|-, +, n+1\rangle + Z_{42,n}|+, +, n\rangle,$$

где коэффициенты $Z_{i2,n}$ могут быть получены из $Z_{i1,n}$ путем замены Y_{4jn} на $Y_{2jn} (j = 1, 2, 3, 4)$. Если начальное состояние системы $|+, -, 0\rangle$, зависящая от времени волновая функция принимает вид

$$|\Psi(t)\rangle = Z_{12}|-, -, 1\rangle + Z_{22}|+, -, 0\rangle + Z_{32}|-, +, 0\rangle,$$

где

$$\begin{aligned} Z_{12} &= -2ie^{-i(\alpha-2\Delta)t/2} \sin(\Omega t/2)/\Omega, \\ Z_{22} &= e^{-i(\alpha-2\Delta)t/2} \left(e^{i(3\alpha-2\Delta)t/2} + \Omega \cos(\Omega t/2) - 2i \sin(\Omega t/2) \right) / (2\Omega), \\ Z_{32} &= e^{-i(\alpha-2\Delta)t/2} \left(-e^{i(3\alpha-2\Delta)t/2} + \Omega \cos(\Omega t/2) - 2i \sin(\Omega t/2) \right) / (2\Omega) \end{aligned}$$

и $\Omega = \sqrt{8 + (\alpha + 2\Delta)^2}$. Для начального состояния $|-, +, n+1\rangle (n \geq 0)$, зависящая от времени волновая функция есть

$$|\Psi(t)\rangle = Z_{13,n}|-, -, n+2\rangle + Z_{23,n}|+, -, n+1\rangle + Z_{33,n}|-, +, n+1\rangle + Z_{43,n}|+, +, n\rangle,$$

где коэффициенты $Z_{i3,n}$ могут быть получены из $Z_{i1,n}$ путем замены Y_{4jn} на Y_{3jn} ($j = 1, 2, 3, 4$). Если начальное состояние системы $|-, +, 0\rangle$, зависящая от времени волновая функция принимает вид

$$|\Psi(t)\rangle = Z_{13}|-, -, 1\rangle + Z_{23}|+, -, 0\rangle + Z_{33}|-, +, 0\rangle,$$

где

$$Z_{13} = Z_{12}, \quad Z_{23} = Z_{32}, \quad Z_{33} = Z_{32}.$$

Для начального состояние системы $|-, -, n+1\rangle$ временная волновая функция есть

$$|\Psi(t)\rangle = Z_{14,n}|-, -, n+2\rangle + Z_{24,n}|+, -, n+1\rangle + Z_{34,n}|-, +, n+1\rangle + Z_{44,n}|+, +, n\rangle,$$

где коэффициенты $Z_{i4,n}$ могут быть получены из $Z_{i1,n}$ путем замены Y_{4jn} на Y_{1jn} ($j = 1, 2, 3, 4$).

Для начального состояние системы $|-, -, 1\rangle$ зависящая от времени волновая функция принимает вид

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= Z_{14}|-, -, 1\rangle + Z_{24}|+, -, 0\rangle + Z_{34}|-, +, 0\rangle, \\ Z_{14} &= e^{-i(\alpha-2\Delta)t/2} \left(\cos(\Omega t/2) + i \frac{\alpha + 2\Delta}{\Omega} \sin(\Omega t/2) \right), \\ Z_{24} &= Z_{34} = i e^{-i(\alpha-2\Delta)t/2} / \Omega \sin(\Omega t/2). \end{aligned}$$

Наконец, для начального состояния $|-, -, 0\rangle$ временная волновая функция эволюционирует как

$$|\Psi(t)\rangle = e^{2i\Delta t} |-, -, 0\rangle.$$

Теперь мы можем вернуться к исследованию динамики рассматриваемой системы для теплового начального состояния поля. Используя найденные соотношения, мы можем найти матрицу плотности полной системы в произвольный момент времени. Усредняя матрицу плотности полной системы по полевым переменным, мы можем найти редуцированную матрицу плотности двух кубитов, и с ее помощью вычислить частично транспонированную по переменным одного кубита редуцированную матрицу плотности $\rho_A^{T_1}$. Для двухкубитной системы, описываемой матрицей плотности $\rho_A(t)$, в качестве меры перепутывания кубитов может быть использована отрицательность, которая записывается как [10, 11]

$$\varepsilon = -2 \sum_i \mu_i^-, \tag{4}$$

где μ_i^- – отрицательные собственные частично транспонированной по переменным одного кубита редуцированной матрицы плотности $\rho_A^{T_1}$.

Для начальных атомных состояний (2) и (3) частично транспонированная по переменным одного кубита редуцированная матрица плотности имеет вид

$$\rho_A^{T_1}(t) = \begin{pmatrix} U(t) & 0 & 0 & H(t)^* \\ 0 & V(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W(t) & 0 \\ H(t) & 0 & 0 & R(t) \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Для начального состояния кубитов (2) матричные элементы есть

$$U(t) = \cos^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} p_n |Z_{42,n-1}(t)|^2 + \sin^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} p_n |Z_{43,n-1}(t)|^2 +$$

$$\begin{aligned}
 & + \cos \theta \sin \theta \left(\sum_{n=1}^{\infty} p_n Z_{42,n-1}(t) Z_{43,n-1}^*(t) + \sum_{n=1}^{\infty} p_n Z_{43,n-1}(t) Z_{42,n-1}^*(t) \right), \\
 V(t) & = \cos^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} p_n |Z_{22,n-1}(t)|^2 + \sin^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} p_n |Z_{23,n-1}(t)|^2 + \\
 & + \cos \theta \sin \theta \left(\sum_{n=1}^{\infty} p_n Z_{22,n-1}(t) Z_{23,n-1}^*(t) + \sum_{n=1}^{\infty} p_n Z_{23,n-1}(t) Z_{22,n-1}^*(t) \right) + \\
 & + p_0 (\cos^2 \theta |G_{22}(t)|^2 + \sin^2 \theta |G_{23}(t)|^2 + \cos \theta \sin \theta G_{22}(t) G_{23}^*(t) + \cos \theta \sin \theta G_{23}(t) G_{22}^*(t)), \\
 W(t) & = \cos^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} p_n |Z_{32,n-1}(t)|^2 + \sin^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} p_n |Z_{33,n-1}(t)|^2 + \\
 & + \cos \theta \sin \theta \left(\sum_{n=1}^{\infty} p_n Z_{32,n-1}(t) Z_{33,n-1}^*(t) + \sum_{n=1}^{\infty} p_n Z_{33,n-1}(t) Z_{32,n-1}^*(t) \right) + \\
 & + p_0 (\cos^2 \theta |G_{32}(t)|^2 + \sin^2 \theta |G_{33}(t)|^2 + \cos \theta \sin \theta G_{32}(t) G_{33}^*(t) + \cos \theta \sin \theta G_{33}(t) G_{32}^*(t)), \\
 R(t) & = \cos^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} p_n |Z_{12,n-1}(t)|^2 + \sin^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} p_n |Z_{13,n-1}(t)|^2 + \\
 & + \cos \theta \sin \theta \left(\sum_{n=1}^{\infty} p_n Z_{12,n-1}(t) Z_{13,n-1}^*(t) + \sum_{n=1}^{\infty} p_n Z_{13,n-1}(t) Z_{12,n-1}^*(t) \right) + \\
 & + p_0 (\cos^2 \theta |G_{12}(t)|^2 + \sin^2 \theta |G_{13}(t)|^2 + \cos \theta \sin \theta G_{12}(t) G_{13}^*(t) + \cos \theta \sin \theta G_{13}(t) G_{12}^*(t)), \\
 H(t) & = \cos^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} p_n Z_{22,n-1}(t) Z_{32,n-1}^*(t) + \sin^2 \theta \sum_{n=1}^{\infty} p_n Z_{23,n-1}(t) Z_{33,n-1}^*(t) + \\
 & + \cos \theta \sin \theta \left(\sum_{n=1}^{\infty} p_n Z_{22,n-1}(t) Z_{33,n-1}^*(t) + \sum_{n=1}^{\infty} p_n Z_{23,n-1}(t) Z_{32,n-1}^*(t) \right) + \\
 & + p_0 (\cos^2 \theta G_{22}(t) G_{32}^*(t) + \sin^2 \theta G_{23}(t) G_{33}^*(t) + \\
 & + \cos \theta \sin \theta G_{22}(t) G_{33}^*(t) + \cos \theta \sin \theta G_{23}(t) G_{32}^*(t)).
 \end{aligned}$$

Для начального состояния (3) явный вид матричных элементов не приведен из-за недостатка места.

Матрица (5) имеет всего одно собственное значение, которое может принимать отрицательные значения. Тогда для каждого из рассматриваемых начальных состояний кубитов отрицательность (4) принимает вид

$$\varepsilon(t) = \sqrt{(|R(t)| - |U(t)|)^2 + 4|H(t)|^2} - |R(t)| - |U(t)|. \quad (6)$$

Результаты численного моделирования временной зависимости отрицательности (6) для различных начальных состояний, а также различных значений параметров рассматриваемой модели приведены на рисунках 1-4.

3. Обсуждение результатов

На рисунках 1 и 2 представлены временные зависимости отрицательности от безразмерного времени gt для начального состояния подсистемы кубитов вида (2) при условии $\theta = 0$ т.е. для сепарабельного состояния $|+, -\rangle$. Рисунок 1(а) показывает временное поведение отрицательности для резонансного взаимодействия кубитов и теплового поля и различных значений параметра эффективного диполь-дипольного взаимодействия α . Из рисунка хорошо видно, что малых интенсивностях диполь-дипольного взаимодействия возрастание указанного параметра приводит к возрастанию максимальной степени перепутывания кубитов. Такой эффект описан ранее в работе [12]. Однако для больших значений α (в случае $\bar{n} = 1$ $\alpha > 0.5$), не рассматриваемых в [12], увеличение интенсивности дипольного взаимодействия, напротив, приводит к уменьшения максимальной степени перепутывания. Аналогичная зависимость максимальной степени перепутывания от интенсивности диполь-дипольного взаимодействия имеем место и для теплового поля (см. рисунок 1(б)).

Для модели с нерезонансным взаимодействием зависимость отрицательности от интенсивности дипольного взаимодействия носит совершенно иной характер. В рассматриваемом случае максимальная степень перепутывания слабо зависит от интенсивности диполь-дипольного взаимодействия. Такое взаимодействие сказывается лишь на периоде осцилляций отрицательности. На рисунке 2 представлена зависимость отрицательности от расстройки для вакуумного поля (рисунок 2(а)) и теплового поля (рисунок 2(б)).

Зависимость отрицательности от величины расстройки при наличии диполь-дипольного взаимодействия и в его отсутствие качественно схожи. Поскольку для модели без дипольной связи указанные зависимости подробно обсуждаются в работе [6], в настоящей работе мы их обсуждение опустим.

На рисунке 3 представлены временные зависимости отрицательности от безразмерного времени gt для начального состояния подсистемы кубитов вида (3) при условии $\theta = 0$, то есть для состояния $|+, +\rangle$. Как отмечалось в работах [3, 4, 5], для кубитов, приготовленных в возбужденных состояниях, в случае их резонансного взаимодействия с тепловым полем перепутывание не возникает как в отсутствие, так и в присутствии диполь-дипольного взаимодействия. При наличии расстройки перепутывание кубитов, приготовленных в состоянии вида $|+, +\rangle$ становится возможным. Однако для больших значений параметра расстройки (например, при $\bar{n} = 0.1$ при $\delta < 6$) перепутывание снова исчезает. При этом включение диполь-дипольного взаимодействия приводит к увеличению степени перепутывания кубитов. Наконец, на рисунке 4 приведены временные зависимости отрицательности для белловского перепутанного состояния вида (2) при $\theta = \pi/4$. В рассматриваемом случае для малых расстроек имеет место эффект мгновенной смерти перепутывания, который исчезает по мере увеличения величины параметра расстройки. Как хорошо видно из рисунка 4(б) наличие расстройки приводит к стабилизации перепутывания кубитов. Для рассматриваемого начального состояния кубитов диполь-дипольное взаимодействие не влияет на амплитуды осцилляций отрицательности, а изменяет лишь период колебаний.

4. Заключение

В настоящей работе мы исследовали влияние диполь-дипольного взаимодействия кубитов на временное поведение параметра их перепутывания (отрицательности) в рамках двухкубитной модели Тависса-Каммингса с резонансным и нерезонансным взаимодействием кубитов и моды теплового поля в идеальном резонаторе. Показано, что для различных значений других параметров модели включение диполь-дипольного взаимодействия может как существенно увеличивать, так и уменьшать степень перепутывания кубитов в ходе эволюции.

Учет расстройки приводит к значительному увеличению степени перепутывания кубитов для начального состояния, в котором один из них возбужден, а второй находится в

основном состоянии, и появлению перепутывания для начального состояния, в котором оба кубита возбуждены. Для перепутанного начального состояния расстройка приводит к стабилизации перепутывания кубитов. Таким образом, расстройка частот атомов и моды поля и диполь-дипольное взаимодействие может быть использованы для эффективного контроля и управления степенью перепутывания кубитов. В настоящей работе рассмотрена модель, в которой отсутствуют процессы диссипации.

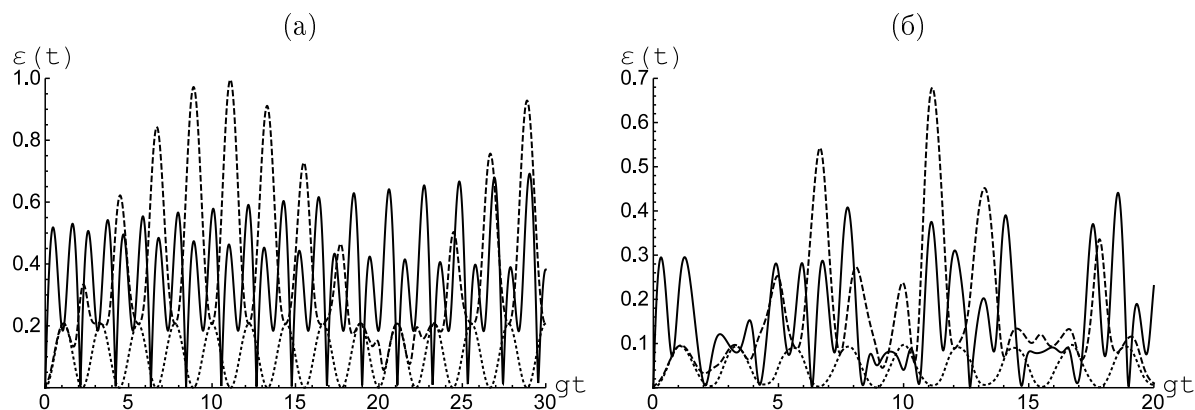


Рисунок 1. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для резонансной модели с $\delta = 0$ и $\alpha = 0$ (сплошная линия), $\alpha = 0.1$ (штриховая линия), $\alpha = 1$ (точечная линия). Среднее число фотонов в моде $\bar{n} = 0$ (а) и $\bar{n} = 1$ (б). Начальное атомное состояние $|+, -\rangle$

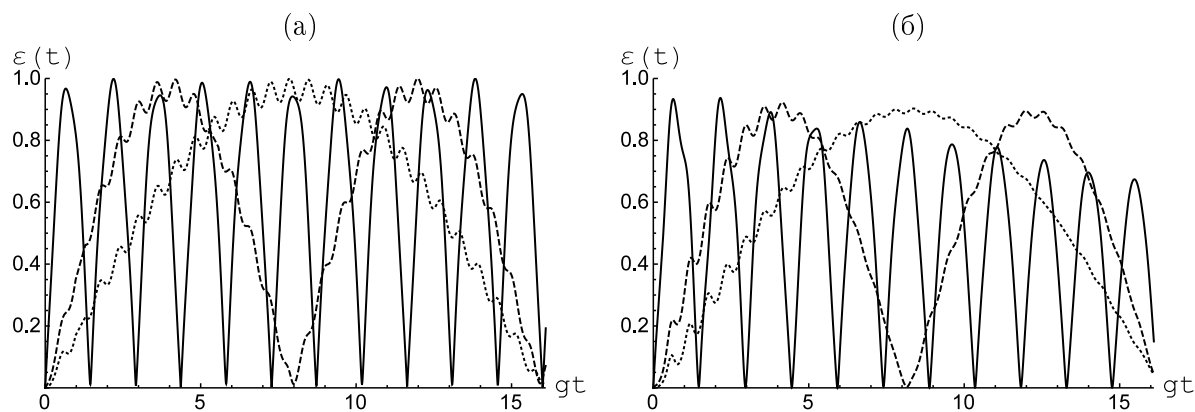


Рисунок 2. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для модели с расстройкой $\delta = 5$ и $\alpha = 0$ (сплошная линия), $\alpha = 0.1$ (штриховая линия) и $\alpha = 1$ (точечная линия). Среднее число фотонов в моде $\bar{n} = 0$ (а) и $\bar{n} = 1$ (б). Начальное атомное состояние $|+, -\rangle$

5. Литература

- [1] Georgescu, I.M., Ashhab S., Nori F. Quantum simulation / I.M. Georgescu, S. Ashhab, F. Nori // Rev. Mod. Phys. — 2014. — Vol. 88. — P. 153–185.
- [2] Buluta, I. Natural and artificial atoms for quantum computation / I. Buluta, S. Ashhab, F. Nori // Rep. Prog. Phys. — 2011. — Vol. 74. — P. 104401.

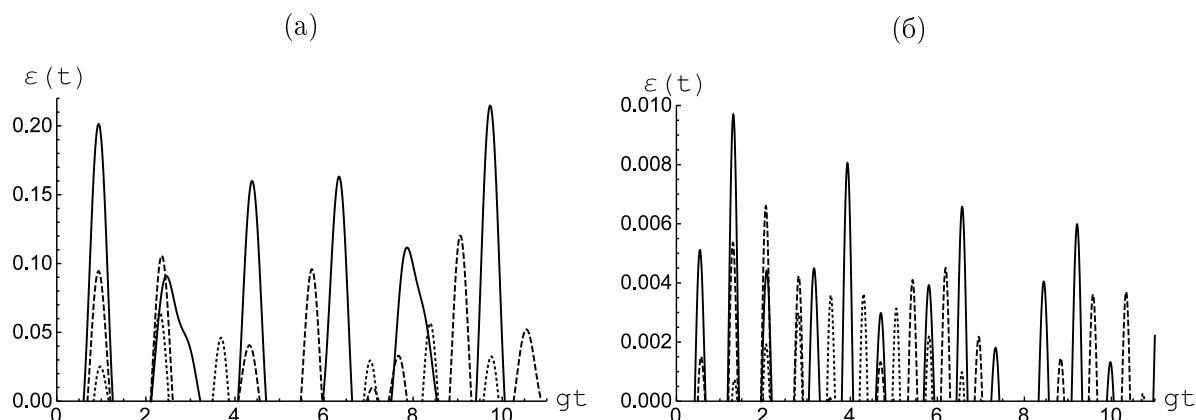


Рисунок 3. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для модели с расстройками $\delta = 2$ (а) и $\delta = 5$ (б). Интенсивность диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0$ (сплошная линия), $\alpha = 0.1$ (штриховая линия) и $\alpha = 1$ (точечная линия). Среднее число фотонов в моде $\bar{n} = 0.1$. Начальное атомное состояние $|+, +\rangle$

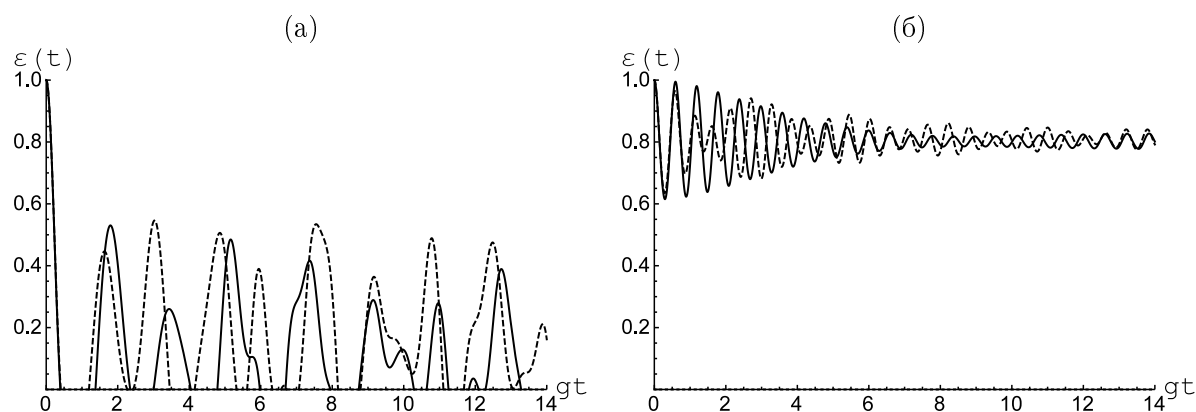


Рисунок 4. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для модели с расстройкой $\delta = 1$ (а) и $\delta = 5$. Интенсивность диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0$ (сплошная линия) и $\alpha = 1$ (штриховая линия). Среднее число фотонов в моде $\bar{n} = 1$. Начальное атомное состояние $(1/\sqrt{2})(|+, -\rangle + |-, +\rangle)$

[3] Kim, M.S. Entanglement induced by a single-mode heat environment / M.S. Kim, J. Lee, D. Ahn, P.L. Knight // Phys. Rev. 2002. Vol. A65. P. 040101.
 [4] Zhou, L. Entanglement induced by a single-mode thermal field and criteria for entanglement / L. Zhou, H.S. Song // J. Opt. — 2002. — Vol. B4. — P. 425–429.
 [5] Bashkirov, E.K. Entanglement induced by the two-mode thermal noise / E.K. Bashkirov // Laser Phys. Lett. — 2006. — Vol. 3(3). — P. 145–150.
 [6] Zhang, B. Entanglement between two qubits interacting with a slightly detuned thermal field / B. Zhang // Opt. Comm. — 2010. — Vol. 283. — P. 4676–4679.
 [7] Bashkirov, E.K. The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms induced by nondegenerate two-mode thermal noise / E.K. Bashkirov, M.P. Stupatskaya // Laser Physics. — 2009. — Vol. 19. — P. 525–530.
 [8] Bashkirov E.K., Mastuygin M.S. The influence of the dipole-dipole interaction and atomic coherence on the entanglement of two atoms with degenerate two-photon transitions / E.K. Bashkirov, M.S. Mastuygin // Optics and Spectroscopy. — 2014. — Vol. 116. — P. 630–634.
 [9] Izmalkov, A. et al. Evidence for entangled states of two coupled flux qubits / A. Izmalkov et al. // Phys.

- Rev. Lett. — 2004. — Vol. 93. — P. 037003.
- [10] Peres, A. Separability criterion for density matrices / A. Peres // Phys. Rev. Lett. — 1996. — Vol. 77. — P. 1413–1415.
- [11] Horodecki, R. Separability of mixed states: necessary and sufficient condition / R. Horodecki, M. Horodecki, P. Horodecki // Phys. Lett. — 1996. — Vol. A223. — P. 333-339.
- [12] Aguiar, L.S. The entanglement of two dipole-dipole coupled in a cavity interacting with a thermal field / L.S. Aguiar, P.P. Munhoz, A. Vidiella-Barranco, J.A. Roversi // J. Opt., 2005. - Vol. B7. - P. S769-771.

Entanglement between two dipole-coupled qubits interacting with a detuned thermal field

E.K. Bashkirov¹, A.M. Vorobiev¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. In this paper we have investigated the dynamics of entanglement of two identical qubits nonresonantly interacting with one mode of a vacuum or a thermal electromagnetic field in lossless resonator in the presence of a direct dipole-dipole interaction. On the basis of the exact solution of the considered model, the Peres-Horodetskii entanglement parameter (negativity) for qubits has been found. Numerical simulation of the negativity for various model parameters has been carried out. It has been shown that the interaction of qubits with the thermal field of the resonator can lead to their entanglement. It has been established that the detuning and dipole-dipole interaction of qubits can be used to manipulate and control the degree of their entanglement.

Keywords: qubits, detuning, dipole-dipole interaction, thermal field, qubit-qubit entanglement, negativity time dependence, sudden death of entanglement.