

# Перепутывание двух ридберговских атомов, последовательно взаимодействующих с отстроенной модой поля резонатора

**Е.К. Башкиров<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

**Аннотация.** Рассмотрена динамика двух ридберговских атомов, последовательно пролетающих вакуумный или тепловой резонатор одноатомного лазера, при наличии расстройки. В качестве начального состояния атомов выбирались различные перепутанные двухатомные состояния. С помощью параметра перепутывания (отрицательности) исследована динамика перепутывания атомов для вакуумного, так и для теплового поля. Проанализированы особенности поведения отрицательности для малых и больших значений параметра расстройки. Показано, что для теплового поля и малых расстроек в системе имеет место эффект мгновенной смерти перепутывания. Установлено также, что эффект исчезает для больших значений параметра расстройки. Показано, что наличие расстройки приводит к уменьшению осцилляций амплитуды перепутывания и его стабилизации как для вакуумного, так и для теплового поля. На основе полученных результатов сделан вывод, что расстройка может использоваться для контроля и управления степенью перепутывания атомов в одноатомном лазере.

## 1. Введение

Исследование квантовых перепутанных состояний кубитов является одной из наиболее актуальных проблем современной квантовой оптики и квантовой информатики. Основной мотивацией для таких исследований является проверка практической применимости основных концепций квантовой теории информации и через них реализация эффективных квантовых коммуникационных и вычислительных протоколов [1]. В последние годы были предприняты большие усилия для теоретического и экспериментального изучения свойств перепутанных состояний в различных физических системах, таких как ридберговские атомы и ионы в ловушках, сверхпроводящие джозефсоновские контуры, примесные спины, квантовые точки и др. [2]. Всесторонне изучались также возможности генерации, контроля, управления и регистрации перепутанных состояний. Одним из очевидных кандидатов на роль кубита, который является управляемой системой на двух уровнях, является нейтральный ридберговский атом. Кубиты, закодированные на уровнях атомной энергии, могут быть легко приготовлены в требуемом состоянии при использовании оптической накачки и лазерного охлаждения и могут достаточно легко управляться с помощью электромагнитного излучения. Нейтральные атомы хорошо подходят на роль кубитов также из-за их слабого взаимодействия с окружающей средой, что приводит к длинным временам когерентности. Перспектива генерации многокубитных перепутанных состояний

вместе с возможностью локальной адресации и измерения делает нейтральные атомы весьма обещающими объектами для физики квантовых вычислений. Теоретические и экспериментальные аспекты использования ридберговских атомов для целей квантовой информатики за первое десятилетие исследований рассмотрены в обзоре М. Саффмана и Т. Уолкера [3]. Новейший обзор в области физики квантовых вычислений с кубитами, представляющими собой нейтральные атомы, представлен М. Саффманом с соавторами [4]. Краткий обзор текущего состояния экспериментальных исследований по созданию элементной базы квантовых компьютеров с кубитами на основе одиночных нейтральных атомов, захваченных оптическими ловушками, сделан И. Рябцевым и соавторами [5].

Одним из способов исследования особенностей перепутывания нейтральных ридберговских атомов является одноатомный мазер. В экспериментах с одноатомным мазером для двух атомов, последовательно пролетающих резонатор с вакуумным состоянием поля, наблюдались как белловские двухчастичные атомные перепутанные состояния [6], так и трехчастичные атом-полевые перепутанные состояния Гринбергера-Хорна-Цайлингера [7]. В эксперименте [6] по генерации ЭПР атомного перепутанного состояния два изначально независимых двухуровневых ридберговских атома последовательно пролетали высокодобротный резонатор с вакуумным полем. При этом первый из пары атомов приготавливался в возбужденном, а второй – в основном состоянии. Скорость первого атома подбиралась так, чтобы время взаимодействия этого атома с вакуумным полем удовлетворяло условию  $\Omega t = \pi/2$ , где  $\Omega$  – вакуумная частота Раби, которая определяет скорость обмена фотоном атома и резонатора. Скорость второго атома выбиралась в два раза меньшей, чем у первого атома. Тогда время взаимодействия второго атома с вакуумным полем удовлетворяло условию  $\Omega t = \pi$ . В результате такого взаимодействия состояния атомов максимально запутывались. Анализ распределения конечных состояний атомов позволил авторам сделать вывод о наличии перепутывания их состояний, степень которого составляла примерно 63 % от предсказываемого максимально возможного значения. В ряде работ была теоретически предсказана возможность генерации перепутывания ридберговских атомов с одно- и двухфотонными переходами, последовательно пролетающих через резонатор, в котором поле приготовлено в различных квантовых состояниях. В работе [8] исследовано перепутывание ридберговских атомов с двухфотонными атомными переходами при наличии штарковского сдвига энергетических уровней. При этом было показано, что штарковский сдвиг может быть использован для увеличения величины атомного перепутывания. Исследование влияния эффектов атомной когерентности на динамику перепутывания атомов, последовательно пролетающих резонатор, поле которого приготовлено в фоковском и в тепловом состояниях выполнено в работе [9]. При этом авторы указали на возможность мгновенной смерти перепутывания кубитов для их определенных начальных состояний. В работе [10] аналогичное поведение параметра перепутывания было установлено для модели с двухфотонным взаимодействием. Исследование динамики перепутывания двух атомов, последовательно проходящих резонатор с фоковским или тепловым полем, при условии, что атомы в начальный момент времени перепутаны, проведено в работе [11]. В наших работах [12, 13] в резонансном приближении исследовалась динамика двух ридберговских атомов, последовательно проходящих тепловой резонатор, как для сепарабельных, так и для начальных перепутанных состояний атомов. В настоящей работе нами проведено обобщение результатов работ [12, 13] на случай наличие в системе расстройки частот атомов и поля произвольной величины. При этом показано, что для атомов, находящихся первоначально в перепутанном состоянии, наличие расстройки приводит к стабилизации временного поведения их перепутывания.

## 2. Модель и вычисление отрицательности

Рассмотрим два идентичных ридберговских атома  $A_1$  и  $A_2$ , последовательно пролетающих одномодовый тепловой резонатор и взаимодействующих последовательно с полем резонатора. Гамильтониан системы "атом+поле резонатора" в дипольном приближении и приближении вращающейся волны может быть представлен в виде

$$H = (1/2)\hbar\omega\sigma_i^z + \hbar\omega a^+a + \hbar g(a^+\sigma_i^- + a\sigma_i^+), \quad (1)$$

где  $(1/2)\sigma_i^z$  – оператор инверсии населенности  $i$ -го атома ( $i = A_1, A_2$ ),  $\sigma_i^+ = |+_i\rangle\langle -_i|$ ,  $\sigma_i^- = |-_i\rangle\langle +_i|$  – операторы перехода между возбужденным  $|+_i\rangle$  и основным  $|-_i\rangle$  состояниями в  $i$ -ом атоме,  $a^+$  и  $a$  – операторы рождения и уничтожения фотонов моды резонатора,  $\omega_0$  – частота перехода в двухуровневом атоме,  $\omega$  – частота резонаторной моды и  $g$  – константа атом-полевого взаимодействия. Мы введем параметр расстройки как  $\delta = \omega_0 - \omega$ .

Оператор эволюции, соответствующий гамильтониану (1) может быть записан в виде

$$U_{A_i}(t) = e^{-i\frac{\omega_0 t}{2}}|0, -_i\rangle\langle 0, -_i| + \sum_{n=0}^{\infty} e^{-i\omega(n+\frac{1}{2})t} \{A_n|n+1, -_i\rangle\langle n+1, -_i| + B_n|n, +_i\rangle\langle n, +_i| + C_n(|n+1, -_i\rangle\langle n, +_i| + |n, +_i\rangle\langle n+1, -_i|)\}.$$

Здесь

$$A_n = \cos(\Delta_n t/2) + i\frac{\delta}{\Delta_n} \sin(\Delta_n t/2), \quad B_n = \cos(\Delta_n t/2) - i\frac{\delta}{\Delta_n} \sin(\Delta_n t/2), \quad C_n = i\frac{\Omega_n}{\Delta_n} \sin(\Delta_n t/2),$$

где  $\Delta_n = \sqrt{\delta^2 + \Omega_n^2}$ ,  $\Omega_n = 2g\sqrt{n+1}$  и  $|n\rangle$  – фокковское состояния моды поля.

Предположим, что перед тем как первый атом влетает в резонатор, атомы приготовлены в белловском перепутанном состоянии вида

$$|\Psi(0)\rangle_{A_1 A_2} = \cos \Theta |+, -\rangle + \sin \Theta |-, +\rangle, \quad (2)$$

где параметр  $\Theta$  определяет степень начального перепутывания кубитов ( $0 \leq \Theta \leq \pi$ ), а одномодовое поле резонатора – в тепловом состоянии

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle\langle n|,$$

где вероятности  $p_n = \bar{n}^n / (1 + \bar{n})^{n+1}$ . Здесь  $\bar{n}$  – среднее число фотонов в резонаторной моде  $\bar{n} = (\exp[\hbar\omega/k_B T] - 1)^{-1}$  и  $k_B$  – постоянная Больцмана и  $T$  – равновесная температура зеркал резонатора.

Начальная матрица плотности для всей системы есть  $\rho_{A_1 A_2 F}(0) = \rho_{A_1 A_2}(0) \otimes \rho_F(0)$

Матрица плотности системы момент времени  $\tau$ , когда первый атом влетает в резонатор может быть найдена как

$$\rho_{A_1 A_2 F}(\tau) = U_{A_1}(\tau)\rho_{A_1 A_2 F}(0)U_{A_1}^+(\tau). \quad (3)$$

Матрица плотности (3), с другой стороны, может рассматриваться в качестве начального состояния системы перед тем, как второй атом влетает в резонатор. В момент времени  $t$ , когда второй атом покидает резонатор, может быть записана в виде

$$\rho_{A_1 A_2 F}(t, \tau) = U_{A_2}(t)\rho_{A_1 A_2 F}(\tau)U_{A_2}^+(t) \quad (4)$$

Проводя усреднение матрицы плотности всей системы (4) по переменным поля, мы можем найти редуцированную атомную матрицу плотности в двухатомном базисе  $|+, +\rangle$ ,  $|+, -\rangle$ ,  $|-, +\rangle$ ,  $|-, -\rangle$

$$\rho_{A_1 A_2}(t, \tau) = Tr_F \rho_{A_1 A_2 F}(t, \tau).$$

Для двухкубитных систем, описываемых редуцированной матрицей плотности  $\rho_{A_1 A_2}(t, \tau)$  в качестве меры перепутывания может быть использована отрицательность, которая определяется через отрицательные собственные значения  $\mu_i^-$  частично транспонированной по переменным одного кубита редуцированной атомной матрицы плотности  $\rho_{A_1 A_2}^{T_1}$

$$\varepsilon = -2 \sum_i \mu_i^-. \quad (5)$$

В случае, когда  $\varepsilon = 0$  кубиты находятся в сепарабельном состоянии. Неравенство  $\varepsilon > 0$  означает наличие в двухкубитной системе перепутывания, максимальной степени которого соответствует значение  $\varepsilon = 1$ .

Опуская громоздкие вычисления, мы можем получить для частично транспонированной по переменным одного кубита редуцированной атомной матрицы плотности выражение

$$\rho_A^{T_1}(t, \tau) = \begin{pmatrix} U(t, \tau) & 0 & 0 & H(t, \tau)^* \\ 0 & V(t, \tau) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W(t, \tau) & 0 \\ H(t, \tau) & 0 & 0 & R(t, \tau) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} U(t, \tau) &= U_1(t, \tau) + U_2(t, \tau) + U_3(t, \tau) + U_4(t, \tau), \\ V(t, \tau) &= V_1(t, \tau) + V_2(t, \tau) + V_3(t, \tau) + V_4(t, \tau), \\ W(t, \tau) &= W_1(t, \tau) + W_2(t, \tau) + W_3(t, \tau) + W_4(t, \tau), \\ R(t, \tau) &= R_1(t, \tau) + R_2(t, \tau) + R_3(t, \tau) + R_4(t, \tau), \\ H(t, \tau) &= H_1(t, \tau) + H_2(t, \tau) + H_3(t, \tau) + H_4(t, \tau), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} U_1(t, \tau) &= (\cos \theta)^2 \left[ \sum_{n=1}^{\infty} p_n |C_{n-1}(t)|^2 |B_n(\tau)|^2 \right], \\ V_1(t, \tau) &= (\cos \theta)^2 \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n [|A_{n-1}(t)|^2 |B_n(\tau)|^2 + p_0 |B_0(\tau)|^2] \right), \\ W_1(t, \tau) &= (\cos \theta)^2 \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n |C_n(t)|^2 |C_n(\tau)|^2 + p_0 |C_0(t)|^2 |C_0(\tau)|^2 \right), \\ R_1(t, \tau) &= (\cos \theta)^2 \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n |A_n(t)|^2 |C_n(\tau)|^2 + p_0 |A_0(t)|^2 |C_0(\tau)|^2 \right), \\ H_1(t, \tau) &= (\cos \theta)^2 \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n A_{n-1}(t) B_n(\tau) C_n(t)^* C_n(\tau)^* + p_0 B_0(\tau) C_0(t)^* C_0(\tau) \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_2(t, \tau) &= \cos \theta \sin \theta \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n C_{n-1}(t) B_n(\tau) B_{n-1}(t)^* C_{n-1}(\tau) \right), \\
 V_2(t, \tau) &= \cos \theta \sin \theta \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n A_{n-1}(t) B_n(\tau) C_{n-1}(t)^* C_{n-1}(\tau) \right), \\
 W_2(t, \tau) &= \cos \theta \sin \theta \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n C_n(t) C_n(\tau) B_n(t)^* A_{n-1}(\tau)^* + p_0 C_0(t) C_0(\tau) B_0(t)^* \right), \\
 R_2(t, \tau) &= \cos \theta \sin \theta \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n A_n(t) C_n(\tau) C_n(t)^* A_{n-1}(\tau)^* + p_0 A_0(t) C_0(\tau) C_0(t) \right), \\
 H_2(t, \tau) &= \cos \theta \sin \theta \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n A_{n-1}(t) B_n(\tau) B_n(t)^* A_{n-1}(\tau)^* + p_0 B_0(\tau) B_0(t)^* \right), \\
 U_3(t, \tau) &= \cos \theta \sin \theta \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n B_{n-1}(t) C_{n-1}(\tau) C_{n-1}(t)^* B_n(\tau)^* \right), \\
 V_3(t, \tau) &= \cos \theta \sin \theta \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n C_{n-1}(t) C_{n-1}(\tau) A_{n-1}(t)^* B_n(\tau)^* \right), \\
 W_3(t, \tau) &= \cos \theta \sin \theta \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n A_{n-1}(\tau) B_n(t) C_n(t)^* C_n(\tau) + p_0 B_0(t) C_0(t)^* C_0(\tau)^* \right), \\
 R_3(t, \tau) &= \cos \theta \sin \theta \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n A_{n-1}(t) C_n(t) A_n(t)^* C_n(\tau)^* + p_0 C_0(t) A_0(t)^* C_0(\tau)^* \right), \\
 H_3(t, \tau) &= \cos \theta \sin \theta \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n C_{n-1}(\tau) C_{n-1}(t) C_n(\tau)^* C_n(t)^* \right), \\
 U_4(t, \tau) &= (\sin \theta)^2 \sum_{n=1}^{\infty} p_n |B_{n-1}(t)|^2 |C_{n-1}(\tau)|^2, \quad V_4(t, \tau) = (\sin \theta)^2 \sum_{n=1}^{\infty} p_n |C_{n-1}(t)|^2 |C_{n-1}(\tau)|^2, \\
 W_4(t, \tau) &= (\sin \theta)^2 \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n |A_{n-1}(\tau)|^2 |B_n(t)|^2 + p_0 |B_0(t)|^2 \right), \\
 R_4(t, \tau) &= (\sin \theta)^2 \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n |A_{n-1}(\tau)|^2 |C_n(t)|^2 + p_0 |C_0(t)|^2 \right), \\
 H_4(t, \tau) &= (\sin \theta)^2 \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n C_{n-1}(t) C_{n-1}(\tau) A_{n-1}(\tau)^* B_n(t)^* \right)
 \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned}
 A_n(t) &= \cos[\Delta_n t/2] + (i\delta/\Delta_n) \sin[\Delta_n t/2], \quad B_n(t) = \cos[\Delta_n t/2] - (i\delta/\Delta_n) \sin[\Delta_n t/2], \\
 C_n(t) &= (i\Omega_n/\Delta_n) \sin[\Delta_n t/2].
 \end{aligned}$$

Матрица (6) имеет только одно собственное значение, которое может быть отрицательным. Тогда отрицательность может быть представлена в виде

$$\epsilon(t, \tau) = \sqrt{(U(t, \tau) - R(t, \tau))^2 + 4|H(t, \tau)|^2} - U(t, \tau) - R(t, \tau); \quad (7)$$

Рассмотри также другое начальное перепутанное белловское состояние атомов

$$|\Psi(0)\rangle_{A_1 A_2} = \cos \Theta |+, +\rangle + \sin \Theta |-, -\rangle. \quad (8)$$

Для начального состояния (7) частично транспонированная по переменным одного кубита редуцированная атомная матрица плотности имеет вид

$$\rho_A(t, \tau) = \begin{pmatrix} M(t, \tau) & 0 & 0 & F(t, \tau) \\ 0 & N(t, \tau) & S(t, \tau) & 0 \\ 0 & S(t)^* & O(t, \tau) & 0 \\ F^*(t, \tau) & 0 & 0 & P(t, \tau) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Здесь

$$\begin{aligned} M(t, \tau) &= M_1(t, \tau) + M_2(t, \tau), & N(t, \tau) &= N_1(t, \tau) + N_2(t, \tau), \\ O(t, \tau) &= O_1(t, \tau) + O_2(t, \tau), & P(t, \tau) &= P_1(t, \tau) + P_2(t, \tau), \end{aligned}$$

$$S(t, \tau) = S_1(t, \tau) + S_2(t, \tau), \quad F(t, \tau) = \sin \theta \cos \theta \sum_{n=0}^{\infty} p_n B_n(\tau) B_n(t) A_{n-1}^*(\tau) A_{n-1}^*(t),$$

где

$$M_1(t, \tau) = (\cos \theta)^2 \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n |B_n(t)|^2 |B_n(\tau)|^2 + p_0 |B_0(t)|^2 |B_0(\tau)|^2 \right),$$

$$N_1(t, \tau) = (\cos \theta)^2 \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n |C_n(t)|^2 |B_n(\tau)|^2 + p_0 |C_0(t)|^2 |B_0(\tau)|^2 \right),$$

$$O_1(t, \tau) = (\cos \theta)^2 \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n |B_{n+1}(t)|^2 |C_n(\tau)|^2 + p_0 |C_0(\tau)|^2 |B_1(t)|^2 \right),$$

$$P_1(t, \tau) = (\cos \theta)^2 \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n |C_{n+1}(t)|^2 |C_n(\tau)|^2 + p_0 |C_1(t)|^2 |C_0(\tau)|^2 \right),$$

$$S_1(t, \tau) = (\cos \theta)^2 \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n B_n(\tau) C_n(t) C_n^*(\tau) B_{n+1}^*(t) + p_0 B_0(\tau) C_0(t) C_0^*(\tau) B_1^*(t) \right),$$

$$M_2(t, \tau) = (\sin \theta)^2 \sum_{n=2}^{\infty} p_n |C_{n-1}(\tau)|^2 |C_{n-2}(t)|^2,$$

$$N_2(t, \tau) = (\sin \theta)^2 \sum_{n=1}^{\infty} p_n |C_{n-1}(\tau)|^2 |A_{n-2}(t)|^2, \quad O_2(t, \tau) = (\sin \theta)^2 \sum_{n=1}^{\infty} p_n |A_{n-1}(\tau)|^2 |C_{n-1}(t)|^2,$$

$$P_2(t, \tau) = (\sin \theta)^2 \left( \sum_{n=1}^{\infty} p_n |A_{n-1}(\tau)|^2 |A_{n-1}(t)|^2 + p[0] \right),$$

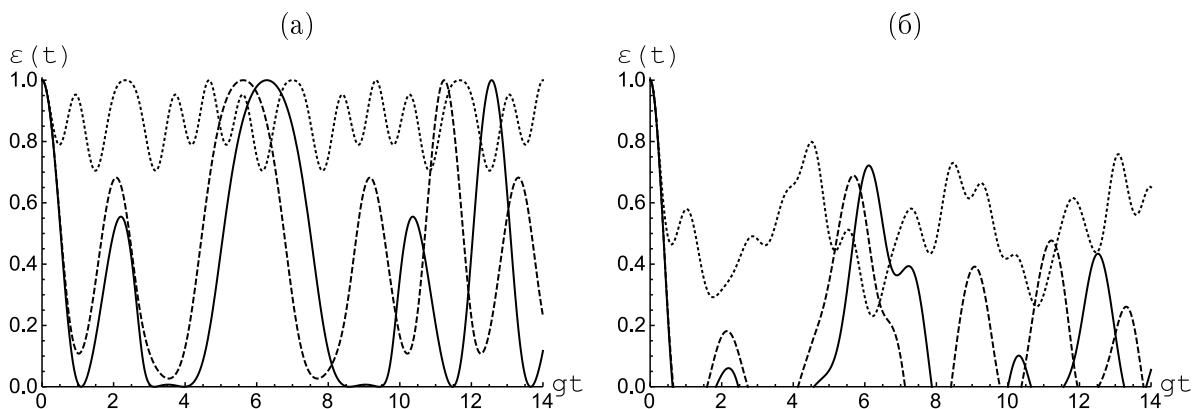
$$S_2(t, \tau) = (\sin \theta)^2 \sum_{n=1}^{\infty} p_n C_{n-1}(\tau) A_{n-2}(t) A_{n-1}^*(\tau) C_{n-1}^*(t).$$

Матрица (9) имеет два собственных значения, которые могут принимать отрицательные значения. Тогда отрицательность может быть представлена в виде суперпозиции двух членов, каждый из которых дает вклад в сумму только в том случае, когда он положителен. В противном случае его значение полагается равным нулю. В результате

$$\begin{aligned} \varepsilon(t, \tau) = & \sqrt{(N(t, \tau) - O(t, \tau))^2 + 4|F(t, \tau)|^2} - N(t, \tau) - O(t, \tau) + \\ & + \sqrt{(M(t, \tau) - P(t, \tau))^2 + 4|S(t, \tau)|^2} - M(t, \tau) - P(t, \tau). \end{aligned} \quad (10)$$

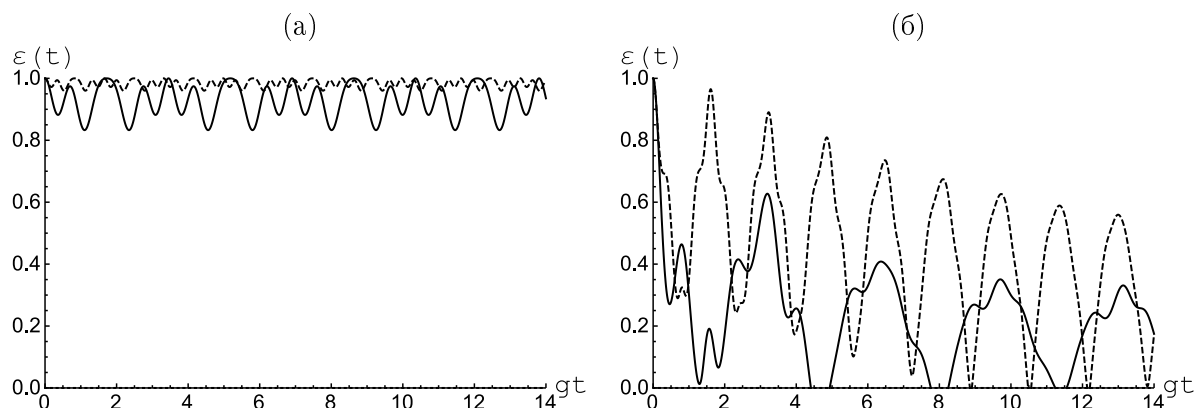
Результаты численного моделирования параметров перепутывания для начальных состояний атомов (2) and (8) представлены на Рисунках 1-5. Графики построены при условии, что  $\tau = t/2$  как в эксперименте [6].

### 3. Результаты

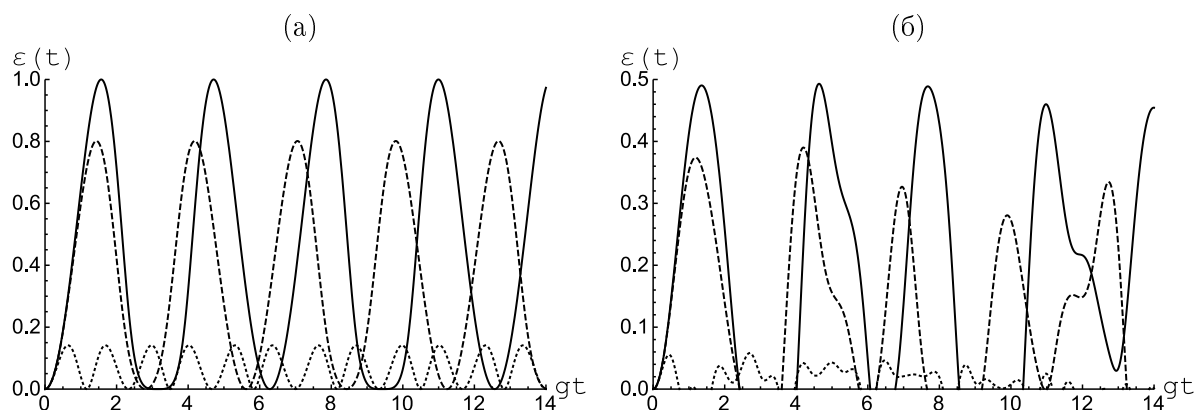


**Рисунок 1.** Отрицательность как функция безразмерного времени  $gt$  для модели с  $\delta = 0$  (сплошная линия),  $\delta = 1$  (штриховая линия) и  $\delta = 5$  (точечная линия). Среднее число фотонов  $\bar{n} = 0$  (а) и  $\bar{n} = 0.5$  (б). Начальное атомное состояние  $|\Psi(0)\rangle_{A_1 A_2} = (1/\sqrt{2})(|+, -\rangle + |-, +\rangle)$ .

При численных расчетах особое внимание было уделено исследованию влияния расстройки на перепутывание атомов как в случае вакуумного, так и теплового поля резонатора. На рисунках 1 и 2 показана временная зависимость отрицательности для перепутанного начального состояния вида (2) и различных значений среднего числа фотонов и параметра расстройки. Из рисунков 1(а) и 2(а) хорошо видно, что для вакуумного поля увеличение расстройки приводит к уменьшению амплитуд колебаний параметра перепутывания и соответственно к стабилизации степени перепутывания атомов. Для теплового поля (рисунки 1(б) и 2(б)) указанный эффект также имеет место, но выражен заметно слабее. В указанном случае для больших значений параметра расстройки имеет место также исчезновение эффекта мгновенной смерти перепутывания. Из тех же рисунков также видно, что при увеличении среднего числа тепловых фотонов степень перепутывания кубитов уменьшается для любых значений параметра расстройки. На рисунке 3 показано временное поведение перепутывания атомов для начального сепарабельного состояния  $|+, -\rangle$ . Заметим, что именно такое исходное атомное состояние



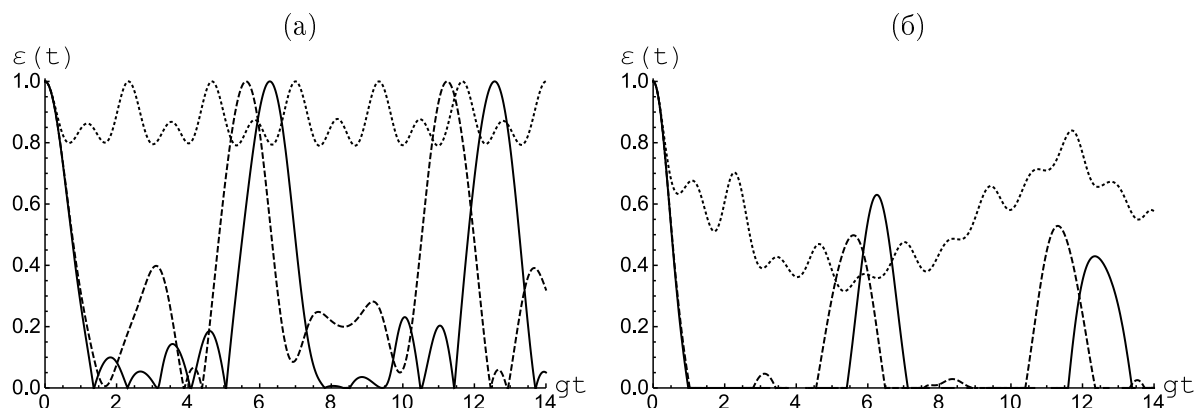
**Рисунок 2.** Отрицательность как функция безразмерного времени  $gt$  для модели с  $\delta = 7$  (сплошная линия) и  $\delta = 15$  (штриховая линия). Среднее число фотонов  $\bar{n} = 0$  (а) и  $\bar{n} = 2$  (б). Начальное атомное состояние  $|\Psi(0)\rangle_{A_1A_2} = (1/\sqrt{2})(|+, -\rangle + |-, +\rangle)$ .



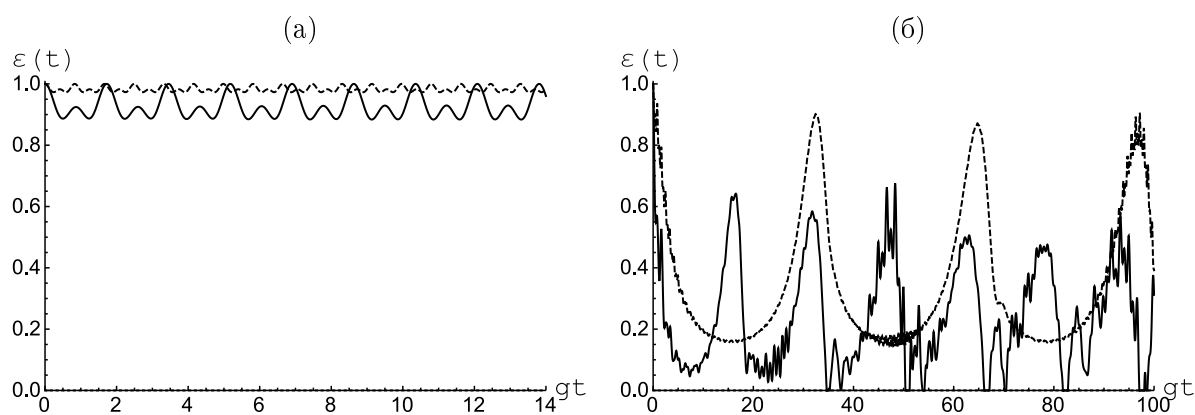
**Рисунок 3.** Отрицательность как функция безразмерного времени  $gt$  для модели с  $\delta = 0$  (сплошная линия),  $\delta = 1$  (штриховая линия) и  $\delta = 5$  (точечная линия). Среднее число фотонов  $\bar{n} = 0$  (а) и  $\bar{n} = 0.5$  (б). Начальное атомное состояние  $|\Psi(0)\rangle_{A_1A_2} = |+, -\rangle$ .

атомов было использовано в эксперименте [6]. Для этого начального атомного состояния расстройка уменьшает максимальную степень перепутывания как для вакуумного, так и для теплового состояния поля резонатора. На рисунках 4 и 5 показано временное поведение параметра перепутывания для перепутанного начального состояния (8) и разных значений средних чисел фотонов и параметра расстройки. Результаты для перепутывания в этом случае аналогичны результатам для перепутанного состояния (2). Видно, что наличие расстройки для вакуумного состояния поля приводит к уменьшению амплитуд колебаний параметра перепутывания, то есть к его стабилизации. Для теплового поля и малых значений параметра расстройки также имеет место эффект мгновенной смерти перепутывания. Как и для предыдущего начального состояния этого с увеличением параметра расстройки степень перепутывания атомов возрастает как для вакуумного, так и для теплового резонаторного поля.





**Рисунок 4.** Отрицательность как функция безразмерного времени  $gt$  для модели с  $\delta = 0$  (сплошная линия),  $\delta = 1$  (штриховая линия) и  $\delta = 5$  (точечная линия). Среднее число фотонов  $\bar{n} = 0$  (а) и  $\bar{n} = 0.5$  (б). Начальное состояние  $|\Psi(0)\rangle_{A_1A_2} = (1/\sqrt{2})(|+, +\rangle + |+, +\rangle)$ .



**Рисунок 5.** Отрицательность как функция безразмерного времени  $gt$  для модели с  $\delta = 7$  (сплошная линия) и  $\delta = 15$  (штриховая линия). Среднее число фотонов  $\bar{n} = 0$  (а) и  $\bar{n} = 2$  (б). Начальное атомное состояние  $|\Psi(0)\rangle_{A_1A_2} = (1/\sqrt{2})(|+, +\rangle + |-, -\rangle)$ .

#### 4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе на основе точного решения уравнения эволюции нами рассчитана отрицательность двух ридберговских атомов, последовательно пролетающих вакуумный или тепловой резонатор, при наличии расстройки. Результаты исследований показывают, что для вакуумного поля резонатора увеличение расстройки приводит к уменьшению колебаний амплитуды параметра перепутывания и его стабилизации. Для теплового поля увеличение расстройки также приводит к увеличению степени перепутывания атомов. В случае теплового поля и малых расстроек возникает эффект мгновенной смерти перепутывания. Для больших расстроек такой эффект исчезает. Полученные результаты показывают, что мы имеем возможность управлять и контролировать степень перепутывания ридберговских атомов в одноатомном лазере, изменяя параметры системы, такие как средние числа фотонов теплового поля, расстройку и степень первоначального атомарного перепутывания.

## 5. Литература

- [1] Nielsen, M.A. Quantum Computation and Quantum Information. 10th Anniversary Edition / M.A. Nielsen, I.L. Chuang — Cambridge, Cambridge University Press, 2010. — 670p.
- [2] Buluta, I. Natural and artificial atoms for quantum computation / I. Buluta, S. Ashhab, F. Nori // *Rep. Prog. Phys.* — 2011. — Vol. 74. — P. 104401.
- [3] Saffman, M. Quantum information with Rydberg atoms / M. Saffman, T.G Walker // *Rev. Mod. Phys.* — 2010. — Vol. 82. — P. 2313–2363.
- [4] Saffman, M. Quantum computing with atomic qubits and Rydberg interactions: progress and challenges / M. Saffman // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* — 2016. — Vol. 49. — P. 202001.
- [5] Ryabtsev, I.I. Element base of quantum informatics I. Qubits of a quantum computer based on single atoms in optical traps / I.I. Ryabtsev, I.I. Beterov, E.A. Yakshina, D.B. Tretyakov, V.M. Entin, I.G. Neizvestny, A.V. Latyshev, A.L. Aseev // *Russian Microelectr.* — 2017. — Vol. 46. — P. 109–130.
- [6] Hagley, E. Generation of Einstein-Podolsky-Rosen pairs of atoms / E. Hagley, X. Maitre, G. Nogues, C. Wunderlich, M. Brune, J.-M. Raimond, S. Haroche, S. // *Phys. Rev. Lett.* 79(1), 1-5 (1997).
- [7] Haroche, S. Exploring the Quantum. Atoms, Cavities and Photons / S. Haroche, J.-M. Raimond — Oxford: Oxford University Press, 2006. — 605p.
- [8] Ghosh, B. Control entanglement by the dynamic Stark effect / B. Ghosh, A.S. Majumdar, N. Nayak, N. // *J. Phys.* — 2008. — Vol. B41. P. — 065503.
- [9] Liao, Q. Sudden birth of entanglement between atoms successively passing a thermal cavity / Q. Liao, G. Fang, M.A. Ahmad, M.A., S. Liu // *Optics Commun.* — 2011. — Vol. 284. — P. 301–305.
- [10] Bashkirov, E.K. Entanglement between two atoms successively passing a cavity induced by thermal noise / E.K. Bashkirov, Y.A. Nikiforova // *Computer Optics* — 2012. — Vol. 36(4). — P. 468-473.
- [11] Yan, X.Q. Entanglement sudden death of two atoms successive passing a cavity / X.Q Yan // *Chaos Solit.Fract.* — 2008. — Vol. B17(6). — P. 2137–2142.
- [12] Bashkirov, E.K. and Mastuygin, M.S., "Dynamics for atoms successively passing a cavity in the presence of the initial atomic entanglement / E.K. Bashkirov, M.S. Mastuygin // *Journal of Physics: Conference Series.* — 2016. — Vol. 735. — P. 012026(1–5).
- [13] Bashkirov, E.K. Control atomic entanglement by the initial atomic coherence / E.K. Bashkirov // *Progress in Biomedical Optics and Imaging. SPIE Proc.* — 2016. — Vol. 9917. — P. 991739(1–8).

# Entanglement between two Rydber atoms successively interacting with a detuned cavity field

E.K. Bashkirov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Samara National Research University, Moskovskoye shosse, 34, Samara, Russia, 443086

**Abstract.** We have investigated two Rydberg atoms successively passing a vacuum or a thermal cavity of one-atom maser taking into account the detuning. The atoms was assumed to be initially prepared in the different separable of entangled states. Calculating the negativity we have investigated the dynamics of atom-atom entanglement both for the vacuum and the thermal field. The special features of negativity behavior have been studied comprehensively for small and large values of detunings. For thermal cavity field and small detunings we have established the effect of sudden death and birth of Entanglement. For large detunings, this negative effect can be eliminated. We derived that the presence of detuning leads to decreasing of the entanglement amplitude oscillations and stabilization of the degree of entanglement both for the vacuum and the thermal field. These results show that the atom-atom entanglement in one-atom maser can be controlled by the detuning.

**Keywords:** one-atom maser, Rydber atoms, atom-atom entanglement, vacuum field, thermal field, detuning, negativity, sudden death of entanglement, entanglement stabilization.