

# Построение согласованных оценок коэффициентов рациональной функции по наземным опорным точкам в задаче построения цифровой модели местности

А.П. Котов<sup>а</sup>, А.В. Гаврилов<sup>а</sup>, В.А. Фурсов<sup>а,б</sup>

<sup>а</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Московское шоссе, 34, Самара, Россия

<sup>б</sup> Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, 443001, ул. Молодогвардейская, 151, Самара, Россия

## Аннотация

При построении цифровой модели местности (ЦММ) центральной проблемой является сопоставление трехмерных координат местности с координатами соответствующих точек на регистрируемых стереоизображениях. Эта задача решается с использованием либо известных параметров съёмки, либо коэффициентов модели рациональной функции (RFM, *rational functional model*), входящих в состав метаданных. Модель RFM обычно не известна, но может быть определена с использованием заданных координат наземных опорных точек. Для этого решается переопределенная система нелинейных уравнений, связывающих трехмерные координаты местности с координатами точек на изображении. Поскольку число опорных точек обычно невелико, даже небольшое число ошибок в исходных данных при решении традиционными методами (МНК и/или МНМ) может привести к грубым ошибкам в определении RFM. В статье предлагается новый алгоритм определения модели RFM, основанный на принципе согласованности оценок. Алгоритм используется в сквозной информационной технологии построения ЦММ, реализованной в CUDA среде.

**Ключевые слова:** цифровая обработка изображений; модель рациональной функции RFM; согласованная идентификация

## 1. Введение

В работе рассматривается технология построения цифровой модели местности (ЦММ) по космическим снимкам. Для решения этой задачи широко используются программные комплексы обработки данных ДЗЗ: ENVI, PHOTOMOD, Geomatica [1–3] и др. Они имеют широкий набор универсальных функций, которые могут использоваться при решении нескольких смежных задач, однако это обычно приводит к снижению оперативности. Поэтому наряду с указанными программными комплексами актуальна задача создания программных продуктов, имеющих ограниченный функционал, но обладающих преимуществами по точности и быстродействию.

Космические изображения, как правило, имеют большие размеры. Поэтому при их обработке возникают проблемы, связанные с ограничениями доступного объема памяти и вычислительной мощности. Вместе с тем, задачу построения ЦММ иногда требуется решать в реальном времени, например, с целью мониторинга чрезвычайных ситуаций, анализа фоно-целевой обстановки, навигации по наземным ориентирам и др. Для этих случаев более подходящей является специализированная высокопроизводительная технология, «настроенная» на решение исключительно одной задачи – построения ЦММ.

Настоящая работа является продолжением работ [4, 5], в которых предложена и реализована быстродействующая гибридная (GPU/CPU) информационная технология построения цифровых моделей местности по космическим снимкам. Одним из важнейших является завершающий этап технологии – вычисление искомым трёхмерных координат ЦММ. Для их вычисления кроме найденных на стереоизображениях координат соответствующих точек необходимо знание коэффициентов рациональной функции (RPC).

При создании специализированной гибридной технологии необходимо создание встроенного в информационную технологию быстродействующего модуля вычисления RPC-коэффициентов, который должен, с одной стороны, обеспечивать высокую точность определения RPC-коэффициентов, с другой стороны, обладать быстродействием, согласованным с быстродействием сквозной гибридной вычислительной технологии. В настоящей работе предлагается метод и строится соответствующий алгоритм вычисления RPC-коэффициентов, устойчивый к ошибкам в определении соответствующих точек. Метод опирается на принцип согласованной идентификации, предложенный в работах [6,7].

Работа устроена следующим образом. В разделе 2 приводится соответствующее работам [4,5] краткое описание информационной технологии построения ЦММ, в рамках которой указаны место модуля вычисления RPC-коэффициентов и входные данные для этого модуля. Затем, в разделе 3 для понимания существа дальнейшей модернизации описывается традиционный метод решения задачи. Наконец, в разделе 4 приводится описание предлагаемого метода вычисления RPC-коэффициентов, основанного на принципе максимальной согласованности оценок в пространстве параметров. В заключительном 5-м разделе приводятся результаты экспериментальных исследований, иллюстрирующие высокую точность метода.

## 2. Схема этапов технологии

Общая схема этапов рассматриваемой технологии реконструкции трёхмерной ЦММ по стереопарам космических изображений приведена на рисунке 1. Основные этапы технологии: ректификация изображений, сопоставление (определение соответствующих точек) изображений и определение трехмерных координат ЦММ. Исходными данными

для реализации рассматриваемой технологии являются изображения сцены (поверхности Земли), полученные с различных ракурсов, а также набор опорных точек на поверхности Земли, трехмерные координаты которых известны.

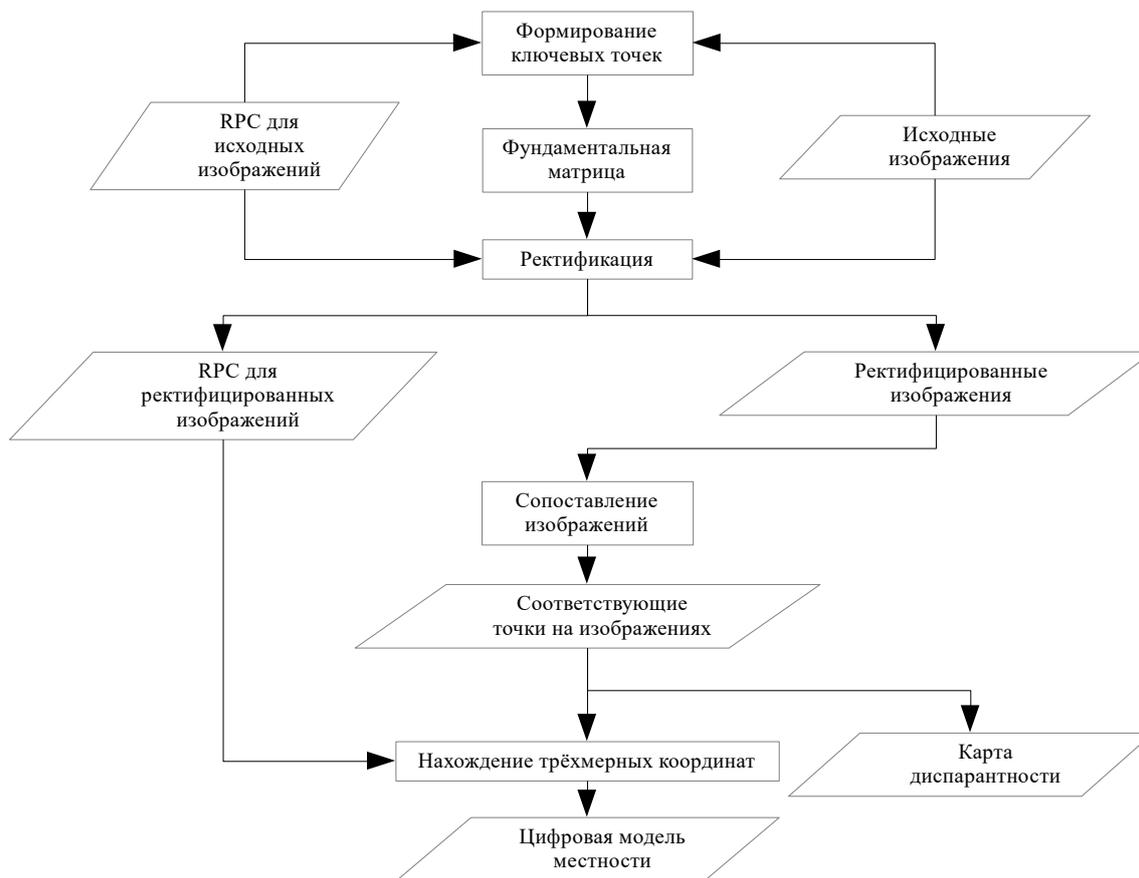


Рис. 1. Схема основных этапов информационной технологии.

Первый этап технологии – ректификация разноракурсных изображений. Ректификация изображений представляет собой преобразование, в результате которого соответствующие точки на изображениях располагаются в одних и тех же строках. Целью этапа ректификации является упрощение алгоритмов поиска соответствующих точек. Ее проведение создает также определенные удобства при построении карты диспарантности, поскольку в этом случае имеют место только горизонтальные параллаксы по одной координате. Для реализации этапа ректификации изображений должна быть задана или определена по набору ключевых точек фундаментальная матрица. Вопросы, связанные с проблемой нахождения фундаментальной матрицы обсуждались в работе [8].

Следующий важный этап – нахождение соответствующих точек на разных видах. Сопоставление изображений заключается в поиске для каждой точки на первом изображении соответствующей точки на втором изображении. В данном случае, поскольку выполнена ректификация изображений, осуществляется построчный одномерный поиск. Таким образом, задача сводится к нахождению горизонтальных параллаксов (относительных сдвигов) точек на изображениях. По результатам сопоставления изображений формируется карта диспарантности. Для удобства анализа результатов обычно осуществляется яркостная визуализация найденных сдвигов: яркость каждого пиксела карты диспарантности тем больше, чем больше относительный сдвиг соответствующих точек на исходных стереоизображениях. В работе [5] приведена схема параллельной реализации алгоритма построения карты диспарантности в гибридной (CPU/GPU) вычислительной системе по парам ректифицированных изображений с использованием метода пирамид.

Завершающий этап технологии – нахождение трехмерных координат ЦММ. В соответствии с приведенной схемой входной информацией для блока определения трехмерных координат являются RPC-коэффициенты ректифицированных изображений и двумерные координаты соответствующих точек на стереоизображениях левого и правого вида. Задача состоит в том, чтобы построить процедуру оценки трехмерных координат, устойчивую к возможным ошибкам на предшествующих этапах технологии.

### 3. Формулировка задачи вычисления RPC-коэффициентов

В соответствии с приведенной выше схемой исходными данными для определения RPC-коэффициентов являются пара, космических изображений, зарегистрированных при разных ракурсах, на которых имеется общая область, в которой имеется набор заданных опорных соответствующих точек с известными координатами. Наборы искомым RPC-коэффициентов **a**, **b**, **c** и **d** являются параметрами модели формирования изображения камерой спутника:

$$\left. \begin{aligned} Y &= \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{u}}{\mathbf{b}^T \mathbf{u}}, \\ X &= \frac{\mathbf{c}^T \mathbf{u}}{\mathbf{d}^T \mathbf{u}}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь  $X, Y$  – нормализованные координаты изображений, а вектор  $\mathbf{u}$  составлен из различных степеней (до третьей степени включительно) координат трёхмерной точки –  $P, L, H$ , полученных путем нормализации геодезических координат  $\varphi, \lambda, h$ . В настоящей работе мы ограничимся моделью RFM первого порядка, в которой вектор  $\mathbf{u}$  имеет вид

$$\mathbf{u} = [1, L, P, H]^T. \quad (2)$$

Для пары нормализованных координат соответствующих точек на левом –  $X_L, Y_L$  и правом –  $X_R, Y_R$  изображениях в соответствии с уравнениями (1) можно записать систему уравнений:

$$Y_L = \frac{\mathbf{a}_L^T \mathbf{u}}{\mathbf{b}_L^T \mathbf{u}} = \frac{a_{L,0} + a_{L,1}L + a_{L,2}P + a_{L,3}H}{b_{L,0} + b_{L,1}L + b_{L,2}P + b_{L,3}H}, \quad (3)$$

$$X_L = \frac{\mathbf{c}_L^T \mathbf{u}}{\mathbf{d}_L^T \mathbf{u}} = \frac{c_{L,0} + c_{L,1}L + c_{L,2}P + c_{L,3}H}{d_{L,0} + d_{L,1}L + d_{L,2}P + d_{L,3}H}, \quad (4)$$

$$Y_R = \frac{\mathbf{a}_R^T \mathbf{u}}{\mathbf{b}_R^T \mathbf{u}} = \frac{a_{R,0} + a_{R,1}L + a_{R,2}P + a_{R,3}H}{b_{R,0} + b_{R,1}L + b_{R,2}P + b_{R,3}H}, \quad (5)$$

$$X_R = \frac{\mathbf{c}_R^T \mathbf{u}}{\mathbf{d}_R^T \mathbf{u}} = \frac{c_{R,0} + c_{R,1}L + c_{R,2}P + c_{R,3}H}{d_{R,0} + d_{R,1}L + d_{R,2}P + d_{R,3}H}. \quad (6)$$

Задача состоит в определении оценок  $\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{c}}, \hat{\mathbf{d}}$  параметров  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}$  по известным трехмерным координатам  $P, L, H$  опорных точек и соответствующим этим точкам наблюдаемым нормализованным координатам  $X_L, Y_L, X_R, Y_R$  на стереоизображениях.

Для решения этой задачи широко используется метод наименьших квадратов (МНК) или его вариант – итерационный МНК. Примеры, решения этой задачи этими методами можно найти в работе [9]. В данном случае решение реализуется следующим образом.

Для каждого из четырех соотношений (3), (4), (5) и (6) для  $N$  опорных точек на изображении можно записать переопределенную систему уравнений. Поскольку вид этих уравнений для точек на левом и правом изображении одинаков, далее индексы  $L, R$  в обозначениях двумерных координат и RPC-коэффициентов опускаем и используем запись уравнений в виде (1). С учетом сказанного равенство (3) для одной ( $i$ -й) опорной точки, в предположении, что по условиям нормировки коэффициент  $b_0 = 1$ , можно записать:

$$Y(i) + Y(i) [\mathbf{b}'^T \mathbf{u}'] = \mathbf{a}'^T \mathbf{u}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{b}' = [b_1, b_2, b_3]^T, \mathbf{u}' = [L, P, H]^T$ .

Переносим второе слагаемое из левой части в правую часть с учетом указанных обозначений компонент векторов  $\mathbf{b}', \mathbf{u}', \mathbf{a}, \mathbf{u}$  перепишем (7) в виде

$$Y_i = a_0 + a_1 \cdot L + a_2 \cdot P + a_3 \cdot H - b_1 L Y_i - b_2 P Y_i - b_3 Y_i H. \quad (8)$$

Для  $N$  опорных точек, координаты которых установлены на изображении (например, путем корреляционного сопоставления фрагментов с заданными образцами), в соответствии с (8) можно записать матричное уравнение

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M}\mathbf{J} + \boldsymbol{\xi}, \quad (9)$$

$$\text{где } \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & L_1 & P_1 & H_1 & -Y_1 L_1 & -Y_1 P_1 & -Y_1 H_1 \\ 1 & L_2 & P_2 & H_2 & -Y_2 L_2 & -Y_2 P_2 & -Y_2 H_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & L_N & P_N & H_N & -Y_N L_N & -Y_N P_N & -Y_N H_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J} = [a_0, a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3]^T, \quad \mathbf{Y} = [Y_1, Y_2, \dots, Y_N]^T,$$

а  $\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N]^T$  – вектор ошибок, приведенных к выходу модели, связанных с неточным заданием трехмерных геодезических координат и ошибками в определении координат опорных точек на реальном двумерном изображении.

В соответствии с (9) МНК-оценка вектора параметров, составленного из искоемых RPC-коэффициентов:

$$\hat{\mathbf{J}} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{Y}. \quad (10)$$

Известно [6], что эта оценка оптимальна, если ошибки  $\xi_i, i = \overline{1, N}$  независимы, одинаково распределены и имеют нормальное распределение с  $M\{\xi\} = 0$  и  $Cov\{\xi\} = \sigma^2 \mathbf{E}_N$ , где  $\mathbf{E}_N$  – единичная  $N \times N$ -матрица. В действительности, обычно распределение ошибок регистрации координат опорных точек на изображениях представляет собой смесь нормального и неизвестного распределений. Неизвестное распределение хотя и имеет малую вероятность, однако может содержать выделяющиеся (аномальные) ошибки, придающие смеси распределений тяжелые хвосты. Источниками таких ошибок чаще всего являются сбои измерительной аппаратуры при определении трехмерных координат опорных точек на местности.

Известно, что появление в исходных данных даже небольшого числа таких ошибок, приводит к большим ошибкам МНК-оценок. С другой стороны, точность и надежность технологии построения ЦММ в целом весьма чувствительны к точности и надежности вычисления RPC-коэффициентов. В следующем разделе мы предлагаем новый робастный алгоритм вычисления RPC-коэффициентов, основанный на принципе согласованности оценок [6].

#### 4. Метод согласованных оценок

Для получения решений методом согласованных оценок (МСО) из исходной системы (9) формируется  $L$  подсистем верхнего уровня размерности  $P < N$ :

$$\mathbf{Y}_l = \mathbf{M}_l \mathbf{J}_l + \xi, \quad l = \overline{1, L}. \quad (11)$$

На каждой ( $l$ -й) подсистеме верхнего уровня формируется заданное число, например  $K$ , подсистем нижнего уровня размерности  $S < P$ :

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{M}_k \mathbf{J}_k + \xi_k, \quad k = \overline{1, K}. \quad (12)$$

Вычислив на этих подсистемах оценки

$$\hat{\mathbf{J}}_k = [\mathbf{M}_k^T \mathbf{M}_k]^{-1} \mathbf{M}_k^T \mathbf{Y}_k, \quad k = \overline{1, K}, \quad (13)$$

для каждой ( $l$ -й) подсистемы верхнего уровня получаем множество оценок

$$\Theta_l = \{\hat{\mathbf{J}}_{k,l} : k = \overline{1, K}, \quad l = \overline{1, L}\}. \quad (14)$$

Для характеристики множеств  $\Theta_l$  вводится так называемая функция взаимной близости оценок (функция согласованности)

$$W(\Theta_l) = \frac{2}{K(K-1)} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j>i}}^K \|\hat{\mathbf{J}}_{l,i} - \hat{\mathbf{J}}_{l,j}\|, \quad (15)$$

где  $\|\hat{\mathbf{J}}_{l,i} - \hat{\mathbf{J}}_{l,j}\|$  – заданная норма разности оценок  $K = C_p^S$  на подсистемах нижнего уровня, принадлежащих  $l$ -й подсистеме верхнего уровня.

Определим множество наиболее согласованных оценок как

$$\Theta_l : W(\Theta_l) = \min_{\forall l = \overline{1, L}} W(\Theta_l). \quad (16)$$

Гипотеза состоит в том, что  $\hat{l}$ -я подсистема верхнего уровня, для которой множество принадлежащих ей оценок удовлетворяет критерию (16), является наиболее свободной от ошибок. Поэтому наилучшим будем полагать решение, полученное на этой подсистеме верхнего уровня:

$$\hat{\mathbf{J}}_{\hat{l}} = [\mathbf{M}_{\hat{l}}^T \mathbf{M}_{\hat{l}}]^{-1} \mathbf{M}_{\hat{l}}^T \mathbf{Y}_{\hat{l}}. \quad (17)$$

Алгоритм поиска строится в предположении, что в исходных данных присутствует одна грубая ошибка (если есть основания полагать, что число грубых ошибок больше, процедура повторяется требуемое число раз). Последовательно «просматриваются» все подсистемы верхнего уровня, в которых отсутствует по одной строке исходной системы. Подсистемы нижнего уровня формируются путем циклического сдвига так, чтобы каждая строка исходной системы входила в формируемое множество подсистем нижнего уровня одинаковое число раз. Далее для каждой подсистемы верхнего уровня вычисляется функция согласованности (15) и определяется номер  $\hat{l}$  подсистемы, удовлетворяющей критерию (17). На этой подсистеме затем вычисляется МНК-оценка (17). Эту оценку на наиболее согласованной подсистеме верхнего уровня, вообще говоря, можно вычислять любым способом. В данном случае МНК является вполне приемлемым, поскольку в результате реализации описанного алгоритма отбора по критерию (17) подсистемы наиболее свободной от шума, вероятность грубых ошибок невелика.

## 5. Результаты экспериментов

Для проведения экспериментов использовались космические стереоизображения из статьи [13], приведенные на рисунках 2, а и 2, б. Изображение на рисунке 2, а далее обозначается индексом  $L$ , а на рисунке 2, б - индексом  $R$ . На этих изображениях белыми квадратами отмечены 30 опорных точек с известными трехмерными координатами. Эти точки использовались для определения коэффициентов рациональной функции и тестирования технологии построения цифровой модели местности.

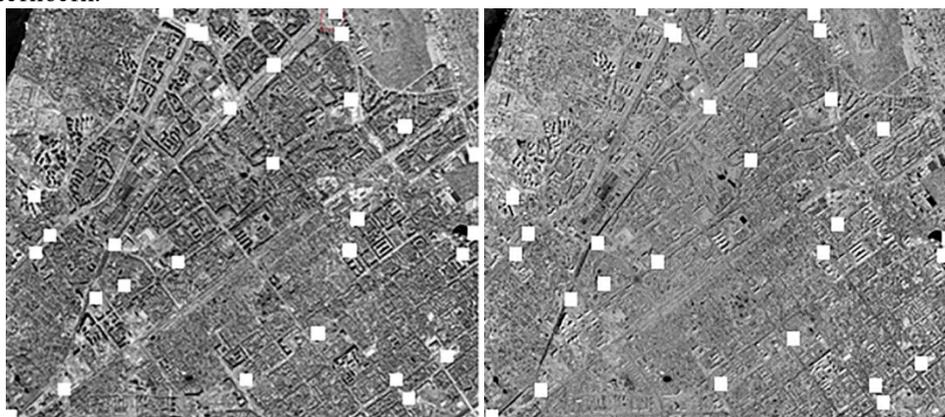


Рис. 2. Стереопара с отмеченными соответствующими точками для которых известны геодезические координаты.

Среди 30 заданных опорных точек, 12 использовались для определения коэффициентов RFM, а остальные 18 – для последующего тестирования технологии. В таблице 1 приведены координаты 12-ти опорных точек, использовавшихся для определения коэффициентов RFM. В столбцах  $x_L, y_L, x_R, y_R$  указаны координаты соответствующих точек на изображениях стереопары (в пикселях), а в столбцах  $\varphi, \lambda, h$  – их геодезические координаты: широта  $\varphi$  и долгота  $\lambda$  в градусах, высота  $h$  - в метрах.

Для сравнения точности определения RPC-коэффициентов в различных условиях наряду с указанными в таблице 1 исходными данными использовались также данные, полученные из них путем введением искусственных искажений. В частности, в одну из заданных координат соответственных точек на стереоизображениях вносилась грубая ошибка. RPC-коэффициенты определялись по исходным и искаженным данным двумя методами: с использованием обычно применяемого метода наименьших квадратов (МНК) по соотношению (10) и с отбором наиболее согласованной подсистемы в соответствии с методом согласованных оценок (МСО), описанным соотношениями (11) - (16).

Таблица 1. Набор данных обучающей выборки

№ точки	$x_L$	$y_L$	$x_R$	$y_R$	$\varphi$	$\lambda$	$h$
1	39	7060	41	6579	53.2114	50.1769	125.552
2	430	3235	394	3058	53.2388	50.1809	97.871
3	2709	27	2515	56	53.2621	50.2079	117.676
4	5532	56	5147	43	53.2622	50.2418	151.902
5	7950	2630	7369	2525	53.2436	50.2708	72.854
6	6785	6696	6282	6324	53.2143	50.2573	52.742
7	1855	4111	1729	3824	53.2328	50.1983	138.156
8	1992	4813	1857	4475	53.2278	50.2000	140.642
9	3802	1761	3543	1640	53.2498	50.2213	139.750
10	4451	2636	4133	2485	53.2435	50.2290	113.223
11	5773	4193	5350	3972	53.2322	50.2449	77.162
12	5870	1587	5454	1493	53.2512	50.2459	130.326

В ходе решения задачи определялись четыре набора оценок RPC- коэффициентов:

$$\hat{\mathbf{J}}_{ab,L} = [\hat{a}_{L,0}, \hat{a}_{L,1}, \hat{a}_{L,2}, \hat{a}_{L,3}, \hat{b}_{L,1}, \hat{b}_{L,2}, \hat{b}_{L,3}]^T, \quad (18)$$

$$\hat{\mathbf{J}}_{cd,L} = [\hat{c}_{L,0}, \hat{n}_{L,1}, \hat{c}_{L,2}, \hat{c}_{L,3}, \hat{d}_{L,1}, \hat{d}_{L,2}, \hat{d}_{L,3}]^T, \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{J}}_{ab,R} = [\hat{a}_{R,0}, \hat{a}_{R,1}, \hat{a}_{R,2}, \hat{a}_{R,3}, \hat{b}_{R,1}, \hat{b}_{R,2}, \hat{b}_{R,3}]^T, \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{J}}_{cd,R} = [\hat{c}_{R,0}, \hat{n}_{R,1}, \hat{c}_{R,2}, \hat{c}_{R,3}, \hat{d}_{R,1}, \hat{d}_{R,2}, \hat{d}_{R,3}]^T. \quad (21)$$

Для определения каждой из указанных четырех векторных оценок параметров соответственно для каждой координаты  $X_L, Y_L, X_R, Y_R$  составлялась система из 12 уравнений (по числу «обучающих» опорных точек). Таким образом, всего составлялось  $12 \times 4 = 48$  систем уравнений.

При решении задачи с использованием метода согласованного оценивания из каждой системы последовательно удалялись строки, каждая из которых соответствует одной опорной точке, а по оставшимся 11 точкам (подсистеме верхнего уровня из 11 уравнений) вычислялась функция согласованности. В таблице 2 приведены значения 48 функций согласованности, вычисленные для всех подсистем верхнего уровня размерности 11, сформированных на четырех исходных системах размерности 12. Подсистемы верхнего уровня для каждой координаты –  $X_L, Y_L, X_R, Y_R$ , в этой таблице пронумерованы цифрами, указывающими номер строки, исключенной из исходной системы размерности 12.

**Таблица 2.** Значение функции согласованности для 12 подсистем верхнего уровня с использованием точек обучающей выборки. Функция согласованности рассматривается при  $C_{12}^8$

Координаты	Значения функций согласованности на подсистемах верхнего уровня											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$X_L$	<b>3.87</b>	29.22	16.01	11.37	23.64	15.46	8.1	14.07	9.66	12.48	24.57	13.74
$Y_L$	2.32	3.77	6.2	2.72	3.52	6.23	4.78	3.41	<b>1.69</b>	3.4	6.34	5.31
$X_R$	5.04	20.04	5.63	4.36	17.09	16.82	<b>3.16</b>	5.66	4.05	4.91	18.06	5.36
$Y_R$	4.13	4.94	9.04	4.83	4.07	9.65	6.37	4.76	<b>2.51</b>	4.56	9.79	8.42

Минимальные значения функции согласованности, полученные на множестве подсистем верхнего уровня, соответствующем каждой координате (в каждой строке таблицы 2) отмечены жирным шрифтом. Далее на подсистемах верхнего уровня, имеющих минимальные значения функций согласованности, вычислялись RPC- коэффициенты.

Качество полученных оценок верифицировалось путем их подстановки в соотношения (1) связи координат  $X_L, Y_L, X_R, Y_R$  на стереоизображениях с трехмерными геодезическими координатами  $P, L, H$  и решения обратной задачи. Найденные таким образом оценки геодезических координат  $\hat{P}, \hat{L}, \hat{H}$  сравнивались с тестовыми опорными точками.

Для характеристики точности оценок использовались среднеквадратичное отклонение –  $RMSE$  (root-mean-square error) и максимальное абсолютное отклонение –  $MAX$  полученных относительных ошибок оценивания трехмерных координат в заданных тестовых опорных точках. Указанные характеристики рассчитывались для оценок, полученных методами наименьших квадратов и согласованной идентификации по  $N$  тестовым точкам в соответствии с соотношениями:

$$RMSE = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\hat{P}_i - P_i}{P_i} \right)^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\hat{L}_i - L_i}{L_i} \right)^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\hat{H}_i - H_i}{H_i} \right)^2 \right)^{1/2}, \quad (22)$$

$$MAX = \max_{\forall i=L,L} \left( \left| \frac{\hat{P}_i - P_i}{P_i} \right|, \left| \frac{\hat{L}_i - L_i}{L_i} \right|, \left| \frac{\hat{H}_i - H_i}{H_i} \right| \right). \quad (23)$$

В таблице 3 приведены результаты для трех вариантов решения задачи: вариант 1 – МНК-оценки по исходным данным, приведенным в таблице; вариант 2 – МНК-оценки по искаженным данным, когда в одну из координат на изображениях внесена дополнительная грубая ошибка; – вариант 3 – МСО-оценки по тем же данным с дополнительной грубой ошибкой.

Из таблицы видно, что в ситуации, когда ошибки исходных данных имеют нормальное распределение с невысокой дисперсией ошибки решения обоими указанными методами примерно одинаковы. Если же распределение ошибок исходных данных является смесью нормального (с малой дисперсией) и неизвестного распределения с большой дисперсией, в частности смесью двух нормальных распределений, одно из которых имеет малую вероятность, но

большую дисперсию, метод согласованной идентификации дает существенно лучшие результаты. Следовательно, алгоритм согласованного оценивания является робастным.

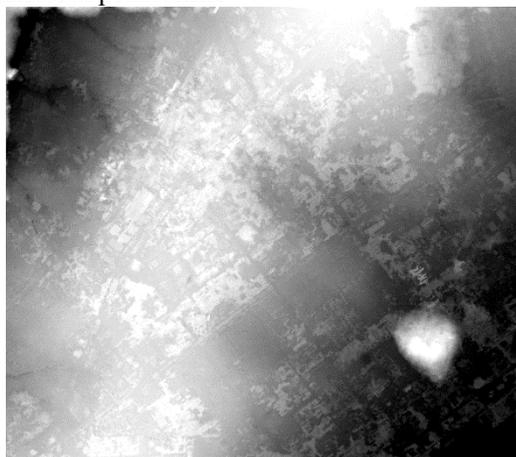


Рис. 3 Оценка карты высот.

На рисунке 3 приведена карта высот, построенная по стереоизображениям, приведенным на рис. 2 с использованием полученных оценок коэффициентов RFM.

Таблица 3. Точность оценок  $\hat{\phi}$ ,  $\hat{\lambda}$ ,  $\hat{h}$  по данным тестовой выборки

Вариант задания исходных данных	Метод решения	<i>RMSE</i>	<i>MAX</i>
Исходные данные без дополнительной ошибки (табл. 1)	МНК	0.013609	0.035241
С введением одной грубой ошибки в двумерные координаты	МНК	0.033961	0.079451
С введением одной грубой ошибки в двумерные координаты	МСО	0.013988	0.032321

Оценки точности определения высот для 18 тестовых точек приведены в таблице 4. В третьем столбце таблицы приведены абсолютные отклонения (в метрах) оценок высот от их заданных значений:

$$\Delta H_i = \left| \hat{H}_i - H_i \right|, \quad (24)$$

приведенных во втором столбце таблицы. В последнем столбце таблицы приведены также абсолютные значения относительных ошибок в тех же опорных точках.

$$\varepsilon_H(i) = \left| \frac{\hat{H}_i - H_i}{H_i} \right|. \quad (25)$$

Таблица 4. Ошибки определения высот в тестовых опорных точках

№ тестовой точки	<i>H</i> (метры)	$\Delta H$ (метры)	$\varepsilon_H$
1	107.637	0.479	0.0045
2	106.418	0.947	0.0089
3	80.035	2.135	0.0267
4	59.645	0.188	0.0032
5	60.445	3.592	0.0594
6	127.814	2.568	0.0201
7	126.894	2.495	0.0197
8	145.561	0.066	0.0005
9	114.492	0.622	0.0054
10	119.883	1.857	0.0155
11	135.311	1.165	0.0086
12	138.506	0.836	0.006
13	79.503	0.75	0.0094
14	130.058	3.377	0.026
15	101.025	0.691	0.0068
16	55.354	2.058	0.0372
17	51.662	0.026	0.0005
18	107.637	0.479	0.0045

Из таблицы видно, что максимальная ошибка определения высоты на заданном тестовом наборе опорных точек составляет 3.377 м. При этом относительная ошибка в той же точке составляет 0.026. Заметим, что максимальная относительная ошибка – 0.037, что соответствует абсолютному отклонению в метрах – 2.058, что вполне приемлемо для обеих точек.

## 6. Заключение

Результаты экспериментов показывают, что разработанный алгоритм определения модели RFM, основанный на принципе согласованности оценок дает существенный выигрыш в точности по сравнению с традиционным методом решения задачи с использованием метода наименьших квадратов. Таким образом разработанные метод и алгоритм являются робастными в статистическом смысле [14]. Разработанный метод и алгоритм используются в сквозной информационной технологии построения ЦММ, реализованной с использованием CUDA технологии.

## Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-07-00729 а).

## Литература

- [1] Руководство пользователя к пакету ENVI [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://www.exelisvis.com/portals/0/pdfs/envi/DEM\\_Extraction\\_Module.pdf](https://www.exelisvis.com/portals/0/pdfs/envi/DEM_Extraction_Module.pdf) (11.01.2017).
- [2] Руководство пользователя к пакету PHOTOMOD [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www2.racurs.ru/download/docs/rus/DEM.pdf> (11.01.2017).
- [3] Руководство пользователя к пакету Geomatica [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.pcigeomatics.com/pdf/geomatica/tutorials/Live\\_DEM\\_Editing.pdf](http://www.pcigeomatics.com/pdf/geomatica/tutorials/Live_DEM_Editing.pdf) (11.01.2017).
- [4] Kotov, A.P. Technology for fast 3D-scene reconstruction from stereo images / A. P. Kotov, V. A. Fursov, Ye.V. Goshin // *Computer Optics*. – 2015. – Vol. 39(4). – P. 600-605.
- [5] Фурсов, В.А. Информационная технология реконструкции цифровой модели местности по стереоизображениям / В.А. Фурсов, Е.В. Гошин // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38. – С. 335-342.
- [6] Fursov, V.A. Conformity principle in the problems of evaluating using a small number of observations // *Proceedings of the IASTED International Conference Automation, Control, and Information Technology*. – 2002. – P. 279-281.
- [7] Fursov, V.A. Conforming Identification of the Controlled Object / V. A. Fursov, A. V. Gavrilov // *Proceeding International Conference on Computing, Communications and Control Technologis: CCCT*. – 2004. – P. 326-330.
- [8] Fursov, V. Conformed Identification of the Fundamental Matrix in the Problem of a Scene Reconstruction, using Stereo Images / V. Fursov, Ye. Goshin // *Proceedings of the 4th International Workshop on Image Mining. Theory and Applications IMTA-4 2013*. – 2013. – P.29-37.
- [9] Tao, C.V. A comprehensive study of the rational function model for photogrammetric processing / C. V. Tao, Y. Hu // *Photogrammetric engineering and remote sensing*. – 2001. – Vol. 67(12). – P. 1347-58.
- [10] Grodecki, J. Block adjustment of high-resolution satellite images described by rational polynomials / J. Grodecki, G.Dial // *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*. – 2003. – Vol. 69(1). – P. 59-68.
- [11] Описание Rational Functional Model [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://geotiff.maptools.org/STDI-0002\\_v2.1.pdf](http://geotiff.maptools.org/STDI-0002_v2.1.pdf) (11.01.2017).
- [12] Hartley, R.I. Theory and Practice of Projective Rectification // *International Journal of Computer Vision*. – 1999. – Vol. 35(2). – P.115-127.
- [13] Аншаков, Г.П. Метод создания цифровых моделей рельефа местности и его практическое применение на примере Самарской области / Г. П. Аншаков, Г. Н. Мятлов, В. А. Малиновский // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета)*. – 2015. – Т. 14, № 4. – С. 7-16. DOI: <http://dx.doi.org/10.18287/2412-7329-2015-14-4-7-16>
- [14] Huber, P.J. Robust estimation of a location parameters // *The Annals of Mathematical Statistics*. – 1964, – Vol. 35(1). – P. 73-101.
- [15] Поляк, Б.Т. Помехоустойчивая идентификация / Б.Т. Поляк, Я.З. Цыпкин // *Идентификация и оценка параметров систем. Труды IV симпозиума ИФАК*. – Тбилиси: Мецниереба, 1976. – Ч. 1. – С. 190-213.