

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ОБОБЩЁННО-ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ЛИНЗОЙ

А.В. Устинов^{1,2}

¹Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королёва (национально исследовательский университет),

²Институт систем обработки изображений РАН

В статье рассматривается изменение падающего пучка при падении на обобщённо-параболическую линзу. Преобразование пучка анализируется с использованием трёх моделей: геометро-оптической и волновой (параксиальной и общей скалярной).

Основные результаты следующие.

1. В рамках геометро-оптического подхода сформулировано условие, при котором обобщённая линза позволяет формировать бесконечно яркий фокус (но не «дельтаобразный»).
2. При геометро-оптическом анализе конфигураций хода лучей в линейном (классического) аксиконе выведено выражение для комплексной функции пропускания аксикона, пригодное и в случае наличия полного внутреннего отражения.
3. В рамках параксиальной волновой модели с использованием модификации метода стационарной фазы получено точное аналитическое выражение для комплексной амплитуды поля на оптической оси при освещении плоской волной обобщённой линзы с показателями степени $\gamma=1$ и $\gamma=4$.
4. В непараксиальной волновой теории получены приближенно-аналитические выражения, описывающие поведение комплексной амплитуды поля в ближней зоне дифракции плоской волны на рассеивающей ($0 < \gamma < 1$) обобщённой линзе.
5. При рассмотрении обобщённой линзы в случае $1 < \gamma < 2$ (промежуточная между классическим аксиконом и линзой) с использованием интеграла Рэлея-Зоммерфельда было аналитически показано наличие особо яркого фокуса, а численно показано, что такая линза по качеству фокусировки почти не уступает идеальной линзе.

Более ста лет используются частные варианты рефракционных (и отражательных) осесимметричных оптических элементов: параболическая и сферическая линзы. Позднее появились другие их типы. Более полувека прошло с момента присвоения коническому элементу, формирующему протяжённое вдоль оптической оси изображение, названия «аксикон» [1]. Хотя аксиконы использовались и исследовались задолго до своего официального названия [2], именно во второй половине прошлого века этот оптический элемент вызвал бурную дискуссию и повышенный интерес, связанный с бездифракционными свойствами формируемых им пучков [3]. Также имеется много других осесимметричных оптических элементов, отличающихся свойствами формируемого светового отрезка, среди которых: логарифмический аксикон [4 - 6], обобщённый аксикон [7] и аксилинза [8]. Интересными свойствами обладает также тандем из линзы и аксикона – линзакон [9 - 11], который позволяет формировать конические осевые распределения. Описываемая в докладе обобщённо-параболическая линза (называемая также фрапксиконом) включает в себя аксикон и параболическую линзу как частные случаи.

Оптические элементы, отличающиеся от классических элементов, таких, как линзы и аксиконы, используются для компенсации aberrаций [12], для улучшения продольного и поперечного разрешения [13], увеличения протяжённости фокуса изображающей системы [14] или его смещения [15], для оптической связи в свободном пространстве [16], а также при оптическом манипулировании [17, 18].

Фазовые оптические элементы с высокими показателями степени используются для кодирования волнового фронта с целью увеличения глубины поля изображающей системы [15, 16], а также для уменьшения влияния хроматических aberrаций.

Мы видим, что различные виды осесимметричных оптических элементов, как рефракционных, так и дифракционных, успешно используются в различных областях практического применения. При этом общего, логически завершённого описания действия

такого класса элементов, как обобщённо-параболическая линза, не приводилось. В докладе аналитически и численно исследуется этот класс в различных оптических моделях: геометрической и волновой, в том числе в непараксиальной области. А именно, выполняется приближённо-аналитический и численный анализ преобразования излучения, выполняемого обобщённо-параболической линзой в рамках различных теорий: геометро-оптической и волновой (параксиальной и непараксиальной).

В первом разделе рассматривается геометро-оптический анализ обобщённой параболической линзы. Хотя его результат нельзя непосредственно переносить на действие ДОО, геометро-оптическое рассмотрение позволяет предсказать качественное поведение элементов, причём независимо от наличия параксиальности.

Ход лучей через произвольный осесимметричный элемент показан на рисунке 1.

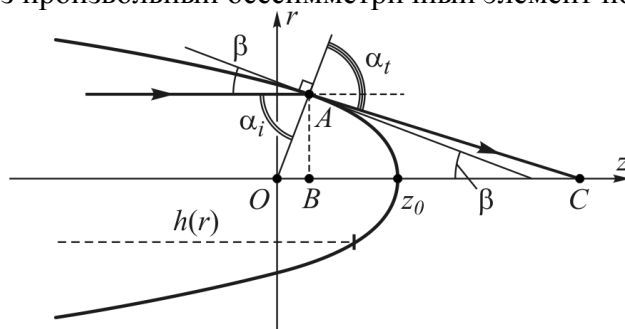


Рис. 1. Ход лучей через осесимметричный элемент

Если осевое сечение описывается функцией $f(r)$, то положение мгновенного фокуса от кольца радиусом r даётся выражением:

$$z(r) = f(r) - \frac{r}{f'(r)} \cdot \frac{1}{n^2 - 1} \cdot \left[n\sqrt{1 - (n^2 - 1)f'^2(r)} + 1 \right]. \quad (1)$$

Для обобщённо-параболической линзы $f(r) = z_0 - ar^\gamma$ и из общей формулы (1) получим:

$$z(r) = z_0 - ar^\gamma + \frac{n\sqrt{1 - a^2\gamma^2 r^{2\gamma-2} (n^2 - 1)} + 1}{a\gamma r^{\gamma-2} (n^2 - 1)}. \quad (2)$$

Зная зависимость мгновенного фокуса, получаем функцию распределения интенсивности на оптической оси. Её анализ показывает, что элемент с $1 < \gamma < 2$ формирует бесконечно яркий фокус на краю фокального отрезка.

Естественно, что для получения количественных результатов необходимо рассмотрение в рамках волновой теории, которое производится в следующих разделах. Комплексная функция пропускания линзы равна $\tau(r) = \exp(-i(k\alpha_0 r)^\gamma)$.

Во втором разделе рассматривается действие обобщённо-параболической линзы в волновой теории в параксиальной области (в рамках применимости приближения Френеля). Интеграл, выражающий собой преобразование Френеля, часто приближённо оценивают методом стационарной фазы; введено понятие модифицированного метода стационарной фазы. Частичное изменение классического метода стационарной фазы применялось в работе [19], но здесь делается дальнейший шаг: медленно меняющийся множитель не полностью выносится за знак интеграла. Если его можно представить в виде произведения двух других множителей (один из них может быть равен единице), то выносится только один множитель, а второй, выбранный таким образом, что можно вычислить интеграл аналитически, пусть и не в элементарных функциях, остаётся. Для изучаемого элемента при освещении плоским пучком провести вычисление возможно в явном виде, так как уравнение, определяющее стационарную точку, всегда разрешимо аналитически.

На основе модифицированного метода стационарной фазы получены аналитические выражения для осевого распределения, формируемого обобщённой линзой

в параксиальном приближении. Два типа аналитических выражений обеспечивают высокую точность расчёта в различных диапазонах значений степени обобщённой линзы. При $\gamma = 1; 2; 4$ решения являются *точными*.

$$U^I(z) = -\frac{ik}{z} \exp(ikz) \times \int_0^R \exp[-i\beta(r^\gamma - ar^2)] r dr$$

$$U^{II}(z) = -ib \exp(ikz) \times \int_0^{(k\alpha_0 R)^2} \exp[-i(x^{\gamma/2} - bx)] dx, b = 1/(2kz\alpha_0^2)$$
(3)

Оба типа приведены в формуле (3), второй тип получается из первого заменой переменной интегрирования, он даёт более точные результаты при $\gamma > 2$; иначе точнее первый тип.

На основе классического метода стационарной фазы выполнен анализ поперечного распределения, который показал возможность формирования с помощью обобщённой линзы более узкого светового пучка, чем обеспечивает линейный аксикон с той же числовой апертурой.

Приближение Френеля не всегда применимо, а некоторые эффекты, предсказываемые геометрической оптикой, могут наблюдаться только в непараксиальной области. Поэтому естественно рассмотреть действие фраксикона и в этой области, что сделано в третьем разделе. Для этого необходимо вычисление интеграла Рэлея-Зоммерфельда, причём в его полном виде (в сумме $ik - 1/r$ не пренебрегаем вторым слагаемым). Надо сказать, что полный вид даже удобнее для приближённо-аналитических расчётов. В этом его положительное свойство по сравнению, например, с методом ВКБ в квантовой механике [20, §9 главы VI], где желательное дополнительное слагаемое вводится искусственно, что сужает область применимости метода ситуацией, когда добавочное слагаемое мало. Метод стационарной фазы применяется не к исходному интегралу, а к преобразованному выражению, которое обеспечивает выполнение граничного условия для амплитуды независимо от погрешности вычисления интеграла.

$$E(0, 0, z) = E_0(0) \exp(ikz) - E_0(R) \frac{z \cdot \exp(ik\sqrt{R^2 + z^2})}{\sqrt{R^2 + z^2}} + z \cdot \int_0^R \frac{dE_0(r)}{dr} \frac{\exp(ik\sqrt{r^2 + z^2})}{\sqrt{r^2 + z^2}} dr$$
(4)

К сожалению, в отличие от преобразования Френеля, здесь уравнение стационарной точки разрешимо аналитически лишь в некоторых частных случаях, хотя само уравнение имеет одинаковый вид для любого показателя степени. (Однако *свойства* функции, выражаемой этим уравнением, принципиально различаются в различных диапазонах значений показателя.) В остальных ситуациях аналитически можно найти не саму амплитуду, а только некоторые характерные признаки распределения на оси: границу тени («естественной» или происходящей от наличия входного зрачка), позицию наибольшей интенсивности, порядок роста/убывания интенсивности в некоторой области. Приводятся также выражения для амплитуды в очень близкой зоне при $0 < \gamma < 1$, где приближение метода стационарной фазы (даже модифицированного) является недостаточно точным. В этой области введены дополнительные поправки, которые позволяют согласовать аналитические и численные результаты.

Исходя из вида фазовой функции, можно предсказать, что в диапазоне $1 < \gamma < 2$ должен быть особенно большой максимум интенсивности, что доказано аналитически и подтверждено численным моделированием. Аналитически получено значение фокусного расстояния $z_f = \frac{1}{k} \cdot \left(\frac{2-\gamma}{\gamma^2 \alpha_0^{2\gamma}} \right)^{1/2(\gamma-1)} \cdot \sqrt{\frac{\gamma-1}{2-\gamma}}$. Результаты моделирования приведены на рисунке 2.

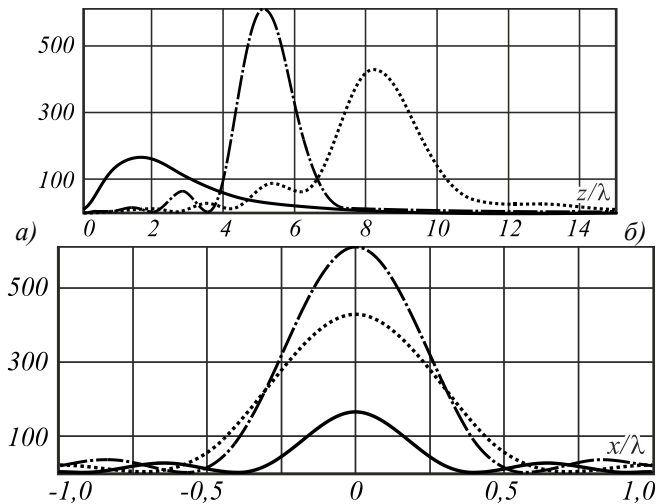


Рис. 2. Моделирование действия обобщённой линзы. Интенсивность на оптической оси (а) и в плоскости максимального значения (б)

Можно видеть, что при показателе, близком к 1,5 результаты весьма мало уступают безаберрационной линзе с функцией пропускания $\tau(r) = \exp(-ik\sqrt{r^2 + f^2})$.

Более подробное описание приведено в работах [21-27]

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации.

Литература

1. McLeod, J.H. The axicon: a new type of optical element / J.H. McLeod // Journal of the Optical Society of America. – 1954. – Vol. 44. – P. 592-597.
2. Jaroszewicz, Z. Axicon – the most important optical element / Z. Jaroszewicz, A. Burvall, A.T. Friberg. // Optics & Photonics News, April 2005.
3. Durnin, J. Diffraction-free beams / J. Durnin, J.J. Miceli, Jr. and J.H. Eberly // Physical Review Letters. – 1987. – V. 58. – P. 1499-1501.
4. Sochacki, J. Annular-aperture logarithmic axicon / J. Sochacki, Z. Jaroszewicz, L.R. Staroiski, A. Kolodziejczyk // J. Opt. Soc. Am. A. – 1993. – Vol. 10, N 8. – P. 1765-1768.
5. Jaroszewicz, Z. Apodized annular-aperture logarithmic axicon: smoothness and uniformity of the intensity distribution / Z. Jaroszewicz, J. Sochacki, A. Kołodziejczyk and L.R. Staronski // Optics Letters. – 1993. – Vol. 18. – P. 1893-1895.
6. Golub, I. Characterization of a refractive logarithmic axicon / I. Golub, B. Chebbi, D. Shaw, and D. Nowacki // Optics Letters. – 2010. – Vol. 35. – P. 2828-2830.
7. Sochacki, J. Nonparaxial design of generalized axicons / J. Sochacki, A. Kołodziejczyk, Z. Jaroszewicz and S. Bará // Applied Optics. – 1992. – Vol. 31. – P. 5326-5330.
8. Davidson, N. Holographic axilens: high resolution and long focal depth / N. Davidson, A.A. Friesem and E. Hasman // Optics Letters. – 1991. – Vol. 16, Issue 7. – P. 523-525.
9. Koronkevich, V.P. Lensacon / V.P. Koronkevich, I.A. Mikhaltsova, E.G. Churin and Yu.I. Yurlov // Applied Optics – 1993. – Vol. 34(25). – P. 5761-5772.
10. Spherical aberration effects in lens axicon doublets: theoretical study / C. Parigger, Y. Tang, D.H. Plemmons [et al.] // Applied Optics – 1997. – Vol. 36(31). – P. 8214-8221.
11. Хонина, С.Н. Линзакон: непараксиальные эффекты / С.Н. Хонина, Н.Л. Казанский, А.В. Устинов, С.Г. Волоотовский // Оптический журнал. – 2011. – Т. 78, № 11. – С. 44-51.
12. Mezouari, S. Phase pupil functions for reduction of defocus and spherical aberrations / S. Mezouari and A.R. Harvey // Optics Letters – 2003. – Vol. 28, N 10. – P. 771-773.
13. Davidson, N. Holographic axilens: high resolution and long focal depth / N. Davidson, A.A. Friesem and E. Hasman // Optics Letters – 1991. – V. 16(7). – P. 523-525.
14. Dowski, E.R. Jr. Extended depth of field through wave-front coding / E.R. Dowski, Jr. and W.T. Cathey // Applied Optics. – 1995. – Vol. 34, N 11. – P. 859-1866.
15. Li, J. Focal shift and focusing properties generation by radial cosine phase masks / J. Li, X. Gao, S. Zhuang, C. Huang // Optik. – 2010. – Vol. 121. – P. 821-825.
16. Jia, J. Superresolution technology for reduction of the far-field diffraction spot size in the laser free-space communication system / J. Jia, C. Zhou, L. Liu // Opt. Communications – 2003. – Vol. 228. – P. 271-278.

17. Котляр, В.В. Некоторые типы гипергеометрических лазерных пучков для оптического микроманипулирования / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, Р.В. Скиданов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2008. – Т. 32, № 2. – С. 180-186.
18. Ahlawat, S. Long-distance optical guiding of colloidal particles using holographic axilens / S. Ahlawat, R. S. Verma, R. Dasgupta, P. K. Gupta // Applied Optics. – 2011. – Vol. 50, N 13. – P. 1933-1940.
19. Голуб, М.А. Дифракционный расчёт оптического элемента, фокусирующего в кольцо / М.А. Голуб, Н.Л. Казанский, И.Н. Сисакян, В.А. Сойфер, С.И. Харитонов // Автометрия. – 1987. – № 6. – С. 8-15.
20. Мессиа, А. Квантовая механика, том 1 / А. Мессиа, пер. с франц., М., Физматлит – 1978.
21. Устинов, А.В. Геометро-оптический анализ обобщённой рефракционной линзы / Устинов А.В., Хонина С.Н. // Известия Самарского научного центра РАН – 2012. – Т.14, №4 – С. 28-37.
22. Устинов, А.В. Сравнительный анализ параболической линзы и аксикона в моделях геометрической и скалярной параксиальной оптики / Устинов А. В., Карсаков А. В., Хонина С. Н. // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета – 2012. – Т.35, №4 – С. 230-239.
23. Устинов, А.В. Обобщённая линза: анализ осевого и поперечного распределения / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37, № 3. – С. 305-315.
24. Устинов, А.В. Анализ дифракции плоского пучка на рассеивающем фраксиконе в непараксиальном режиме / Устинов А.В., Хонина С.Н. // Компьютерная оптика. -2014. – Т. 38, №1 – С. 42-50.
25. Устинов, А.В. Расчёт дифракции плоской волны на рассеивающем дробном аксиконе с учётом затухающих волн / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // Известия Самарского научного центра РАН – 2014. – Т.16, №4 – С. 34-41.
26. Устинов, А.В. Фраксикон как гибридный элемент между параболической линзой и линейным аксиконом / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 3. – С. 402-411.
27. Устинов, А.В. Теоретический анализ действия фраксикона с большой глубиной фокуса в рамках волновой модели / А.В. Устинов // Известия Самарского научного центра РАН. – 2014. – Т. 14, №4. – С. 28-37.