

# Расчет и исследование функции рассеяния точки при аподизации оптической системы с целью компенсации дефокусировки

А.П. Дзюба<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

**Аннотация.** Известно, что качество изображения заметно ухудшается при дефокусировке или смещении детектирующего устройства из плоскости резкости. Одним из способов увеличения глубины фокуса оптической системы и уменьшения негативных последствий в размытии дефокусированных изображений является фазовая аподизация системы, например кубической фазовой функцией. Как правило, аподизация сопровождается не только положительными эффектами (увеличения глубины фокуса), но и существенным изменением структуры функции рассеяния точки и ростом боковых лепестков. Для устранения негативного эффекта можно применить последующую цифровую обработку, но при этом желательно выполнить определенную оптимизацию аподизирующей функции, соблюдая компромисс между увеличением глубины фокуса и искажением функции рассеяния точки. В данной работе выполнен расчет и сравнительное исследование свойств функции рассеяния точки при аподизации оптической системы фазовой степенной функцией различной степени (от третьей до пятой). Результаты исследований показали, что глубина фокуса увеличивается в несколько десятков раз по сравнению с неаподизированной линзой. Уменьшить искажение функции рассеяния точки, которое происходит в этом случае, можно увеличением степени аподизирующей функции. Так как увеличение глубины фокуса и уменьшение размера светового пятна являются конкурирующими критериями, то решением возможен компромиссный вариант.

## 1. Введение

Известно, что обычные изображающие системы очень чувствительны к дефокусировке или смещению детектирующего устройства из плоскости резкости. Увеличение глубины фокуса оптической системы позволяет ослабить эту чувствительность и ее негативные последствия в размытии дефокусированных изображений. Однако простое увеличение глубины фокуса (ГФ) за счет уменьшения зрачка или числовой апертуры системы приводит к ухудшению разрешения. Одним из способов увеличения ГФ без ухудшения разрешения является «кодирование» волнового фронта [1-4], что фактически является фазовой аподизацией зрачка линзы [5-13].

Как правило, аподизация сопровождается не только положительными эффектами (увеличение ГФ и уменьшение размера фокального пятна [14, 15]), но и существенным изменением структуры функции рассеяния точки (ФРТ) и ростом боковых лепестков [16, 17], ухудшающих изображающие свойства. Поэтому аподизация широко применяется в

фокусирующих [14-21] и сканирующих [22, 23] оптических системах, в микроскопах для повышения контраста [24, 25], а также в различных приложениях для разрешения двух близкорасположенных источников излучения [26-29].

В изображающих системах применение аподизации требует дополнительной, как правило, цифровой операции декодирования [12, 30-32]. Несмотря на развитие различных методов декодирования, включая нейронные сети [31-35], при оптимизации аподизирующей функции желательно соблюдать компромисс между увеличением ГФ и искажением ФРТ.

Хорошо известно применение кубической фазовой аподизации [1-4, 36, 37] с целью увеличения ГФ, хотя рассматриваются и другие функции аподизации [3, 4, 8, 9, 13, 38], в том числе, оптимизированные по некоторому критерию [11, 12, 39, 40].

В данной работе выполнен расчет и сравнительное исследование свойств функции рассеяния точки (глубина фокуса, структура, поперечный размер, величина боковых лепестков) при аподизации оптической системы фазовой степенной функцией (от третьей до пятой степени).

## 2. Теоретические основы

Рассмотрим изображающую оптическую систему, состоящую из одной тонкой линзы, комплексная функция пропускания которой имеет следующий вид:

$$L(x, y) = \exp\left(-i \frac{\pi(x^2 + y^2)}{\lambda f}\right), \quad (1)$$

где  $f$  - фокусное расстояние линзы

Глубина фокуса линзы (1) оценивается по формуле:

$$FD \approx \frac{\lambda}{NA^2}, \quad (2)$$

где  $\lambda$  - длина волны освещающего излучения,  $NA$  - числовая апертура линзы.

В параксиальном случае  $NA = \frac{R}{f}$ , где  $R$  - радиус линзы, выражение (2) можно записать в следующем виде:

$$FD \approx \frac{\lambda f^2}{R^2}. \quad (3)$$

Как следует из выражения (3) глубина фокуса увеличивается при уменьшении числовой апертуры, т.е. либо при увеличении фокусного расстояния, либо при уменьшении радиуса линзы (или диафрагмировании). Однако в этом случае будет одновременно ухудшаться разрешение, которое также обратно пропорционально числовой апертуре системы:

$$RS \approx \frac{\lambda}{2NA} \approx \frac{\lambda f}{2R}. \quad (4)$$

Фазовая аподизация зрачка линзы (в отличие от амплитудного диафрагмирования) позволяет увеличить глубину фокуса без ухудшения разрешения. Однако в этом случае ФРТ существенно отличается от дельта-функции и имеет значительные боковые лепестки. Визуально изображение становится очень размытым, хотя и не меняется при дефокусировке. Для восстановления изображения требуется дополнительная операция деконволюции.

Наиболее известной является кубическая фазовая аподизация [1-4]. В работе [38] были рассмотрены асимметричные степенные фазовые функции, а в работе [11] фазовые функции общего вида:

$$s(x, y) = \exp\left\{i\alpha_0 \left[\left(\frac{x}{R}\right)^q + \left(\frac{y}{R}\right)^q\right]\right\} \quad (5)$$

где  $\alpha$  - варьируемый параметр (может рассматриваться как степень свободы при оптимизации),  $q$  - положительное действительное число.

В данной работе выполняется сравнительное исследование асимметричных степенных фазовых аподизаций следующего вида:

$$p(x, y) = \exp\left\{i \frac{2\pi}{\lambda} \alpha \operatorname{sgn}(xy) [x^n + y^n]\right\} \quad (6)$$

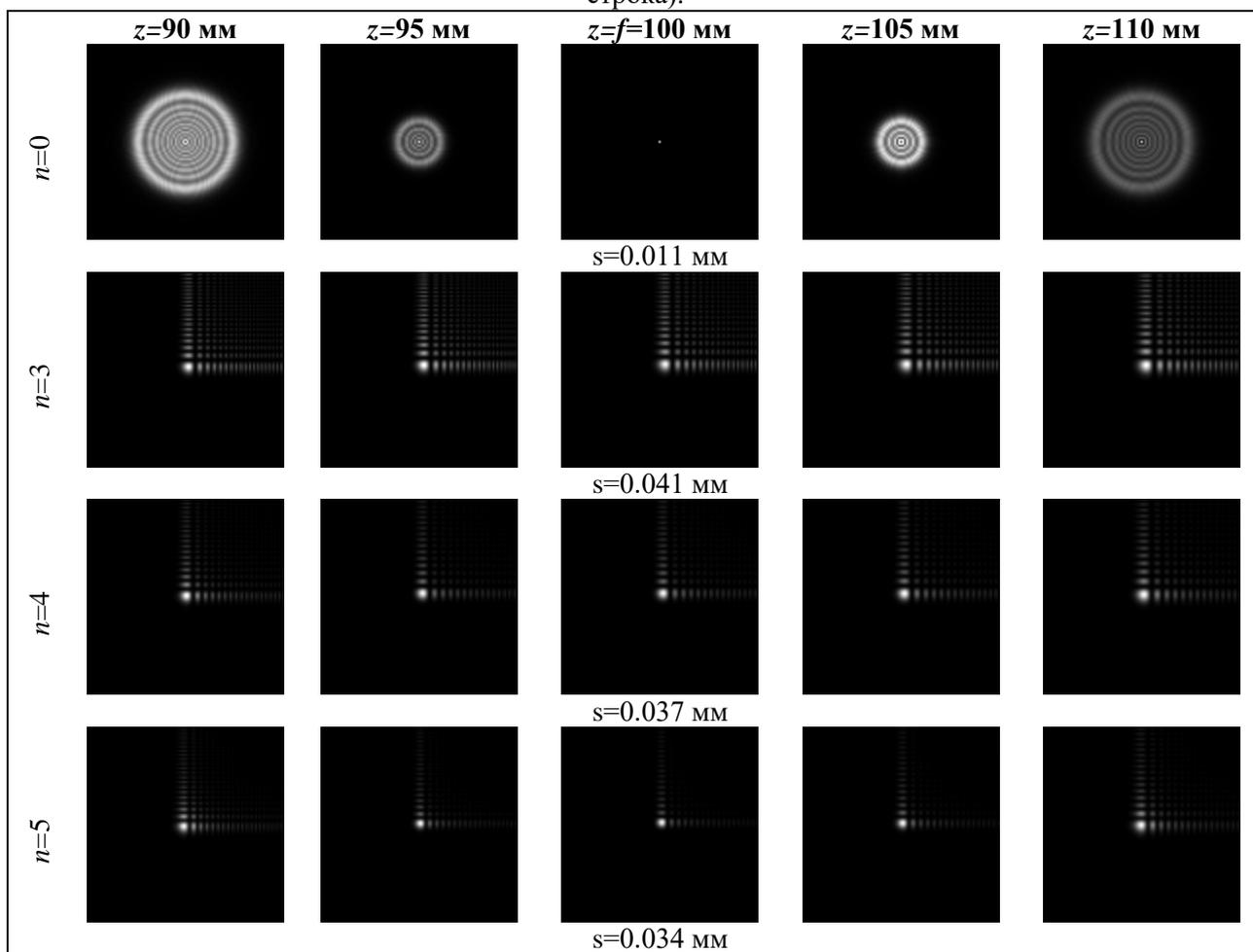
где  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  - знаковая функция, которая вводится для формирования асимметричных распределений при четных степенях  $n$ .

Для расчета 3D функции рассеяния точки в фокальной области и вне ее, воспользуемся преобразованием Френеля:

$$P(u, v, z) = -\frac{i}{\lambda z} \exp\left(\frac{i2\pi z}{\lambda}\right) \int_{-R}^R \int_{-R}^R L(x, y) p(x, y) \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda z} [(u-x)^2 + (v-y)^2]\right\} dx dy \quad (7)$$

В таблице 1 (верхняя строка) показаны результаты расчета ФРТ для линзы с фокусным расстоянием  $f=100$  мм, радиусом линзы  $R=3$  мм при длине волны освещающего пучка  $\lambda=550$  нм.

**Таблица 1.** Результаты расчета ФРТ для линзы с фокусным расстоянием  $f=100$  мм на различных расстояниях (размер картин 1 мм x 1 мм): для линзы без аподизации (первая строка); с фазовой аподизацией ( $\alpha=0.001$ ) при  $n=3$  (вторая строка),  $n=4$  (третья строка) и  $n=5$  (четвертая строка).

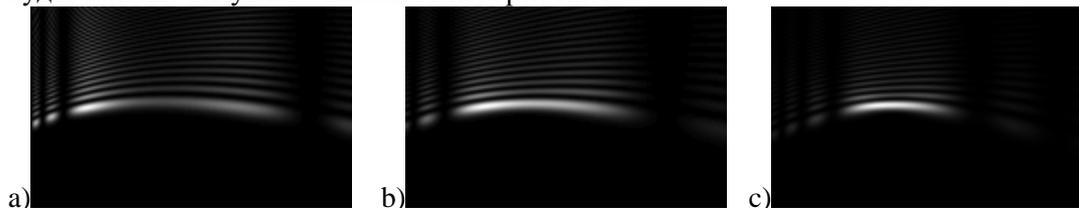


Видно, что при дефокусировке ФРТ существенно меняется, значительно увеличиваясь в размере. В случае аподизации зрачка линзы фазовой функцией вида (6) картина ФРТ меняется при смещении вдоль оптической оси значительно меньше (вторая, третья и четвертая строки в Таблице 1). При этом, однако, ФРТ теряет радиальную симметрию и формируются значительные боковые лепестки.

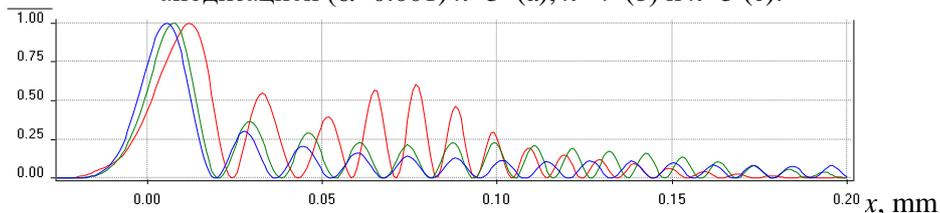
Для линзы без аподизации  $\Gamma\Phi=1$  мм, с кубической фазовой аподизацией ( $n=3$ )  $\Gamma\Phi=51$  мм, с асимметричной фазовой аподизацией четвертой степени ( $n=4$ )  $\Gamma\Phi=41$  мм, с фазовой аподизацией пятой степени ( $n=5$ )  $\Gamma\Phi=29$  мм. Таким образом, с увеличением степени происходит сокращение  $\Gamma\Phi$ . Более наглядно это видно на рис. 2, где показаны продольные картины для ФРТ.

На рис. 2, а также из результатов в Табл.1, видно, что аподизирующие функции высоких степеней имеют свои преимущества, в частности, более низкие боковые лепестки и меньший размер центрального пятна (приведены размеры центрального светового пятна по полуспаду интенсивности, обозначенные  $s$ ).

Для более наглядного сравнения на рис. 3 показаны графики горизонтальных сечений соответствующих ФРТ для функций различных степеней в фокальной плоскости. Хорошо видно, что при  $n=4$  и  $n=5$  уровень боковых лепестков существенно ниже, чем при  $n=3$ , кроме того размер центрального пятна несколько меньше (рис. 3). Это важно, так как свертка с такой ФРТ будет меньше визуально искажать изображение.



**Рисунок 2.** Картины продольного распределения ФРТ (горизонтальная ось -  $z \in [70\text{mm}; 150\text{mm}]$ , вертикальная ось -  $y \in [-0.5\text{mm}; 0.5\text{mm}]$ ): для линзы с фазовой аподизацией ( $\alpha=0.001$ )  $n=3$  (a),  $n=4$  (b) и  $n=5$  (c).

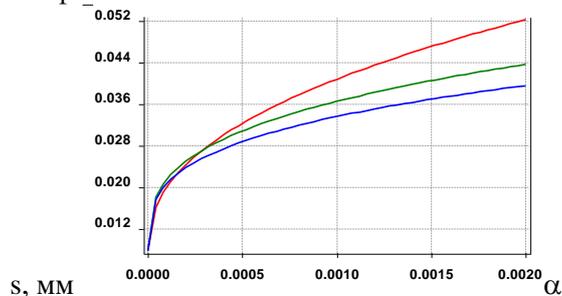


**Рисунок 3.** Нормированные сечения PSF в фокальной плоскости для линзы с фазовой аподизацией  $n=3$ ,  $\alpha=0.00005$  (красный цвет,  $s=0.018$  мм),  $n=4$ ,  $\alpha=0.00002$  (зеленый цвет,  $s=0.015$  мм),  $n=5$ ,  $\alpha=0.00001$  (синий цвет,  $s=0.015$  мм).

Фактически равномерность распределения на рис. 2 соответствует степени инвариантности ФРТ при дефокусировке. Это важное свойство функции аподизации, позволяющее пользоваться одним и тем же распределением при восстановлении объекта при дефокусировке. Таким образом, использование функций аподизации с  $n=4$  и  $n=5$ , обеспечивает более стабильное ФРТ при дефокусировке, чем при  $n=3$ .

Некоторое сокращение ГФ может быть компенсировано дополнительной подстройкой функции аподизации при увеличении параметра  $\alpha$  в (6). При увеличении коэффициента  $\alpha$  для формируемых ФРТ расстояние инвариантности ГФ будет увеличиваться, однако одновременно будет увеличиваться и размер центрального пятна.

На рис. 4 показаны графики зависимости размера центрального светового пятна по полуспаду интенсивности  $s$  в фокальной плоскости в зависимости от коэффициента  $\alpha$ .



**Рисунок 4.** Графики зависимости размера центрального светового пятна  $s$  в фокальной плоскости в зависимости от коэффициент  $\alpha$ :  $n=3$  (красный цвет),  $n=4$  (зеленый цвет),  $n=5$  (синий цвет).

При  $\alpha=0$  аподизация отсутствует и в фокальной плоскости наблюдается световое пятно минимального дифракционного размера (для рассматриваемых параметров линзы  $s=0.011$  мм). При увеличении  $\alpha$  увеличивается размер центрального светового пятна. Как видно из рис. 4, увеличение размера светового пятна имеет нелинейную зависимость. Причем начиная с некоторого значения (в нашем случае  $\alpha=0.0002$ ) увеличение степени  $n$  позволяет замедлить рост размера пятна.

Таким образом, при выборе аподизирующей функции можно ориентироваться на компромиссный вариант между увеличением ГФ и искажением ФРТ.

### 3. Заключение

В данной работе выполнено детальное сравнительное исследование свойств ФРТ при аподизации оптической системы фазовой степенной функцией различной степени (от третьей до пятой).

Результаты исследований показали, что в случае аподизации зрачка линзы степенной фазовой функцией картина ФРТ практически не меняется при значительном смещении вдоль оптической оси. Глубина фокуса увеличивается в несколько десятков раз по сравнению с неаподизированной линзой. При этом, однако, ФРТ теряет радиальную симметрию и формируются значительные боковые лепестки.

Уменьшить искажение ФРТ можно при увеличении степени аподизирующей функции, однако в этом случае происходит сокращение ГФ. В свою очередь, компенсировать это сокращение можно увеличением параметра аподизации, что, однако, приводит к увеличению размера светового пятна. Так как увеличение ГФ и размера пятна имеют нелинейные зависимости от степени и параметра функции аподизации, то возможен компромиссный вариант между увеличением ГФ и искажением ФРТ.

### 4. Благодарности

Данная работа была выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 20-07-00505 А).

### 5. Литература

- [1] Dowski, E.R. Extended depth of field through wave-front coding / E.R. Dowski Jr, W.T. Cathey // *Appl. Opt.* – 1995. – Vol. 34. – P. 1859-1866.
- [2] Tucker, S.C. Extended depth of field and aberration control for inexpensive digital microscope systems / S.C. Tucker, W.T. Cathey, E.R. Dowski // *Opt. Express.* – 1999. – Vol. 4(11). – P. 467-474.
- [3] Sherif, S.S. Phase plate to extend the depth of field of incoherent hybrid imaging systems / S.S. Sherif, W.T. Cathey, E.R. Dowski // *Appl. Opt.* – 2004. – Vol. 43. – P. 2709-2721.
- [4] Pan, C. The extension ratio of depth of field by wavefront coding method / C. Pan, J. Chen, R. Zhang, S. Zhuang // *Opt Express.* – 2008. – Vol. 16(17). – P. 13364-13371.
- [5] Wang, H. High focal depth with a pure-phase apodizer / H. Wang, F. Gan // *Appl. Opt.* – 2001. – Vol. 40. – P. 5658-5662.
- [6] Xu, Y. Ultra long high resolution beam by multi-zone rotationally symmetrical complex pupil filter / Y. Xu, J. Singh, C.J.R. Sheppard, N. Chen // *Opt. Express.* – 2007. – Vol. 15. – P. 6409-6413.
- [7] Bagheri, S. Extension of depth of field using amplitude and phase modulation of the pupil function / S. Bagheri, B. Javidi // *Opt. Lett.* – 2008. – Vol. 33. – P. 757-759.
- [8] Хонина, С.Н. Фазовая аподизация изображающей системы с целью увеличения глубины фокуса в когерентном и некогерентном случаях // *Компьютерная оптика.* – 2012. – Т. 36, № 3. – С. 357-364.
- [9] Khonina, S.N. Extended depth of focus through imaging system's phase apodization in coherent and incoherent cases / S.N. Khonina, A.S. Demidov // *Optical Memory and Neural Networks (Allerton Press).* – 2014. – Vol. 23(3). – P. 130-139. DOI: 10.3103/S1060992X14030035.

- [10] Lyu, Q. The extended depth of field microscope imaging system with the phase pupil mask / Q. Lyu, Z. Zhai, M. Sharp, P. French // *Proc. SPIE*. – 2015. – Vol. 9795. – P. 97951U. DOI: 10.1117/12.2216178.
- [11] Khonina, S.N. Generalized apodization of an incoherent imaging system aimed for extending the depth of focus / S.N. Khonina, A.V. Ustinov // *Pattern Recognition and Image Analysis*. – 2015. – Vol. 25(4). – P. 626-631.
- [12] Sitzmann, V. End-to-end optimization of optics and image processing for achromatic extended depth of field and superresolution imaging / V. Sitzmann, S. Diamond, Y. Peng, X. Dun, S. Boyd, W. Heidrich, F. Heide, G. Wetzstein // *ACM Transactions on Graphics*. – 2018. – Vol. 37(4). – P. 114.
- [13] Khonina, S.N. Dynamic focal shift and extending depth of focus based on the masking of the illuminating beam and using an adjustable axicon / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, A.P. Porfirev // *Journal of the Optical Society of America*. – 2019. – Vol. 36(6). – P. 1039-1047. DOI: 10.1364/JOSAA.36.001039
- [14] Kant, R. Superresolution and increased depth of focus: an inverse problem of vector diffraction // *J. Mod. Opt.* – 2000. – Vol. 47(5). – P. 905-916.
- [15] Khonina, S.N. Analysis of wave aberration influence on reducing the focal spot size in a high-aperture focusing system / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, E.A. Pelevina // *J. Opt.* – 2011. – Vol. 13. – P. 095702.
- [16] Siu, G.G. Improved side-lobe suppression in asymmetric apodization / G.G. Siu, L. Cheng, D.S. Chiu // *J. Phys. D: Applied Physics*. – 1994. – Vol. 27(3). – P. 459-463.
- [17] Хонина, С.Н. Минимизация светового и теневого фокального пятна с контролируемым ростом боковых лепестков в фокусирующих системах с высокой числовой апертурой / С.Н. Хонина, С.Г. Волоотовский // *Компьютерная оптика*. – 2011. – Т. 35, № 4. – С. 438-451.
- [18] Sun, C.-C. Ultrasmall focusing spot with a long depth of focus based on polarization and phase modulation / C.-C. Sun, C.-K. Liu // *Opt. Lett.* – 2003. – Vol. 28. – P. 99-101.
- [19] Liu, Z. Diffractive infrared lens with extended depth of focus / Z. Liu, A. Flores, M.R. Wang, J.J. Yang // *Opt. Eng.* – 2007. – Vol. 46. – P. 018002.
- [20] Khonina, S.N. Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions // *Optical Engineering*. – 2013. – Vol. 52(9). – P. 091711-7. DOI: 10.1117/1.OE.52.9.091711.
- [21] Reddy, A.N.K. Focusing of light beams with the phase apodization of the optical system / A.N.K. Reddy, M. Martinez-Corral, S.N. Khonina, S.V. Karpeev // *Computer Optics*. – 2018. – Vol. 42(4). – P. 620-626. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-620-626.
- [22] Kowalczyk, M. Asymmetric apodization in confocal scanning systems / M. Kowalczyk, C.J. Zapata-Rodriguez, M. Martinez-Corral // *Appl. Opt.* – 1998. – Vol. 37(35). – P. 8206-8214.
- [23] Boruah, B.R. Laser scanning confocal microscope with programmable amplitude, phase, and polarization of the illumination beam / B.R. Boruah, M.A.A. Neil // *Rev. Sci. Instrum.* – 2009. – Vol. 80. – P. 013705.
- [24] Situ, G. Phase contrast enhancement in microscopy using spiral phase filtering / G. Situ, M. Warber, G. Pedrini, W. Osten // *Opt. Commun.* – 2010. – Vol. 283. – P. 1273.
- [25] Maurer, C. What spatial light modulators can do for optical microscopy / C. Maurer, A. Jesacher, S. Bernet, M. Ritsch-Marte // *Laser Photon. Rev.* – 2011. – Vol. 5. – P. 81-101.
- [26] Reddy, A.N.K. Asymmetric apodization for the comma aberrated point spread function / A.N.K. Reddy, D.K. Sagar, S.N. Khonina // *Computer Optics*. – 2017. – Vol. 41(4). – P. 484-488. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-4-484-488.
- [27] Reddy, A.N.K. Complex pupil masks for aberrated imaging of closely spaced objects / A.N.K. Reddy, D.K. Sagar, S.N. Khonina // *Optics and Spectroscopy*. – 2017. – Vol. 123(6). – P. 940-949.
- [28] Xu, B. Super-resolution imaging via aperture modulation and intensity extrapolation / B. Xu, Z. Wang, J. He // *Scientific Reports*. – 2018. – Vol. 8. – P. 15216.

- [29] Reddy, A.N.K. Apodization for improving the two-point resolution of coherent optical systems with defect of focus / A.N.K. Reddy, S.N. Khonina // *Applied Physics B*. – 2018. – Vol. 124. – P. 229. DOI: 10.1007/s00340-018-7101-z.
- [30] Cathey, W.T. New paradigm for imaging systems / W.T. Cathey, E.R. Dowski // *Applied Optics*. – 2002. – Vol. 41(29). – P. 6080-6092
- [31] Xu, L. Deep convolutional neural network for image deconvolution / L. Xu, J.S.J. Ren, C. Liu, J. Jia / *Advances in Neural Information Processing Systems*. – 2014. – P. 1790-1798.
- [32] Eilertsen, G. HDR image reconstruction from a single exposure using deep CNNs / G. Eilertsen, J. Kronander, G. Denes, R. Mantiuk, J. Unger // *ACM Trans. Graph. (SIGGRAPH Asia)*. – 2017. – Vol. 36. – P. 6.
- [33] Никоноров, А.В. Реконструкция изображений в дифракционно-оптических системах на основе сверточных нейронных сетей и обратной свертки / А.В. Никоноров, М.В. Петров, С.А. Бибииков, В.В. Кутикова, А.А. Морозов, Н.Л. Казанский // *Компьютерная оптика*. – 2017. – Т. 41, № 6. – С. 875-887. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-6-875-887.
- [34] Elmaleh, S. Learned phase coded aperture for the benefit of depth of field extension / S. Elmaleh, R. Giryes, E. Marom // *Optics Express*. – 2018. – Vol. 26(12). – P. 15316-15331.
- [35] Hershko, E. Multicolor localization microscopy and point-spread-function engineering by deep learning / E. Hershko, L.E. Weiss, T. Michaeli, Y. Shechtman // *Optics Express*. – 2019. – Vol. 27(5). – P. 6158- 6183.
- [36] Marks, D.L. Three-dimensional tomography using a cubic-phase plate extended depth-of-field system / D.L. Marks, R.A. Stack, D.J. Brady // *Opt. Lett.* – 1999. – Vol. 24. – P. 253-255.
- [37] Simonov, A.N. Cubic optical elements for an accommodative intraocular lens / A.N. Simonov, G. Vdovin, M.C. Rombach // *Opt. Express*. – 2006. – Vol. 14(17). – P. 7757-7775.
- [38] Castro, A. Asymmetric phase masks for extended depth of field / A. Castro, J. Ojeda-Castaneda // *Applied Optics*. – 2004. – Vol. 43(17). – P. 3474-3479.
- [39] Zalevsky, Z. Optical transfer function design using a phase only coherent transfer function / Z. Zalevsky, D. Mendlovic, G. Shabtay // *Appl. Opt.* – 1997. – Vol. 36. – P. 1027-1032.
- [40] Davis, J.A. Tailoring the depth of focus for optical imaging systems using a Fourier transform approach / J.A. Davis, C.S. Tuvey, O. L'opez-Coronado, J. Campos, M.J. Yzuel, C. Iemmi // *Opt. Lett.* – 2007. – Vol. 32. – P. 844-846.

## Calculation and research of point spread function in apodized optical system in order to compensate defocus

A.P. Dzyuba<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

**Abstract.** It is known that image quality deteriorates noticeably when defocusing or shifting the detection device from the sharpness plane. One way to increase the depth of focus of the optical system and reduce the negative consequences of blurring defocused images is to phase apodize the system, for example, with a cubic phase function. As a rule, apodization is accompanied not only by positive effects (increasing the depth of focus), but also by a significant change in the structure of the point scattering function and the growth of side lobes. Subsequent digital processing can be applied to eliminate the negative effect, but at the same time it is desirable to perform some optimization of the apodizing function, observing a compromise between increasing the depth of focus and distortion of the point scattering function. In this paper, we performed a calculation and comparative study of the properties of the point scattering function during apodization of the optical system by a phase power function of various power (from the third to the fifth). The research results showed that the depth of focus increases by several tens of times compared with the unapodized lens. The distortion of the point scattering function, which occurs in this case, can be reduced by increasing the power of the apodizing function. Since increasing the depth of focus and decreasing the size of the light spot are competing criteria, a compromise is possible with a solution.