

# Расчёт и моделирование гармонических линз с переменной высотой микрорельефа

В.С. Васильев<sup>1</sup>, Р.В. Скиданов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

<sup>2</sup>Институт систем обработки изображений РАН - филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Молодогвардейская 151, Самара, Россия, 443001

**Аннотация.** В работе произведён расчёт структуры гармонической линзы с переменной высотой рельефа (рельеф которой рассчитан под 3 длины волны: 450, 550 и 650 нм) и с постоянной высотой микрорельефа с заданным порядком ( $N = 10$ ), была вычислена функция рассеяния точки для данных типов гармонических линз, произведено сравнение размеров главных максимумов в области 40x40 микрон при падении на данные линзы 3-х длин волн (соответственно 450, 500 и 650 нм) и при падении 11 длин волн (от 450 нм до 650 нм с шагом 20 нм). После этого показана функция рассеяния точки в области 1x1 мм 3-х диапазонной гармонической линзы и гармонической линзы с постоянной высотой микрорельефа.

## 1. Введение

Использование классических линз и зеркал достаточно сложно при производстве многоструктурных оптических элементов и систем. Так же невозможно создать сложное комплексное распределение поля используя лишь классические рефракционные элементы (линзы, зеркала и т.д.). Таким образом, появился вопрос об уменьшении размеров оптических систем путём использования тонких оптических элементов, позволяющих, в конечном итоге, получать такое же распределение светового поля, как при использовании сложной оптической системы. Данная задача хорошо реализуется с помощью введения средств дифракционной оптики. При помощи использования дифракционных оптических элементов, учитывающих волновую природу света, имеется возможность преобразовать падающий лазерный пучок света в пучок с произвольным распределением амплитуды и фазы [1,2].

Дифракционные оптические элементы делят световой луч на большое количество лучей, каждый из которых имеет определённый коэффициент преломления. Данный аспект является причиной появления хроматического дисперсионного эффекта [3,4]. Влияние такого эффекта сильно сказывается как в изображающих [5-7], так и в фокусирующих [8-10] оптических системах. Для уменьшения или полного исчезновения хроматического дисперсионного эффекта в большинстве случаев предлагают использовать смешанные оптические системы, т.е. системы рефракционных и дифракционных элементов, в которых наблюдается противоположный хроматизм.

Примером ДОО, сочетающим в себе как дифракционные, так и рефракционные оптические элементы являются гармонические линзы. Гармоническим интервалом называется приведение фазы к уровню  $2\pi N$ , где  $N$  – порядок гармонической линзы. Чем больше значение  $N$ , тем ближе

свойства гармонического ДОЭ к рефракционному элементу, где хроматизм зависит лишь от свойств материала, из которого изготовлена гармоническая линза.

В данной работе проведены теоретические расчёты структуры гармонической линзы, которые освещаются световым пучком с длиной волны 450 нм, 550 нм и 650 нм. После расчёта структуры гармонической линзы была получена функция рассеяния точки линзы, произведённой для каждой из базовых длин волн (450 нм, 550 нм и 650 нм). После этого, была рассчитана структура и функция рассеяния точки для гармонической линзы с переменной высотой микрорельефа, рассчитанная для 3-х базовых длин волн (450 нм, 550 нм и 650 нм). Далее было произведено сравнение радиусов главного максимума интенсивности при использовании гармонической линзы, записанной под одну базовую длину волны и записанной под несколько базовых длин волн, и имеющей переменную высоту микрорельефа.

## 2. Теоретическое описание в радиально-симметричном случае

Рассмотрим задачу дифракции на оптическом элементе, имеющем радиальную функцию комплексного пропускания  $g(r)$  в параксиальном приближении, которое будет описываться следующим преобразованием [11]:

$$E(\rho, z) = \left(\frac{ik}{z}\right) \exp(ikz) \exp\left(ik\frac{\rho^2}{2z}\right) \times \int_0^\infty g(r) \exp\left(ik\frac{r^2}{2z}\right) J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) r dr. \quad (1)$$

Высота микрорельефа для гармонической линзы порядка  $N$ , рассчитанная под необходимую длину волны  $\lambda$  выражается формулой:

$$h_N(r, \lambda_1) = [\text{mod}_{2\pi N} \varphi(r, \lambda)] \frac{\lambda_1}{2\pi[n-1]}, \quad (2)$$

где  $\varphi(r, \lambda)$  - фазовая функция сферической линзы.

Таким образом, фаза при освещении элемента излучением длиной волны  $\lambda_1$  будет иметь вид:

$$\varphi_N(r, \lambda_1) = h_N(r) \frac{2\pi[n-1]}{\lambda_1}. \quad (3)$$

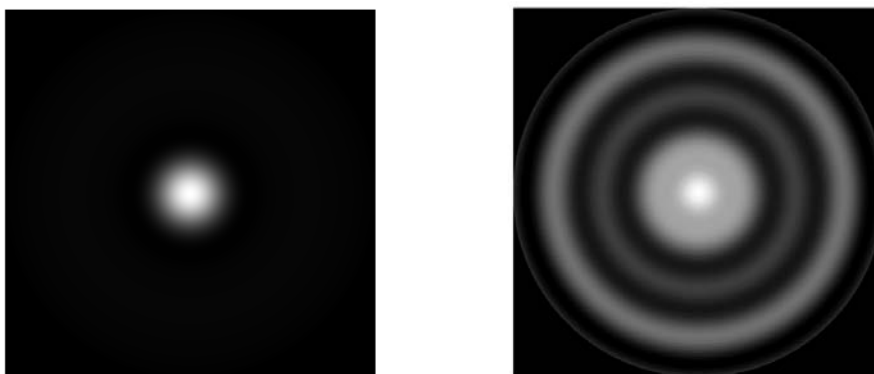
Исходя из полученной выше фазы, функция пропускания такого дифракционного оптического элемента будет выглядеть в виде:

$$g(r, \lambda_1) = e^{i\varphi_N(r, \lambda_1)}. \quad (4)$$

## 3. Результаты моделирования и сравнение радиусов пучков

По формуле, представленной выше, были произведены вычисления комплексной функции пропускания  $g(r, \lambda_1)$  гармонической линзы, рассчитанной под одну заданную базовую длину волны (550 нм) и 3-х уровневую гармоническую линзу, рассчитанную под 3 длины волны (450, 550 и 650 нм). После моделирования микрорельефа на данные гармонические линзы падали плоские волны с длинами волн, равными 450, 550 и 650 нм и 11 длин волн (от 450 нм до 650 нм с шагом 20 нм). Далее была рассчитана интенсивность излучения в фокальной плоскости линзы ( $f = 100 \text{ mm}$ ,  $d = 10 \text{ mm}$ ).

На рисунке 1 показана функция рассеяния точки в зависимости от количества падающих плоских длин волн на гармоническую линзу с постоянной высотой микрорельефа. Видно, что на рисунке 1а падающее излучение фокусируется в области, близкой к центру и центральный максимум выражен явно, в отличие от рисунка 1б, на котором изображено большое количество падающих длин волн. По полуспаду интенсивности, в данной области рассмотрения были вычислены диаметры пучков. Для рисунка 1а данное значение составляет 5,4 микрона, а для рисунка 1б – 11,32 микрона. Таким образом, можно сделать вывод о том, что для большого числа длин волн гармоническая линза с постоянной высотой микрорельефа имеет много пиков (максимумом), которые сдвинуты друг относительно друга, что может «размазывать» изображение в фокальной плоскости.



1а

1б

**Рисунок 1.** Функция рассеяния точки гармонической линзы с постоянной высотой микрорельефа в зависимости от изменения количества падающих длин волн (1а – 3 длины волны, 1б – 11 длин волн). Размеры изображения 40х40 микрон.

Обратимся к краткому описанию 3-х диапазонной гармонической линзы. Для соблюдения баланса интенсивности при моделировании такой микроструктуры необходимо учитывать условие равенства каждой из площадей, рассчитанных под определённую длину волны (в рассматриваемой статье для  $\lambda_1 = 450$  нм,  $\lambda_2 = 550$  нм,  $\lambda_3 = 650$  нм). Условие равенства площадей запишем в виде:

$$S_{\lambda_1} = S_{\lambda_2} = S_{\lambda_3}. \quad (6)$$

При решении равенства (6) находим диапазоны изменения высот для каждого из участков:

1. Для диапазона  $0 \leq r \leq \frac{R}{\sqrt{3}}$ :

$$h_N(r) = [\text{mod}_{2\pi N} \varphi(r, \lambda)] \frac{\lambda_1}{2\pi[n-1]},$$

2. Для диапазона  $\frac{R}{\sqrt{3}} \leq r < \sqrt{\frac{2}{3}}R$ :

$$h_N(r) = [\text{mod}_{2\pi N} \varphi(r, \lambda)] \frac{\lambda_2}{2\pi[n-1]},$$

3. Для диапазона  $\sqrt{\frac{2}{3}}R \leq r(i) \leq R$ :

$$h_N(r) = [\text{mod}_{2\pi N} \varphi(r, \lambda)] \frac{\lambda_3}{2\pi[n-1]}.$$

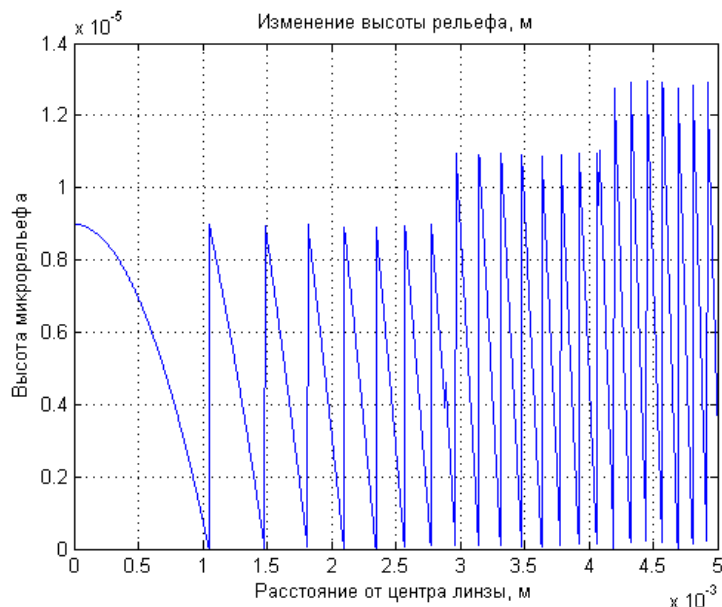
Полученная высота микрорельефа представлена на рисунке 2.

После того, как был получен микрорельеф и вычислена фаза 3-х диапазонной гармонической линзы, которая представлена на рисунке 3.

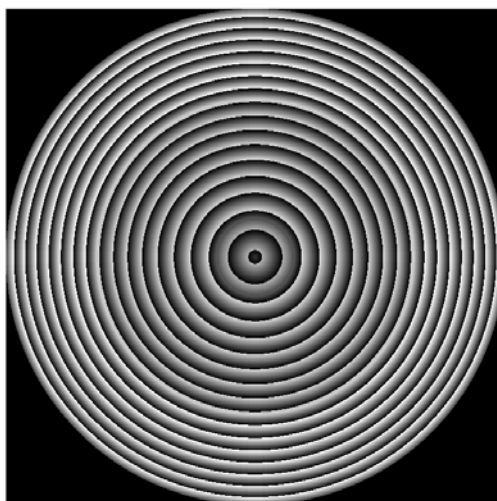
После вычисления микроструктуры и фазы 3-х диапазонной гармонической линзы, была промоделирована функция рассеяния точки при падении на данную микроструктуру 3-х длин волн и 11 длин волн. Данные распределения представлены на рисунках 4а и 4б соответственно.

На рисунке 4 показана функция рассеяния точки в зависимости от количества падающих плоских длин волн на 3-х диапазонную гармоническую линзу с переменной высотой микрорельефа. Наблюдаем, что на рисунке 4а падающее излучение фокусируется в области, близкой к центру, но имеет кольцо, сдвинутое относительно центрального максимума центральный максимум выражен явно, в отличии от рисунка 1б, на котором изображён

широкий центральный пик. По полуспаду интенсивности, в данной области рассмотрения были вычислены диаметры пучков. Для рисунка 4а данное значение составляет 4,56 микрона, а для рисунка 1б – 7,64 микрона. Таким образом, можно сделать вывод о том, что центральные максимум у 3-х диапазонной гармонической линзы уже, чем для гармонической линзы с постоянной высотой: в первом случае (при падении 3-х длин волн) главный максимум сужается на 15,5%, а для второго случая (при падении 11 длин волн) сужается на 32,5%.



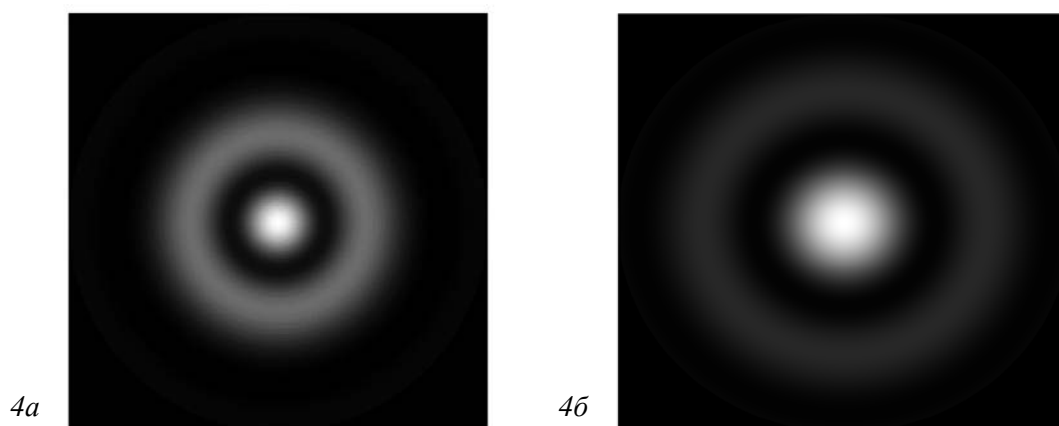
**Рисунок 2.** График изменения высоты рельефа от изменения координаты вдоль радиуса.



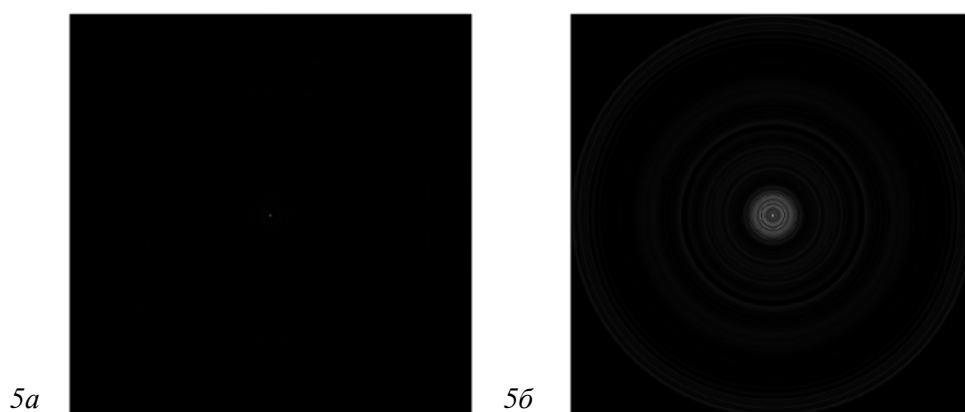
**Рисунок 3.** Изображение фазы 3-х диапазонной гармонической линзы.

Теперь переходим к рассмотрению дифракционной картины, полученной при падении 3-х и 11 длин волн в области 2x2 мм. Функция рассеяния точки гармонической линзы с постоянной высотой микрорельефа в области 2x2 мм представлена для различных длин волн на рисунках 5а и 5б.

По полученным изображениям имеется возможность вычислить диаметр пучка по полуспаду интенсивности излучения. Таким образом, при падении 3-х длин волн на гармоническую линзу с постоянной высотой микрорельефа радиус пучка принимает значение 5,4 микрона, а при падении 11 длин волн данное значение равно 130 микронам.



**Рисунок 4.** Функция рассеяния точки 3-х диапазонной гармонической линзы с переменной высотой микрорельефа в зависимости от изменения количества падающих длин волн (*4a* – 3 длины волны, *4b* – 11 длин волн). Размеры изображения 40x40 микрон.



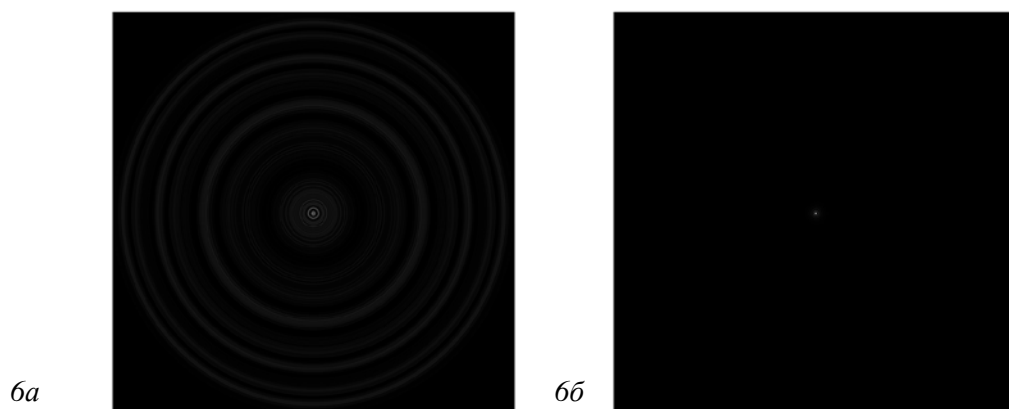
**Рисунок 5.** Функция рассеяния точки гармонической линзы с постоянной высотой микрорельефа в зависимости от изменения количества падающих длин волн (*5a* – 3 длины волны, *5b* – 11 длин волн). Размеры изображения 2x2 миллиметра.

Рассмотрим падение 3-х и 11-ти длин волн в области 2x2 микрона при использовании 3-х диапазонной гармонической линзы с переменной высотой микрорельефа. Результаты функции рассеяния точки для каждого из случаев представлено на рисунках 6а – 6б.

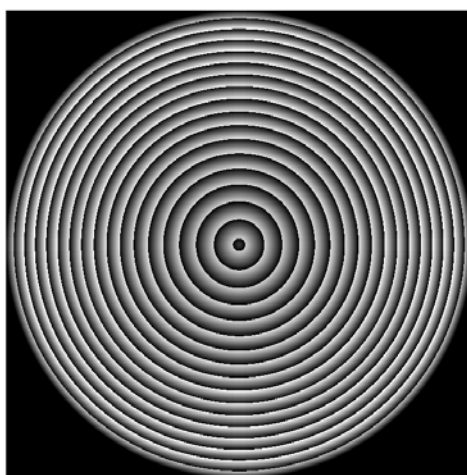
По полученным изображениям были рассчитаны диаметры пучка по полуспаду интенсивности излучения. В первом случае (при падении 3-х длин волн) данное значение составило 4,56 микрона, а во втором случае (при падении 11-ти длин волн) диаметр пучка составил 6 микрон. Сравнивая данные результаты с результатами диаметром, полученных при использовании гармонической линзы с постоянной высотой микрорельефа можно сделать вывод, что диаметр пучка уменьшился в первом случае на 15,5% процентов, а во втором – на 95,4%.

После моделирования 3-х диапазонной гармонической линзы было проведено моделирование гармонической линзы с количеством зон, равным количеству падающих длин волн. В нашем случае была рассмотрена 11-ти диапазонная гармоническая линза при падении на 11-ти длин волн (в границах от 450 нм до 650 нм с шагом 20 нм). На рисунке 7 изображена фаза данной гармонической линзы.

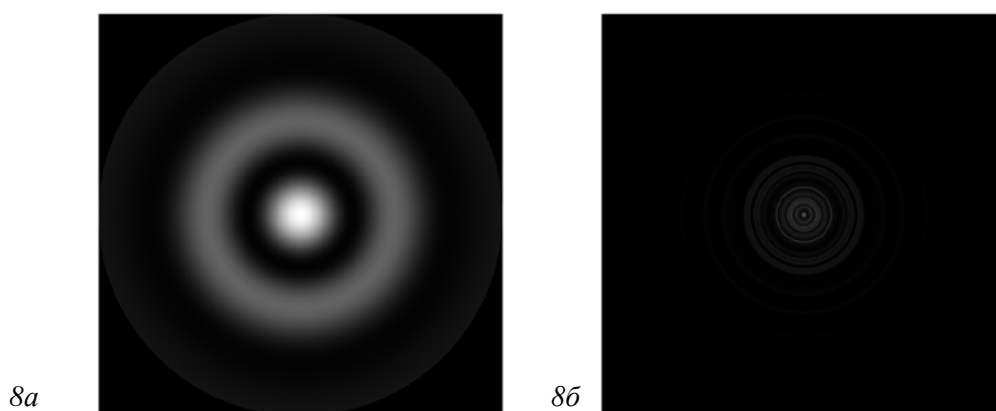
Ниже, на рисунках 8а и 8б, представлены результаты моделирования функции рассеяния точки в различных диапазонах и определён диаметр центрального пика.



**Рисунок 6.** Функция рассеяния точки 3-х диапазонной гармонической линзы с переменной высотой микрорельефа в зависимости от изменения количества падающих длин волн (*6a* – 3 длины волн, *6b* – 11 длин волн). Размеры изображения 2x2 миллиметра.



**Рисунок 7.** Изображение фазы 11-ти диапазонной гармонической линзы.



**Рисунок 8.** Функция рассеяния точки 11-ти диапазонной гармонической линзы с переменной высотой микрорельефа при падении 11-ти длин волн (*8a* – рассматриваемая область 40x40 микрон, *8b* – рассматриваемая область 2x2 мм).

По полуспаду интенсивности излучения был вычислен диаметр центрального максимума (диаметр пучка). Данное значение составило 5,08 микрон. В сравнении с падением 11-ти длин

волн на 3-х диапазонную гармоническую линзы с переменной высотой микрорельефа и на гармоническую линзу с постоянной высотой микрорельефа диаметр пучка уменьшился в первом случае на 15,4%, а по сравнению с гармонической линзой с постоянной высотой микрорельефа уменьшился на 99,6%. Но, как видно из рисунка, увеличилось число побочных колец.

#### 4. Заключение

В работе получена зависимость высоты микрорельефа 3-х диапазонной гармонической линзы от радиуса. Получена и показана фаза такой линзы.

Произведено моделирование функции рассеяния точки при падении на гармоническую линзу с переменной высотой микрорельефа следующих 3-х длин волн:  $\lambda_1 = 450$  нм,  $\lambda_2 = 550$  нм и  $\lambda_3 = 650$  нм и 11-ти длин волн (от 450 нм до 650 нм, с шагом 20 нм). Далее произведено моделирование фазы и функции рассеяния точки 11-ти диапазонной гармонической линзы при падении 11-ти длин волн. Найдены диаметры пучков по полуспаду интенсивности. После этого данные результаты были между собой и результаты ФРТ 11-ти диапазонной линзы сравнены с результатом ФРТ 3-х диапазонной линзы и выявлено уменьшение диаметра пучка на 15,4% у 11-ти диапазонной по сравнению с 3-х диапазонной и уменьшение диаметра пучка на 99,7% по сравнению с гармонической линзой с постоянной высотой микрорельефа.

Таким образом, в случае с использованием 3-х диапазонной гармонической линзы наблюдалось уменьшение диаметра пучка на 15,5% при падении 3-х длин волн, относительно гармонической линзы с постоянной высотой микрорельефа и на 95,4% при падении 11-ти длин волн.

#### 5. Благодарности

Работа выполнена при поддержке Федерального агентства научных организаций (соглашение № 007-ГЗ/ЧЗ363/26) и гранта Президента НШ-6307.2018.8.

#### 6. Литература

- [1] Головашкин, Д.Л. Дифракционная компьютерная оптика / Д.Л. Головашкин, Л.Л. Досколович, Н.Л. Казанский, В.В. Котляр, В.С. Павельев, Р.В. Скиданов, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина; под ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит, 2007. – 736 с.
- [2] Гаврилов А.В. Дифракционная нанофотоника / А.В. Гаврилов, Д.Л. Головашкин, Л.Л. Досколович, П.Н. Дьяченко, А.А. Ковалёв, В.В. Котляр, А.Г. Налимов, Д.В. Нестеренко, В.С. Павельев, Р.В. Скиданов, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина, Я.О. Шуюпова; под ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит, 2011. – 680 с.
- [3] Aieta, F. Multiwavelength achromatic metasurfaces by dispersive phase compensation / F. Aieta, M.A. Kats, P. Genevet, F. Capasso // Science. – 2015. – Vol. 347(6228). – P. 1342-1345. DOI: 10.1126/science.aaa2494.
- [4] Swanson, G.J. Binary optics technology: the theory and design of multi-level diffractive optical elements / G.J. Swanson. – Lexington, Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, Lincoln Laboratory, 1989. – 47 p.
- [5] Бобров, С.Т. Оптика дифракционных элементов и систем / С.Т. Бобров, Г.И. Грейсх, Ю.Г. Туркевич. – Л.: Машиностроение, 1986. – 223 с.
- [6] Грейсх, Г.И. Сравнительный анализ хроматизма дифракционных и рефракционных линз / Г.И. Грейсх, Е.Г. Ежов, С.А. Степанов // Компьютерная оптика. – 2005. – Т. 28. – С. 60-65.
- [7] Казанский, Н.Л. Формирование изображений дифракционной многоуровневой линзой / Н.Л. Казанский, С.Н. Хонина, Р.В. Скиданов, А.А. Морозов, С.И. Харитонов, С.Г. Волоотовский // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 3. – С. 425-434.

- [8] Скиданов, Р.В. Влияние технологических ошибок и уширения линии излучения лазера на качество работы дифракционных оптических элементов / Р.В. Скиданов, С.Н. Хонина // Оптический журнал. – 2004. – Т. 71, № 7. – С. 62-64.
- [9] Алфёров, С.В. О возможности управления лазерной абляцией при острой фокусировке фемтосекундного излучения / С.В. Алфёров, С.В. Карпеев, С.Н. Хонина, К.Н. Тукмаков, О.Ю. Моисеев, С.А. Шуляпов, К.А. Иванов, А.Б. Савельев-Трофимов // Квантовая электроника. – 2014. – Т. 44, № 11. – С. 1061-1065. DOI: 10.1070/QE2014v044n11ABENPo015471.
- [10] Карпеев, С.В. Исследование влияния широкополосного излучения на распределение интенсивности, формируемое дифракционным оптическим элементом / С.В. Карпеев, С.В. Алфёров, С.Н. Хонина, С.И. Кудряшов // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 4. – С. 689-694.
- [11] Хонина, С.Н. Анализ фокусировки гармонической дифракционной линзой с учётом дисперсии показателя преломления / С.Н.Хонина, С.Г. Волотовский, А.В. Устинов, С.И. Харитонов // Компьютерная оптика. – 2017. – Т.41, №3. – С.338-347.



## Calculation and modeling of harmonic lenses with variable height microrelief

V. Vasilev<sup>1</sup>, R.V. Skidanov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Samara National Research University, Moskovskoye Shosse, 34A, Samara, Russia, 443086

<sup>2</sup>Image Processing Systems Institute of RAS - Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Molodogvardejskaya street 151, Samara, Russia, 443001

**Abstract.** The calculation and modeling of harmonic lenses is carried out. Modeling a harmonic lens with different relief heights to calculate the point-scattering function for different illuminated wavelengths.

**Keywords:** garmonic lens, wavelength, height of microreliaf, PSF.