

Расчёт преломляющих оптических элементов для формирования коллимированных пучков произвольной формы

Е.С. Андреев^{1,2}, К.В. Андреева^{1,2}, Д.А. Быков^{1,2}, Л.Л. Досколович^{1,2}

¹Институт систем обработки изображений РАН - филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Молодогвардейская 151, Самара, Россия, 443001

²Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Рассмотрен метод расчёта преломляющих оптических элементов для формирования коллимированных световых пучков произвольной формы. В рамках метода задача расчёта лучевого отображения сформулирована как линейная задача о назначениях, которая является дискретным вариантом задачи о перемещении масс. Предложен метод восстановления поверхностей оптического элемента по рассчитанному дискретному отображению. Рассчитаны преломляющие оптические элементы, преобразующие пучок круглого сечения в пучки различной формы с плоским волновым фронтом. Приведенные результаты моделирования показывают высокие рабочие характеристики рассчитанных оптических элементов.

1. Введение

Задача формирования коллимированных световых пучков произвольной формы, рассматриваемая в данной работе, состоит в расчёте преломляющего оптического элемента, преобразующего падающий пучок с плоским волновым фронтом в плоский выходной пучок с заданным распределением освещенности. В общем случае оптический элемент, осуществляющий такое преобразование, имеет две рабочие поверхности. Указанная задача, как правило, решается в приближении геометрической оптики и имеет большой ряд возможных применений, таких как освещение, лазерная оптика и оптическая литография. Решение данной задачи является простым только в случае радиальной симметрии задачи. В этом случае задача сводится к одномерной, а расчёт поверхностей оптического элемента сводится к решению обыкновенных дифференциальных уравнений [1–5]. В общем двумерном случае, расчёт оптического элемента является существенно более сложной задачей.

В работах [6–8] решение задачи формирования коллимированных световых пучков произвольной формы сводится к решению нелинейного дифференциального уравнения в частных производных (УРЧП) эллиптического типа [6–8]. Для решения данного УРЧП используются конечно-разностные методы. В рамках данных методов производные заменяются конечно-разностными аппроксимациями и решение УРЧП сводится к решению системы нелинейных уравнений относительно значений искомой функции, описывающей первую поверхность оптического элемента и заданную на соответствующей сетке. Для решения полученной системы используется метод Ньютона. Вторая поверхность восстанавливается

аналитически через первую поверхность в предположении о константности оптической длины пути. Общими недостатками такого подхода являются высокая вычислительная сложность решения системы нелинейных уравнений, а также сложности, связанные с выбором начального приближения для решения системы и формулировкой граничных условий.

Другой, менее строгий с математической точки зрения подход к решению данной задачи состоит в использовании так называемых методов на основе функций лучевого соответствия [9–11]. В этом случае расчёт функции лучевого соответствия, описывающей связь координат лучей на волновых фронтах падающего и выходного пучков, основан на решении стандартного уравнения Монжа-Ампера (МА). Для решения уравнения МА используются либо рассмотренный выше конечно-разностный метод, основанный на сведении задачи к решению системы нелинейных уравнений, либо конечно-разностный метод, основанный на методе установления [10, 11]. В последнем случае исходное уравнение МА заменяется на нестационарное параболическое уравнение МА, для решения которого используется явная разностная схема. Поверхности оптического элемента рассчитываются численным интегрированием по полученному лучевому соответствию. Описанные методы помимо вычислительной сложности имеют приближенный характер, так как стандартное уравнение МА описывает только случай параксиального приближения [8, 12].

В базовых математических статьях [13–16] задача формирования коллимированных световых пучков произвольной формы сформулирована как задача Монжа–Канторовича о перемещении масс и получены функции стоимости для задачи расчёта рефракционного оптического элемента [13] и системы из двух зеркал [14]. Важно отметить, что для рефракционного элемента функция стоимости имеет неквадратичный вид [13] и поэтому функция лучевого соответствия в данной задаче не описывается стандартным уравнением МА. В дискретном варианте задача о перемещении масс может быть сформулирована как линейная задача о назначениях (ЛЗН) [17]. Такой подход был использован в недавней работе [12] авторов данной статьи при решении обратной задачи расчета эйконала светового поля.

2. Расчетный пример

В данной статье подход, основанный на решении задачи о перемещении масс как ЛЗН, впервые применен для формирования коллимированных световых пучков произвольной формы. Применение метода [12] в данной задаче имеет ряд особенностей, связанных с наличием у оптического элемента двух рабочих поверхностей. В качестве примера были рассчитаны оптические элементы, преобразующие плоский пучок круглого сечения в плоские пучки с постоянным распределением освещенности в прямоугольной области и в области треугольной формы в непараксиальном случае. Представленные примеры демонстрируют высокую эффективность описанного метода.

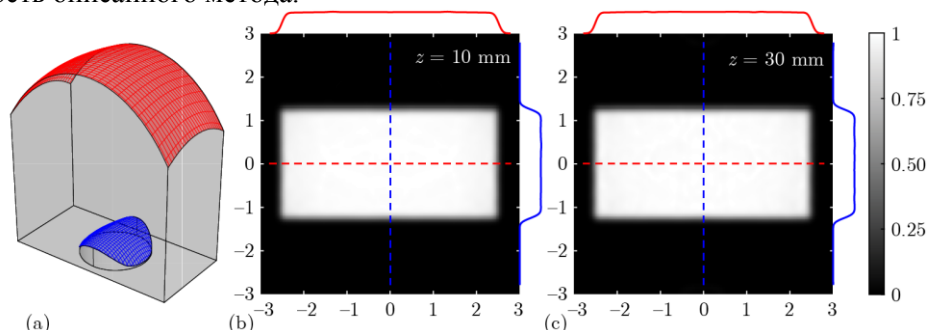


Рисунок 1. (а) Поверхности оптического элемента, преобразующего пучок круглого сечения в пучок прямоугольного сечения. (b,c) Рассчитанные в программе TrasePro нормированные распределения освещенности, формируемые оптическим элементом в плоскостях $z = 10$ мм и $z = 30$ мм. Сечения распределений освещенности вдоль координатных осей показаны в верхней и правой частях рисунков.

Кроме того, определение отображения из решения задачи о перемещении масс позволяет рассчитывать оптические элементы с кусочно-гладкими непрерывными поверхностями, в отличие от гладких поверхностей, получающихся при решении нелинейного УРЧП эллиптического типа [6-11]. Это позволяет расширить класс решаемых задач и, в частности, формировать постоянные распределения освещенности в областях сложной формы с негладкими границами. Для демонстрации данной возможности был рассчитан оптический элемент с кусочно-гладкой поверхностью, преобразующий пучок круглого сечения в пучок крестообразной формы.

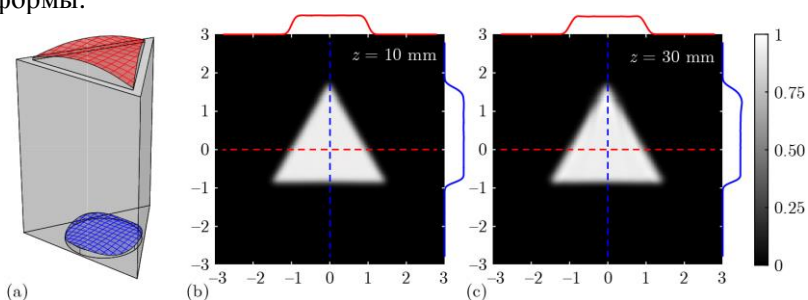


Рисунок 2. (а) Поверхности оптического элемента, преобразующего пучок круглого сечения в пучок треугольного сечения. (б,с) Рассчитанные в программе TracePro нормированные распределения освещенности, формируемые оптическим элементом в плоскостях $z = 10\text{ мм}$ и $z = 30\text{ мм}$.

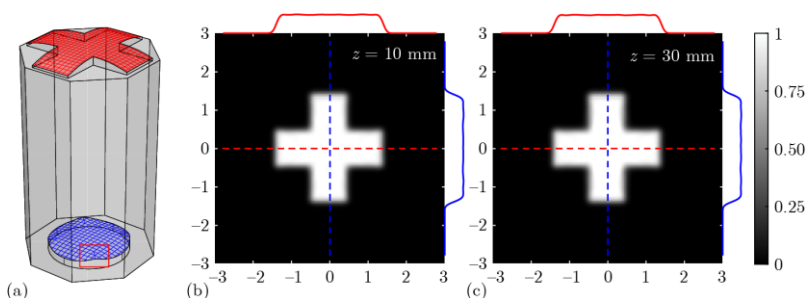


Рисунок 3. (а) Поверхности оптического элемента, преобразующего пучок круглого сечения в пучок крестообразной формы. Прямоугольником отмечен фрагмент нижней поверхности, показанной в увеличенном виде на рис. 6. (б, с) Рассчитанные в программе TracePro распределения освещенности, формируемые оптическим элементом в плоскостях $z = 10\text{ мм}$ и $z = 30\text{ мм}$.

3. Литература

- [1] Frieden, B.R. Lossless conversion of a plane laser wave to a plane wave of uniform irradiance / B.R. Frieden // *Applied Optics*. – 1965. – Vol. 4(11). – P. 1400-1403.
- [2] Rhodes, P.W. Refractive optical systems for irradiance redistribution of collimated radiation: their design and analysis / P.W. Rhodes, D.L. Shealy // *Applied Optics*. – 1980. – Vol. 19(20). – P. 3545-3553.
- [3] Hoffnagle, J.A. Design and performance of a refractive optical system that converts a Gaussian to a flattop beam / J.A. Hoffnagle, C.M. Jefferson // *Applied Optics*. – 2000. – Vol. 39(30). – P. 5488-5499.
- [4] Ma, H. Improvement of Galilean refractive beam shaping system for accurately generating near-diffraction-limited flattop beam with arbitrary beam size / H. Ma, Z. Liu, P. Jiang, X. Xu, S. Du // *Optics Express*. – 2011. – Vol. 19(14). – P. 13105-13117.
- [5] Hui, X. Realization of uniform and collimated light distribution in a single freeform-Fresnel double surface LED lens / Xiong Hui, Jie Liu, Yunjia Wan, Haobo Lin // *Applied Optics*. – 2017. – Vol. 56(15). – P. 4561-4565.

- [6] Zhang, Y. Double freeform surfaces design for laser beam shaping with Monge–Ampère equation method / Y. Zhang, R. Wu, P. Liu, Z. Zheng, H. Li, X. Liu // *Optics Communications*. – 2014. – Vol. 331. – P. 297-305.
- [7] Chang, S. Design beam shapers with double freeform surfaces to form a desired wavefront with prescribed illumination pattern by solving a Monge-Ampère type equation / S. Chang, R. Wu, A. Li, Z. Zheng // *Journal of Optics*. – 2016. – Vol. 18(12). – P. 125602.
- [8] Bösel, C. Ray-mapping approach in double freeform surface design for collimated beam shaping beyond the paraxial approximation / C. Bösel, N.G. Worku, H. Gross // *Applied Optics*. – 2017. – Vol. 56(13). – P. 3679-3688.
- [9] Feng, Z. Beam shaping system design using double freeform optical surfaces / Z. Feng, L. Huang, M. Gong, G. Jin // *Optics Express*. – 2013. – Vol. 21(12). – P. 14728-14735.
- [10] Feng, Z. Designing double freeform optical surfaces for controlling both irradiance and wavefront / Z. Feng, L. Huang, G. Jin, M. Gong // *Optics Express*. – 2013. – Vol. 21(23). – P. 28693-28701.
- [11] Feng, Z. Creating unconventional geometric beams with large depth of field using double freeform-surface optics / Z. Feng, B.D. Froese, C.-Y. Huang, D. Ma, R. Liang // *Applied Optics*. – 2015. – Vol. 54(20). – P. 6277-6281.
- [12] Doskolovich, L.L. Variational approach to calculation of light field eikonal function for illuminating a prescribed region / L.L. Doskolovich, A.A. Mingazov, D.A. Bykov, E.S. Andreev, E.A. Bezus // *Optics Express*. – 2017. – Vol. 25(22). – P. 26378-26392.
- [13] Rubinstein, J. Intensity control with a free-form lens / J. Rubinstein, G. Wolansky // *JOSA A*. – 2007. – Vol. 24(2). – P. 463-469.
- [14] Glimm, T. Optical design of two-reflector systems, the Monge-Kantorovich mass transfer problem and Fermat's principle / T. Glimm, V.I. Olikier // *Indiana University Mathematics Journal*. – 2004. – P. 1255-1277.
- [15] Досколович, Л.Л. Вариационный подход к расчёту функции эйконала / Л.Л. Досколович, А.А. Мингазов, Д.А. Быков, Е.С. Андреев // *Компьютерная оптика*. – 2018. – Т. 42, № 4. – С. 557-567. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-557-567.
- [16] Мингазов, А.А. Вариационная интерпретация задачи расчёта функции эйконала из условия формирования заданного распределения освещённости / А.А. Мингазов, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович, Н.Л. Казанский // *Компьютерная оптика*. – 2018. – Т. 42, № 4. – С. 568-573. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-568-573.
- [17] Munkres, J. Algorithms for the assignment and transportation problems / J. Munkres // *Journal of the society for industrial and applied mathematics*. – 1957. – Vol. 5(1). – P. 32-38.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 18-19-00326.

Design of refractive optical elements for collimated beam shaping

E.S. Andreev^{1,2}, K.V. Andreeva^{1,2}, D.A. Bykov^{1,2}, L.L. Doskolovich^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute of RAS - Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Molodogvardejskaya street 151, Samara, Russia, 443001

²Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. We propose a method for designing refractive optical elements for collimated beam shaping in the geometrical optics approximation. In this method, the problem of finding a ray mapping is formulated as a linear assignment problem, which is a discrete version of the corresponding mass transportation problem. A method for reconstructing optical surfaces from a computed discrete ray mapping is proposed. The design of refractive optical elements transforming beams with circular cross-section to variously shaped beams with plane wavefront is discussed. The presented numerical simulation results confirm high efficiency of the designed optical elements.