

Расчет распределения электростатического поля, формируемого генератором внеэлектродной плазмы

М.А. Маркушин^а, В.А. Колпаков^а, С.В. Кричевский^а

^а Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королёва, 443086, Московское шоссе, 34, Самара, Россия

Аннотация

Представлен расчет распределения электростатического поля в системе электродов газоразрядного устройства высоковольтного типа. Приведена методика применения метода конформного отображения для получения аналитического описания характера распределения эквипотенциалей и силовых линий поля. Расчетным путём получены изображения распределения электростатического поля, позволяющие определить их связь с межэлектродным расстоянием, напряжением на электродах и диаметром отверстия в аноде газоразрядного устройства. Проанализировано распределение электростатического поля устройства, формирующего внеэлектродную плазму.

Ключевые слова: плазма; высоковольтный газовый разряд; эквипотенциали; силовые линии; конформное отображение; интеграл Шварца-Кристоффеля

1. Введение

Формируемая высоковольтным газовым разрядом внеэлектродная газоразрядная плазма используется для плазмохимического травления кварца, изготовления омических контактов к полупроводниковым элементам, очистки поверхностей полупроводниковых и диэлектрических подложек, контактов малогабаритных реле [1-4]. Высокая равномерность потока заряженных частиц в области сечения газового разряда и независимость параметров разряда от размеров обрабатываемой площади [5,6] обуславливает широкое распространение этого разряда. Данные достоинства являются следствием особенности распределения силовых линий и эквипотенциалей электростатического поля генератора внеэлектродной плазмы [7-9]. В свою очередь, распределение электростатического поля, зависящее от конструктивных параметров, определяет физику процессов взаимодействия заряженных частиц с атомами и молекулами остаточного газа. Существующие работы не содержат сведений о взаимосвязи таких параметров с распределением электростатического поля. В связи с трудоемкостью экспериментального исследования этого вопроса предлагается расчетная модель характера распределения поля в системе электродов газоразрядного устройства.

2. Расчет распределения эквипотенциалей и силовых линий электростатического поля генератора внеэлектродной плазмы

Высоковольтный газовый разряд формируется только в области отверстия в аноде [8]. Вне этой области конструкция электродной системы представляет собой плоский конденсатор с равномерным распределением поля. Поэтому конструкцию газоразрядного устройства можно моделировать системой электродов, в которой области катода и анода за пределами неоднородности электрического поля удалены в бесконечность (рис.1).

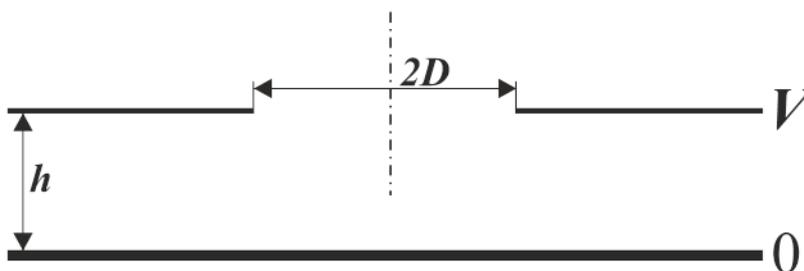


Рис.1. Схема конструкции устройства, формирующего высоковольтный газовый разряд: h – расстояние между катодом и анодом, D – радиус отверстия в аноде, V – потенциал на аноде, 0 – потенциал на катоде.

Получение аналитического описания характера распределения электростатического поля в области отверстия в аноде затрудняется неравномерностью самого поля. Для упрощения такой задачи необходимо свести ее к решению двумерной задачи, что позволит значительно упростить процесс расчета силовых линий и эквипотенциалей поля путем нахождения комплексного потенциала для канонической области с простой формой границ [10,11]. Так как толщина анода имеет значение в пределах до 0,5 мм, то ее влияние на процесс формирования электростатического поля оказывается незначительным, поскольку указанная толщина много меньше межэлектродного расстояния катод-анод (h до 10 мм). Поэтому этой величиной можно пренебречь.

Принцип симметрии в методе конформного отображения позволяет для решения поставленной задачи рассматривать только правую часть полученной электродной системы, осуществляя проекцию электродов на комплексную плоскость Z . Данная проекция представлена на рис. 2а в виде многоугольника $A_1A_2A_3A_4$.

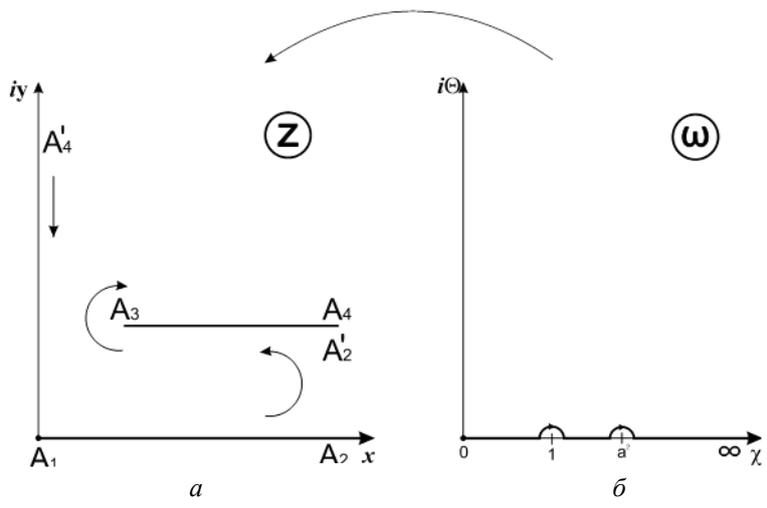


Рис.2. Схема отображений электродной системы газоразрядного устройства: а - в плоскости Z ; б - в плоскости ω .

При моделировании электростатического поля сначала находится конформное отображение $Z = f(\omega)$ верхней полуплоскости $\text{Im } \omega > 0$ на область поля Z с электродами A_1A_2 (катод), A_3A_4 (анод) (рис. 2) с внутренними углами $\alpha_k\pi$ при вершинах. Затем дополнительное отображение $\xi = f(\omega)$ полуплоскости ω на полосу $0 < \text{Im } \xi < V$ с внутренними углами $\beta_k\pi$ при вершинах, (рис. 3).

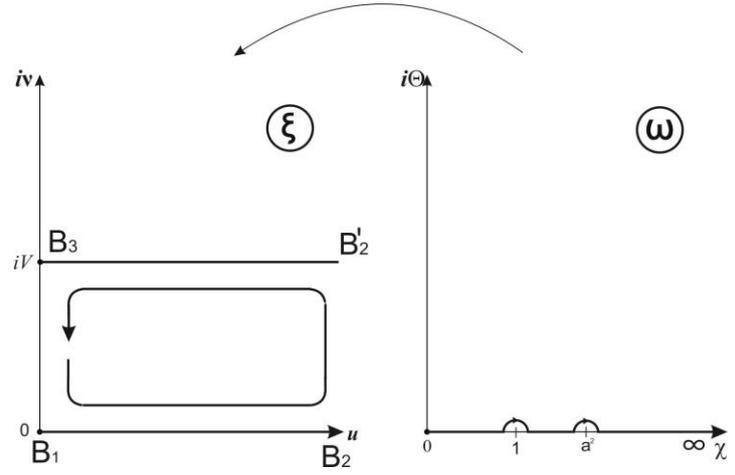


Рис.3. Схема дополнительного отображения полуплоскости $\text{Im } \omega > 0$ на полосу $0 < \text{Im } \xi < V$ с разрезами по соответствующим лучам.

На первом этапе вершинам $A_1A_2A_3A_4$ плоскости Z ставятся в соответствие некоторые точки действительной оси плоскости ω . Согласно теореме о единственности конформного отображения при заданном соответствии трех граничных точек, выбираемых произвольно, например, 0, 1, ∞ , можно получить соответствие [11]:

$$\begin{array}{cccc}
 A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\
 \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\
 0 & 1 & a^2 & \infty
 \end{array}$$

По методике [10-12], определяются углы μ_k , дополняющие внутренние углы α_k при вершинах четырехугольника $A_1A_2A_3A_4$ до π . Рассматривая внутреннюю область четырёхугольника и двигаясь в положительном направлении

обхода ее границы, т.е. в направлении противоположному вращению часовой стрелки, находим углы: $\mu_1 = 1/2$ ($\alpha_1 = 1 - \mu_1 = 1/2$); $\mu_2 = 1$ ($\alpha_2 = 1 - \mu_2 = 0$); $\mu_3 = -1$ ($\alpha_3 = 1 - \mu_3 = 2$); $\mu_4 = 3/2$ ($\alpha_4 = 1 - \mu_4 = -1/2$).

Для нахождения отображающей функции области ограниченной многоугольником $A_1A_2A_3A_4$ используется интеграл Шварца-Кристоффеля [11]:

$$Z = C \int_{\omega_0}^{\omega_1} (\omega - a_1)^{\alpha_1 - 1} (\omega - a_2)^{\alpha_2 - 1} \dots (\omega - a_n)^{\alpha_n - 1} d\omega + C_1, \quad (1)$$

В выражение (1) вместо $a_1 - a_n$ подставляем соответствующие точки 0, 1, a^2 , ∞ . Согласно [10], относящийся к вершине a_4 множитель в интеграле Шварца-Кристоффеля выпадает, т.к. $a_4 = \infty$.

Поскольку [10] и рассматриваемое выражение упрощается:

$$Z = C \int_0^{\omega} \omega^{-\frac{1}{2}} (\omega - 1)^{-1} (\omega - a^2) d\omega + C_1 = C \int_0^{\omega} \frac{(\omega - a^2)}{(\omega - 1)\sqrt{\omega}} d\omega + C_1$$

Пусть $\omega = x^2$, тогда:

$$Z = C \int_0^{\sqrt{\omega}} \frac{(x^2 - a^2)}{(x^2 - 1)x} dx^2 + C_1 = 2C\sqrt{\omega} + C(a^2 - 1) \ln \frac{1 + \sqrt{\omega}}{1 - \sqrt{\omega}} + C_1. \quad (2)$$

Величина постоянного коэффициента C_1 определяется из соответствия точек $A_1 \leftrightarrow 0$, позволяющего записать равенство:

$$Z = 2C \cdot 0 + C(a^2 - 1) \ln \frac{1 + 0}{1 - 0} + C_1 = C_1 = 0.$$

Переход с нижнего электрода на верхний, соответствующий переходу луча A_1A_2 на луч A_2A_3 (рис. 2а), позволяет определить постоянные a^2 и C . В результате функция получает приращение:

$$\Delta Z = ih. \quad (3)$$

Кроме того, при таком малом приращении $\Delta\omega$ приращение первого слагаемого в (2) также будет малым ввиду непрерывности этого слагаемого в точке $\omega = 1$. Учитывая, что при обходе точки $\omega = 1$ аргумент меняется от π до 0, приращение второго слагаемого имеет вид:

$$\ln \frac{1 - \sqrt{\omega}}{1 + \sqrt{\omega}} = \ln(r) - \ln(re^{i\pi}) = -i\pi.$$

Это дает право записать выражение:

$$\Delta Z = \lim_{r \rightarrow 0} [2C\sqrt{\omega} - C(1 - a^2) \ln \frac{1 - \sqrt{\omega}}{1 + \sqrt{\omega}}]_{\omega=r}^{\omega=re^{i\pi}} = C(1 - a^2)(-i\pi). \quad (4)$$

Приравнивая (3) и (4), получаем:

$$ih = C(a^2 - 1)i\pi.$$

Таким образом, изменения величины коэффициента a^2 можно описать равенством:

$$a^2 = \frac{h}{C \cdot \pi} + 1. \quad (5)$$

Соответствие точек a^2 и A_3 позволяет преобразовать выражение (2) к виду:

$$D + ih = \frac{2 \times ha}{(a^2 - 1) \times \pi} + \frac{h}{\pi} \ln \left(-\frac{a+1}{a-1} \right) = \frac{2 \times ha}{(a^2 - 1) \times \pi} + \frac{h}{\pi} \ln \left(\frac{a+1}{a-1} \right) + \frac{h}{\pi} i\pi,$$

$$D = \frac{2 \times ha}{(a^2 - 1) \times \pi} + \frac{h}{\pi} \ln \left(\frac{a+1}{a-1} \right).$$

Откуда получаем следующее равенство:

$$\exp \left(D \frac{\pi}{h} - \frac{2 \times a}{a^2 - 1} \right) = \frac{a+1}{a-1}. \quad (6)$$

Задавая конкретными значениями $D = 0.9$ мм, $h = 1.2$ мм, можно получить решение трансцендентного уравнения (6) и найти величину постоянной $a^2 = 4,179$. Подставляя ее в (5), получим $C = 0,24$ мм.

В итоге функция, реализующая конформное отображение полуплоскости ω на плоскость Z , имеет вид:

$$Z = 2C\sqrt{\omega} + \frac{h}{\pi} \ln \left(\frac{1 + \sqrt{\omega}}{1 - \sqrt{\omega}} \right). \quad (7)$$

Таким образом, выражения (5), (6) позволяют найти постоянную C , значение которой зависит от конструктивных параметров D и h .

На втором этапе применяется дополнительное отображение полуплоскости $\text{Im}\omega > 0$ на полосу $0 < \text{Im}\xi < V$ с разрезами по соответствующим лучам (рис. 3). При данном отображении в плоскости ξ имеем конденсатор с бесконечными обкладками.

Рассматривая в силу симметричности конструкции электродов только правый треугольник с вершинами $B_1 B_2 B_3$, ставим в соответствие этим вершинам точки $0, 1, \infty$, лежащие на действительной оси ω [11]:

$$\begin{array}{ccc} B_1 & B_2 & B_3 \\ \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ 0 & 1 & \infty \end{array}.$$

Внутренние углы β_k при вершинах треугольника B_1, B_2, B_3 и углы μ_k , дополняющие углы β_k до π , определяем аналогично α_k, μ_k : $\mu_2 = 1$ ($\beta_2 = 1 - \mu_2 = 0$), $\mu_3 = 1/2$ ($\beta_3 = 1 - \mu_3 = 1/2$), $\mu_1 = 1/2$ ($\beta_1 = 1 - \mu_1 = 1/2$).

Полученные значения $\beta_1 = 1/2, \beta_2 = 0, \beta_3 = 1/2$, обеспечивают равенство $\sum_{i=1}^3 \beta_i = 1$, что, согласно [11], подтверждает правильность значений искомых углов.

Дополнительное конформное отображение также определяется с помощью интеграла Шварца-Кристоффеля [10]:

$$\xi = C_2 \int_0^{\omega} \omega^{-1/2} (\omega - 1)^{-1} d\omega = C_2 \int_0^{\omega} \frac{d\omega}{(\omega - 1)\sqrt{\omega}} + C_3.$$

Введение новой переменной $\omega = u^2$ позволяет получить следующее решение данного интеграла:

$$\xi = 2C_2 \int_0^{\sqrt{\omega}} \frac{udu}{(u^2 - 1)u} + C_3 = -C_2 \ln \frac{1 + \sqrt{\omega}}{1 - \sqrt{\omega}} + C_3. \quad (8)$$

Из соответствия точек $B_1 \leftrightarrow 0$ по методике, изложенной выше, находится постоянная C_3 .

$$\xi = -C_2 \ln \frac{1 + \sqrt{0}}{1 - \sqrt{0}} + C_3 = 0 + C_3,$$

$$C_3 = 0.$$

Постоянная C_2 определяется аналогично постоянной C на первом этапе, а именно, при обходе точки $\omega=1$ получаем приращение:

$$\Delta\xi = iV.$$

Поскольку приращение аргумента при обходе указанной выше точки меняется от π до 0 , то приращению функции ξ соответствует выражение:

$$\Delta\xi = \lim_{r \rightarrow 0} [-C_2 \ln \frac{1 + \sqrt{\omega}}{1 - \sqrt{\omega}}]_{\omega=r}^{\omega=re^{i\pi}} = -C_2(-i\pi) = C_2 i\pi,$$

позволяющее получить равенство:

$$iV = C_2 i\pi.$$

Решая это равенство, определим C_2 :

$$C_2 = \frac{V}{\pi}.$$

Окончательная функция, конформно отображающая полуплоскость ω на полосу $0 < \text{Im}\xi < V$, имеет вид:

$$\xi = \frac{V}{\pi} \ln \frac{1 + \sqrt{\omega}}{1 - \sqrt{\omega}} = \frac{2V}{\pi} \text{arcth}\sqrt{\omega}. \quad (9)$$

Используя (7) и (9), получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} Z = 2C\sqrt{\omega} + \frac{h}{\pi} \text{Ln} \left(\frac{1 + \sqrt{\omega}}{1 - \sqrt{\omega}} \right) \\ \xi = \frac{2V}{\pi} \text{arcth}\sqrt{\omega} \end{cases} \quad (10)$$

Из (10) находим

$$Z = 2C \cdot \text{th} \frac{\xi\pi}{2V} + \frac{h}{\pi} \ln \left(\frac{1 + \text{th} \frac{\xi\pi}{2V}}{1 - \text{th} \frac{\xi\pi}{2V}} \right) = 2C \cdot \text{th} \frac{\xi\pi}{2V} + \frac{h}{V} \xi. \quad (11)$$

Путем разделения действительных и мнимых частей уравнения (11) находятся параметрические уравнения линий равного потенциала и силовых линий поля. После разделения получаем систему уравнений, описывающую координаты распределения электрического поля в системе электродов газоразрядного устройства:

$$\begin{cases} x = \frac{hu}{V} + 2C \frac{\text{sh} \frac{u\pi}{V}}{\text{ch} \frac{u\pi}{V} + \cos \frac{v\pi}{V}} \\ y = \frac{hv}{V} + 2C \frac{\sin \frac{v\pi}{V}}{\text{ch} \frac{u\pi}{V} + \cos \frac{v\pi}{V}} \end{cases} \quad (12)$$

Подставляя в выражения (5), (6) и систему (12) параметры h , V , D и меняя с необходимым шагом значения переменных v и u , можно определить координаты силовых линий и линий равного потенциала рис.4.

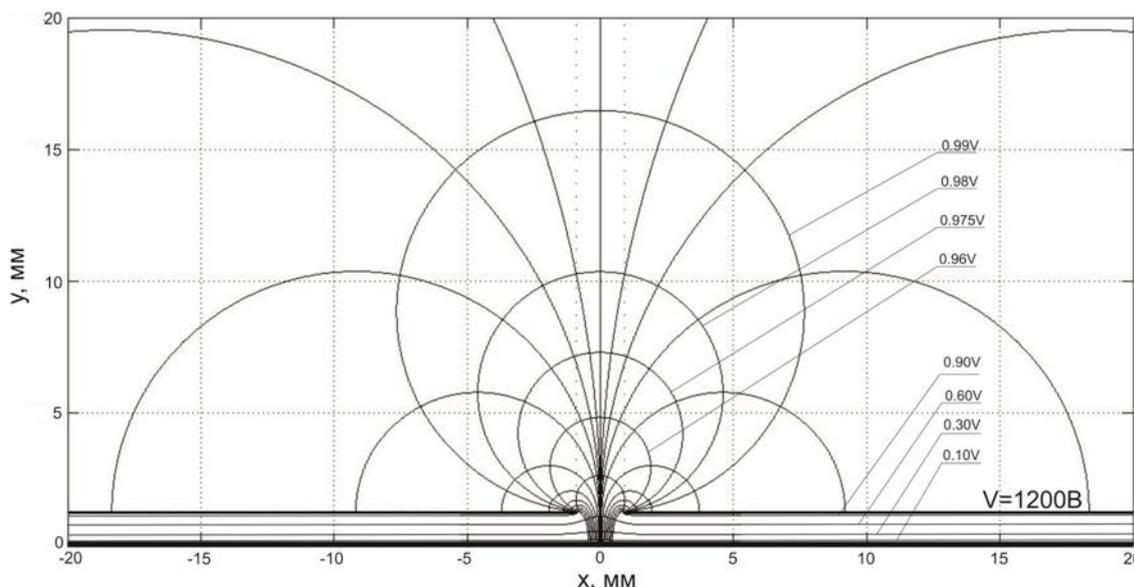


Рис.4. Распределение силовых линий и эквипотенциалов поля в системе электродов газоразрядного устройства, полученного с помощью системы уравнений (12), при $h=1.2$ мм, $D=0.9$ мм, $V=1200$ В.

Таким образом, система уравнений (12) позволяет расчетным путем, варьируя параметрами h , V , D , получить систему электродов для формирования необходимого электрического поля.

3. Анализ распределения эквипотенциалов и силовых линий электростатического поля

Начальную координату ($x=x_0$, $y=y_0=0$) прямолинейного участка силовой линии можно определить с помощью системы (12), задав значения $u=u_0$ и $v_0=0$. Затем следует перебор всех значений $v=v_1-v_n$, при которых координата $x=x_0$ постоянная, а y изменяется в пределах y_1-y_n . Далее, сравнивая полученное максимальное значение y_n с длиной свободного пробега электрона $k\lambda_e$ ($k = 1, 2, 3$) и значение потенциала в данной точке с энергией ионизации атома (молекулы) рабочего газа E_i , осуществляется проверка выполнения условия возникновения внеэлектродного разряда $\gamma Q \geq 1$ [8], где γ - число электронов, выбиваемых одним ионом из катода (γ - процесс), Q - количество положительных ионов, образованных электроном на траектории своего движения за счет неупругих соударений с атомами и молекулами рабочего газа (α -процесс). Набираемая электроном энергия на длине свободного пробега, должна быть больше энергии ионизации атома рабочего газа, а энергия положительного иона, бомбардирующего катод, должна быть достаточна для эмиссии электронов, необходимых для поддержания самостоятельного разряда. Меняя аналогичным образом значения $u=u_1-u_n$ при $v_0=0$, определяются соответствующие им $x=x_1-x_n$. Далее, перебирая значения $v=v_1-v_n$ для каждого x , находим $y=y_1-y_n=0-k\lambda_e$. Другими словами, повторяя процесс сравнения, можно найти все силовые линии с начальными координатами $x_0, \dots, x_{\lambda_e}$, на прямолинейных участках которых происходит процесс ионизации (α -процесс), и, соответственно, длину участка катода $\Delta x = 2x_{\lambda_e}$ где осуществляется процесс эмиссии электронов из катода (γ -процесс) [13].

Чтобы сравнить максимальные значения y_n с $k\lambda_e$, необходимо найти длину свободного пробега электрона. Из выражения $\lambda_e = 1/(N\sigma_i)$ [14], получим значение 0.203 см, которое позволяет определить $\Delta x = 318$ мкм. Полученное расчетным путем значение Δx находится в хорошем соответствии с экспериментальными данными работы [9]: размер участка поверхности катода с интенсивным распылением положительными ионами, равен 300 мкм, что соизмеримо с размером участка Δx , на котором длина прямолинейных отрезков силовых линий соответствуют значению $k\lambda_e$ и соблюдается условие возникновения внеэлектродного разряда.

4. Заключение

Представленная в данной работе система параметрических уравнений позволяет моделировать распределение силовых линий и эквипотенциалов электростатического поля в электродной системе генератора внеэлектродной плазмы и отслеживать зависимость данного распределения от конструктивных параметров системы: расстояние анод-катод, диаметр отверстия в аноде, а также от напряжения на электродах. Кроме того, в рассматриваемой работе проведены оценки: длины прямолинейных участков силовых линий, на которых выполняется условие $y_{ni} = k\lambda_e$, размера катодного пятна Δx , в пределах которого осуществляется γ -процесс. Расхождение полученного расчетным путем значения с экспериментальным составляет не более 6%, что говорит о соответствии модели реальным физическим процессам, происходящим в электродной системе высоковольтного газового разряда. В связи с этим появляется возможность

оптимизации конструкции устройств формирования внеэлектродной плазмы, не проводя затратных экспериментальных исследований.

Литература

- [1] Комов, А.Н. Электронно-лучевая установка для пайки элементов полупроводниковых приборов / А.Н. Комов, А.И. Колпаков, Н.И. Бондарева, В.В. Захаренко // ПТЭ. – 1984. – № 5. – С. 218-220.
- [2] Казанский, Н.Л. Исследование особенностей процесса анизотропного травления диоксида кремния в плазме газового разряда высоковольтного типа / Н.Л. Казанский, В.А. Колпаков, А.И. Колпаков // Микроэлектроника. – 2004. – Том 33. – №3. – С. 209-224.
- [3] Колпаков, В.А. Ионно-плазменная очистка поверхности контактов реле малой мощности / В.А. Колпаков, А.И. Колпаков, С.В. Кричевский // Электронная промышленность. – 1996. – № 2. – С. 41-44.
- [4] Казанский, Н.Л. Моделирование процесса очистки поверхности диэлектрических подложек в плазме газового разряда высоковольтного типа / Н.Л. Казанский, В.А. Колпаков, С.В. Кричевский // Компьютерная оптика. – 2005. – № 28. – С. 80-86.
- [5] Казанский, Н.Л. Исследование механизмов формирования низкотемпературной плазмы газовым разрядом высоковольтного типа / Н.Л. Казанский, В.А. Колпаков // Компьютерная оптика. – 2003. – № 25. – С. 112-116.
- [6] Казанский, Н.Л. Газоразрядные приборы, формирующие направленные потоки внеэлектродной плазмы. Ч. I. / Н.Л. Казанский, В.А. Колпаков, Колпаков А.И., Кричевский С.В. // Научное приборостроение. – 2012. – Т.22. – № 1. – С. 13 – 18.
- [7] Пат. 2333619 Российская Федерация, МПК Н 05 Н 1/24. Многолучевой генератор газоразрядной плазмы [Текст] / Сойфер В.А., Казанский Н.Л., Колпаков В.А., Колпаков А.И.; заявитель и патентообладатель ИСОИ РАН. – № 2006121061; заявл. 13.06.06; опубл. 10.09.08, бюл. № 25. – 5 с.
- [8] Казанский, Н.Л. Формирование оптического микрорельефа во внеэлектродной плазме высоковольтного газового разряда / Н.Л. Казанский, В.А. Колпаков. – М.: Радио и связь, 2009. – 220 с.
- [9] Колпаков, В.А. Исследование особенностей формирования внеэлектродной плазмы высоковольтным газовым разрядом / В.А. Колпаков, А.И. Колпаков, В.В. Подлипнов // ЖТФ. – 2013. – Т. 83. – Вып. 4. – С.41-46.
- [10] Миролобов, Н.Н. Методы расчета электростатических полей / Н.Н. Миролобов, М.В. Костенко, М.Л. Левинштейн, Н.Н. Тиходеев. – М.: Высшая школа, 1963. – 415 с.
- [11] Лаврентьев, М.А. Методы теории функции комплексного переменного / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. – М.: Наука, 1973. – 736 с.
- [12] Новгородцев, А.Б. Применение функции комплексного переменного к расчету электростатических полей электродов сложной конфигурации / А.Б. Новгородцев, А.Р. Фетхиев, И.С. Фетхиева. – Уфа: Уфимский ордена Ленина авиационный институт им. Серго Орджоникидзе, 1986. – 82 с.
- [13] Райзер, Ю.П. Физика газового разряда / Ю.П. Райзер. – М.: Наука, 1987. – 592 с.
- [14] Кудрявцев, А.А. Физика тлеющего разряда / А.А. Кудрявцев, А.С. Смирнов, Л.Д. Цендин. – СПб.: Лань, 2010. – 512 с.