Распространение оптических волн в планарных периодически неоднородных киральных структурах

В.Е. Абрамов[1], Д.С. Клюев[1], Д.В. Мишин[1], О.В. Осипов[1]
[1]ФГБОУ ВО «Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики», Льва Толстого 23, Самара, Россия, 443010

Аннотация. В работе рассматривается аналитическое решение задачи о распространении собственных волн в планарных периодически неоднородных оптических волноводах на основе чередующихся диэлектрических и киральных (с оптической активностью) слоев. Метод основан на решении уравнений Хилла для напряженностей электрического поля волн с круговыми поляризациями. В результате получено дисперсионное уравнение для собственных волн планарного периодически неоднородного кирально-диэлектрического волновода и проведено его численное решение. В результате анализа численных результатов показано, что исследуемая структура может работать в различных режимах — распространение волн с право и лево круговыми поляризациями, распространение волны только с одним типом круговой поляризации и в режиме оптического ключа.

1. Введение

В настоящее время активно исследуются искусственные композиционные структуры (метаматериалы), проявляющие в различных частотных диапазонах свойства, нетипичные для естественных сред. В частности, значительный интерес представляет изучение оптических структур на основе зеркально асимметричных композиций, обладающих киральностью (оптической активностью) [1, 2, 3]. Основными свойствами таких сред являются частотная и поляризационная селективность. Большинство метаматериалов являются макроскопически однородными, что накладывает определенные ограничения на расширение возможностей их использования. Анализ распространения волн в планарных однородных киральных волноводах проведен в [4]. В работе предлагается модель планарной периодически неоднородной киральной структуры (планарного оптического волновода), позволяющей получить свойства частотной и поляризационной селективности для волн с право и левокруговыми (или эллиптическими) поляризациями. Киральные (оптически активные) среды в общем случае описываются следующими материальными уравнениями [1, 2]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} - \mathrm{i}\chi\mathbf{H}; \quad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} + \mathrm{i}\chi\mathbf{E}, \tag{1}$$

где ε, μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости кирального слоя; χ – относительный параметр киральности (оптической активности) среды; $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ – векторы напряженности электрического и магнитного полей; $\mathbf{B}, \mathbf{D}$ – векторы индукций электрического и магнитного полей; $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$ – мнимая единица. Материальные уравнения (1) записаны в Гауссовой системе единиц. Параметр киральности $\chi < 0$ для левых форм киральных композитов и $\chi > 0$ – для правых форм.

2. Постановка задачи и метод решения

В работе рассматривается прохождение плоской электромагнитной волны оптического диапазона через систему периодически чередующихся киральных (оптически активных) и диэлектрических слоев с различными материальными параметрами $\varepsilon_j, \mu_j, \chi_j$ $\left(j = \overline{1,2}\right)$. Для диэлектрического слоя: $\chi_2 = 0$. Толщины кирального и диэлектрического слоев равны, соответственно, l_1 и l_2.

Известно, что при наличии киральных слоев собственными волнами будут являться волны с право (ПКП) и левокруговыми (ЛКП) поляризациями. Таким образом, необходимо определить дисперсионные характеристики волн с ПКП и ЛКП в периодически неоднородной структуре с периодом ступенчатого изменения параметра киральности $d = l_1 + l_2$.

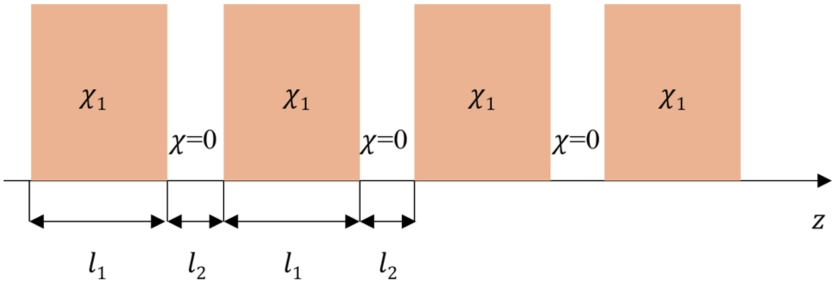

Рисунок 1. Геометрия задачи

Задача об определении дисперсионного уравнения исследуемой структуры решается в три этапа. На первом этапе из решения системы уравнений Максвелла определяются электромагнитные поля в областях I и II (рисунок 2). На втором этапе при помощи теоремы Флоке [5] находится поле в области III с учетом периодической неоднородности структуры. На третьем этапе полученные решения в областях I, II и III ксшиваютсяњ на границах раздела между указанными слоями и из полученной при этом системы линейных алгебраических уравнений выводится дисперсионное уравнение для собственных волн рассматриваемой неоднородной структуры. Отметим, что в связи с существованием в киральных слоях волн с ПКП и ЛКП необходимо отдельно получать дисперсионные уравнения для собственных волн с указанными поляризациями.

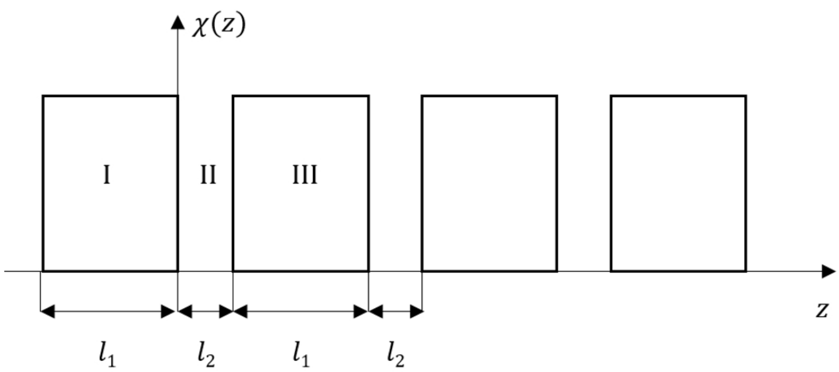

Рисунок 2. Зависимость параметра киральности от продольной координаты

Уравнения Максвелла для области I с учетом материальных соотношений (1) записываются следующим образом:

$$\mathrm{rot}\mathbf{E}^{(1)} = k_0 \left(-\mathrm{i}\mu_1 \mathbf{H}^{(1)} + \chi_1 \mathbf{E}^{(1)} \right); \ \mathrm{rot}\mathbf{H}^{(1)} = k_0 \left(\mathrm{i}\varepsilon_1 \mathbf{E}^{(1)} + \chi_1 \mathbf{H}^{(1)} \right), \tag{2}$$

где k_0 – волновое число для плоской однородной электромагнитной волны в вакууме.

Применяя операцию rot к обеим частям обоих уравнений (2), получаем векторные дифференциальные уравнения второго порядка относительно векторов $\mathbf{E}^{(1)}$ и $\mathbf{H}^{(1)}$:

$$\begin{aligned} &\nabla^2 \mathbf{E}^{(1)} + k_0^2 \left(\varepsilon_1 \mu_1 + \chi_1^2 \right) \mathbf{E}^{(1)} - 2\mathrm{i}k_0^2 \mu_1 \chi_1 \mathbf{H}^{(1)} = 0\,; \\ &\nabla^2 \mathbf{H}^{(1)} + k_0^2 \left(\varepsilon_1 \mu_1 + \chi_1^2 \right) \mathbf{H}^{(1)} + 2\mathrm{i}k_0^2 \varepsilon_1 \chi_1 \mathbf{E}^{(1)} = 0\,, \end{aligned} \tag{3}$$

где ∇^2 – оператор Лапласа в декартовой системе координат.

Воспользуемся известным представлением электромагнитного поля в киральной среде в виде суперпозиции волн ПКП и ЛКП (полей Бельтрами) [1, 2]:

$$\mathbf{E}^{(1)} = \mathbf{E}_\mathrm{R} + \mathbf{E}_\mathrm{L}; \quad \mathbf{H}^{(1)} = \mathrm{i} \left(\varepsilon_1 / \mu_1 \right)^{1/2} \left(\mathbf{E}_\mathrm{R} - \mathbf{E}_\mathrm{L} \right), \tag{4}$$

где $\mathbf{E}_\mathrm{R}$ – напряженность электрического поля волны ПКП; $\mathbf{E}_\mathrm{L}$ – напряженность электрического поля волны ЛКП.

При подстановке соотношений (4) в связанные дифференциальные уравнения (3) относительно нововведенных функций $\mathbf{E}_\mathrm{R}$ и $\mathbf{E}_\mathrm{L}$ получаем однородные несвязанные дифференциальные уравнения второго порядка:

$$\nabla^2 \mathbf{E}_\mathrm{R} + k_\mathrm{R}^2 \mathbf{E}_\mathrm{R} = 0; \quad \nabla^2 \mathbf{E}_\mathrm{L} + k_\mathrm{L}^2 \mathbf{E}_\mathrm{L} = 0, \tag{5}$$

где $k_\mathrm{R} = k_0 \left(n_1 + \chi_1 \right)$ – волновое число для волны ПКП в безграничной киральной среде; $k_\mathrm{L} = k_0 \left(n_1 - \chi_1 \right)$ – волновое число для волны ЛКП в безграничной киральной среде; $n_1 = \left(\varepsilon_1 \mu_1 \right)^{1/2}$ – показатель преломления кирального слоя.

В силу выполнения условия $\chi_1 \ll n_1$ и с учетом $\nabla^2 = \mathrm{d}^2 / \mathrm{d}z^2$, уравнения (5) несложно записать в следующем виде:

$$\frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{E}_\mathrm{R,L}}{\mathrm{d}z^2} + k_1^2 \left(1 \pm \alpha_1 \chi_1 \right) \mathbf{E}_\mathrm{R,L} = 0, \tag{6}$$

где $\alpha_1 = 2/n_1 \ll 1$ – малый параметр; $k_1 = k_0 n_1$.

Уравнения (6) известны в теории обыкновенных дифференциальных уравнений и в случае периодической зависимости χ_1 от координаты z, называются уравнениями Хилла.

Общие решения уравнений Хилла (6) в областях I и II имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} &E_\mathrm{R,L}^{(1)}(z) = C_\mathrm{R,L}^{(1)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\tilde{k}_1^{(\mathrm{R,L})} z} + D_\mathrm{R,L}^{(1)} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\tilde{k}_1^{(\mathrm{R,L})} z} \quad (-l_1 < z < 0)\,; \\ &E_\mathrm{R,L}^{(2)}(z) = C_\mathrm{R,L}^{(2)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\tilde{k}_2^{(\mathrm{R,L})} z} + D_\mathrm{R,L}^{(2)} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\tilde{k}_2^{(\mathrm{R,L})} z} \quad (0 < z < l_2)\,, \end{aligned} \tag{7}$$

где $C_\mathrm{R,L}^{(1,2)}$ и $D_\mathrm{R,L}^{(1,2)}$ – неизвестные постоянные, определяемые в дальнейшем из граничных условий; $\tilde{k}_1^{(\mathrm{R,L})} = k_0 (\varepsilon_1 \mu_1)^{1/2} \left(1 \pm \alpha_1 \chi_1 \right); \ \tilde{k}_2^{(\mathrm{R,L})} = k_0 (\varepsilon_2 \mu_2)^{1/2}$.

Для определения электромагнитного поля на отрезке $[l_2 < z < l_1 + l_2]$ воспользуемся теоремой Флоке [5], согласно которой для одной из двух волн решение уравнения (6) можно записать в виде:

$$\mathbf{E}_\mathrm{R,L}^{(3)}(z) = F_\mathrm{R,L}(z)\, \mathbf{E}_\mathrm{R,L}^{(1)}(z - d)\,, \tag{8}$$

где $F_\mathrm{R,L}(z)$ – функции, периодические по координате z с периодом $d = l_1 + l_2$.

В качестве функций $F_{\mathrm{R,L}}(z)$ удобно выбрать гармонические функции вида:

$$F_{R,L}(z) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_{\mathrm{R,L}}d}, \tag{9}$$

где $\gamma_{\mathrm{R,L}}$ – постоянные распространения волн ПКП и ЛКП в периодически неоднородной структуре, которые впоследствии находятся как функции волновых чисел $\tilde{k}_{1,2}^{(\mathrm{R,L})}$ и толщин слоев $l_{1,2}$.

Используя выражения (8) и (9), определяем напряженности электрического поля ПКП и ЛКП волн в области III:

$$E_{\mathrm{R,L}}^{(3)}(z) = C_{\mathrm{R,L}}^{(1)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_{\mathrm{R,L}}d}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tilde{k}_1^{(\mathrm{R,L})}(z-d)} + D_{\mathrm{R,L}}^{(1)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_{\mathrm{R,L}}d}\mathrm{e}^{-\,\mathrm{i}\tilde{k}_1^{(\mathrm{R,L})}(z-d)}. \tag{10}$$

Для определения неизвестных постоянных $C_{\mathrm{R,L}}^{(1,2)}$ и $D_{\mathrm{R,L}}^{(1,2)}$ воспользуемся граничными условиями при $z=0$ и $z=l_2$:

$$E_{\mathrm{R,L}}^{(1)}(z=0) = E_{\mathrm{R,L}}^{(2)}(z=0)\,;\;\; E_{\mathrm{R,L}}^{(2)}(z=l_2) = E_{\mathrm{R,L}}^{(3)}(z=l_2)\,; \tag{11}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{R,L}}^{(1)}}{\mathrm{d}z}\right|_{z=0} = \left.\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{R,L}}^{(2)}}{\mathrm{d}z}\right|_{z=0},\quad \left.\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{R,L}}^{(2)}}{\mathrm{d}z}\right|_{z=l_2} = \left.\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{R,L}}^{(3)}}{\mathrm{d}z}\right|_{z=l_2}. \tag{12}$$

При подстановке выражений (7) и (10) в граничные условия (11)-(12) получаем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных коэффициентов $C_{\mathrm{R,L}}^{(1,2)}$ и $D_{\mathrm{R,L}}^{(1,2)}$:

$$\cos\left(\gamma_{\mathrm{R,L}}d\right) = \cos\left(\tilde{k}_1^{(\mathrm{R,L})}l_1\right)\cos\left(\tilde{k}_2^{(\mathrm{R,L})}l_2\right) - \sigma_{12}\sin\left(\tilde{k}_1^{(\mathrm{R,L})}l_2\right), \tag{13}$$

где

$$\sigma_{12} = \frac{\left(\tilde{k}_1^{(\mathrm{R,L})}\right)^2 + \left(\tilde{k}_2^{(\mathrm{R,L})}\right)^2}{2\tilde{k}_1^{(\mathrm{R,L})}\tilde{k}_2^{(\mathrm{R,L})}}\sin\left(\tilde{k}_1^{(\mathrm{R,L})}l_1\right). \tag{14}$$

Дисперсионные уравнения (13)-(14) описывают собственные волны, распространяющиеся в планарной периодически неоднородной структуре из чередующихся киральных и диэлектрических слоев.

3. Анализ численных результатов

На рисунке 3 приведены зависимости постоянных распространения $\gamma_{\mathrm{R}}d$ волн ПКП в периодически неоднородной кирально-диэлектрической структуре от нормированной частоты k_0l_1.

На рисунке 4 приведены зависимости постоянных распространения $\gamma_{\mathrm{L}}d$ волн ЛКП в периодически неоднородной кирально-диэлектрической структуре от нормированной частоты k_0l_1.

При расчете были выбраны следующие значения параметров структуры: $\varepsilon_{1,2} = 3.5$; $\mu_{1,2} = 1$; $\chi_1 = 0.3$; $k_0l_2 = 2$.

Как видно из рисунка 3, спектр собственных волн с правокруговой поляризацией в периодически неоднородной кирально-диэлектрической метаструктуре состоит из набора пространственных гармоник Хартри. Гармоники, у которых с ростом частоты постоянная распространения увеличивается, являются прямыми. Гармоники, у которых с ростом частоты постоянные распространения уменьшаются, называются обратными. Нулевая гармоника $p = 0$ является прямой. Прямые гармоники имеют положительные индексы $p > 0$, обратные – отрицательные с $p < 0$. Любая гармоника не может распространяться во всем интервале исследуемых частот и область распространения разбивается на окна прозрачности и непрозрачности. Как и следовало ожидать, так как все гармоники в сумме образуют одну волну ПКП, то у всех них частотные интервалы распространения и нераспространения совпадают между собой. Как видно из рисунка 3, в областях изменения нормированной частоты от 0.8 до 1.3 и от 2.4 до 2.9 волна ПКП в исследуемом метаматериале не распространяется. При других значениях нормированной частоты происходит ее распространение.

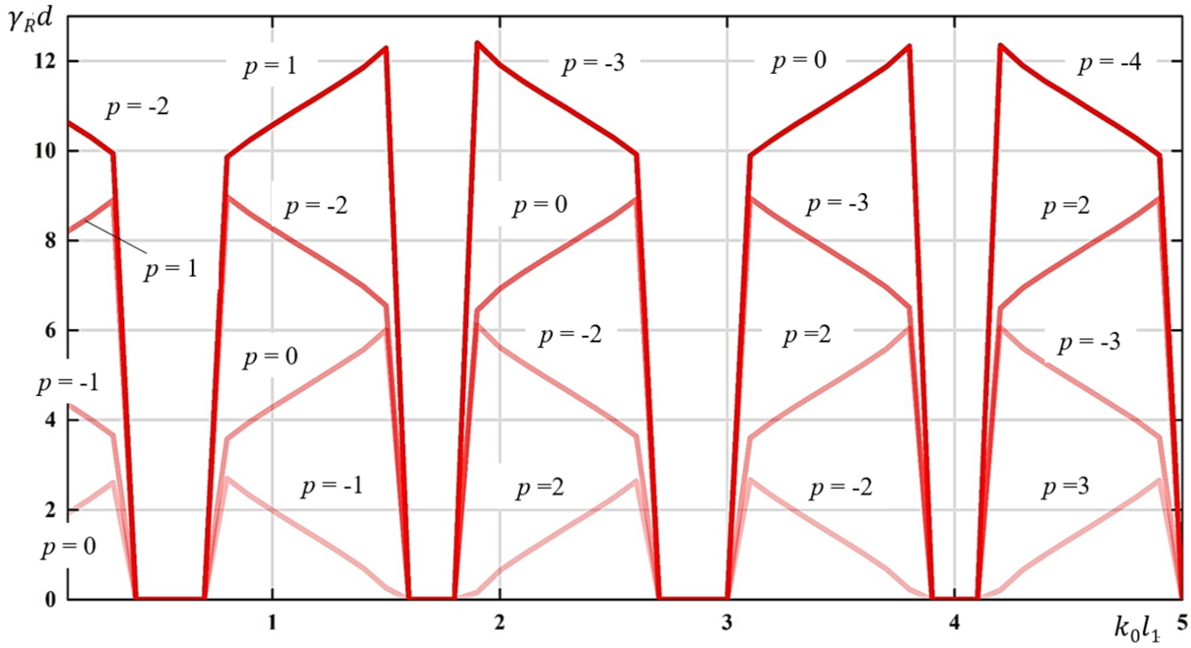

Рисунок 3. Дисперсионные характеристики волн с ПКП

Из рисунка 4 видно, что спектр собственных волн с левокруговой поляризацией в периодически неоднородной кирально-диэлектрической метаструктуре также состоит из набора пространственных гармоник Хартри. Аналогично, как и для случая ПКП волн, каждая гармоника не может распространяться во всем интервале исследуемых частот и область распространения разбивается на окна прозрачности и непрозрачности. Интервалы распространения и нераспространения всех гармоник Хартри совпадают между собой. Как видно из рисунка 4 в областях изменения нормированной частоты от 0.8 до 1.5 и от 2.4 до 3.1 волна ЛКП в исследуемом метаматериале не распространяется. При других значениях нормированной частоты происходит распространение. Заметим, что для волн ЛКП окна непрозрачности шире, чем у волн ПКП.

4. Заключение

В заключение остановимся на основных выводах из проделанной работы:

• Одномерная киральная структура на основе периодически чередующихся киральных и диэлектрических слоев может выполнять роль частотно селективного фильтра для волн с право и левокруговыми поляризациями. Было выявлено, что волны ПКП и ЛКП в такой структуре обладают несовпадающими частотными интервалами непрозрачности.

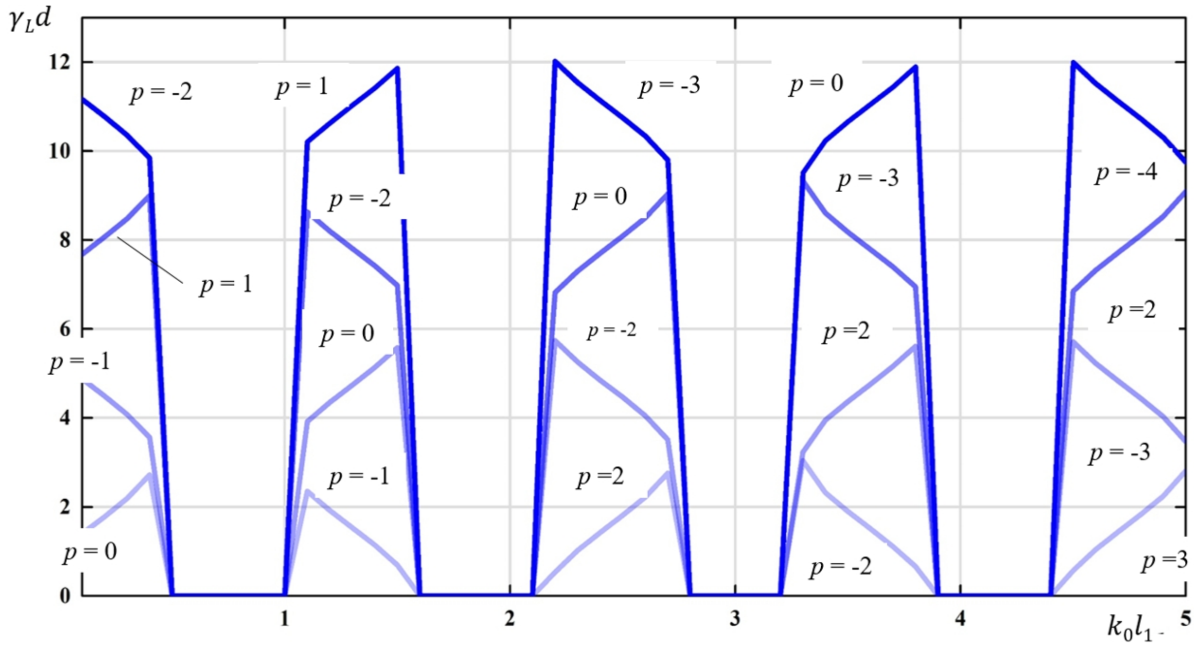

Рисунок 4. Дисперсионные характеристики волн с ЛКП

• Вид зеркальной разновидности кирального композита и их концентрация влияет на ширину полосы непрозрачности: увеличение концентрации киральных элементов левой формы приводит к резкому сужению полосы непрозрачности волны ЛКП и резкому увеличению полосы непрозрачности волны ПКП. Также увеличение концентрации киральных элементов правой формы приводит к резкому сужению полосы непрозрачности волны ПКП и резкому увеличению полосы непрозрачности волны ЛКП.

• В периодически неоднородной структуре из чередующихся киральных слоев на основе правых и левых форм микроэлементов были найдены интервалы частот, в которых невозможно распространение ни одной из двух волн с круговыми поляризациями. В таком режиме структура может быть использована в качестве оптического ключа.

Таким образом, в работе показано, что исследуемая структура может работать в различных режимах – распространение волн с право и лево круговыми поляризациями, распространение волны только с одним типом круговой поляризации и работа в режиме оптического ключа.

5. Литература

[1] Lindell, I.V. Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media / I.V. Lindell, A.H. Sihvola, S.A. Tretyakov, A.J. Viitanen. — London: Artech House, 1994. — 291p.

[2] Lakhtakia, A., Time-harmonic electromagnetic fields in chiral media. Lecture Notes in Physics / A. Lakhtakia, V.K. Varadan, V.V. Varadan — Berlin: Heidelberg and Boston: Springer-Verlag, 1989. — 121p.

[3] Третьяков С.А. Электродинамика сложных сред: киральные, биизотропные и некоторые бианизотропные материалы // Радиотехника и электроника, 1994. — Т.39 — N10. — С.1457-1470.

[4] Моисеева Н.М. Собственные волны планарного кирального волновода // Компьютерная оптика, 2014. — Т.38. — N2. — С.198-203. DOI: 10.18287/0134-2452-2014-38-2-198-203.

[5] Виноградова М.Б., Руденко О.В. Теория волн: учебное пособие для вузов / М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков — М.: Наука, 1979. — 383с.

Optical waves propagation in planar periodically inhomogeneous chiral structures

V.E. Abramov[1], D.S. Klyuev[1], D.V. Mishin[1], O.V.Osipov[1]

[1]Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, L. Tolstoy street 23, Samara, Russia, 443010

Abstract. The analytic solution of the problem of eigen waves propagation in planar periodically inhomogeneous optical waveguides based on alternating dielectric and chiral (with optical activity) layers is considered. The method is based on the solution of the Hill equations for the electric field strengths of waves with circular polarizations. As a result, a dispersion equation for the eigen waves of a planar periodically inhomogeneous chiral-dielectric waveguide was obtained and its numerical solution was performed. As a result of the numerical results analysis, it is shown that the structure can operate in different modes. The working modes are wave propagation with right and left circular polarizations, propagation of waves with only one type of circular polarization and optical key mode.

Keywords: metamaterial, optical activity, anisotropy, chiral medium.