

Разработка математической модели операции формовки с учетом допущения о плоско-деформированном состоянии

Е.Г. Демьяненко¹, А.Ю. Косолапова¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Для разработки и совершенствования технологических процессов необходим строгий анализ максимального числа факторов, наиболее сильно влияющих на процесс деформирования и напряженно-деформированное состояние заготовки. При определении напряженного и деформированного состояний заготовки введено допущение о плоско-деформированном состоянии, обеспечивающее минимальную разнотолщинность тонкостенной детали при формообразовании. В работе использован комплексный метод исследований, включающий теоретический анализ и проверку введенного условия в программном комплексе ANSYS.

1. Введение

Разработка научно-обоснованных путей и способов создания ресурсосберегающих технологий [1,2,3] включает в себя большой круг теоретических, экспериментальных, технологических и компьютерно-программных задач [4,5]. К таким задачам, в первую очередь, относятся разработка более полных и точных математических моделей операций, условия устойчивого протекания которых достигаются путем максимального использования внутренних резервов деформирования материала и глубокого анализа напряженного и деформированного состояния заготовки. Наличие развитого математического аппарата позволяет создать модель, но, как правило, с упрощениями при использовании данного аппарата. Однако, адекватная математическая модель позволяет прогнозировать и оценивать работоспособность процесса в заданных условиях, проверяет гипотезы о причинах наблюдаемых явлений и нежелательных изменений. Для расчетов напряжений и деформаций наиболее часто применяется так называемый инженерный метод, основанный на совместном решении уравнений равновесия для элементарного объема металла, выделяемого в очаге деформаций и уравнений пластичности. Решение задач в аналитическом виде является очень сложным, поэтому для упрощения на практике используют допущения.

2. Объект исследования

Как известно из теории пластических деформаций, математический анализ процессов деформирования осуществляется путем совместного решения уравнений равновесия, условия пластичности, уравнений связи напряжений и деформаций, уравнений неразрывности деформаций и уравнения сплошности [6]. Для отыскания произвольных постоянных используют граничные условия, определяемые заданными условиями деформирования. Следует отметить, что решение этой громоздкой системы, с учетом одновременного влияния многих факторов наталкивается на значительные математические трудности, не позволяющие в

большинстве случаев получить точные замкнутые решения в виде формул, функционально отражающих влияние основных факторов на процесс деформирования. В то же время такие формулы представляют особую ценность, так как они позволяют не только осознать процесс деформирования в той или иной операции листовой штамповки, но и выявить условия для оптимизации и сознательного управления технологическими процессами и качеством получаемых изделий. Отмеченные трудности вынуждают прибегать при анализе формоизменяющих операций листовой штамповки к значительным упрощениям и схематизации процесса для получения аналитических зависимостей. При инженерном методе решения применяют ряд допущений таких как: материал заготовки однороден, непрерывен, изотропен или ортотропен; схемы напряженного состояния сводятся к осесимметричной или плоской. В плоских схемах появляется зависимость нормальных напряжений только от одной из координат, в результате чего число дифференциальных уравнений сокращается до одного, содержащие простые производные; используются упрощенные условия пластичности; касательные напряжения от действия сил контактного трения направлены по касательной к образующей заготовки и относятся к ее срединной поверхности. Принятые при этом упрощающие допущения не противоречат современной теории пластической механики и данным непосредственного опыта. Сравним результаты теоретического решения и моделирования при использовании условия плоско-деформированного состояния (когда тангенциальная деформация $e_{\theta} \approx 0$) в случае получения равномерной толщины для деталей выпуклой формы. Определим максимально возможную погрешность предложенного допущения для предельных случаев формовки.

3. Метод, теоретические основы

Форму детали представим в виде шаровой поверхности с относительными размерами (рисунок 1). Угол между осью симметрии и касательной, проведенной к образующей меньшего основания равен углу конусности заготовки. Это равенство определено условием захвата заготовки в момент начала деформирования. По условиям процесса большее и меньшее основания не меняют свои размеры до конца формообразования, т.е. радиус меньшего основания конуса равен радиусу меньшего основания детали, а радиус большего основания конуса равен радиусу большего основания детали. Рассмотрим случай, как изменятся координаты элемента с радиусом $\rho_{заг}$ в случае, когда он займет положение на готовой детали при условии, что толщина полученной детали утонилась и представляет собой постоянную величину. Значение этой величины находят из известных форм заготовки, детали и условия постоянства объемов по известному значению толщины заготовки.

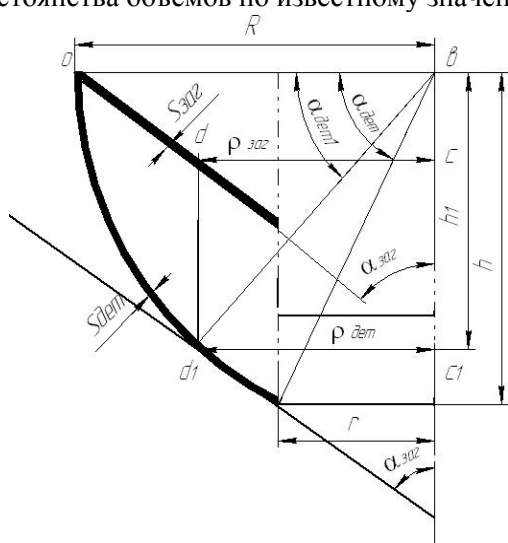


Рисунок 1. Деталь шарообразной формы.

h - расстояние от большего основания до рассматриваемого элемента после формообразования; h_1 - высота полученной детали; R - радиус большего основания детали; r - радиус меньшего основания детали; $\alpha_{дет}$ - угол, образованный кромкой детали большего основания и радиусом, проведенным в точку детали, полученной смещением меньшего основания после формообразования; $\alpha_{заг}$ - угол конусности заготовки; $\alpha_{дет1}$ - угол, образованный кромкой детали большего основания и радиусом, проведенным в точку детали радиусом $\rho_{дет}$, полученной смещением после формообразования из точки заготовки радиусом $\rho_{заг}$.

Определим из геометрических соотношений:

$$V_{\text{заг}} = \frac{2\pi(R+r)}{2} \cdot \frac{(R-r)}{\sin \alpha_{\text{заг}}} \cdot S_{\text{заг}} = \frac{\pi(R^2-r^2)}{\sin \alpha_{\text{заг}}} \cdot S_{\text{заг}} \quad (1)$$

$$V_{\text{дет}} = 2\pi R h S_{\text{дет}} \quad (2)$$

при $h = R \sin \alpha_{\text{дет}}$

$$V_{\text{дет}} = 2\pi R^2 \sin \alpha_{\text{дет}} S_{\text{дет}} \quad (3)$$

где $V_{\text{дет}}$ - объем сферической части детали; $V_{\text{заг}}$ - объем заготовки.

Приравняв выражения (1) и (3) определим толщину детали:

$$S_{\text{дет}} = \frac{(R^2-r^2)}{2 \sin \alpha_{\text{заг}} R^2 \sin \alpha_{\text{дет}}} \cdot S_{\text{заг}} \quad (4)$$

Рассматривая предельный случай формовки из конической заготовки в деталь сферической формы, мы имеем величину максимального утонения заготовки $\frac{S_{\text{заг}}}{S_{\text{дет}}} = 2$ независимо от

отношения $\frac{r}{R}$. Действительно, исходя из геометрических соотношений и зависимости (4) при

$\sin \alpha_{\text{заг}} = \sin \alpha_{\text{дет}} = \sqrt{1-\cos^2 \alpha_{\text{дет}}} = \sqrt{1-\left(\frac{r}{R}\right)^2}$ имеем:

$$\frac{S_{\text{заг}}}{S_{\text{дет}}} = 2 \quad (5)$$

Соотношение между координатами элементов на заготовке и на детали найдем из условия постоянства объемов частей заготовки и детали. Объем части заготовки, ограниченный сечением $abcd$ равен $V_{\rho_{\text{заг}}} = V_{\text{обcd}}$:

$$V_{\rho_{\text{заг}}} = \frac{\pi(R^2-\rho_{\text{заг}}^2)}{\sin \alpha_{\text{заг}}} \cdot S_{\text{заг}}, \quad (6)$$

где ρ - текущий радиус.

Объем части детали, ограниченный сечением $obc1d1$ равен $V_{\rho_{\text{дет}}} = V_{\text{obc1d1}}$:

$$V_{\rho_{\text{дет}}} = 2\pi R^2 S_{\text{дет}} \sin \alpha_{\text{дет1}}. \quad (7)$$

Используем зависимости:

$$h_1 = \sqrt{R^2-\rho_{\text{дет}}^2},$$

$$h = \sqrt{R^2-r^2}.$$

Приравняв объемы (6) и (7), находим связь между $\rho_{\text{заг}}$ и $\rho_{\text{дет}}$:

$$\rho_{\text{заг}} = \sqrt{R^2-\sqrt{(R^2-r^2)(R^2-\rho_{\text{дет}}^2)}}. \quad (8)$$

Далее определим относительную разницу (погрешность) между координатами одного и того же элемента на заготовке и детали.

$$\xi = \frac{\rho_{\text{дет}} - \rho_{\text{заг}}}{\rho_{\text{дет}}}. \quad (9)$$

Подставив (8) в (9), получим:

$$\xi = \frac{x - \sqrt{1 - \sqrt{\psi \cdot (1-x^2)}}}{x} \quad (10)$$

где $x = \frac{\rho_{\text{дет}}}{R}$, $\psi = \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$.

Найдем координату элемента, при которой ξ имеет максимум. Для этого возьмем $\frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0$.

После ряда преобразований имеем:

$$\frac{\rho_{\text{дет}}}{R} = x_{\text{min}} = \sqrt{1 - \frac{B^2}{\psi}}, \quad (11)$$

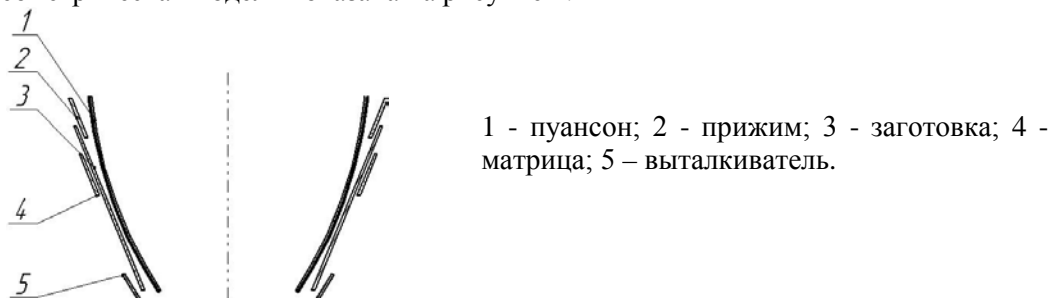
$$\text{где } B = y = \frac{\psi}{1-2\psi} - \sqrt{\frac{\psi^2}{(1-2\psi)^2} + \frac{\psi^2}{1-2\psi}}.$$

4. Результаты моделирования

В достаточно трудоемких задачах применение современных средств автоматизации позволяет исключить значительную часть рутинной работы и представить в наглядной форме результаты моделирования [7].

Для подтверждения введенного допущения был смоделирован процесс формовки деталей, относящихся к классу тонкостенных: $\frac{S_{\text{max}}}{D} < 0,008$ с использованием программного продукта

ANSYS [3]. Для анализа процесса был выбран элемент с формулировкой SHELL163 - оболочечный элемент с 4 узлами, возможностью изгиба и пружинения. Элемент имеет 12 степеней свободы в каждом узле: перемещения, ускорения и скорости в направлениях по осям x , y , z , а также вращения вокруг осей x , y , z . Для решения любой физической задачи любым численным методом сначала следует построить геометрическую модель детали, тела или области. Это обычно один из самых трудоёмких этапов в решении прикладных задач. Препроцессор ANSYS позволяет переносить исходную геометрию из других CAD-систем, поэтому геометрия для моделируемого процесса была перенесена из системы Компас 3D при помощи формата IGS. Чтобы сократить количество элементов, при решении осесимметричной задачи рассмотрена $\frac{1}{4}$ объёма. Для учёта осевой симметрии в этом случае необходимо задавать соответствующие граничные условия. Особенностью LS-DYNA является необходимость разбиения на конечные элементы даже абсолютно твёрдых тел. Для сокращения количества конечных элементов жёсткие тела (оснастка) удобно представлять в виде поверхностей (оболочек), непосредственно контактирующих с заготовкой. Каждая оболочка имеет толщину, и все расчёты производятся относительно срединной поверхности. В расчёте толщина оболочек, представляющих твёрдые тела (пуансон, матрица, прижим, выталкиватель), принималась равной 0,5 мм (в общем случае она может быть любой). Полученная с учётом этого геометрическая модель показана на рисунке 2.



1 - пуансон; 2 - прижим; 3 - заготовка; 4 - матрица; 5 – выталкиватель.

Рисунок 2. Геометрическая модель.

Для заготовки были использованы физические свойства, соответствующие стали 12X18H10T. Поведение материала заготовки описывается билинейной кривой деформирования (рисунок 3), начинающейся в начале координат с положительными значениями деформаций и напряжений. Наклон первого участка определяется исходя из упругих характеристик материала. В точке, соответствующей пределу текучести, кривая продолжается вдоль второго угла, определяемого касательным модулем, имеющим те же единицы, что и модуль упругости. Экспериментально установлено, что данная модель удовлетворительно описывает деформации большинства

металлов. Модель материала матрицы, прижима, пуансона и выталкивателя – твёрдое тело. Конечно-элементная сетка существенным образом может влиять на качество получаемых результатов. Обычно более мелкое разбиение даёт лучшие по точности результаты. Однако аппроксимация геометрии модели большим количеством маленьких элементов приводит к системе алгебраических уравнений большого порядка, что может сказаться на скорости выполнения расчёта. Оценить качество конечно-элементной модели можно последовательным решением нескольких задач с различным количеством элементов. Если решение (максимальные перемещения и напряжения) перестают заметно меняться при использовании более густой сетки, то можно считать, что достигнут оптимальный уровень дискретизации и дальнейшее увеличение дискретизации сетки нерационально. Изображение модели с разбиением на конечные элементы приведено на рисунке 4.

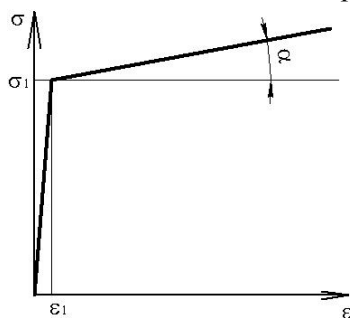


Рисунок 3. Билинейная кривая.



Рисунок 4. Модель с разбиением деформирования на конечные элементы.

Одним из этапов подготовки к проведению расчета и получению удовлетворительных результатов является определение внешних воздействий на твердотельный объект, заключенный в объеме, уже разбитым на конечные элементы. Так как рассматривается $\frac{1}{4}$ объема физической модели, в узлах конечных элементов сетки заготовки, находящихся на границе симметрии были запрещены одна поступательная и две вращательные степени свободы для обеспечения условий осевой симметрии. Также в задаче использовались два типа внешних нагрузок - кинематическая (движение пуансона с заданной скоростью) и силовая (воздействие прижима и выталкивателя на заготовку с определенной силой). Для создания контактных условий в LS-DYNA предусмотрено множество опций. Как правило, задача не требует переопределения значений параметров, которые выставляются «по умолчанию». Расчет проводился при разных значениях коэффициента трения. Для построения задачи использовался тип трения – «автоматический, поверхность-поверхность». Этот тип трения позволяет учитывать толщины оболочек. В качестве контактирующих поверхностей были выбраны следующие компоненты: заготовка – пуансон; заготовка – матрица; заготовка – прижим; заготовка – выталкиватель. Изображения, полученные на последнем шаге расчёта, были перенесены в чертёжно-графическую систему Компас-график (рисунки 5,6).

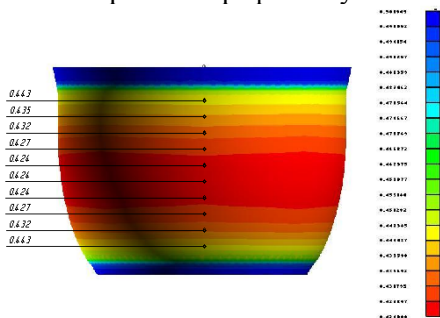


Рисунок 5. Распределение толщин вдоль образующей после формообразования.

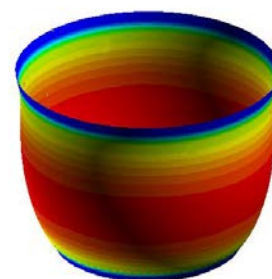


Рисунок 6. Распределение интенсивности деформаций вдоль образующей.

5. Выводы

Анализируя результаты моделирования, можно сделать вывод: что как в области элементов близких к зажимам заготовки, так и промежуточных имеет место тангенциальная деформация близкая к нулю, т.е. $e_{\theta} \approx 0$, что характеризует формообразование при допущении о плоско-деформированном состоянии.

В теоретическом решении рассматриваемое утонение в два раза применимо к случаю очень пластичного материала и при этом r/R не превышает $1/2$, мы получаем, что разница в радиусах для этого случая будет соответствовать $x_{\min} = 0,92$ и $\xi \approx 11,6\%$. Для большинства рассматриваемых деталей выпуклой формы, радиус кривизны которой значительно превышает радиус детали, эта погрешность будет намного меньше (составит 5-6%). Сходимость полученных результатов подтверждает возможность применения допущений и замены аналитического решения задачи моделированием в программных продуктах.

6. Литература

- [1] Demyanenko, E.G. Sheet stamping technology, pt.1, Forming methods based on molding, flanging and drawing processes for the thin-walled axisymmetric parts / E.G. Demyanenko, I.P. Popov. – Samara: Samara State Aerospace University, 2013.
- [2] Palkowski, H. Stamping of Hemispheric Surface Parts in Die Tool Equipped with Steel Elastic Element/ H. Palkowski, V. Yukhvid, D. Chernikov // Key Engineering Materials. – 2016. – Vol. 684. – P. 234-241.
- [3] Zvonov, S.Y. Peculiarities of the process of hollow conical parts shaping from a ring blank / S.Y. Zvonov, I.P. Popov, A.G. Shlyapugin // Russian Aeronautics. – 2010. – Vol. 53(3). – P. 358-361.
- [4] Grechnikov, F.V. Bending process simulation of a flat workpiece with various cross-sectional mechanical properties with PAM-STAMP 2G / F.V. Grechnikov, Y.S. Gorshkov, Y.A. Erisov // Key Engineering Materials. – 2016. – Vol. 685. – P. 133-136.
- [5] Surudin, S.V. Influence of the sheet metal anisotropy on polythickness of the skin after stretch forming / S.V. Surudin, Y.A. Erisov, D.G. Chernikov // Key Engineering Materials. – 2017. – Vol. 743 KEM. – P. 207-211.
- [6] Unksov, E.P. Theory of forging and stamping / E.P. Unksov, W. Johnson, V.L. Kolmogorov. – Moscow: Mashinostroenie, 1992.
- [7] Демьяненко, Е.Г. Анализ технологических процессов отбортовки-формовки в системе LS-DYNA / Е.Г. Демьяненко, С.Ф. Тлустенко, И.П. Попов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королева. – 2006. – Т. 2, № 1. – С. 282-286.

Development of mathematical model of operation forming with discounting assumption about the flat-deformed state

E.G. Demyanenko¹, A.Yu. Kosolapova¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. For development and improvement technological processes is necessary strict analysis of the maximum numbering factors most strongly influencing on the deformation process and flat-deformed strain state procurement blank. When determining of the strained and deformed conditions of blank lead the admission about flat-deformed state, which ensure the minimal thickness variation thin-walled detail by forming process. In this article the complex method of researches including the theoretical analysis and check of the entered condition in the program ANSYS complex is used.