

Синтез оптимального закона управления переориентацией наноспутника с использованием процедуры аналитического конструирования оптимальных регуляторов

Л.И. Сеницын¹, А.В. Крамлих¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. В статье изложен метод и предложен алгоритм синтеза оптимального закона управления переориентацией наноспутника с использованием процедуры аналитического конструирования оптимальных регуляторов. Алгоритм обеспечивает поиск управления для переориентации наноспутника по фазовой траектории, близкой к номинальной, при соблюдении ограничений на величину управляющего момента.

1. Введение

Исследованию задачи управления угловым движением космических аппаратов в различных постановках и с использованием широкого спектра методов решения посвящено множество публикаций. Например, решение задачи переориентации на основе принципа максимума Л.С. Понтрягина рассматривается в работах [1-2]. Принцип максимума особенно важен в системах управления с максимальным быстродействием или минимальным расходом энергии, где применяются управления релейного типа. Другим подходом, позволяющим реализовать сложный пространственный поворот космического аппарата с использованием гладких управлений, является квазиоптимальный алгоритм переориентации. Этот подход основан на использовании концепции обратных задач динамики и позволяет формировать программные траектории при известных граничных условиях на состояния и управления. При этом программная траектория ищется в классе полиномов заданной степени, коэффициенты которых определяются по известным значениям переменных состояния и управления космического аппарата в граничных точках траектории. Синтез законов управления на основе квазиоптимальных алгоритмов рассматривается в работах [3-6]. При решении задач анализа и синтеза систем управления движущимися объектами одним из наиболее мощных инструментов являются методы теории линейных динамических систем. Качественно новый уровень развития теории управления динамическими системами достигается решением проблемы аналитического матричного синтеза произвольных законов управления с обеспечением заданной совокупности свойств. Исследованию этой проблемы, в частности, синтезу законов управления космическим аппаратом, обеспечивающих оптимальное размещение полюсов замкнутой системы управления, посвящены работы [7-9]. В данной работе предлагается алгоритм синтеза оптимального закона управления, основанный на методике аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) [10-11], с использованием множества

опорных точек номинальной траектории для переориентации. При построении алгоритма учитываются внешние аэродинамический и гравитационный моменты, которые оказывают существенное влияние на угловое движение космических аппаратов нанокласса.

2. Постановка задачи

Из заданного начального положения $x_0 = (\gamma_0 \dot{\gamma}_0 \psi_0 \dot{\psi}_0 \vartheta_0 \dot{\vartheta}_0)$ необходимо перевести наноспутник, на который действуют гравитационный и аэродинамический моменты, в требуемое конечное положение $x_k = (\gamma_k \dot{\gamma}_k \psi_k \dot{\psi}_k \vartheta_k \dot{\vartheta}_k)$, причём траектория изменения фазовых параметров наноспутника в процессе переориентации $x(t) = (\gamma(t) \dot{\gamma}(t) \psi(t) \dot{\psi}(t) \vartheta(t) \dot{\vartheta}(t))$ должна иметь вид, соответствующий требуемому целевому назначению. При этом должно устанавливаться ограничение на величину управляющего воздействия. Это ограничение обусловлено техническими возможностями исполнительных элементов наноспутника. Ещё одним важным моментом является точность, с которой требуется осуществлять движение наноспутника по фазовой траектории, диктуемой особенностями космической миссии.

Синтез оптимального закона управления переориентацией наноспутника с использованием АКОР в данной работе включает в себя следующие этапы:

- выбор номинальной траектории для манёвра переориентации;
- поиск опорных точек номинальной траектории;
- осуществление переходов между опорными точками;
- аналитическое конструирование оптимальных регуляторов.

В зависимости от требуемого целевого назначения наноспутника выбирается номинальная траектория. Формирование оптимальных номинальных траекторий – отдельная задача в теории управления [3-6], – в данной работе не рассматривалась. Поскольку конструирование оптимальных регуляторов происходит для линеаризованных уравнений движения, номинальную траекторию необходимо разбить на локальные участки. Предполагается, что оптимальная номинальная траектория найдена и на ней определены все опорные точки с некоторым шагом по одной из фазовых координат. Отметим, что величина отклонений между опорными точками в пределах каждого участка принимается 5 градусов для углов и 5 градусов в секунду для скоростей изменения углов для достижения требуемой точности приближения линеаризованных уравнений. В зависимости от кривизны траектории и количества опорных точек, шаг может быть постоянным или переменным. На рисунке 1 схематично показаны опорные точки на траектории, имеющей вид отрезка прямой для канала тангажа.

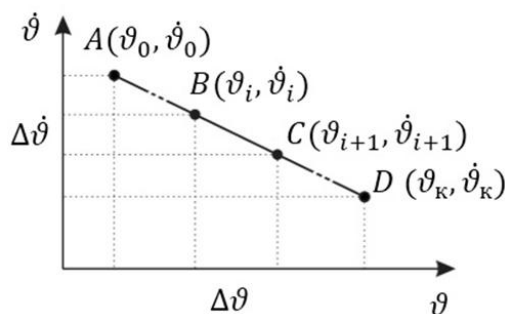


Рисунок 1. Опорные точки на траектории для канала тангажа.

На каждом новом локальном участке начальное отклонение определяется как разница между текущей опорной точкой и текущим положением, полученным на предыдущем локальном участке с добавлением некоторой случайной величины, включающей в себя неучтённые факторы. При достижении требуемой точности попадания в новую опорную точку, алгоритм переходит к обработке следующего локального участка, а его положение становится новыми начальными условиями.

2. Линеаризация уравнений движения относительно центра масс

Движение космического аппарата относительно центра масс в связанной системе координат при условии, что оси связанной системы координат совпадают с главными центральными осями инерции космического аппарата, описывается динамическими уравнениями Эйлера:

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x - (I_y - I_z) \omega_y \omega_z = M_{gx} + M_{ax} + M_{yx}, \\ I_y \dot{\omega}_y - (I_z - I_x) \omega_x \omega_z = M_{gy} + M_{ay} + M_{yy}, \\ I_z \dot{\omega}_z - (I_x - I_y) \omega_x \omega_y = M_{gz} + M_{az} + M_{yz}, \end{cases} \quad (1)$$

где I_x, I_y, I_z – моменты инерции космического аппарата относительно осей Ox, Oy и Oz соответственно, $\text{кг} \times \text{м}^2$; $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x \ \omega_y \ \omega_z)^T$ – вектор мгновенной угловой скорости космического аппарата, рад/с; $\mathbf{M}_g = (M_{gx} \ M_{gy} \ M_{gz})^T$ – вектор гравитационного момента сил, $\text{Н} \times \text{м}$; $\mathbf{M}_a = (M_{ax} \ M_{ay} \ M_{az})^T$ – вектор аэродинамического момента сил, $\text{Н} \times \text{м}$; $\mathbf{M}_y = (M_{yx} \ M_{yy} \ M_{yz})^T$ – вектор управляющего момента, $\text{Н} \times \text{м}$.

Для достижения определённости описания движения относительно центра масс, система динамических уравнений (1) дополняется кинематическими уравнениями, которые устанавливают связь между вектором мгновенной скорости $\boldsymbol{\omega}$, углами γ, ψ, ϑ и орбитальной скоростью ω_0 [11]:

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \vartheta + \omega_0 \cos \vartheta \sin \psi, \\ \omega_y = \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \gamma + \dot{\vartheta} \sin \gamma - \omega_0 (\cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma), \\ \omega_z = \dot{\vartheta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \gamma - \omega_0 (\cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma). \end{cases} \quad (2)$$

Кинематические уравнения (2), решённые относительно величин $\dot{\gamma}, \dot{\psi}, \dot{\vartheta}$, имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= \omega_x - \omega_0 \cos \vartheta \sin \psi \\ &- \text{tg } \vartheta \left([\omega_y + \omega_0 (\cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma)] \cos \gamma \right. \\ &\quad \left. - [\omega_z + \omega_0 (\cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma)] \sin \gamma \right), \\ \dot{\psi} &= ([\omega_y + \omega_0 (\cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma)] \cos \gamma \\ &\quad - [\omega_z + \omega_0 (\cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma)] \sin \gamma) \frac{1}{\cos \vartheta}, \\ \dot{\vartheta} &= [\omega_y + \omega_0 (\cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma)] \sin \gamma \\ &\quad - [\omega_z + \omega_0 (\cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma)] \cos \gamma. \end{aligned} \quad (3)$$

Запишем в отклонениях от номинальной траектории уравнения (1) и (3). Здесь под отклонениями понимается разница между текущим значением угла или скорости изменения угла и некоторым фиксированным значением угла или скорости изменения угла, которое соответствует требуемой ориентации в данной точке полёта. Так как отклонения малы, то кинематические соотношения (3) упрощаются. Заменяя синусы углов на значения их аргументов, косинусы на единицы и сохраняя величины первого порядка малости, получим:

$$\begin{cases} \hat{\gamma} = \omega_x - \omega_0 \hat{\psi}, \\ \hat{\psi} = \omega_y + \omega_0 \hat{\gamma}, \\ \hat{\vartheta} = \omega_z + \omega_0. \end{cases} \quad (4)$$

Подставляя линеаризованные кинематические уравнения (4) в динамические уравнения Эйлера (1), получим:

$$\begin{cases} I_x \hat{\gamma} + \omega_0 (I_x + I_y - I_z) \hat{\psi} = M_{gx} + M_{ax} + M_{yx}, \\ I_y \hat{\psi} - \omega_0 (I_x + I_y - I_z) \hat{\gamma} = M_{gy} + M_{ay} + M_{yy}, \\ I_z \hat{\vartheta} = M_{gz} + M_{az} - M_{yz}. \end{cases} \quad (5)$$

Таким образом, система дифференциальных уравнений движения имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2, \\ \dot{\hat{x}}_2 = -\frac{\omega_0(I_x + I_y - I_z)}{I_x} \hat{x}_4 + \frac{M_{gx}}{I_x} + \frac{M_{ax}}{I_x} + \frac{M_{yx}}{I_x}, \\ \dot{\hat{x}}_3 = \hat{x}_4, \\ \dot{\hat{x}}_4 = \frac{\omega_0(I_x + I_y - I_z)}{I_y} \hat{x}_2 + \frac{M_{gy}}{I_y} + \frac{M_{ay}}{I_y} + \frac{M_{yy}}{I_y}, \\ \dot{\hat{x}}_5 = \hat{x}_6, \\ \dot{\hat{x}}_6 = \frac{M_{gz}}{I_z} + \frac{M_{az}}{I_z} + \frac{M_{yz}}{I_z}, \end{cases} \quad (6)$$

где $\hat{x}_1 = \hat{\gamma}$, $\hat{x}_2 = \dot{\hat{\gamma}}$, $\hat{x}_3 = \hat{\psi}$, $\hat{x}_4 = \dot{\hat{\psi}}$, $\hat{x}_5 = \hat{\vartheta}$, $\hat{x}_6 = \dot{\hat{\vartheta}}$ – элементы вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}$.

Для наноспутника с различными моментами инерции, движущегося в центральном гравитационном поле планеты по круговой орбите, можно записать следующие выражения проекций момента гравитационных сил [12]:

$$\begin{cases} M_{gx} = 3\omega_0^2(I_z - I_y)M_{32}M_{33}, \\ M_{gy} = 3\omega_0^2(I_x - I_z)M_{33}M_{31}, \\ M_{gz} = 3\omega_0^2(I_y - I_x)M_{31}M_{32}, \end{cases} \quad (7)$$

где I_x, I_y, I_z – моменты инерции наноспутника относительно осей Ox, Oy и Oz соответственно, $\text{кг} \times \text{м}^2$; ω_0 – орбитальная скорость, рад/с ; M_{31}, M_{32}, M_{33} – элементы матрицы направляющих косинусов:

$$\begin{aligned} M_{31} &= \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma + \sin \gamma \cos \psi, \\ M_{32} &= -\cos \gamma \sin \vartheta, \\ M_{33} &= -\sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma + \cos \gamma \cos \psi. \end{aligned}$$

Выражения для проекций момента аэродинамических сил имеют вид:

$$\begin{cases} M_{ax} = C_x S_M \frac{\rho V^2}{2} (z_{цд} \sin \vartheta + y_{цд} \sin \psi \cos \vartheta), \\ M_{ay} = -C_x S_M \frac{\rho V^2}{2} (x_{цд} \sin \psi \cos \vartheta + z_{цд} \cos \vartheta \cos \psi), \\ M_{az} = C_x S_M \frac{\rho V^2}{2} (y_{цд} \cos \vartheta \cos \psi - x_{цд} \sin \vartheta), \end{cases} \quad (8)$$

где C_x – коэффициент аэродинамического сопротивления, равный 2,2; S_M – площадь миделевого сечения, м^2 ; ρ – плотность атмосферы в точке движения наноспутника, кг/м^3 ; V – скорость набегающего потока, равная скорости движения наноспутника, м/с ; $x_{цд}, y_{цд}, z_{цд}$ – координаты центра давления относительно центра масс в системе координат $Oxyz$, м ; γ, ψ, ϑ – углы крена, рысканья и тангажа соответственно, рад .

3. Синтез оптимального закона управления

Для нахождения управления наноспутником, возмущённое движение которого описывается уравнением [13]:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = A\hat{\mathbf{x}} + B\mathbf{u}, \quad (9)$$

находится матрица C^T уравнения регуляторов:

$$\mathbf{u} = C^T \hat{\mathbf{x}}, \quad (10)$$

такая, что на асимптотически устойчивых движениях системы (9), (10), возбуждённых произвольными начальными отклонениями, минимизировался функционал

$$J = \int_0^{\infty} (\hat{\mathbf{x}}^T Q \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{u}^T \mathbf{u}) dt, \quad (11)$$

где $A^{n \times n}$, $B^{n \times m}$ – заданные матрицы; $Q^{n \times n}$ – заданная положительно-определённая матрица.

Для нахождения $C = -P^0 B$ решается алгебраическое уравнение Риккати:

$$PA + A^T P - PBB^T P + Q = 0, \quad (12)$$

где P – симметричная матрица чисел размеров $n \times n$.

Матричные коэффициенты A и B алгебраического уравнения Риккати (12) могут быть легко выражены из системы (6).

Для оценки работы алгоритма проводится математическое моделирование процесса переориентации с управляющими моментами, найденными с помощью принципов аналитического конструирования оптимальных регуляторов. Структуру алгоритма условно можно разбить на несколько блоков. В первом блоке происходит инициализация переменных – установка параметров спутника и орбиты, по которой он движется, настройка требуемой точности переориентации, задание шага интегрирования. Во втором блоке в алгоритм попадают опорные точки заранее заданной программной траектории. Эти точки представляют собой последовательность всех фазовых координат, в которой должна происходить переориентация. В третьем блоке вычисляется матрица регулятора, с помощью которой будет отыскиваться вектор управляющего воздействия. В четвёртый блок вынесены операции, позволяющие последовательно двигаться по опорным точкам и формирующие массивы данных. В пятом блоке происходит поиск управления и моделирование движения наноспутника. В шестом блоке происходит вывод данных.

4. Результаты моделирования

Результаты моделирования работы алгоритма в виде фазовых траекторий для номинальной траектории, имеющей вид отрезка прямой представлены на рисунке 2. Параметры моделирования: $x_0 = (-90, 0.5, -90, -0.5, -90, 0.5)$; $x_k = (0, 0, 0, 0, 0, 0)$; высота орбиты $h = 400$ км; моменты инерции $I_x = 0,003$ кг \times м²; $I_y = 0,008$ кг \times м²; $I_z = 0,007$ кг \times м²; $u_{max} = 10^{-3}$ Н \times м.

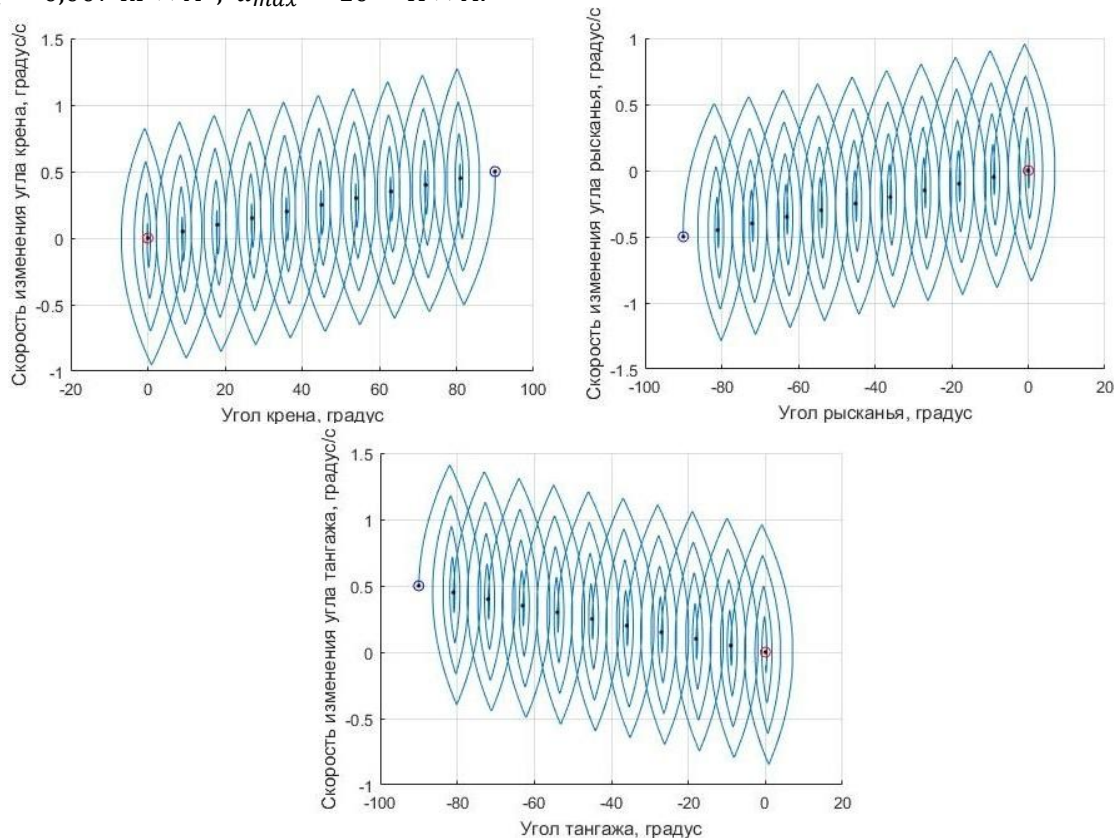


Рисунок 2. Фазовые траектории процесса переориентации.

На рисунке 2 углы крена, рысканья и тангажа расположены по горизонтальным осям, а скорости изменения этих углов по соответствующим вертикальным осям. Конечная точка программной траектории находится в начале координат (0,0) для каждого из графиков.

5. Выводы

В работе предложен метод, на основании которого разработан алгоритм синтеза оптимального закона управления переориентацией наноспутника, основанный на методике аналитического конструирования оптимальных регуляторов, с использованием множества опорных точек номинальной траектории для переориентации. При построении алгоритма поиска управления учитываются возмущающие аэродинамический и гравитационный моменты, которые оказывают существенное влияние на движение космических аппаратов нанокласса.

Анализ результатов моделирования показал, что количество интервалов разбиения номинальной траектории не должно быть слишком большим, так как значительно увеличивается время манёвра, и в то же время должно быть не меньшим, чем некоторое критическое значение, обуславливаемое линейностью динамической системы. Выбор оптимального количества опорных точек требует дополнительного исследования.

6. Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №17-79-20215).

7. Литература

- [1] Алексеев, К.Б. Управление космическими летательными аппаратами / К.Б. Алексеев, Г.Г. Бебенин – М.: Машиностроение, 1974. – 340 с.
- [2] Левский, М.В. Применение принципа Максимиума Л.С. Понтрягина к задачам оптимального управления ориентацией / М.В. Левский // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008. – № 6. – С. 144-157.
- [3] Крутько, П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: Линейные модели / П.Д. Крутько – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 304 с.
- [4] Крутько, П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: Нелинейные модели / П.Д. Крутько – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 330 с.
- [5] Велищанский, М.А. Реализация плоского поворота космического аппарата квазиоптимальным алгоритмом переориентации / М.А. Велищанский // Наука и образование. Электронный научно-технический журнал. – 2012. – № 10. – С. 397-412.
- [6] Велищанский, М.А. Синтез квазиоптимальной траектории движения беспилотного летательного аппарата / М.А. Велищанский // Наука и образование. Электронный научно-технический журнал. – 2013. – № 12. – С. 417-430.
- [7] Зубов, Н.Е. Матричные методы в теории и практике систем автоматического управления летательных аппаратов / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, В.Н. Рябченко – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. – 666 с.
- [8] Зубов, Н.Е. Синтез развязывающих законов стабилизации орбитальной ориентации космического аппарата / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, М.Ш. Мисриханов, В.Н. Рябченко // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2012. – № 1. – С. 92-108.
- [9] Зубов, Н.Е. Синтез законов управления космическим аппаратом, обеспечивающих оптимальное размещение полюсов замкнутой системой управления / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, М.Ш. Мисриханов, В.Н. Рябченко // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2012. – № 3. – С. 98-111.
- [10] Красовский, А.А. Аналитическое конструирование контуров управления летательными аппаратами / А.А. Красовский – М.: Машиностроение, 1969. – 240 с.
- [11] Александров, А.Г. Оптимальные и адаптивные системы: учеб. пособие для вузов по спец. «Автоматика и упр. в техн. системах» – М.: Высш. шк., 1989. – 263 с.
- [12] Попов, В.И. Системы ориентации и стабилизации космических аппаратов – М.: Машиностроение, 1986. – 184 с.

- [13] Сарычев, В.А. Динамика спутника под действием гравитационного и аэродинамического моментов. Исследование положений равновесия / В.А. Сарычев, С.А. Гутник // Препринты ИПМ им. Келдыша. – 2014. – № 39. – С. 1-38.

Synthesis of the optimal control law for the reorientation of a nanosatellite using the procedure of analytic construction of optimal regulators

L.I. Sinitsin¹, A.V. Kramlikh¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. The method is described in the article and an algorithm for the synthesis of the optimal control law for the reorientation of the nanosatellite using the procedure of analytic construction of optimal regulators is proposed. The algorithm provides a search of control for reorienting the nanosatellite along a phase trajectory close to the nominal one, subject to restrictions on the magnitude of the control torque.