

# Сравнение оптимальных восстанавливающих фильтров для дискретной и непрерывно-дискретной линейных моделей наблюдения

В.В. Сергеев<sup>1,2</sup>, А.И. Максимов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Молодогвардейская 151, Самара, Россия, 443001

<sup>2</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

**Аннотация.** Производится вывод выражений для частотной характеристики оптимального восстанавливающего фильтра, а также для значения ошибки восстановления при непрерывно-дискретной линейной модели наблюдения. При этом рассматриваются три случая – общий и два частных: когда отсутствуют динамические искажения сигнала и когда отсутствует аддитивный шум. Представлены результаты сравнения значений ошибок восстановления оптимальных фильтров при одинаковых параметрах сигнала, динамических искажений и аддитивного шума для выбранных моделей наблюдения.

## 1. Введение

Традиционно для описания искажений цифровых сигналов используется дискретная линейная модель наблюдения (ДЛМН) [1, 2], которая оперирует исключительно дискретными сигналами. Однако исходный (физический) сигнал во многих случаях является функцией непрерывной переменной и подвергается искажениям еще до дискретизации, в непрерывной области [3, 4]. Таковыми, к примеру, являются искажения оптического сигнала в системе формирования изображений [2,3]. Учесть искажения сигнала в непрерывной области можно посредством непрерывно-дискретной модели наблюдения (НДЛМН) [2]. Интересно выяснить, насколько различаются результаты цифровой обработки, в частности, восстановления сигнала при использовании этих двух моделей.

Для компактности изложения в рамках данной работы рассматриваются одномерные сигналы, но все ее результаты и выводы могут быть обобщены и на двумерный случай (изображений).

В статье выводятся выражения для частотной характеристики оптимального восстанавливающего фильтра при использовании непрерывно-дискретной линейной модели наблюдения и для значения минимально достижимой ошибки восстановления сигнала.

Также в статье представлены результаты расчетов и сравнения ошибок восстановления сигнала оптимальными восстанавливающими фильтрами для рассматриваемых моделей наблюдения.

Работа выстроена следующим образом. Вначале выводятся выражения для оптимального восстанавливающего фильтра при НДЛМН. Далее для полноты изложения приводятся известные выражения для оптимального восстанавливающего фильтра при ДЛМН. После приводятся результаты расчетов ошибки восстановления для обеих моделей наблюдения с использованием одинаковых параметров сигнала, аддитивного шума и динамических искажений.

## 2. Оптимальный фильтр для непрерывно-дискретной модели наблюдения

НДЛМН предполагает, что исходный сигнал претерпевает динамические искажения в непрерывной временной области, после чего искаженный непрерывный сигнал дискретизируется по времени, после чего на него налагается некоррелированный с сигналом шум, наблюдению же доступен только дискретный выходной сигнал. При этом считается, что искажающая система является линейной и инвариантной к сдвигу (ЛИС-системой):

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau) x_n(t - \tau) d\tau, \quad (1)$$

$$y(n) = y_n(t)|_{t = nT} + v(n), \quad (2)$$

где  $y_n(t)$  – искаженный сигнал в непрерывной временной области;

$h_n(t)$  – импульсная характеристика искажающей системы в непрерывной временной области;

$x_n(t)$  – исходный непрерывный сигнал,

$y(n)$  – искаженный дискретный сигнал, доступный наблюдению,

$v(n)$  – аддитивный шум, некоррелированный с сигналом,

$n$  – целочисленный аргумент приведенных последовательностей, заданный на всей числовой оси,

$T$  – период дискретизации непрерывного сигнала.

Если объединить выражения (1) и (2) в одно, непрерывно-дискретную модель наблюдения можно записать следующим образом:

$$y(n) = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau) x_n(nT - \tau) d\tau \right] |_{t = nT} + v(n). \quad (3)$$

Выражение для дискретных значений непрерывного исходного сигнала выглядит следующим образом:

$$x(n) = x_n(t)|_{t = nT}. \quad (4)$$

Задача восстановления будет заключаться в получении оценки исходного сигнала:

$$\bar{x}(n) = g(n) * y(n), \quad (5)$$

где  $\bar{x}(n)$  – восстановленный сигнал, оценка исходного сигнала;

$g(n)$  – импульсная характеристика восстанавливающего фильтра.

Оптимальный восстанавливающий фильтр строится исходя из критерия минимизации среднеквадратической ошибки:

$$\varepsilon^2 = M\{[\bar{x}(n) - x(n)]^2\} = M\{[\sum_{k=-\infty}^{\infty} g(k) y(n - k) - x(n)]^2\} \rightarrow \min. \quad (6)$$

Минимизация критерия достигается за счет варьирования отсчетов импульсной характеристики восстанавливающего фильтра. В точке минимума все частные производные будут равны нулю:

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial g(m)} = \frac{\partial}{\partial g(m)} M\{[\sum_{k=-\infty}^{\infty} g(k) y(n - k) - x(n)]^2\} = 0, \quad \forall m. \quad (7)$$

Из (6) следует уравнение Винера-Хопфа[1,2]:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} g(k) B_y(m - k) = B_{xy}(-m), \quad \forall m, \quad (8)$$

где  $B_y(k)$  – автокорреляционная функция наблюдаемого сигнала (АКФ);

$B_{xy}(k)$  – взаимная корреляционная функция (ВКФ) исходного и наблюдаемого сигналов.

При помощи z-преобразования из выражения (8) получаем передаточную функцию восстанавливающего фильтра:

$$G(z) = \frac{\Phi_{xy}(z^{-1})}{\Phi_y(z)}, \quad (9)$$

где  $G(z)$  – передаточная функция оптимального восстанавливающего фильтра;

$\Phi_{xy}(z)$  – z-преобразование ВКФ исходного и наблюдаемого сигналов;

$\Phi_y(z)$  – z-преобразование АКФ наблюдаемого сигнала.

При помощи полученных выражений можно получить следующее выражение:

$$\Phi_\varepsilon(z) = \Phi_x(z) - \frac{\Phi_{xy}(z)\Phi_{xy}(z^{-1})}{\Phi_y(z)}. \quad (10)$$

При использовании данной модели наблюдения возникает необходимость связать дискретное и непрерывное время. Поэтому перейдем от z-преобразования к преобразованию Фурье и примем размерную шкалу частот:

$$z = e^{i\Omega T}. \quad (11)$$

В этом случае выражения (9) и (10) примут следующий вид:

$$G(e^{i\Omega T}) = \frac{\Phi_{xy}(e^{-i\Omega T})}{\Phi_y(e^{i\Omega T})}, \quad (12)$$

$$\Phi_\varepsilon(e^{i\Omega T}) = \Phi_x(e^{i\Omega T}) - \frac{|\Phi_{xy}(e^{i\Omega T})|^2}{\Phi_y(e^{i\Omega T})}. \quad (13)$$

Саму ошибку восстановления можно вычислить по следующему выражению:

$$\varepsilon^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} \Phi_\varepsilon(e^{i\Omega T}) d\Omega. \quad (14)$$

### 2.1 Общий случай

Определим компоненты, входящие в формулы (12) и (13) для общего случая. Энергетический спектр наблюдаемого сигнала запишем при помощи известной связи спектров непрерывного и дискретного сигналов [1]:

$$\Phi_y(e^{i\Omega T}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| H_n\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) \right|^2 \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) + \Phi_v(e^{i\Omega T}). \quad (15)$$

Для определения взаимного энергетического спектра, исходного и наблюдаемого сигналов, обратимся к временной области – запишем их ВКФ:

$$B_{xy}(m) = M[x(n) y(n+m)]. \quad (16)$$

ВКФ дискретных сигналов можно рассматривать как дискретные значения ВКФ непрерывных сигналов:

$$B_{xy}(m) = B_{x_n y_n}(\theta) | \theta = mT. \quad (17)$$

$$B_{x_n y_n}(\theta) = M[x_n(t-\theta) y_n(t)] = M \left[ x_n(t-\theta) \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau) x_n(t-\tau) d\tau \right] =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau) B_{x_n}(\theta - \tau) d\tau. \quad (18)$$

Перейдя к преобразованию Фурье из (18) получим:

$$\Phi_{xy}(e^{i\Omega T}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_n\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right). \quad (19)$$

С учетом (15) и (19) выражения для передаточной функции оптимального восстанавливающего фильтра (12) и энергетический спектр ошибки восстановления сигнала (13) примут следующий вид:

$$G(e^{i\Omega T}) = \frac{\sum_{k=-\infty}^{\infty} H_n^*\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right)}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} |H_n\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right)|^2 \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) + T\Phi_v(e^{i\Omega T})}, \quad (20)$$

$$\Phi_{\varepsilon_{\text{НДЛМН}}}(e^{i\Omega T}) = \Phi_x(e^{i\Omega T}) - \frac{\frac{1}{T} \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_n\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) \right|^2}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} |H_n\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right)|^2 \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) + T\Phi_v(e^{i\Omega T})}. \quad (21)$$

Само значение ошибки можно рассчитать через ее энергетический спектр следующим образом:

$$\varepsilon_{\text{НДЛМН}}^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} \Phi_{\varepsilon_{\text{НДЛМН}}}(e^{i\Omega T}) d\Omega, \quad (22)$$

## 2.2. Отсутствие динамических искажений

Пусть отсутствует воздействие динамических искажений на исходный сигнал. В этом случае выражение (3) будет выглядеть:

$$y(n) = x_n(t)|_{t = nT} + v(n). \quad (23)$$

Применим тот же прием, что и в выражении (17), и рассмотрим АКФ дискретного сигнала как дискретные значения АКФ непрерывного сигнала и выясним, как при этом будет выглядеть выражение для энергетического спектра сигнала:

$$B_x(m) = B_{x_n}(\tau)|_{\tau = mT}, \quad (24)$$

$$\Phi_x(e^{i\Omega T}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right). \quad (25)$$

В этом случае выражения для частотной характеристики оптимального фильтра (20) и спектр ошибки восстановления (21) будут выглядеть следующим образом:

$$G(e^{i\Omega T}) = \frac{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right)}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) + T\Phi_v(e^{i\Omega T})}, \quad (26)$$

$$\Phi_{\varepsilon_{\text{НДЛМН}}}(e^{i\Omega T}) = \Phi_x(e^{i\Omega T}) - \frac{\frac{1}{T} \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) \right|^2}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) + T\Phi_v(e^{i\Omega T})}. \quad (27)$$

С учетом выражения (25) предыдущая пара выражений примет следующий вид:

$$G(e^{i\Omega T}) = \frac{\Phi_x(e^{i\Omega T})}{\Phi_x(e^{i\Omega T}) + \Phi_v(e^{i\Omega T})}. \quad (28)$$

$$\Phi_{\varepsilon_{\text{НДЛМН}}}(e^{i\Omega T}) = \frac{\Phi_x(e^{i\Omega T}) \Phi_v(e^{i\Omega T})}{\Phi_x(e^{i\Omega T}) + \Phi_v(e^{i\Omega T})}. \quad (29)$$

## 2.3 Отсутствие аддитивного шума

Пусть на исходный сигнал не действует аддитивный шум, тогда формула (3) примет вид:

$$y(n) = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau) x_n(nT - \tau) d\tau \right] |_{t = nT}. \quad (30)$$

В данном частном случае выражения (20) и (21) будут следующими:

$$G(e^{i\Omega T}) = \frac{\sum_{k=-\infty}^{\infty} H_n^*\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right)}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| H_n\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) \right|^2 \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right)}, \quad (31)$$

$$\Phi_{\varepsilon_{\text{НДЛМН}}}(e^{i\Omega T}) = \Phi_x(e^{i\Omega T}) - \frac{\frac{1}{T} \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_n\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) \right|^2}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| H_n\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right) \right|^2 \Phi_{x_n}\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}k\right)}. \quad (32)$$

Как видно из формул, полученный оптимальный фильтр не является при данной модели наблюдения обратным.

## 3. Оптимальный фильтр для дискретной линейной модели наблюдения

Как известно, ДЛМН задается следующим образом [1-4]:

$$y(n) = x(n) * h(n) + v(n), \quad (33)$$

где  $h(n)$  – известная импульсная характеристика искажающей ЛИС-системы;

\* – операция дискретной свертки.

Задача восстановления будет заключаться в получении оценки исходного сигнала:

$$\bar{x}(n) = g(n) * y(n), \quad (34)$$

### 3.1. Общий случай

При помощи z-преобразования из выражений для частных производных критерия следует выражение для передаточной функции восстанавливающей системы:

$$G(e^{i\Omega T}) = \frac{H^*(e^{i\Omega T}) \Phi_x(e^{i\Omega T})}{|H(e^{i\Omega T})|^2 \Phi_x(e^{i\Omega T}) + \Phi_v(e^{i\Omega T})}. \quad (35)$$

Выражение для энергетического спектра ошибки восстановления будет выглядеть следующим образом:

$$\Phi_{\varepsilon_{\text{ДЛМН}}}(e^{i\Omega T}) = \frac{\Phi_v(e^{i\Omega T})\Phi_x(e^{i\Omega T})}{|H(e^{i\Omega T})|^2\Phi_x(e^{i\Omega T}) + \Phi_v(e^{i\Omega T})}. \quad (36)$$

Сама ошибка восстановления вычисляется следующим образом:

$$\varepsilon^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} \Phi_{\varepsilon_{\text{ДЛМН}}}(e^{i\Omega T}) d\Omega. \quad (37)$$

### 3.2. Отсутствие динамических искажений

Пусть на исходный сигнал не воздействуют динамические искажения. Модель наблюдения запишется следующим образом:

$$y(n) = x(n) + v(n). \quad (38)$$

Выражение для передаточной функции восстанавливающего фильтра (35) будет иметь следующий вид:

$$G(e^{i\Omega T}) = \frac{\Phi_x(e^{i\Omega T})}{\Phi_x(e^{i\Omega T}) + \Phi_v(e^{i\Omega T})}. \quad (39)$$

С учетом (39) энергетический спектр ошибки и ее значение будет выглядеть следующим образом:

$$\Phi_{\varepsilon_{\text{ДЛМН}}}(e^{i\Omega T}) = \frac{\Phi_x(e^{i\Omega T})\Phi_v(e^{i\Omega T})}{\Phi_x(e^{i\Omega T}) + \Phi_v(e^{i\Omega T})}. \quad (40)$$

Заметим, что выражения (39) и (40) полностью совпадают с выражениями (28) и (29) полученными для аналогичного частного случая при использовании НДЛМН.

### 3.3. Отсутствие аддитивного шума

Пусть на исходный сигнал отсутствует воздействие аддитивного шума. В этом случае модель наблюдения запишется следующим образом:

$$y(n) = x(n) * h(n). \quad (41)$$

В данном случае частотная характеристика восстанавливающего фильтра будет иметь следующий вид:

$$G(e^{i\Omega T}) = \frac{1}{H(e^{i\Omega T})}. \quad (42)$$

Полученный фильтр является обратным. Как правило, обратный фильтр является неустойчивым, поскольку для его устойчивости требуется, чтобы все значения частотной характеристики искажающей ЛИС-системы были ненулевыми.

## 4. Экспериментальное сравнение ошибок восстановления для выбранных линейных моделей наблюдения

Сравним ошибки восстановления оптимальных фильтров для рассматриваемых моделей при одинаковых параметрах сигнала, шума и искажающей системы.

В качестве исходного сигнала был взят экспоненциально коррелированный сигнал:

$$B_{x_n}(t) = \sigma_x^2 \cdot e^{-\beta|t|}, \quad (43)$$

$$\Phi_{x_n}(\Omega) = \frac{2\beta \cdot \sigma_x^2}{\beta^2 + \Omega^2}. \quad (44)$$

где  $\sigma_x^2$  – дисперсия исходного сигнала,

$\beta$  – коэффициент корреляции,

Было принято, что аддитивный шум – белый. Его энергетический спектр:

$$\Phi_v(e^{i\Omega T}) = \sigma_v^2, \quad (45)$$

где  $\sigma_v^2$  – дисперсия шума.

Были рассмотрены два случая искажающих ЛИС-систем. В качестве первой импульсной характеристики была взята функция Гаусса, которая является традиционной моделью линейных систем искажений для реальных оптических систем [3]:

$$h_n(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_h} \cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma_h^2}}, \quad (46)$$

$$H_n(\Omega) = e^{-\frac{\sigma_h^2 \Omega^2}{2}} \tag{47}$$

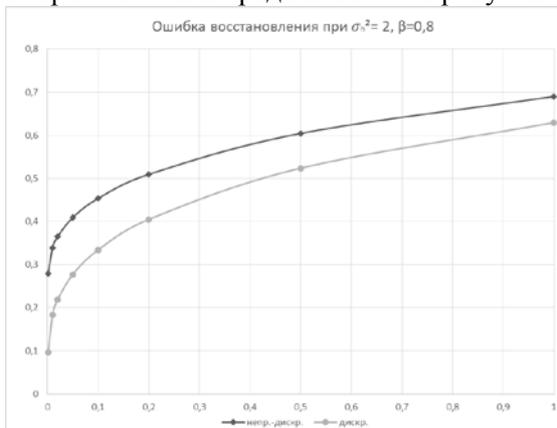
где  $\sigma_h^2$  – дисперсия искажающей ЛИС-системы.

В качестве другой рассмотренной импульсной характеристики импульсной системы был взят прямоугольный импульс:

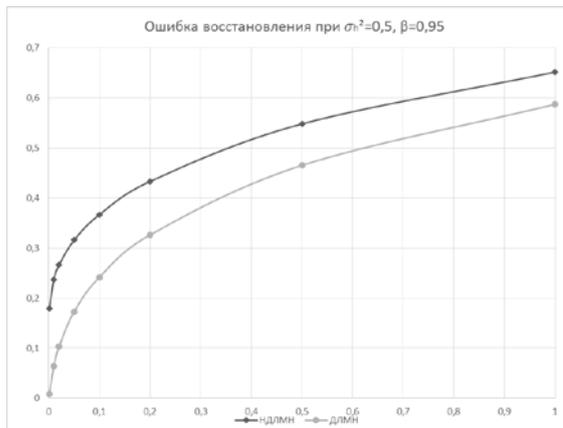
$$h_n(t) = \begin{cases} \frac{1}{T}, & t \in [0, T], \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \tag{48}$$

$$H_n(\Omega) = \text{sinc}(\Omega), \tag{49}$$

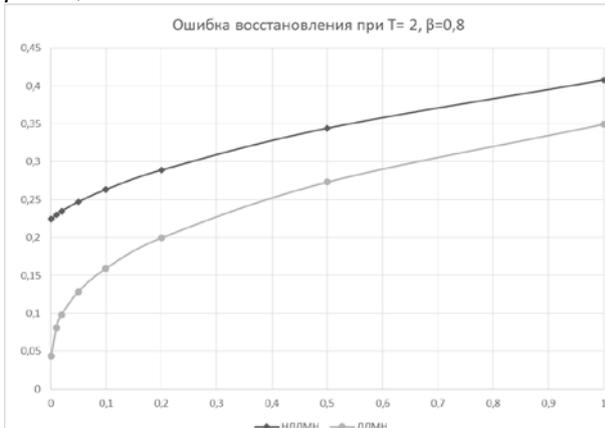
Для НДЛМН ошибка восстановления оптимального фильтра вычислялась по выражению (22), для ДЛМН – при помощи выражения (37). Некоторые из полученных зависимостей отношения ошибки восстановления к дисперсии сигнала от отношения дисперсии шума к дисперсии сигнала представлены на рисунках 1 – 4.



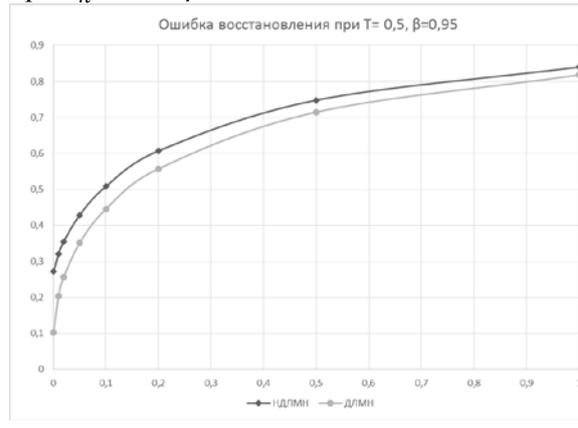
**Рисунок 1.** Зависимость отношения ошибки восстановления к дисперсии сигнала от отношения дисперсии шума к дисперсии сигнала при использовании функции Гаусса при  $\sigma_h^2 = 2$ ,  $\beta = 0,8$ .



**Рисунок 2.** Зависимость отношения ошибки восстановления к дисперсии сигнала от отношения дисперсии шума к дисперсии сигнала при использовании функции Гаусса при  $\sigma_h^2 = 0,5$ ,  $\beta = 0,95$ .



**Рисунок 3.** Зависимость отношения ошибки восстановления к дисперсии сигнала от отношения дисперсии шума к дисперсии сигнала при использовании прямоугольного импульса при  $T = 2$ ,  $\beta = 0,8$ .

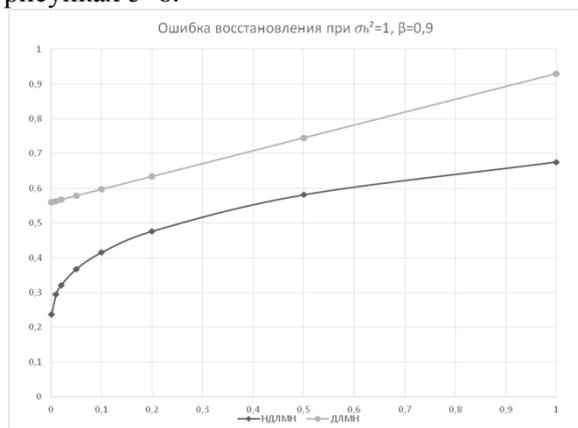


**Рисунок 4.** Зависимость отношения ошибки восстановления к дисперсии сигнала от отношения дисперсии шума к дисперсии сигнала при использовании прямоугольного импульса при  $T = 0,5$ ,  $\beta = 0,95$ .

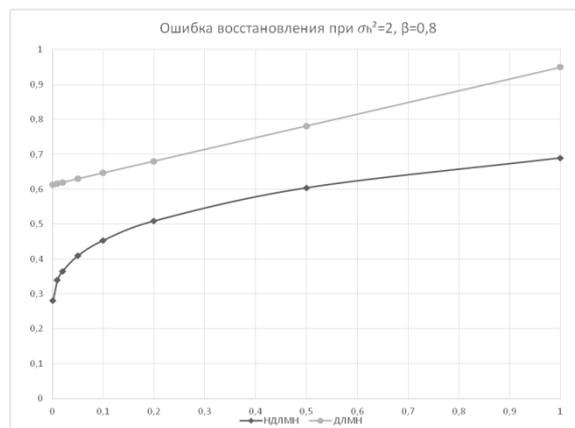
Как видно из полученных зависимостей, результаты для выбранных моделей наблюдения существенно различаются. Использование для восстановления сигнала, претерпевшего

искажение в непрерывной области, ДЛМН, которая этот факт не учитывает, дает слишком оптимистичный результат. При аналогичных параметрах сигнала и искажений НДЛМН, учитывающая то, что сигнал претерпел искажения именно в непрерывной области, восстанавливает сигнал с большей ошибкой.

Также было решено проверить, какова будет ошибка восстановления оптимального фильтра для ДЛМН в случае обработки им сигнала, претерпевшего искажение в непрерывной области, то есть сигнала, с которым работает НДЛМН. Полученные зависимости представлены на рисунках 5–6:



**Рисунок 5.** Зависимость отношения ошибки восстановления к дисперсии сигнала от отношения дисперсии шума к дисперсии сигнала при использовании функции Гаусса при  $\sigma_h^2 = 1$ ,  $\beta = 0,9$ , искаженный в непрерывной области сигнал



**Рисунок 6.** Зависимость отношения ошибки восстановления к дисперсии сигнала от отношения дисперсии шума к дисперсии сигнала при использовании функции Гаусса при  $\sigma_h^2 = 2$ ,  $\beta = 0,8$  искаженный в непрерывной области сигнал

Как видно из получившихся зависимостей, в этом случае ошибка восстановления оптимального фильтра ДЛМН значительно выше ошибки оптимального фильтра НДЛМН.

## 5. Заключение

В статье представлен вывод выражений для частотной характеристики оптимального восстанавливающего фильтра НДЛМН, а также для ошибки восстановления таким фильтром для общего случая, случая отсутствия динамических искажений и случая отсутствия аддитивного шума.

Получены зависимости отношения ошибки восстановления к дисперсии сигнала от отношения дисперсии шума к дисперсии сигнала для ДЛМН и НДЛМН. Выяснено, что применение ДЛМН дает оптимистические результаты, поскольку не учитывает факт того, что исходный сигнал претерпевал искажения в непрерывной области. При восстановлении сигнала, искаженного в непрерывной области, ошибка восстановления оптимального фильтра ДЛМН значительно выше, чем при использовании оптимального фильтра НДЛМН.

## 6. Благодарности

Настоящая работа была выполнена в рамках госзадания ФАНО России № 0026-2018-0106 и при поддержке грантов РФФИ № 18-01-00667, № 16-29-09494.

## 7. Литература

- [1] Сергеев, В.В. Теория цифровой обработки сигналов и изображений: учеб. / В.В. Сергеев, М.А. Чичева. – Самара: Изд-во Самар, гос. аэрокосм. ун-та, 2013. – 216 с.

- [2] Гашников, М.В. Методы компьютерной обработки изображений / М.В. Гашников, Н.И. Глумов, Н.Ю. Ильясова, В.В. Мясников, С.Б. Попов, В.В. Сергеев, В.А. Сойфер, А.Г. Храмов, А.В. Чернов, В.М. Чернов, М.А. Чичева, В.А. Фурсов. Под ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит, 2003. – 784 с.
- [3] Денисова, А.Ю. Восстановление изображений в задачах дистанционного зондирования Земли с использованием геоинформационных данных [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://felib.ssau.ru/reader/flipping/Resource-3462/index.html> (15.10.2017).
- [4] Оппенгейм, А.В. Цифровая обработка сигналов / А. Оппенгейм, Р. Шафер; пер. с англ. С. А. Кулешова, под ред. А. Б. Сергиенко. – М.: Техносфера, 2007. – 855 с.

## Comparison of optimum reconstruction filters for discrete and continuous-discrete linear observation models

V.V. Sergeev<sup>1,2</sup>, A.I. Maksimov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Image Processing Systems Institute of RAS - Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Molodogvardejskaya street 151, Samara, Russia, 443001

<sup>2</sup>Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

**Abstract.** In this paper, the expressions derivation for the frequency response of a restoring linear shear-invariant system and recovery error is performed for a continuously-discrete linear observation model. Three cases are analyzed – two special ones and the general one. The first special case assumes the absence of dynamic distortions, the second one assumes the absence of additive noise. The results of a comparison of the recovery error values of the optimal filters with the same signal parameters, dynamic distortions and additive noise for the selected observation models are presented.

**Keywords:** linear reconstruction, optimum linear reconstruction filter, discrete linear observation model, continuous-discrete linear observation model, reconstruction error, frequency response.