

# Сравнительный анализ чувствительности интерферограмм к абберациям волнового фронта, записанных с плоскими и цилиндрическими опорными пучками

П.А. Хорин  
Самарский национальный  
исследовательский университет им.  
академика С.П. Королева  
Самара, Россия  
khorin.pa@ssau.ru

А.П. Дзюба  
Университет ИТМО  
Санкт-Петербург, Россия  
alexeydzzyuba98@gmail.com

Н.В. Петров  
Университет ИТМО  
Санкт-Петербург, Россия  
n.petrov@niuitmo.ru

**Аннотация** — В работе исследуется чувствительность интерферограмм, сформированных при помощи структурированных опорных пучков. Проведён выбор параметров опорного пучка для улучшения визуализации аббераций в интерферограммах. На основе численных данных о средних квадратичных ошибках показан сравнительный анализ усреднённых по видам аббераций значений чувствительности.

**Ключевые слова** — функции Цернике, интерферограмма, дифракционные оптические элементы, опорные пучки

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Интерферометрия является одним из самых точных методов регистрации аббераций волнового фронта [1]. Однако недостатки интерферометрии общеизвестны – это трудоёмкость расшифровки интерферограмм и чувствительность измерительной аппаратуры к вибрациям. Классическим опорным пучком в интерферометрических датчиках является плоский волновой фронт, так как в этом случае для восстановления фазы можно использовать простой алгоритм, основанный на преобразовании Фурье [2]. Однако в последнее время для распознавания волнового фронта по интерференционным картинам все чаще применяют интеллектуальный анализ данных и нейронные сети [3]. Время обработки одной интерферограммы составляет несколько микросекунд. Поэтому появляется возможность динамической расшифровки. В этом случае появляется значительная свобода выбора для структуры опорного пучка.

В рамках данной работы рассматриваются два опорных пучка с плоским и цилиндрическим волновым фронтом для оценки чувствительности предложенных интерферограмм.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассмотрим круговые полиномы Цернике, которые представляют собой полное множество ортогональных функций на круге единичного радиуса:

$$Z_{nm}(r, \varphi) = Z_N(r, \varphi) = A_n R_n^m(r) \begin{cases} \cos(m\varphi) \\ \sin(m\varphi) \end{cases}, \quad (1)$$

где  $R_n^m(r)$  – радиальные полиномы Цернике:

$$R_n^m(r) = \sum_{p=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^p (n-p)!}{p!((n+m)/2-p)!((n+m)/2-p)!} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n-2p}, \quad (2)$$

$A_n$  – нормирующий множитель:

$$A_n = \sqrt{(n+1)/\pi}. \quad (3)$$

Абберации волнового фронта, встречающиеся в оптических системах, обычно описываются в терминах функций Цернике следующим образом [4]:

$$E_w(r, \varphi) = \exp[i\psi(r, \varphi)], \quad (4)$$

$$W(r, \varphi) = 2\pi \sum_{n=0}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n c_{nm} Z_{nm}(r, \varphi). \quad (5)$$

Интерференция двух полей регистрируется по интенсивности следующего распределения:

$$I(x, y) = |E_w(x, y) + E_B(x, y)|^2, \quad (6)$$

где  $E_w(x, y)$  – анализируемое поле, например, абберированный волновой фронт,  $E_B(x, y)$  – опорный пучок.

В качестве опорного пучка, как правило, используют некоторый эталонный волновой фронт (например, плоский, сферический, вихревой):

$$E_B(x, y) = \exp[iB(x, y)]. \quad (7)$$

В данной работе мы рассматриваем два типа опорных пучков: плоский наклонный пучок  $B_{p=1}(x, y) = \alpha x + \beta y$  ( $p$  – тип опорного пучка;  $\alpha, \beta$  – параметры, определяющие наклон пучка), и цилиндрический пучок  $B_{p=2}(x, y) = \alpha x^3$  ( $\alpha$  – параметр, определяющий угол наклона цилиндрического фронта к оптической оси).

Таким образом, в рассматриваемом случае интенсивность интерферограмм (6) пропорциональна следующему выражению:

$$I_p(x, y) \cong 1 + \cos[W(x, y) - B_p(x, y)]. \quad (8)$$

Очевидно, частота полос интерферограммы в основном будет зависеть от параметров опорного пучка, а сложность формируемой картины определяется как типом опорного пучка, так и абберацией волнового фронта.

Таблица I. КАРТИНЫ ИНТЕРФЕРОГРАММ ( $\alpha=10, \beta=0$ ) ДЛЯ АБЕРРАЦИЙ В ВИДЕ ОТДЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ЦЕРНИКЕ

Тип aberrации $Z_{nm}(x, y)$	Фаза $W(x, y)$ ( $c_{nm} = 0,5$ )	Линейная $I_{p=1}(x, y)$ интерферограмма ( $c_{nm} = 0,1, c_{nm} = 0,5$ )	Цилиндрическая $I_{p=2}(x, y)$ интерферограмма ( $c_{nm} = 0,1, c_{nm} = 0,5$ )
$Z_{31}(x, y)$			
$Z_{44}(x, y)$			

Как видно из приведенных в таблице 1 интерферограмм, оба типа демонстрируют значительные различия картин (искажение интерференционных линий) при высоких уровнях aberrаций ( $c_{nm} = 0,5$ ), т.е. они могут быть успешно использованы для анализа aberrаций в ситуации, когда разложение по функциям Цернике приводит к заметным ошибкам распознавания [5]. Чтобы количественно оценить чувствительность распознавания рассматриваемых типов интерферограмм введём параметр  $S$ , соответствующий величине среднего квадратичного отклонения (СКО) интерферограммы типа  $p$ , формируемой aberrированным волновым фронтом  $I_p(x, y)$ , от интерферограммы, соответствующей отсутствию aberrаций  $I_{0p}(x, y)$ :

$$S_p = \sqrt{\frac{\iint [I_p(x, y) - I_{0p}(x, y)]^2 dx dy}{\iint I_{0p}^2(x, y) dx dy}} \quad (9)$$

Увеличение отклонения (8) для одного типа интерферограмм по сравнению с другим должно приводить к повышению эффективности распознавания. Это предположение подтверждается более устойчивым распознаванием интерферограмм с конической опорной волной по сравнению с плоской опорной волной [6]. Для наглядности введена величина  $\Delta$  – чувствительность распознавания интерферограмм методами машинного обучения:

$$\Delta = (S_2 - S_1) / C_{nm} \quad (10)$$

соответствующая разности величин СКО цилиндрических ( $p=2$ ) и линейных ( $p=1$ ) интерферограмм и усредненная чувствительность:

$$\bar{\Delta} = (\bar{S}_2 - \bar{S}_1) / C_{nm} \quad (11)$$

где  $\bar{S}_p = \sum_{q=1}^Q S_{pq}$ ,  $p$  – тип интерферограммы,  $q$  – тип aberrации,  $Q$  – количество рассматриваемых aberrации ( $Q=8$ ) для различных типов и уровней aberrаций. Если  $\Delta \geq 0$ , то чувствительность цилиндрической интерферограммы выше линейной, иначе чувствительность ниже.

На рис. 1 показаны графики усредненной чувствительности  $\bar{\Delta}$  по различным типам aberrаций ( $Q=8$ ) цилиндрических и линейных интерферограмм при вариациях параметра  $\alpha$  и  $c_{nm}$ . Из графиков на рис. 1 видно, что для малых aberrаций  $c_{nm} \leq 0,3$  цилиндрическая интерферограмма не является более чувствительнее, чем линейная.

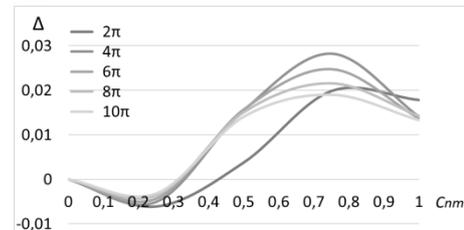


Рис. 1. Усреднённые значения чувствительности цилиндрических и линейных интерферограмм

При средней величине aberrаций  $0,3 < c_{nm} < 0,7$  цилиндрические интерферограммы более чувствительны, чем линейные, независимо от параметра  $\alpha$ . При больших уровнях aberrаций  $c_{nm} > 0,7$  цилиндрические интерферограммы также устойчиво чувствительнее линейных.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование чувствительности интерферограмм, сформированных при помощи структурированных опорных пучков с плоским и цилиндрическим волновым фронтом. Максимум чувствительности цилиндрических интерферограмм достигается при детектировании средних и сильных aberrаций  $c_{nm} > 0,7$ . В этом случае цилиндрическая интерферограмма чувствительнее линейной на 0,03. Средняя чувствительность при детектировании сильных aberrаций независимо от угла наклона  $\alpha$  составляет 0,025.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Malacara, D. Optical Shop Testing // John Wiley & Sons, Inc.: Hoboken, NJ, USA, 2007.
- [2] Gao, W. Real-time 2D parallel windowed Fourier transform for fringe pattern analysis using Graphics Processing Unit / W. Gao, N.T. Huyen, H.S. Loi, Q. Kemao // Opt. Express. – 2009. – Vol. 17. – P. 23147–23152.
- [3] Liu, X. Fast demodulation of single-shot interferogram via convolutional neural network / X. Liu, Z. Yang, J. Dou, Z. Liu // Optics Communications. – 2021. – Vol. 487. – P. 126813.
- [4] Born, M. Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light / M. Born, E. Wolf. – Cambridge: Cambridge University Press, 7th ed, 1999.
- [5] Khorin, P.A. Analysis of the threshold sensitivity of a wavefront aberration sensor based on a multi-channel diffraction optical element / P.A. Khorin, S.G. Volotovskiy // Proc. SPIE. – 2021. – Vol. 11793. – 117930B.
- [6] Khonina, S.N. Analysis of the wavefront aberrations based on neural networks processing of the interferograms with a conical reference beam / S.N. Khonina, P.A. Khorin, P.G. Serafimovich, A.P. Dzyuba, A.O. Georgieva, N.V. Petrov // Appl. Phys. B. – 2022. – Vol. 128. – 60.