

Статистическое моделирование большой сети наноспутников

Я.А. Мостовой¹, В.А. Бердников¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Рассматривается статистическое моделирование сетей наноспутников (НС), не обладающих управлением движения центра масс, и поэтому случайным образом распределенных в заданной зоне обслуживания межвиткового интервала трассы орбиты. Это моделирование проводится на квадратных матрицах, как модели зоны обслуживания, методами теории перколяции. Введено понятие программируемой перколяции зоны обслуживания, которая реализуется в две фазы. Численно с использованием результатов статистического моделирования двухфазных операций получено значение концентрации НС стохастической основы, обеспечивающее минимум суммарных затрат.

1. Введение

В процессе эволюционного развития методы решения задачи глобального наблюдения со спутников дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) достигли высокого совершенства. Для увеличения полосы наблюдения до значительной доли межвиткового интервала на этих аппаратах предусмотрены сложные системы навигации и угловой ориентации, позволяющие при соответствующем управлении угловым движением проводить наблюдение заданных целей, лежащих в стороне от трассы полёта. Такие спутники могут управлять параметрами своей орбиты и положением на ней за счёт бортовой двигательной установки автономно либо по командам с Земли. В рамках концепции ДЗЗ единичными или несколькими подобными сложными спутниками, образующими систему, развиваются классы тяжёлых спутников и так называемых малых спутников ДЗЗ.

В статье рассматривается другая концепция получения информации ДЗЗ [1, 5, 6, 7]. На орбите одновременно находится большое количество весьма простых сверхмалых спутников – наноспутников (НС), которые, будучи объединенными в большую сеть, будут решать задачу глобального ДЗЗ распределенным образом.

Очевидно, что простейшие НС из-за малой массы могут не иметь собственной двигательной установки и системы управления движением центра масс и, следовательно, организованное размещение отдельных НС в сети (генеральном кластере) в процессе полета НС не может быть поддержано.

Задачу определения необходимого количества случайным образом распределенных в пространстве НС предлагается решить путём статистического моделирования. Задача получения и протекания информации ДЗЗ через сеть случайно размещённых в межвитковом интервале спутников (случайную среду) хорошо ложится на формулировки теории перколяции.

В этом случае появление при определенной концентрации – вероятности нахождения объекта в заданной области пространства стохастического перколяционного кластера, который перекрывает межвитковый интервал, позволяет определить число НС в кластере [1, 5, 6].

Постановка задачи теории перколяции следующая. Имеется матрица, случайная часть ячеек которых – «черная», проводящая поток, а остальная часть – «белая», не проводящая поток. Соприкасающиеся ребрами (не вершинами) «черные» ячейки образуют случайные проводящие кластеры, которые образуются и растут вместе с ростом концентрации «черных» ячеек. Необходимо найти минимальную концентрацию «черных» ячеек, при которой образуется сквозной путь по черным связям или ячейкам через всю матрицу в заданном направлении, иными словами такую концентрацию (p_p), при которой вся матрица в целом начинает проводить [1, 2, 3, 4, 10, 12, 14, 15].

При этом концентрация (p – относительная доля черных узлов при случайно-однородном заполнении матрицы) является вероятностью наличия черного объекта в ячейке матрицы [1,2]. Поэтому далее вместе с выражением «вероятность наличия объекта в ячейке матрицы» употребляется более краткое выражение «концентрация». При этом разработанный алгоритм моделирования позволяет использовать не только равномерный, но также и модальные законы распределения объектов по ячейкам матрицы [5, 6, 7, 8, 17].

Конструкция НС, устройство его системы управления, энергоснабжения, целевой аппаратуры и других подсистем, проблемы разработки НС в настоящей статье не рассматриваются. В статье определяется общий облик подобного НС, необходимый состав систем, формирования системы НС, обладающих требуемыми свойствами. Предложен адекватный аппарат статистического моделирования для исследования вопросов формирования системы НС с покрытием операционной зоны (межвиткового интервала). В результате рассматривается ключевой вопрос распределенной задачи ДЗЗ: требуемое количество НС.

2. Статистические феномены случайно распределённых объектов

Статистическое моделирование на квадратных матрицах позволяет обнаружить и исследовать три статистических феномена. Первый статистический феномен – наличие порога стохастической перколяции, как «пробоя» матрицы проводящим перколяционным кластером подробно описан в [1, 2]. Второй статистический феномен, рассмотренный в [5, 6, 7, 8, 16, 17], – наличие значения концентрации, при котором среднее число образовавшихся кластеров имеет максимум.

Применительно к рассматриваемой задаче создания больших сетей НС использование порога стохастической перколяции для определения необходимого числа спутников в сети приводит к их избыточному количеству, как показано в [5]. При этом перколяционный кластер получается «рыхлым и ветвистым» с большим количеством не нужных «мертвых» ветвей.

Поэтому в [6, 7] рассмотрены двухфазные операции в больших сетях. На первой фазе создаётся стохастическая основа при концентрации объектов гораздо ниже порога стохастической перколяции, а на второй фазе обеспечивается искусственная программируемая перколяция за счет внедрения дополнительных объектов оптимальным образом в имеющиеся межкластерные интервалы.

В результате суммарная концентрация объектов при программируемой перколяции становится более, чем в два раза меньше порога стохастической перколяции и находится в окрестности концентрации, характерной для второго статистического феномена.

В настоящей статье получены новые результаты в части анализа «ширины пути» программируемой перколяции, определяемой характерной «извилистостью пути» программируемой перколяции, которые растут вплоть до порога стохастической перколяции, после чего начинают уменьшаться. Разработанный алгоритм дополнения совокупности стохастически образованных кластеров основы с целью получения пути управляемой перколяции минимальной длины назван нами «молния» именно благодаря характерному извилистому виду получаемого пути [6, 7, 8, 17].

Это свойство ширины и длины пути программируемой перколяции является третьим статистическим феноменом образования случайных кластеров на больших сетях.

Анализ ширины пути программируемой перколяции позволяет снизить потребное количество объектов для выбранного типа покрытия ими операционной среды, сохраняя выбранную оптимальную концентрацию объектов только в пределах полосы, равной ширине пути программируемой перколяции

3. Сеть НС, её задачи и характеристики

По сложившейся классификации к НС относятся аппараты массой до 10 кг [1]. Каждый рабочий НС, применяемый в составе роя, в связи с ограничениями по массе должен иметь простую систему ориентации, также может не иметь двигательной установки для управления движением центра масс и прямой связи с Землёй, но обязательно должен иметь связи с себе подобными. НС в составе кластеров могут решать задачи распределенного сбора данных, мониторинга миграции объектов на поверхности Земли, задачи связи и ДЗЗ. Этот «рой» НС за счёт количества спутников может решать, например, задачу ДЗЗ в заданной зоне обслуживания вплоть до всего межвиткового интервала.

Цель рассматриваемой концепции ДЗЗ состоит не в том, что вместо тяжёлого и дорогого спутника запускается простой и лёгкий и малой ракетой, а в том, что повышается оперативность целевых работ, например, по ДЗЗ за счет использования большого числа НС, покрывающих одновременно заданную зону обслуживания. При этом уникальный спутник ДЗЗ заменяется большим количеством простых НС, производимых серийно.

Это должно сделать решение задачи ДЗЗ экономически выгодным, несмотря на то, что суммарная масса выводимых на орбиту НС вряд ли уменьшится значительно по сравнению с традиционными тяжёлыми или малыми спутниками.

При этом положение каждого из НС в пространстве должно быть известно для управления процессом ДЗЗ и привязки результатов. С этой целью на каждом НС должен быть установлен приемник спутниковой системы навигации и приемник и передатчик сетевой межспутниковой связи, по которой в частности могут передаваться собственные эфемериды.

В сети НС должно иметься несколько спутников-серверов (ССР), возможно не решающих целевую задачу и поддерживающих связь с рабочими НС ближайших кластеров с одной стороны и с Землёй с другой стороны. Эти спутники-сервера должны приводиться в нужные межкластерные интервалы сети НС после её формирования.

По-видимому, наиболее выгодным может оказаться вариант решения задачи установки объектов в межкластерные интервалы, когда спутники-сервера развозятся и устанавливаются в нужное место сети НС некоторым специальным маневрирующим спутником – «автобусом». Альтернатива – наличие у ССР двигательной установки.

Такие спутники-сервера (ССР) скорее всего перейдут в класс микроспутников (МС). В настоящее время возможно создание НС, решающих задачу ДЗЗ в «надире», массой менее 10 кг [1]. Доля ССР (МС) относительно количества НС невелика (в пределах 20%) и зависит от выбранной концентрации НС в полосе операционной среды. С другой стороны ССР по отношению друг к другу должны находиться в зоне прямой видимости (без затенения Землёй).

Очевидно, что управление «строим» подобных НС для покрытия заданной зоны обслуживания невозможно и не должно требоваться. Эти вопросы должны решаться количеством рабочих спутников в кластере и упомянутой структурой кластера (наличием спутников-серверов).

Если была бы возможность «построить» НС таким образом, чтобы его строй покрывал полосами наблюдения межвитковый интервал $L_{\text{МВ}}$ на экваторе, то целевой критерий глобального наблюдения был бы выполнен при количестве НС, равном N . Здесь N – число НС, определяемое из выражения:

$$L_{\text{МВ}} = \sum_{i=1}^n l_i = N l_i \quad (1)$$

где l_i – полоса наблюдения i -го НС или зона обслуживания для каждого НС, которую примем постоянной для каждого НС.

Однако, отсутствие средств управления орбитой после отделения от ракеты–носителя, наличие случайных возмущений орбиты каждого из НС делает невозможным построение генерального кластера подобным детерминированным «строим» и приходится констатировать случайное с течением времени положение НС относительно друг друга в рамках совокупности НС.

4. Результаты статистического моделирования больших сетей на квадратных матрицах со случайным заполнением

Геометрически распределённую совокупность НС в границах межвиткового интервала трассы сначала представим размещённой случайным образом на квадратной матрице с количеством узлов или ячеек, определяемым L – числом строк матрицы (1) При этом будем полагать, что геометрически межвитковый интервал отображается на высоту матрицы.

Пусть в каждой ячейке матрицы (или узле решётки) находится НС с вероятностью p или ячейка пуста с вероятностью $1 - p$. Для начала примем, что вероятность нахождения НС в ячейке матрицы является величиной постоянной по всей матрице.

Ответ на вопрос «Какова должна быть вероятность нахождения НС в ячейке, чтобы возник перколяционный кластер, соединяющий верхнюю и нижнюю часть матрицы?», даёт теория перколяции.

Теория перколяции позволяет определить порог перколяции, уровень вероятности или концентрации p_c , при которой наступает стохастическая перколяция, и имеет много точных аналитических результатов, но основной используемый ею метод – численное статистическое моделирование на решётках, матрицах или деревьях [1, 2, 3, 4, 9, 10, 12, 14, 15].

Нами рассматривались матрицы размером 30 на 30, 50 на 50, 100 на 100, 1000 на 1000, ячейки которых заполнялись случайным образом сначала с учётом равновероятностного распределения объектов по ячейкам. В [5, 6, 7, 8, 17] рассмотрены и модальные законы распределения объектов по ячейкам матрицы. Математические эксперименты заключались в построении серии из нескольких сотен случайных матриц для каждого значения p – вероятности наличия НС в ячейке матрицы с дальнейшим определением численных характеристик полученного распределения случайных кластеров НС по выбранным параметрам с вычислением их средних значений.

В классической теории перколяции принято рассматривать бесконечную матрицу [1, 2, 15], однако, в нашем случае в соответствии с постановкой задачи необходимо рассматривать матрицы – модели операционной среды конечных размеров. При этом возникает задача оценки влияния размеров матрицы на точность полученных результатов статистического моделирования. По полученным в процессе статистического моделирования матрицам со случайным заполнением были распознаны все кластеры, определены их статистические характеристики и построены графики. Зависимость среднего количества образовавшихся кластеров на матрице от вероятности наличия объекта в ячейке – концентрации (p) отражена на рисунке 1. По мере увеличения этой вероятности в диапазоне 0.1–0.3 матрица заполняется объектами, и количество кластеров растёт. Максимальное значение количества кластеров достигается при вероятности наличия объекта в ячейке, равной 0.26.

При этом в матрице присутствует большое число кластеров небольших размеров. После этой точки при добавлении новых объектов с увеличением концентрации они начинают более активно присоединяться к уже образованным кластерам, происходит слияние кластеров и рост их размеров со снижением общего количества кластеров. На данном рисунке видна также зависимость числа кластеров от размеров матрицы, однако, нормирование этих результатов по площади (числа ячеек) матрицы (L^2) позволяет избавиться от этой зависимости.

Физические соображения подсказывают, что начиная с определенной величины матрицы не должны зависеть от размера матрицы размеры кластеров, измеряемые числом образующих кластер ячеек. В то же время количество кластеров, образовавшихся на матрице при определенной концентрации, зависит от площади матрицы L^2 , где L – размер квадратной

матрицы, измеряемый числом ячеек строки. Длины путей на матрице – например, длина пути перколяции – зависят от размера матрицы L и могут нормироваться по ней.

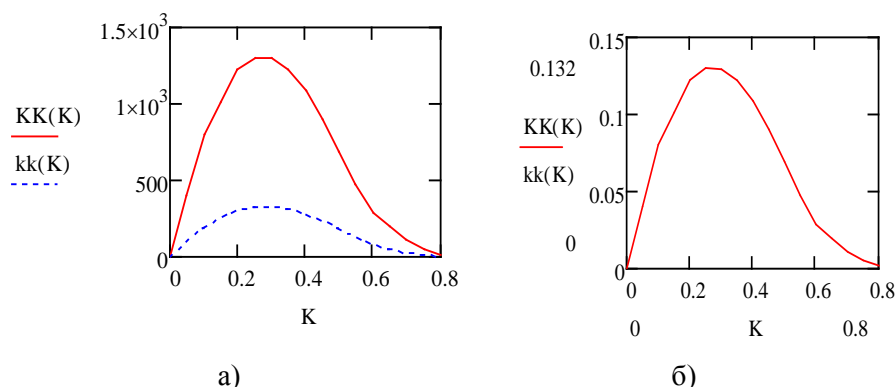


Рисунок 1. Зависимость среднего количества кластеров от вероятности наличия объекта в ячейке для матрицы 50×50 (обозначена пунктиром) и 100×100 - (а) и нормированное по площади матрицы среднее число кластеров – б).

Статистические исследования на матрицах различных размеров показали статистическую устойчивость характеристик распределения кластеров и их независимость от размера матрицы при вышеприведённом нормировании при достаточно больших матрицах ($L > 20$).

Рассмотренные результаты позволяют оценивать порог стохастической перколяции средним значением 0.59, что даёт число НС в перколяционном кластере, равное $N_{\text{ПК}} = 0.59L^2$, где L^2 – число ячеек в матрице. В свою очередь число ячеек матрицы зависит от площади зоны обслуживания связной и целевой аппаратуры одного НС.

Однако такой подход к определению количества НС будет давать явно избыточное их количество, так как структура стохастического перколяционного кластера достаточно ветвиста и рыхла [1, 2], и в этом случае в одной любой строке матрицы находится (при вертикальном направлении перколяции, принятом в статье) несколько ячеек, занятых НС.

Поэтому по условиям задачи, возможно, иметь не один сплошной перколяционный кластер, а множество небольших кластеров, проекции размеров которых на вертикальную ось, которая интерпретируется нами, как межвитковый интервал, перекрывают друг друга и покрывают всю высоту матрицы, т.е. в матрице отсутствуют нулевые строки. Статистические исследования на множестве случайных матриц показали наличие нулевых строк при концентрации $p = 0.1$ и меньше. Поэтому с учетом перекрытия полос наблюдения нерезервированных НС целесообразно использовать $p > 0.1$.

Точка максимума на кривой рисунка 1 со значением вероятности нахождения в ячейке матрицы НС, равным 0.26, даёт среднее максимальное количество кластеров. Это значение как показало моделирование мало изменяется при изменении законов распределения по матрице вероятности нахождения НС в ячейке (при сохранении средней по матрице вероятности наличия НС в ячейке – концентрации) [5, 6].

5. Программируемая перколяция в двухфазных операциях. Средняя длина и ширина пути программируемой перколяции

Дальнейшего снижения потребной концентрации НС и, следовательно, необходимого их количества для реализации покрытия (перколяции) зоны обслуживания можно достичь, если сначала создать опорную систему распределенных случайным образом НС при сравнительно малой их концентрации. Затем на втором этапе операции в межкластерные интервалы «стохастической опоры» ввести управляемым образом минимальное количество дополнительных НС таким образом, чтобы они совместно с имеющимися стохастическими кластерами образовали бы сплошной перколяционный путь минимальной длины в заданном направлении.

В этом случае мы можем говорить о программируемой или управляемой перколяции в отличие от классической стохастической перколяции.

Таким образом, увеличивая концентрацию объектов в стохастической основе большой сети, можно уменьшить необходимое для создания кратчайшего перколяционного пути количество дополнительных управляемых НС и наоборот.

Учитывая различную стоимость НС первого рода, распределенных случайным образом, и НС второго рода, внедряемых в определенные места зоны обслуживания для достижения искусственной управляемой перколяции с минимальной длиной пути, можно найти концентрацию НС, при которой общие расходы на создание пути управляемой перколяции будет иметь минимум.

Этот минимум расходов должен быть меньше расходов на создание чисто стохастического перколяционного кластера ($p = p_n$) или расходов на создание полностью управляемой перколяции заданной зоны обслуживания без стохастической основы ($p = 0$).

Точно также в других приложениях данной теории к большим сетям каждый из стохастически распределенных объектов дешевле внедряемых в определенное место матрицы объекта за счет двух причин: наличия у последнего средств, позволяющих установить его в требуемый межкластерный интервал, и за счет стоимости самой операции внедрения.

Что касается управляемых НС второго рода, то очевидно, что усложнение их конструкции нежелательно и для их внедрения в определенную точку сети понадобится, что-то вроде «автобуса» для НС, который при помощи бортовой двигательной установки, либо при помощи тросовых космических систем расставлял дополнительные НС в межкластерных интервалах стохастической основы. Для подтверждения высказанных соображений было проведено статистическое моделирование подобной двухфазной операции.

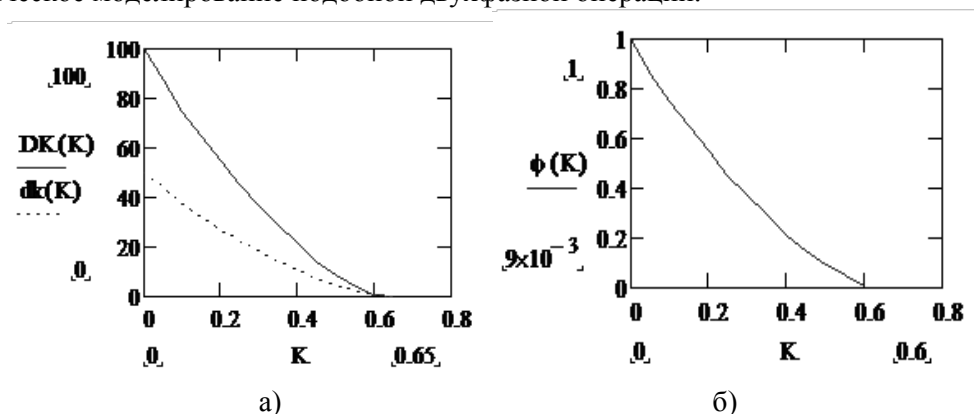


Рисунок 2. Зависимость среднего числа добавленных объектов для обеспечения управляемой перколяции от вероятности наличия объекта в ячейке для матриц размером 50×50 (обозначена пунктиром) и 100×100 – а). Эта же зависимость, нормированная по размеру матрицы – б)/

На рисунке 2а) приведены полученные при статистическом моделировании средние числа добавленных объектов для получения программируемой перколяции в заданном направлении для матриц различных размеров. На рисунке 2б) данные зависимости нормированы по размеру матрицы. После чего графики совпали.

Из данного рисунка видно, что с увеличением концентрации число добавленных объектов для образования минимального пути управляемой перколяции падает.

С другой стороны, «извилистость» этого пути и, стало быть, его длина растут за счет использования все большего числа попутных кластеров вплоть до значения порога перколяции. Это отражено на рисунке 3.

На рисунке 4 приведена в качестве примера визуализация нескольких случайных матриц различного размера и для различных значений вероятности наличия объекта в ячейке. На данных рисунках черным отмечены ячейки, в которых содержится объект. При статистическом

моделировании матрица заполняется объектами случайным образом с помощью датчика случайных чисел, имитирующего заданные законы распределения вероятностей. Направление перколяции, принятое при моделировании, «снизу – вверх». Для распознавания образовавшихся кластеров НС и измерения их характеристик был использован алгоритм Хошена-Копельмана [11, 13].

На этих же рисунках отмечены кратчайшие пути управляемой перколяции, проходящие через статистически образовавшиеся кластеры, и реализованные путем добавления минимального количества объектов в межкластерные интервалы. На рисунках виден рост извилистости пути управляемой перколяции с ростом вероятности нахождения объекта в ячейке матрицы p . Разработанный алгоритм [17] является модификацией алгоритма Дейкстры.

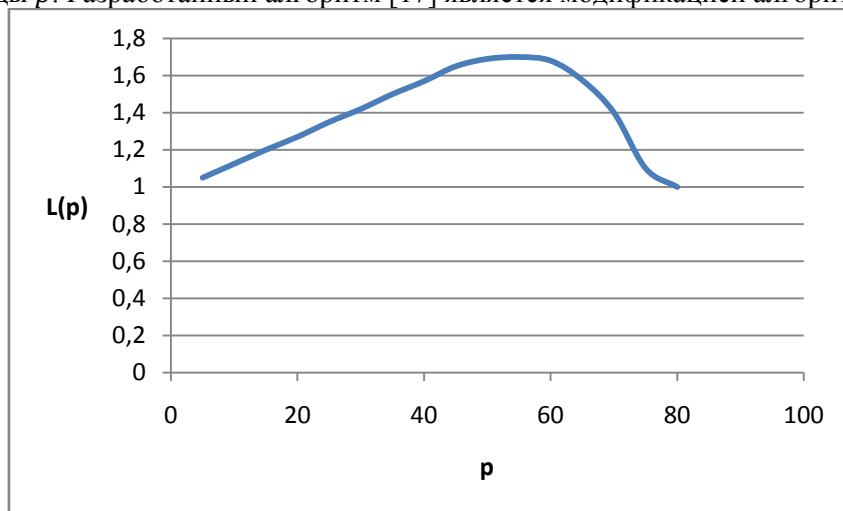
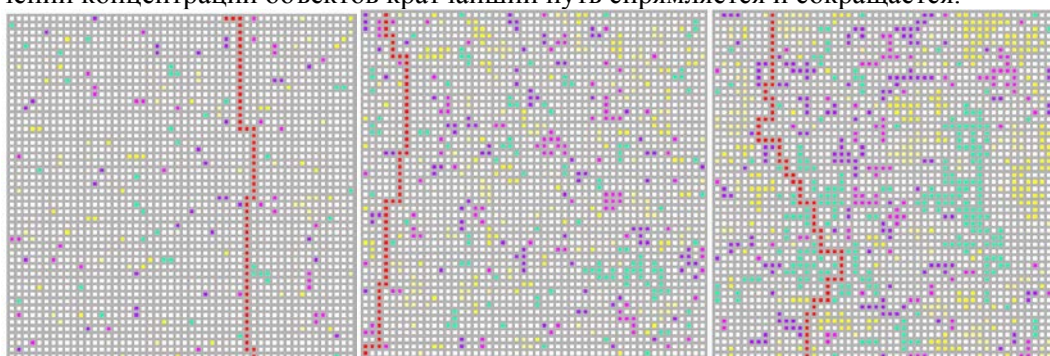


Рисунок 3. Зависимость средней нормированной по размеру матрицы длины пути управляемой перколяции от вероятности наличия объекта в ячейке.

Максимальное значение среднего кратчайшего пути управляемой перколяции примерно соответствует концентрации порога стохастической перколяции в стохастической основе. При этом путь программируемой перколяции в этот момент обладает максимальной извилистостью (максимальной длиной), а среднее число добавленных объектов равно 0. При дальнейшем увеличении концентрации объектов кратчайший путь спрямляется и сокращается.



$L = 1.12; S = 0.078; S_+ = 0.74; p = 0.1; L = 1.35; S = 0.122; S_+ = 0.5; p = 0.25; L = 1.57; S = 0.087; S_+ = 0.25; p = 0.4$

Рисунок 4. Визуализация кластеров на нескольких из рассмотренных матриц размером 50×50 при указанных концентрациях p . Число добавленных объектов S_+ относится к отмеченному на рисунках кратчайшему пути управляемой перколяции через стохастически образованные кластеры.

На рисунках обозначено: p – концентрация, L – нормированная по размеру матрицы длина пути «молнии», S – нормированное по площади матрицы количество кластеров, S_+ –

нормированное по размеру матрицы количество добавленных объектов для образования кратчайшего управляемого перколяционного пути.

Ширина пути программируемой перколяции была получена в ходе математического эксперимента на множестве матриц различных концентраций и размеров. Эксперимент проводился следующим образом: после получения каждого кратчайшего пути программируемой перколяции матрице определялась величина $\Delta j = |j_{max} - j_{min}|$, где j_{max} – крайняя правая координата на программируемом перколяционном пути, j_{min} – соответственно крайняя левая, Δj – размер полосы для конкретной матрицы размера L . Далее полученные результаты усреднялись (на каждой матрице L оптимальных путей, а всего матриц каждого размера 500) и нормировались по размеру матрицы (данные, показанные на рисунке 5б), Результат эксперимента представлен на рисунках 5.

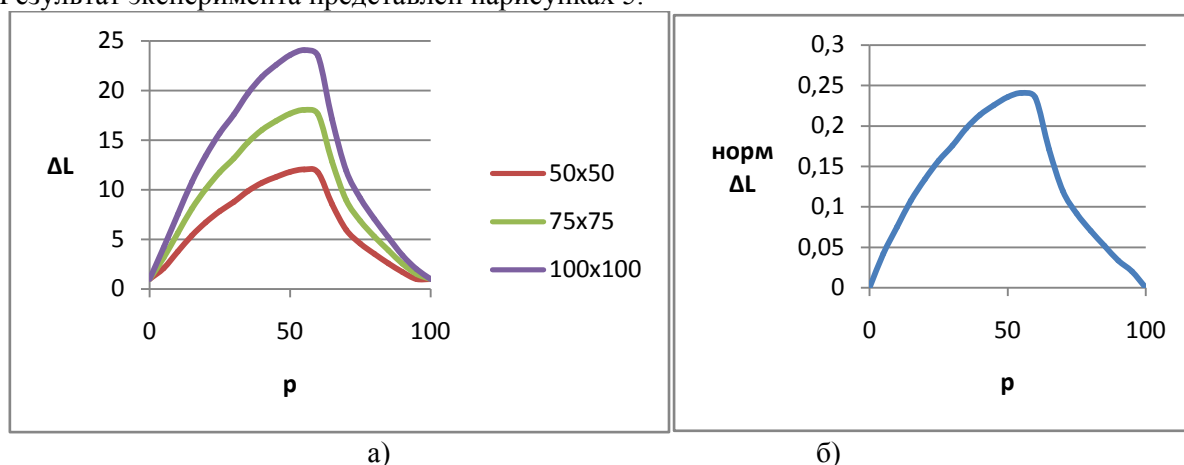


Рисунок 5. а) зависимость средней ширины пути размещения объектов от концентрации p для матриц различных размеров, б) нормированная по размеру матрицы L зависимость полосы размещения объектов от концентрации p .

6. Результаты моделирования

Обозначим стоимость каждого из распределенных случайным образом объектов α , а стоимость одного объекта, устанавливаемого в определенное место большой сети (в нашем случае НС второго рода) – $\theta(p)$. Тогда суммарная стоимость двухфазной операции P будет:

$$P = \alpha p L^2 + \theta(p) \varphi(p) L \quad (2)$$

Здесь первое слагаемое – стоимость стохастической основы большой сети, а pL^2 – количество НС первого рода в стохастической основе.

Второе слагаемое – стоимость добавленных для формирования кратчайшего управляемого перколяционного пути через стохастически образованные кластеры объектов второго рода, а $\varphi(p)L$ – количество этих добавленных объектов, определенных по результатам статистического моделирования и приведенных на рисунке 2б).

Значения α и θ_0 зависят от множества факторов, характерных для конкретной конструкции наноспутников, поэтому целесообразно затраты на проведение двухфазной операции оценивать как функцию отношения стоимостей одного из дополняющих объектов с учетом его установки к стоимости одного объекта стохастической основы.

Имея результаты статистического моделирования на большом количестве матриц для различных значений концентрации, можно оценить среднее количество ячеек, в которые надо устанавливать дополнительные объекты для того, чтобы образовать программируемый перколяционный путь. В соответствии с рисунком 2 значение числа дополняющих объектов равно $\varphi(p)L$.

$$\text{Тогда } \theta(p) = \frac{\theta_0 \varphi(p) L}{L^2(p)}.$$

С учетом этого уравнение суммарных затрат (2) примет вид:

$$P = \alpha p L^2 + \frac{\theta_0 \varphi^2(p) L^2}{L^2(p)} \tag{3}$$

Рассмотрим относительную стоимость двухфазной операции, приведённой к стоимости однофазной операции с чисто стохастической перколяцией НС, для чего разделим левую и правую часть полученного уравнения (3) на $P_{\Pi} = \alpha p_{\Pi} L^2$, учитывая, что для концентрации порога перколяции $p_{\Pi} \approx 0.6$ значение $\varphi(p_{\Pi}) = 0$.

Тогда:

$$P_{\text{отн}} = \frac{P}{P_{\Pi}} = 1.7p + 1.7 \frac{(\theta_0 \varphi^2(p))}{\alpha L^2(p)} = 1.7 \left(p + R \frac{\varphi^2(p)}{L^2(p)} \right) \tag{4}$$

где $R = \frac{\theta_0}{\alpha}$ обозначим отношение стоимости дополняющего объекта к стоимости объекта стохастической основы, $L(p)$ – зависимость длины среднего нормированного пути управляемой перколяции от концентрации (рисунок 3).

Зависимость относительной стоимости двухфазной операции от концентрации НС приведены на рисунке 6 для различных значений R отношения стоимости дополняющего искусственную перколяцию НС к стоимости НС стохастической основы.

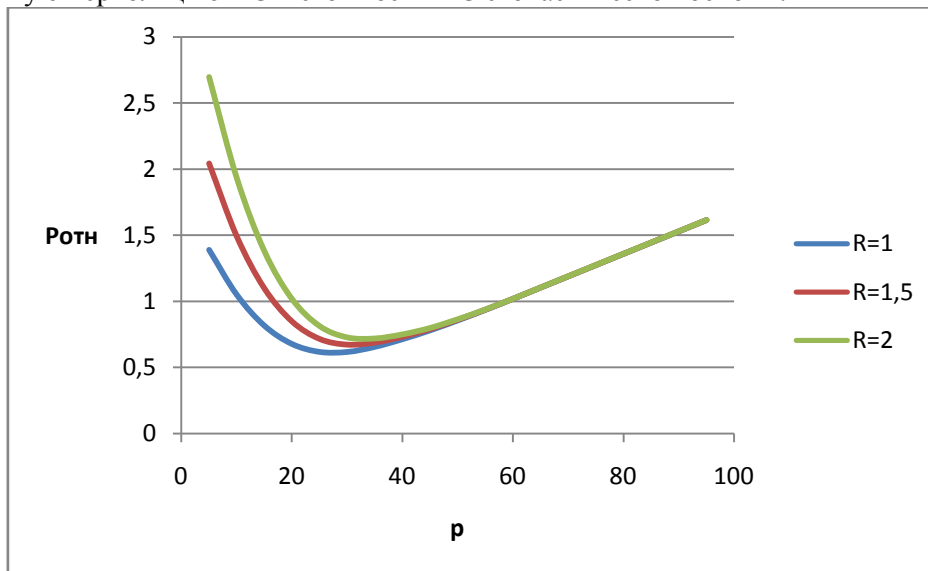


Рисунок 6. Зависимости относительных затрат на проведение двухфазной операции от концентрации НС стохастической основы при различных отношениях стоимости дополнительных НС и стоимости НС стохастической основы.

Анализ полученных зависимостей показывает, что при двухфазных операциях в больших сетях при одинаковой стоимости дополняющих объектов, используемых для создания кратчайшего пути управляемой перколяции, и стоимости объектов стохастической основы **оптимальное значение концентрации – вероятности наличия объекта в ячейке стохастической основы составляет 0.26**. Это значение концентрации соответствует максимальному числу кластеров стохастической основы и более чем в два раза меньше порога стохастической перколяции. В случае если R не равно 1 значение оптимальной концентрации стохастической основы увеличивается.

Применённый метод статистического моделирования на различных матрицах со случайным заполнением позволил определить оптимальную концентрацию НС в стохастической основе путем прокладки множества кратчайших путей в различных частях множества случайных матриц и статистической обработки результатов. Полученные результаты не только не зависят от размеров матриц (после соответствующей их нормировки), но и статистически не зависят от местоположения на случайной матрице полосы, через которую проходит программируемый перколяционный путь. Поэтому полученные результаты статистической обработки при

выполнении последнего условия можно перенести на прямоугольные подматрицы высотой L , ширина которых превышает или равна средней ширину пути управляемой перколяции.

При этом для концентрации 0.26 относительная ширина пути программируемой перколяции составила 0.15. Принимая размер полосы зоны обслуживания каждого НС 50 км, для покрытия межвиткового интервала полосами наблюдения необходимо приблизительно 100 НС стохастической основы, а среднее число добавленных НС для образования кратчайшего пути управляемой перколяции через кластеры стохастической основы не превышает 20% от числа НС стохастической основы на этой концентрации. Оценка проведена для околокруговой орбиты со средней высотой порядка 400 км.

7. Выводы

В результате проделанной работы можно сделать следующие выводы:

1. Предложена концепция решения прикладных задач, в частности, получения информации ДЗЗ большим количеством простых сверхмалых НС, не обладающих средствами управления движения центра масс, случайным образом распределенных в заданной зоне обслуживания межвиткового интервала трассы орбиты. Разработан и предложен аппарат статистического исследования подобных больших сетей НС, основывающийся на теории перколяции.
2. Рассмотрены и исследованы статистические феномены образования случайных кластеров НС при статистическом моделировании больших сетей НС на матрицах со случайным заполнением. Показано, что наряду со значением вероятности нахождения объекта (НС) в ячейке матрицы – концентрации, описывающим порог стохастической перколяции, на оси вероятности нахождения объекта в ячейке имеются две другие замечательные точки – точка максимальной кластеризации, в которой среднее число кластеров объектов по матрице имеет максимум, и точка, в которой средняя кратчайшая длина и ширина пути управляемой перколяции имеет максимум.
3. Предложено понятие программируемой перколяции, которое введено в отличие от классической стохастической перколяции. Опираясь на это понятие, рассмотрены двухфазные операции на больших сетях.
4. Предложен адекватный аппарат статистического моделирования для исследования вопросов формирования системы НС с покрытием операционной зоны (межвиткового интервала). Получены выражения для оценки суммарной эффективности двухфазной операции на больших сетях и значение концентрации НС, обеспечивающее минимум суммарных затрат.

8. Литература

- [1] Москалев, П.В. Математическое моделирование пористых структур / П.В. Москалев, В.В. Шитов. – Москва: Физматлит, 2007. – 120 с.
- [2] Тарасевич, Ю.Ю. Перколяция: теория, приложения, алгоритмы / Ю.Ю. Тарасевич. – Москва: УРСС, 2002. – 109 с.
- [3] Голубев, А.С. Эффект перколяции в информационных сетях с неустойчивыми связями / А.С. Голубев, М.Ю. Звягин, Д.С. Милованов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – Т.2, №3. – С. 260-263.
- [4] Некрасова, А.А. Исследование возможности применения теории перколяции для управления потоками данных в информационных сетях на транспорте / А.А. Некрасова, С.С. Соколов // Вестник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова. – 2010. – Т.32, №4. – С. 192-198.
- [5] Мостовой, Я.А. Статистические феномены больших распределенных кластеров на носпутников / Я.А. Мостовой // Вестник Самарского Государственного Университета имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет). – 2011. – Т.26, № 2. – С. 80-89.
- [6] Мостовой Я.А. Двухфазные операции в больших сетях наноспутников / Я.А. Мостовой // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37, № 1. – С. 120-130.

- [7] Мостовой, Я.А. Управляемая перколяция и оптимальные двухфазовые операции в больших сетях наноспутников / Я.А. Мостовой // Инфокоммуникационные технологии. – 2013. –Т. 11, №1. – С. 53-62.
- [8] Мостовой, Я.А. Моделирование оптимальных двухфазных операций в случайных операционных средах / Я.А. Мостовой // Автометрия. – 2015. –Т. 51, №3. – С. 35-41.
- [9] Alexandrowicz, Z. Critically branched chains and percolation clusters / Z. Alexandrowicz // Physics Letters A. – 1980. – Vol. 80(4). – P. 284-286.
- [10] Babalievski, F. Cluster counting: the Hoshen-Kopelman algorithm vs. Spanning tree approach / F. Babalievski // International Journal of Modern Physics. – 1998. – Vol. 9(1). – P. 43-61.
- [11] Galam, S. Universal formulas for percolation thresholds / S. Galam, A. Mauger // Phys. Rev. E. – 1996. – Vol. 53(3). – P. 2177-2181.
- [12] Hoshen, J. Percolation and cluster distribution. I. Cluster multiple labeling technique and critical concentration algorithm / J. Hoshen, R. Kopelman // Phys. Rev. B. – 1976. – Vol. 14. – P. 3438-3445.
- [13] Sarshar, N. Scalable Percolation Search in Power Law Networks / N. Sarshar, P.O. Boykin, V.P. Roychowdhury // Proceedings of the Fourth International Conference on Peer-to-Peer Computing. – Zurich, Switzerland, 2004.
- [14] Stauffer, D. Scaling theory of percolation clusters / D. Stauffer // Physics Reports. – 1979. – Vol. 54. – P. 1-74.
- [15] Stauffer, D. Introduction to Percolation Theory / D. Stauffer, A. Aharony. — London: Taylor & Francis, 1992.
- [16] Wilkinson, D. Invasion percolation: A new form of percolation theory / D. Wilkinson, J.F. Willemsen // J. Phys. A. – 1983. – Vol. 16. – P. 3365-3376.
- [17] Mostovoy, Y.A. Large scale networks security strategy / Y.A. Mostovoy, V.A. Berdnikov // CEUR Workshop Proceedings. – 2017. – Vol. 1901. – P. 187-193.

Statistical modeling of a large network of nanosatellites

Y.A. Mostovoi¹, V.A. Berdnikov¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. We analyzed the statistical modeling of networks of nanosatellites do not have control of the motion of the center of mass, and therefore randomly distributed in a given service zone of interturn interval of a trace of the orbit. This simulation is carried out on square matrices, as models of the service zone, by methods of percolation theory. We introduced the concept of programmable percolation of service zone, which is implemented in two phases. Using statistical modeling of two-phase operations we find value of the concentration of nanosatellites of the stochastic basis, providing a minimum total costs.

Keywords: mathematical modeling, large network, percolation, programmable percolation, three phase operation.