

Влияние движения подъемника на динамику орбитального космического лифта

А.А. Еникеева¹, Р.С. Пикалов¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. В работе рассматривается движение орбитального космического лифта - механической системы, предназначенной для доставки грузов на орбиту Земли. Лифт состоит из верхней станции противовеса и нижнего стыковочного модуля, соединенных между собой тросом, по которому передвигается подъемник с полезной нагрузкой. В отличие от традиционного космического лифта, нижний конец троса не закреплен на поверхности Земли, а находится на низких околоземных орбитах. Такое решение позволяет избежать проблем воздействия атмосферных явлений на лифт и дает возможность перемещать лифт относительно поверхности Земли. Космический лифт рассматривается как механическая система, состоящая из трех материальных точек, соединенных между собой упругими невесомыми стержнями переменной длины. Первый стержень (нижний сегмент) соединяет нижний стыковочный модуль и подъемник, второй (верхний сегмент) – подъемник и станцию противовеса. Движение подъемника определяется кинематическим законом, согласно которому нижний сегмент троса, по мере подъема, увеличивается в длине, верхний сегмент – уменьшается. Построена математическая модель рассматриваемой системы. С ее помощью проведена серия численных экспериментов, с целью изучения влияния движения подъемника на динамику орбитального космического лифта.

1. Введение

На сегодняшний день, единственным способом вывода груза на орбиту являются ракеты. При подъеме тела на геостационарную орбиту, ее начальная масса почти в 100 раз превышает массу выводимого на орбиту груза. Большая часть начальной массы – топливо, продукты сгорания которого выбрасываются в атмосферу и загрязняют ее. Остальная часть, теряемая при запуске – различные элементы конструкции, часть из которых возвращается на Землю, а часть – переходит на промежуточные орбиты, увеличивая засоренность «космическим мусором». Данные недостатки ракетного способа транспортировки груза неизбежны, так как главный показатель эффективности этого способа – скорость истечения рабочего вещества – для ракет на химическом топливе сейчас близок к предельному. Поэтому необходимо искать альтернативные способы транспортировки груза в космос.

Один из таких способов – придание поднимаемому грузу энергии и кинетического момента орбитального движения за счет вращения Земли. Протянуть трос от поверхности земли на геостационарную орбиту и с помощью подъемника доставлять по нему груз, при этом у тела, отстыкованного с троса уже будет начальная скорость. Гравитационная и центробежные силы будут держать конструкцию в натянутом состоянии. Это общее описание концепции

космического лифта [1]. Одним из его видов является орбитальный космический лифт – механическая система, предназначенная для доставки грузов на орбиту Земли (увеличения начальной орбиты выведения груза без существенных топливных затрат). В отличие от традиционного космического лифта, нижний конец троса не закреплен на поверхности Земли, а находится на низких околоземных орбитах. Такое решение позволяет избежать проблем воздействия атмосферных явлений на лифт и дает возможность перемещать лифт относительно поверхности Земли. Исследованию различных аспектов, связанных с функционированием лифта и смежных систем посвящено большое количество научных работ [2-5]. В 2018 году японская компания JAXA провела на орбите эксперимент с моделью орбитального космического лифта. Ракета Н-ПВ, запущенная с острова Танэгасима, вывела на орбиту два небольших спутника, между которыми был натянут трос длиной 10 метров. По нему двигался миниатюрный лифт, снабженный двигателем. Длина кабины составляла 6 сантиметров, ширина и высота – 3 сантиметра. Целью создания данной модели было доказать работоспособность космического транспорта подобного типа.

В представленной работе мы рассматриваем модель орбитального лифта, использованного японском эксперименте. Цель работы – исследовать влияние движения подъемника на динамику орбитального космического лифта. Для этого построены математические модели: в случае движения в безсиловом поле и в случае движения в центральном гравитационном поле Земли. В них космический лифт рассматривается как механическая система, состоящая из трех материальных точек, соединенных между собой упругими невесомыми стержнями переменной длины. Первый стержень (нижний сегмент) соединяет нижний стыковочный модуль и подъемник, второй (верхний сегмент) – подъемник и станцию противовес. Движение подъемника определяется кинематическим законом, согласно которому нижний сегмент троса, по мере подъема, увеличивается в длине, верхний сегмент – уменьшается. Движение подъемника определено кинематическим законом. Проведена серия численных экспериментов.

2. Уравнения движения

Для изучения влияния движения подъемника на динамику орбитального космического лифта запишем уравнения движения системы в безсиловом поле. Сделаем следующие допущения: нижний стыковочный модуль, противовес и подъемник рассматриваются как материальные точки m_1, m_2 и m_3 соответственно; в работе рассматривается лифт малой протяженности на подобие экспериментального лифта японцев. Схема системы представлена на **Рис.1**. Между собой они будут соединены двумя тросами, моделируемыми как упругие невесомые стержни. Первый стержень (нижний сегмент) соединяет нижний стыковочный модуль и подъемник, второй (верхний сегмент) – подъемник и станцию противовес. Для описания движения рассматриваемой системы введем декартову систему координат S_{xy} . Положение точек m_1, m_2 и m_3 в системе S_{xy} будет определяться следующими радиус - векторами:

$$\mathbf{r}_i = (x_i, y_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

Движение системы будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{\mathbf{r}}_1 &= -T_{13} \frac{\mathbf{q}_1}{|\mathbf{q}_1|} \\ m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2 &= T_{23} \frac{\mathbf{q}_2}{|\mathbf{q}_2|} \\ m_3 \ddot{\mathbf{r}}_3 &= -T_{13} \frac{\mathbf{q}_1}{|\mathbf{q}_1|} - T_{23} \frac{\mathbf{q}_2}{|\mathbf{q}_2|} \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{q}_1 = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3$, $\mathbf{q}_2 = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3$ - вектора удлинений первого и второго сегментов троса. T_{13} - сила натяжения первого сегмента троса, T_{23} - сила натяжения второго сегмента троса, они определены следующими формулами соответственно:

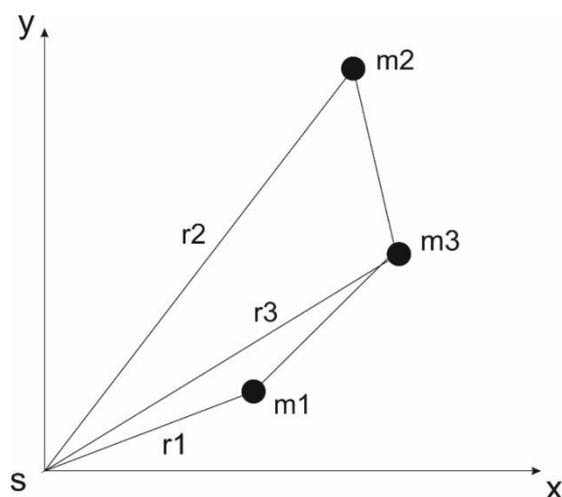


Рисунок 1. Схема системы орбитального лифта в случае безсилового поля.

$$\begin{aligned} T_{13} &= c(-l_{01} + |\mathbf{q}_1|) \\ T_{23} &= c(-l_{02} + |\mathbf{q}_2|) \end{aligned} \quad (3)$$

где l_{01}, l_{02} - недеформированные длины первого и второго сегментов троса соответственно.

Зададим движение подъемника кинематическим законом:

$$\begin{aligned} l_{01} &= L_{01} - kt \\ l_{02} &= L_{02} - kt \end{aligned} \quad (4)$$

где L_{01}, L_{02} - соответственно начальные недеформированные длины сегментов троса. Кинематический закон работает следующим образом: по мере увеличения длины одного из сегментов длина другого равномерно уменьшается. Движение подъемника происходит за счет изменения недеформированных длин сегментов.

Уравнения (2) с законом управления (4) описывает движение орбитального космического лифта с подъемником в безсиловом поле.

Рассмотрим движение орбитального лифта в центральном гравитационном поле Земли. Для этого введем подвижную систему координат Pxy , **Рис.2**. Направим оси подвижной системы координат следующим образом: начало системы координат, точка P , движется по круговой орбите радиуса h , с угловой скоростью ω . Ось Px направим по касательной к орбите, ось Py к центру Земли.

Для записи уравнений движения системы на орбите используем известные уравнения Хилла [7]. Для рассматриваемой системы они будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= 2\omega y_1 - \frac{1}{m_1} T_{13} \frac{\mathbf{q}_{1x}}{|\mathbf{q}_1|}, \quad \ddot{y}_1 = 3\omega y_1 - 2\omega \dot{x}_1 - \frac{1}{m_1} T_{13} \frac{\mathbf{q}_{1y}}{|\mathbf{q}_1|}, \\ \ddot{x}_2 &= 2\omega y_2 + \frac{1}{m_2} T_{23} \frac{\mathbf{q}_{2x}}{|\mathbf{q}_2|}, \quad \ddot{y}_2 = 3\omega y_2 - 2\omega \dot{x}_2 + \frac{1}{m_2} T_{23} \frac{\mathbf{q}_{2y}}{|\mathbf{q}_2|}, \\ \ddot{x}_3 &= 2\omega y_3 - \frac{1}{m_3} T_{23} \frac{\mathbf{q}_{2x}}{|\mathbf{q}_2|} + \frac{1}{m_3} T_{13} \frac{\mathbf{q}_{1x}}{|\mathbf{q}_1|}, \quad \ddot{y}_3 = 3\omega y_3 - 2\omega \dot{x}_3 - \frac{1}{m_3} T_{23} \frac{\mathbf{q}_{2y}}{|\mathbf{q}_2|} + \frac{1}{m_3} T_{13} \frac{\mathbf{q}_{1y}}{|\mathbf{q}_1|} \end{aligned} \quad (5)$$

где T_{13}, T_{23} - силы натяжения троса, определенные формулами (3), они обеспечивают взаимодействие точек между собой.

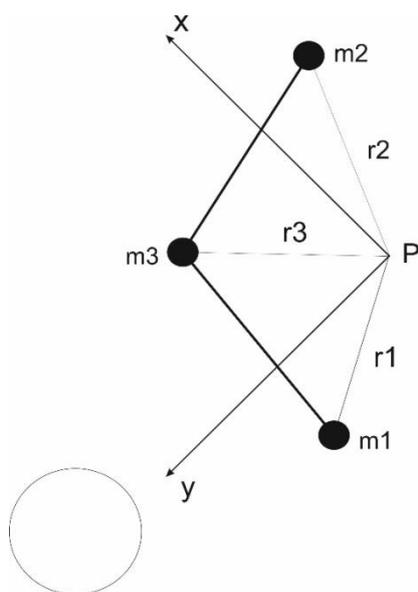


Рисунок 2. Схема системы в центральном гравитационном поле Земли.

3. Численное моделирование

Для изучения динамики системы проведем численный эксперимент с целью изучения работы закона управления. Для этого используем уравнения (2) с законом управления (4). Будем рассматривать космический лифт с параметрами: масса нижнего стыковочного модуля - $m_1 = 10$ кг, масса противовеса - $m_2 = 10$ кг, масса подъемника - $m_3 = 10$ кг, жесткость троса - $c = 1000$ Н/м, длина нижнего сегмента троса - $l_{01} = 1$ м, длина верхнего сегмента троса - $l_{02} = 9$ м, скорость изменения длин сегментов троса - $k = 1$ м/с, угловая скорость - $\omega = \frac{2\pi}{3600}$ рад/с.

Будем рассматривать систему со следующими начальными условиями: $x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 0$; $y_1(0) = 0$; $y_2(0) = 10$; $y_3(0) = 1$; $\dot{x}_i(0) = \dot{y}_i(0) = 0$.

Результаты численного эксперимента представлены на **Рис3-6**.

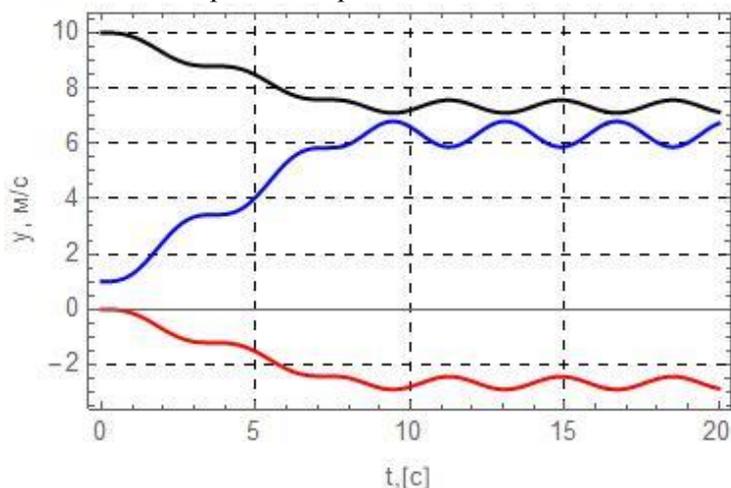


Рисунок 3. График изменения координаты y по времени при $c = 10$.

Сегменты троса первые 8 секунд равномерно изменяют свои длины, далее длины становятся фиксированными. Подъемник поднялся по тросу до верхнего положения. Так как длина троса физически не может равняться нулю, подъем останавливается за один метр до противовеса. На протяжении всего подъема оба сегмента троса совершают продольные колебания. На **Рис.4** и

Рис.5 представлены расчётные случаи для троса с жесткостью $c = 10$ и $c = 100$. Как мы видим из рисунков **Рис.3-5**, с увеличением c колебания троса уменьшаются. Результаты моделирования показывают что предложенный закон управления обеспечивает подъем подъемника. Движение по оси x не происходит.

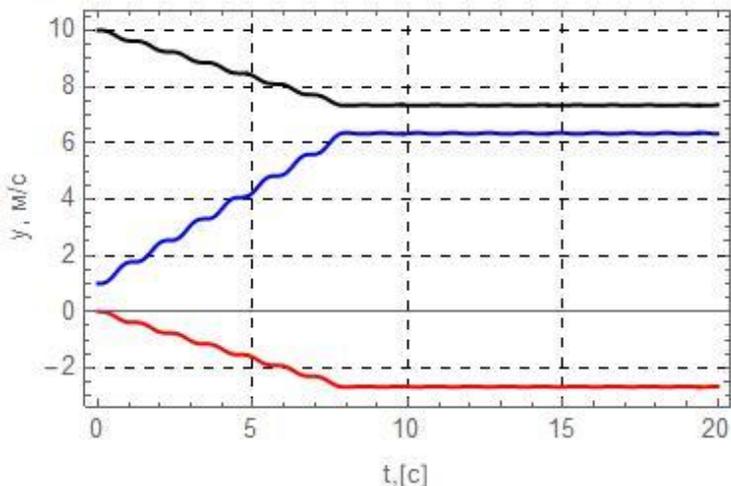


Рисунок 4. График изменения координаты y по времени при $c = 100$.

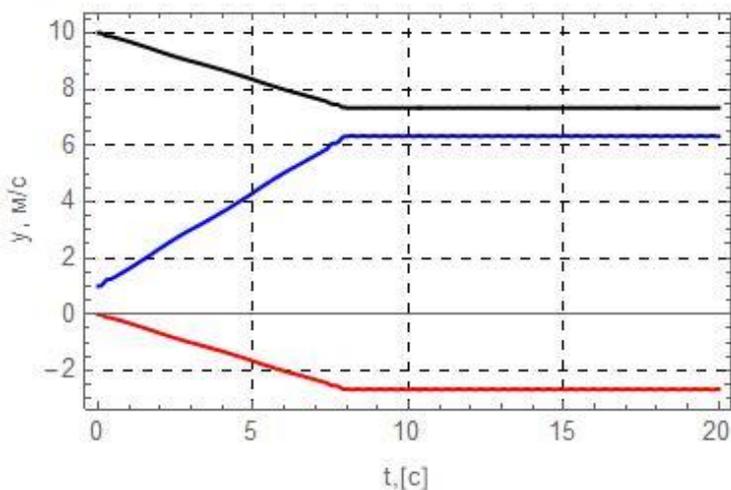


Рисунок 5. График изменения координаты y по времени при $c = 1000$.

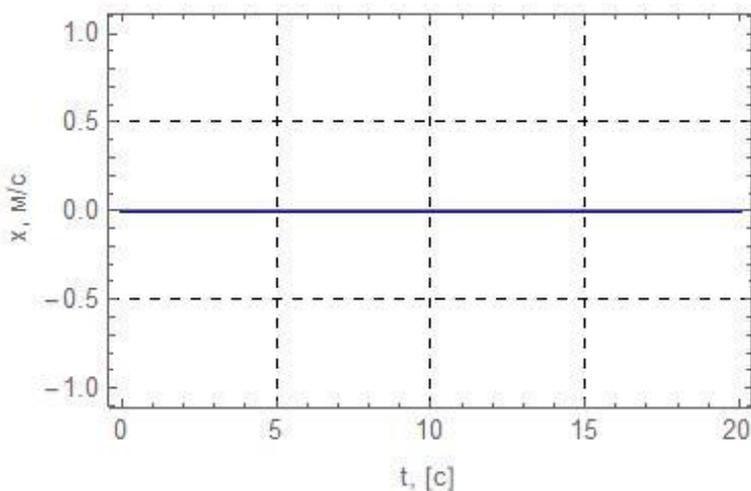


Рисунок 6. График изменения координаты x по времени.

4. Заключение

В работе рассмотрена задача влияния движения подъемника на динамику орбитального космического лифта. Для этих целей построены математические модели орбитального лифта в двух случаях: в безсиловом поле и в центральном гравитационном поле Земли. Предложен кинематический закон управления подъемника. Для первой модели проведена серия численных экспериментов. Результаты показывают что закон работает. В развитии работы будут представлены результаты численного моделирования движения орбитального лифта в центральном гравитационном поле Земли.

5. Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований (проект РФФИ № 18-01-00215-А).

6. Литература

- [1] Нуралиева, А.Б. О динамике троса космического лифта / А.Б. Нуралиева – Москва, 2012. – 139 с.
- [2] Williams, P. Dynamic Multibody Modeling for Tethered Space Elevators // Acta Astronautica. – 2009. – Vol. 65. – P. 399-422.
- [3] Белецкий, В.В. Динамика космических тросовых систем / В.В. Белецкий, Е.М. Левин. – М.: Наука. 1990. – 329 с.
- [4] Поляков, Г.Г. Неэкваториальный космический лифт. Собрание трудов – Астрахань: Изд-во Астраханского педагогического университета, 1999. – С. 117.
- [5] Pearson, J. The orbital tower: a spacecraft launcher using the Earth's potential energy // Acta Astronautica. – 1975. – Vol. 2(10). – P. 785-799.
- [6] Поляков, Г.Г. Обобщенные задачи о космическом лифте // Известия АН СССР. Механика твердого тела. – 1972. – № 6. – С. 54-59.
- [7] Schaub, H. Analytical Mechanics of Space Systems, AIAA Education Series / H. Schaub, J.L. Junkins – American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA, 2003. – 231 p.

The influence of climber motion on the dynamics of the orbital space elevator

A.A. Enikeeva¹, R.S. Pikalov¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. The paper deals with the motion of the orbital space elevator. The space elevator is designed to deliver payload to Earth orbit. It consists of the counterweight station and the lower docking module connected by the tether. The climber with payload moves on the tether. In the orbital space elevator, the lower end of the tether is not fixed to the Earth's surface, but is in low earth orbits. This solution avoids the problems of exposure to atmospheric phenomena on the space elevator and makes it possible to move the system relative to the Earth's surface. The space elevator is considered as a mechanical system consisting of three material points. The points are connected by elastic weightless rods of variable length. The first rod (lower segment) connects the lower docking module and the climber. The second rod (upper segment) connects the climber and the counterweight station. The motion of the climber is determined by the kinematic law, according to which the lower segment of the tether, as it climbing, increases in length, the upper segment – decreases. A mathematical model of the system is developed. A series of numerical experiments was carried out to study the influence of the climber motion on the dynamics of the orbital space elevator.