

Влияние штарковского сдвига на перепутывание атомов, индуцированное тепловым полем одномодового резонатора

М.О. Гусянникова¹, Е.К. Башкиров¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. В рамках двухатомной вырожденной двухфотонной модели Джейнса-Каммингса исследовано временная динамика атом-атомного перепутывания для сепарабельных и перепутанных начальных состояний атомов и теплового состояния резонаторного поля. Показано, что для сепарабельного начального атомного состояния атомное перепутывание существенно возрастает за счет наличия динамического штарковского сдвига. Для перепутанных начальных состояний атомов наличие штарковского сдвига приводит к уменьшению амплитуд осцилляций параметра перепутывания и к стабилизации атомного перепутывания.

1. Введение

Квантовые нелокальные корреляции или квантовое перепутывание являются фундаментом современной квантовой информатики. Генерация долгоживущих максимально перепутанных атом-атомных и атом-полевых перепутанных состояний является важнейшей задачей при разработке эффективных протоколов физики квантовых вычислений, квантовых сетей, квантовой телепортации и квантовой криптографии и др. [1]. В настоящее время выполнено огромное число экспериментальных и теоретических исследований перепутанных состояний систем кубитов различной физической природы. Одним из наиболее важных направлений в исследовании перепутанных состояний является разработка наиболее эффективных схем контроля и управления перепутыванием. Квантовая электродинамика резонаторов (КЭР) является одним из возможных инструментов для изучения особенностей перепутывания кубитов, взаимодействующих с квантовыми электромагнитными полями. В последние годы в КЭР реализованы и детально изучены перепутанные состояния для ридберговских нейтральных атомов, захваченных ионов, сверхпроводящих джозефсоновских колец, квантовых точек и примесных спинов [2]. Теоретические исследования динамики кубитов в КЭР основаны на модели Джейнса-Каммингса и ее обобщениях [3]. Модель Джейнса-Каммингса и ее простейшие обобщения играют фундаментальную роль в квантовой оптике, поскольку позволяют описать все основные квантовые эффекты взаимодействия излучения с атомами. В современной лазерной физике большое внимание уделяется исследованию многофотонных процессов. Важным шагом в изучении механизмов многофотонного взаимодействия излучения с веществом явилась экспериментальная реализация двухфотонного одноатомного микромазера на ридберговских переходах в микроволновом резонаторе [4]. Двухфотонные процессы также активно изучались в КЭР [5]. При описании двухфотонных процессов

необходим учет динамического штарковского сдвига энергетических уровней атомов. В последнее время в ряде работ было показано, что штарковский сдвиг может быть использован для контроля за степенью перепутывания кубитов, взаимодействующих с полем резонатора [6]-[9]. При этом установлено, что учет штарковского сдвига приводит к значительному увеличению степени перепутывания кубитов с двухфотонными переходами. Заметим, что для кубитов, взаимодействующих с электромагнитными полями в резонаторах посредством двухфотонных переходов, вклад штарковского сдвига уровней в динамику системы можно контролировать, изменяя величину расстройки между удвоенной частотой резонаторной моды и частотой атомного перехода. Для сверхпроводящих кубитов в КЭР удалось экспериментально измерить величину штарковского сдвига энергетических уровней атома и поля резонатора. В режиме сильной связи между атомом и полем резонатора величина штарковского сдвига может быть сравнима с константой атом-полевого взаимодействия [10].

В последнее время выполнено большое число теоретических исследований, в которых изучалась динамика генерации атомного перепутывания в моделях КЭР, индуцированного тепловым шумом [11]-[15]. В настоящей работе мы исследуем динамику атомного перепутывания двух атомов, взаимодействующих посредством двухфотонных переходов с одномодовым тепловым полем идеального резонатора при наличии штарковского сдвига энергетических уровней атомов.

2. Модель и ее точное решение

Будем исследовать систему, состоящую из двух атомов (кубитов), взаимодействующих с квантовым электромагнитным полем в идеальном резонаторе посредством вырожденных двухфотонных переходов. Для того, чтобы получить эффективный двухфотонный гамильтониан, рассмотрим два идентичных трехуровневых атома, обладающих тремя энергетическими уровнями E_+ , E_i и E_- , где $|+\rangle$ — возбужденное, $|i\rangle$ — промежуточное и $|-\rangle$ — основное состояние атома. Предположим, что каскад атомных переходов находится в резонансе с удвоенной частотой резонаторной моды, т.е. имеет место соотношение $\omega_0 = 2\omega$, где ω_0 — частота атомного перехода между возбужденным и основным состояниями атома, а ω — частота резонаторной моды. Пусть при этом частоты переходов между возбужденным и промежуточным и промежуточным и основным состояниями атома сильно отстроены от частоты резонаторной моды. В этом случае мы можем адиабатически исключить промежуточный уровень в каждом атоме и получить эффективную модель двух двухуровневых атомов с вырожденными двухфотонными переходами [?]. Учитывая также штарковский сдвиг энергетических уровней, мы можем окончательно записать эффективный гамильтониан двух двухуровневых атомов, взаимодействующих с квантовым электромагнитным полем в идеальном резонаторе посредством вырожденных двухфотонных переходов, в представлении взаимодействия

$$H_I = \hbar g \sum_{i=1}^2 (a^{+2} \sigma_i^- + \sigma_i^+ a^2) + \sum_{i=1}^2 \hbar a^+ a (\beta_2 \sigma_i^+ \sigma_i^- + \beta_1 \sigma_i^- \sigma_i^+), \quad (1)$$

где a^+ и a операторы рождения и уничтожения фотонов резонаторной моды, $\sigma_i^+ = |+\rangle_{ii}\langle -|$, $\sigma_i^- = |-\rangle_{ii}\langle +|$ — повышающий и понижающий операторы в i -ом двухуровневом атоме ($i = 1, 2$) соответственно, β_2 и β_1 — параметры, описывающие штарковские сдвиги энергетических уровней и g — эффективная константа двухфотонного атом-полевого взаимодействия.

Предположим, что резонаторное поле находится в начальный момент времени в одномодовом тепловом состоянии с матрицей плотности

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle \langle n|,$$

где весовые коэффициенты $p_n = \bar{n}^n / (1 + \bar{n})^{n+1}$. Здесь \bar{n} – среднее число тепловых фотонов в резонаторе $\bar{n} = (\exp[\hbar\omega_i/k_B T] - 1)^{-1}$, где k_B – постоянная Больцмана и T – равновесная температура резонатора, а атомы в начальный момент времени находятся в чистом сепарабельном состоянии

$$|\Psi(0)\rangle_A = |+, -\rangle \quad (2)$$

или перепутанном состоянии белловского типа вида

$$|\Psi(0)\rangle_A = \cos\theta|+, -\rangle + \sin\theta|-, +\rangle. \quad (3)$$

Временная матрица плотности полной системы есть

$$\rho(t) = e^{-iHt/\hbar} \rho_F(0) \otimes |\Psi(0)\rangle_{AA} \langle\Psi(0)| e^{iHt/\hbar}. \quad (4)$$

Нам удалось найти в представлении "одетых состояний" (собственных функций гамильтониана (1)) явное выражение для временной матрицы плотности (4). Усредняя матрицу плотности полной системы по полевым переменным, мы можем найти редуцированную матрицу плотности двух атомов $\rho(t)_A = \text{Tr}_F \rho(t)$, и с ее помощью вычислить частично транспонированную по переменным одного кубита редуцированную матрицу плотности $\rho_A^{T_1}$. Для двухкубитной системы, описываемой матрицей плотности $\rho_A(t)$, в качестве меры перепутывания кубитов может быть использована отрицательность, которая записывается как

$$\varepsilon = -2 \sum_i \mu_i^-, \quad (5)$$

где μ_i^- – отрицательные собственные частично транспонированной по переменным одного кубита редуцированной матрицы плотности $\rho_A^{T_1}$. Результаты численного моделирования временной зависимости отрицательности (5) для начальных атомных состояний (2) и (3) представлены на Рис. 1 и 2.

3. Обсуждение результатов

На Рис. 1 представлена временная зависимость параметра перепутывания $\varepsilon(t)$ для сепарабельного начального состояния атомов (2) и различных значений параметров штарковского сдвига. Среднее число фотонов в тепловой моде выбрано равным $\bar{n} = 0.1$. Из рисунка хорошо видно, что учет штарковского сдвига приводит к существенному увеличению степени перепутывания атомов, индуцированного тепловым полем. На Рис. 2 представлена временная зависимость параметра перепутывания $\varepsilon(t)$ для перепутанного начального состояния атомов (3) и различных значений параметров штарковского сдвига. Среднее число фотонов в тепловой моде также выбрано равным $\bar{n} = 0.1$. Для выбранного начального атомного состояния учет штарковского сдвига приводит к уменьшению амплитуд осцилляций параметра перепутывания, т.е. к стабилизации атомного перепутывания. Таким образом, штарковский сдвиг может быть использован в качестве эффективного механизма управления и контроля перепутывания атомов в резонаторе.

4. Заключение

В настоящей работе нами найдено точное решение для двухатомной двухфотонной модели Джейнса-Каммингса в случае теплового состояния поля резонатора с учетом динамического штарковского сдвига энергетических уровней атомов. На основе точного решения нами вычислен параметр перепутывания атомов – параметр Переса-Хородецких. Численное моделирование параметра перепутывания показало, что для сепарабельных начальных состояний атомов учет штарковского сдвига приводит к существенному возрастанию

степени перепутывания кубитов. Для перепутанных начальных состояний атомов учет штарковского сдвига приводит к стабилизации начального атомного перепутывания. Полученные результаты будут полезны при интерпретации результатов планируемых экспериментов по перепутыванию атомов в двухфотонном одноатомном лазере.

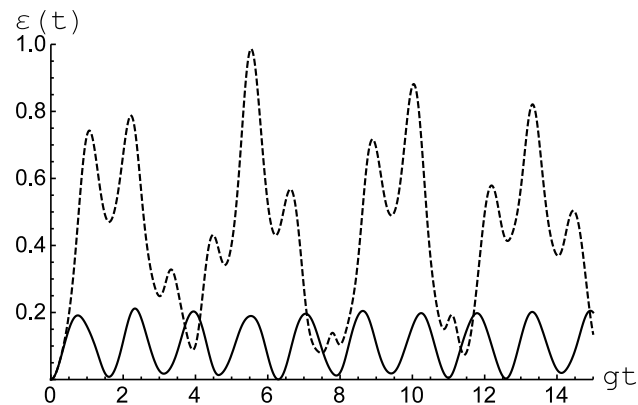


Рисунок 1. Временная зависимость отрицательности для сепарабельного начального состояния (2). Среднее число фотонов $\bar{n} = 0.1$. Параметры $\beta_1 = \beta_2 = 0$ (сплошная линия) и $\beta_1/g = \beta_2/g = 1$ (штриховая линия).

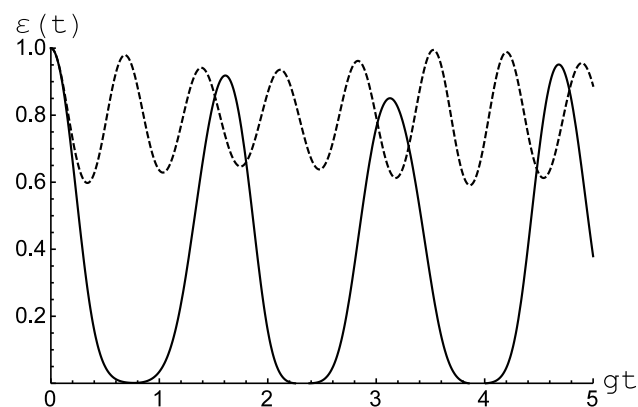


Рисунок 2. Временная зависимость отрицательности для перепутанного начального состояния (3). Среднее число фотонов $\bar{n} = 0.1$. Параметры $\beta_1 = \beta_2 = 0$ (сплошная линия) и $\beta_1/g = \beta_2/g = 2$ (штриховая линия).

5. Литература

- [1] Georgescu, I.M. Quantum simulation / I.M. Georgescu, S. Ashhab, F. Nori // Rev. Mod. Phys. – 2014. – Vol. 88. – P. 153-185.
- [2] Xiu, G. Microwave photonics with superconducting quantum circuits / G. Xiu, A.F. Kockum, A. Miranowicz, Y.-X. Liu, F. Nori // Phys. Rep. – 2017. – Vol. 718-719. – P. 1-102.

- [3] Shore, B.W. Jaynes-Cummings Model / B.M. Shore, P.L. Knight // *J. Mod. Opt.* – 1993. – Vol. 40. – P. 1195-1238.
- [4] Raimond, J.M. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity / J.M. Raimond, M. Brune, S. Haroche // *Rev. Mod. Phys.* – 2001. – Vol.73. – P. 565-582.
- [5] Dell'Anno, F. Multiphoton quantum optics and quantum state engineering / F. Dell'Anno, S. De Siena, F. Illuminati // *Physics Reports*. – 2006. – Vol. 428. – P. 53-168.
- [6] Ghosh, B. Control of atomic entanglement by the dynamic Stark effect / B. Ghosh, A.S. Majumdar, N. Nayak // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 2008. – Vol. 41. – P. 065503.
- [7] Hussain, M. Geometric phase gate based on the ac Stark shift / M. Hussain, O.I.-O. Ebubechukwu, T. Byrnes // *Quan. Informa. Proc.* – 2015. – Vol. 14. – P. 943-950.
- [8] Korashy, S. Influence of Stark Shift and Kerr-like Medium on the Interaction of a Two-Level Atom with Two Quantized Field Modes: A Time-Dependent System / S. Korashy, A.S. Abdel-Rady, A.-N.A. Osman // *Quant. Inf. Rev.* – 2017. – Vol. 5(1). – P. 9-14.
- [9] Pagel, D. Dynamic Stark effect, light emission, and entanglement generation in a laser-driven quantum optical system / D. Pagel, A. Alvermann, H. Fehske // *Phys. Rev.* – 2017. – Vol. A95. – P. 013825(1-14).
- [10] Schuster, D.I. Stark Shift and Dephasing of a Superconducting Qubit Strongly Coupled to a Cavity Field / D.I. Schuster, A. Wallraff, A. Blais, L. Frunzio, R.-S. Huang, J. Majer, S.M. Girvin, R.J. Schoelkopf // *Phys. Rev. Lett.* – 2005. – Vol. 94. – P. 123602(1-4).
- [11] Kim, M.S. Entanglement induced by a single-mode heat environment / M.S. Kim, J. Lee, D. Ahn, P.L. Knight // *Phys. Rev.* – 2002. – Vol. A65. – P. 040101.
- [12] Zhou, L. Entanglement induced by a single-mode thermal field and criteria for entanglement / L. Zhou, H.S. Song // *J. Opt.* – 2002. – Vol. B4. – P. 425-429.
- [13] Bashkirov, E.K. Entanglement induced by the two-mode thermal noise / E.K. Bashkirov // *Laser Phys. Lett.* – 2006. – Vol. 3(3). – P. 145-150.
- [14] Aguiar, L.S. The entanglement of two dipole-dipole coupled in a cavity interacting with a thermal field / L.S. Aguiar, P.P. Munhoz, A. Vidiella-Barranco, J.A. Roversi // *J. Opt.* – 2005. – Vol. B7. – P. S769-S771.
- [15] Bashkirov, E.K. Influence of Stark shift on entanglement of two atoms with degenerate two-photon transitions for entangled and disentangled initial states / E.K. Bashkirov, M.S. Mastuyugin // *Optik.* – 2015. – Vol. 126(19). – P. 1787-1791.

Influence of Stark shift on atomic entanglement induced by a thermal field of one-mode cavity

M.O. Guslyannikova¹, E.K. Bashkirov¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. Considering two-atom degenerate two-photon Jaynes-Cummings model, we investigate the entanglement between two atoms prepared initially in the separable or entangled states and the cavity field prepared in a thermal state, and study the effect of the Stark shift on entanglement. The results show that for separable initial atomic state the atom-atom entanglement can be greatly enhanced due to the presence of Stark shift. For entangled initial atomic state the Stark shift reduces the amplitudes of entanglement oscillations and stabilizes the atom-atom entanglement.