

РАЗДЕЛ IV. ЖЕСТКОСТЬ И ВИБРАЦИИ

УДК 621.9.06

Л.П. Медведев, А.П. Котельников

РАСЧЕТ ФАКТИЧЕСКОЙ ПЛОЩАДИ КОНТАКТА СЖИМАЕМЫХ ДЕТАЛЕЙ

В теории упругости и пластичности решены задачи по определению сближения, площади касания и наибольшего давления в месте контакта для тел, имеющих правильную геометрическую форму. Поэтому большинство известных теоретических работ по определению силового контакта основаны на деформации пары геометрически правильных выступов, набором которых моделируется поверхность.

Наиболее близкой по форме к реальным микровыступам является сферическая модель. Схема контактирования единичной пары сферических микровыступов с применением известных уравнений Г. Герца наиболее часто используется для расчетов величины сближения и фактической площади касания шероховатых поверхностей.

Уравнения Г. Герца можно применять к микровыступам в случае, если закон распределения напряжений внутри микросфер будет аналогичен закону распределения напряжений внутри шаров, для которых эти уравнения справедливы.

Исследуя напряженное состояние внутри микровыступов на прозрачных моделях, Г.Б. Лурье [1] обнаружили формирование "жесткой" зоны затруженной деформации, которая возрастает с ростом прикладываемой нагрузки.

В настоящее время нет четких представлений о распределении напряжений внутри металлических микровыступов, поэтому применение уравнений Г. Герца к микросферам не вполне обоснованно.

Уравнение Г. Герца выведено для случая контактирования идеально гладких сфер, в то время как на любой реальной поверхности имеются мельчайшие неровности. Для сферических поверхностей с невысоким классом чистоты обработки величина сближения и радиус пятна смятия могут оказаться соизмеримыми с их шероховатостью и, следовательно, применение уравнений Г. Герца, выведенных без учета контактной задачи, к решению самой контактной задачи не вполне целесообразно.

Сферы считаются расположенными на жестком основании и не учитывается их вдавливание в упругую полуплоскость. В таком случае неизбежно будет происходить их пластическая деформация.

При вдавливании гладкого твердого шара в шероховатую поверхность английские ученые Ф. Боуден и Д. Тейбор [2] обнаружили на дне отпечатка сохранение следов начальной шероховатости.

В подтверждение гипотезы о внедрении микровыступов в упругое полупространство Л.П. Медведев [3] провел опыты по сжатию монеты между двумя шлифованными чугунными плитами. Несмотря на то, что твердость чугуна значительно больше меди, на плитах оставался четкий отпечаток монеты. Сама монета несколько деформировалась, но более мелкие выступы оказались наиболее устойчивыми против пластической деформации.

Эксперименты показывают, что величина сближения контактируемых деталей примерно в 5 раз превышает высоту самих выступов. Следовательно, подтверждается предположение о том, что основное сближение поверхностей происходит за счет упругого вдавливания выступов в упругую полуплоскость, на которой они расположены.

Модель деформации пары контактирующих выступов с учетом их упругой заделки можно представить схемой, изображенной на рис.1. Выступы неровностей с высотой h условно изображены в виде цилиндра (а), усеченного конуса (б) и сферы (в).

Полное сближение контактирующих тел 1 и 2 можно определить по уравнению $a = a_1 - a_2 = W_{cp1} + W_{cp2} + \Delta h$, где W_{cp1} и W_{cp2} - величины упругого вдавливания нагруженных пятен контакта; Δh - сжатие самого микровыступа. Расчеты

показывают, что величина Δh на два-три порядка меньше W_{cp} , поэтому ее можно пренебречь.

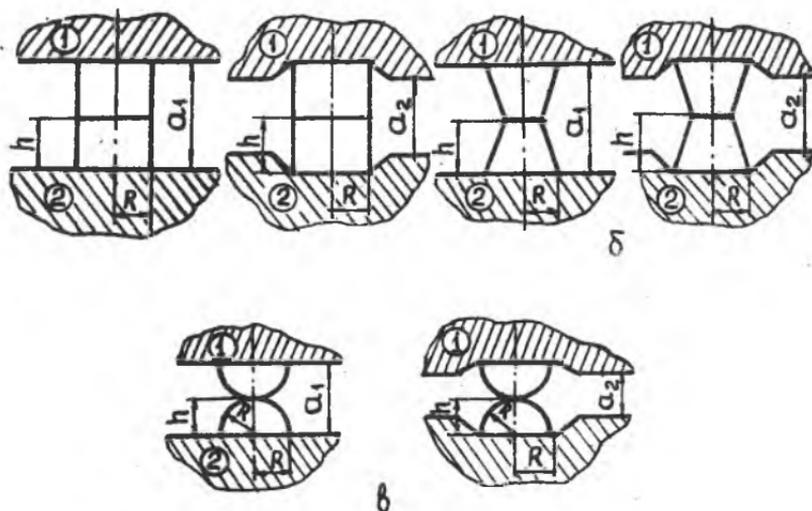


Рис.1. Модель вдавливания пары контактирующих выступов в упругое основание

Величина среднего вдавливания нагруженных площадок мало зависит от характера распределения нагрузки по пятну контакта [4] и его формы [5].

Учитывая недостатки уравнений Г. Герца и экспериментальные данные, свидетельствующие о вдавливании выступов в упругую плоскость, на которой они расположены, для единичной пары контактирующих микровыступов можно применить известное из теории упругости уравнение о вдавливании круглого твердого штампа [6]

$$a = 2 W_{cp} = \frac{2 \cdot 0,55 P_i (1 - \mu^2)}{E R_{cp}} \quad (I)$$

где коэффициент 0,55 соответствует среднему значению между распределением нагрузки равномерно по пятну контакта и по "полушару". P_i - нагрузка на микровыступ; E - модуль упругости материала; R_{cp} - средний радиус основания выступа; μ - коэффициент Пуассона.

Номинальное давление только приближенно может характеризовать напряженность контактной зоны. Величину среднего контактного давления q_{cp} можно подсчитать, если известна нагрузка P и фактическая площадь контакта F_{cp} .

$$q_{cp} = \frac{P}{F_{cp}}, \quad (2)$$

где величина фактической площади контакта F_{cp} связана с числом выступов, вступивших в контакт n и средним радиусом их основания R_{cp} уравнением

$$F_{cp} = \pi R_{cp}^2 n. \quad (3)$$

Экспериментальные исследования, проведенные на опытных образцах, показали, что измеряемая величина сближения α близка к ее расчетному значению, определяемому уравнением [3]

$$\alpha = \frac{a}{h_{cp}} = c \left(\frac{P}{EF_H} \right)^{\delta}, \quad (4)$$

где α - величина относительного сближения; h_{cp} - средняя высота микровыступа; P - сжимающая нагрузка; F_H - номинальная площадь; E - модуль упругости; c и δ - экспериментальные величины, характеризующие данный вид обработки.

Используя уравнения (2), (3), (4), можно получить

$$\alpha = c \left(\frac{q_{cp} \pi R_{cp}^2}{EF_H} \right)^{\delta} \cdot n^{\delta}; \quad (5)$$

$$n = \frac{EF_H (\frac{\alpha}{c})^{1/\delta}}{q_{cp} \pi R_{cp}^2}. \quad (6)$$

Сумма нагрузок, воспринимаемых n - ным количеством контактирующих выступов, будет уравновешивать внешнюю сжимающую силу. Из условий статического равновесия $P = \sum_1^n P_i$. Используя уравнения (1) и (5), запишем

$$P = \frac{R_{cp} h_{cp} E}{1,1(1-\mu^2)} c \left(\frac{q_{cp} \pi R_{cp}^2}{EF_H} \right)^{\delta} \sum_1^n n_i^{\delta}. \quad (7)$$

Количество контактирующих участков значительно и можно написать

$$\sum_1^n n_i^\gamma = \int_1^n n_i^\gamma dn_i. \quad (8)$$

После интегрирования выражение (7) примет вид

$$p = \frac{R_{cp} h_{cp} E}{1,1(1-\mu^2)} c \left(\frac{Q_{cp} \pi R_{cp}^2}{EF_H} \right)^\gamma \cdot \frac{n^{1+\gamma}}{1+\gamma}. \quad (9)$$

Подставив значения n из уравнения (6) в уравнение (9)

$$p = \frac{R_{cp} h_{cp} E}{1,1(1-\mu^2)} c \left(\frac{Q_{cp} \pi R_{cp}^2}{EF_H} \right)^\gamma \frac{1}{1+\gamma} \left[\frac{EF_H (\frac{\alpha}{c})^{1/\gamma}}{Q_{cp} \pi R_{cp}^2} \right]^\gamma \cdot \frac{EF_H (\frac{\alpha}{c})^{1/\gamma}}{Q_{cp} \pi R_{cp}^2}$$

и произведя математические преобразования, получим

$$p = \frac{R_{cp} h_{cp} E \alpha^{1/\gamma} EF_H}{1,1(1-\mu^2)(1+\gamma) \pi R_{cp}^2 c^{1/\gamma} Q_{cp}}. \quad (10)$$

Для количества выступов, вступивших в контакт и определяемых интегральным выражением (8), величина среднего давления определяется согласно уравнению (2). Тогда выражение (10) можно представить в виде

$$p = \frac{R_{cp} h_{cp} \alpha^{1/\gamma} F_H E^2 F_{cp}}{1,1(1-\mu^2)(1+\gamma) \pi R_{cp}^2 c^{1/\gamma} p}$$

или

$$F_{cp} = \frac{1,1(1-\mu^2)(1+\gamma)c^{1/\gamma}}{\alpha^{1/\gamma}} \left(\frac{p}{E} \right)^2 \frac{R_{cp}}{h_{cp}} \frac{1}{F_H}. \quad (11)$$

Уравнение (11) дает возможность определить рост фактической площади контакта в зависимости от его физико-механических характеристик, вида обработки и усилия слатия.

Из рассмотрения уравнения (11) видно, что для данной нагрузки P уменьшение номинальной площади F_H приводит к воз-

растанию рабочей площади упругого основания.

Рост фактической площади $F_{\text{ф}}$ возможен за счет снижения модуля упругости материала E , увеличения сжимающей нагрузки P и улучшения качества обработки поверхности, определяемой величинами $C, \gamma, R_{\text{ср}}, h_{\text{ср}}$.

Проведено значительное количество опытов по одновременно измерению сближения сжимаемых поверхностей и сопротивлению стина, по которому определяется фактическая площадь контакта [7]. Так, например, для чугунных образцов с чистой обработки ∇II под действием силы $P = 1000 \text{ кг}$ сближение поверхностей составило 5,3 мк, фактическая истинная площадь контакта $F_{\text{ф}} = 29 \text{ мм}^2$ при номинальной $F_{\text{н}} = 1250 \text{ мм}^2$. При нагрузке $P = 100 \text{ кг}$ сближение составило 1,5 мк. Величины $R_{\text{ср}} = 10 \text{ мк}$, $h_{\text{ср}} = 1 \text{ мк}$ определялись по снятым профилограммам.

Значения постоянных коэффициентов C и γ можно найти путем построения опытной кривой, описываемой уравнением (4) в логарифмических координатах.

Логарифмируя уравнение (4) и подставляя измеренные значения величин сближения и нагрузки получим

$$\begin{aligned} \lg 1,5 &= \lg C - \gamma \lg 250000 \\ \lg 5,3 &= \lg C - \gamma \lg 25000. \end{aligned}$$

Решая систему уравнений, определяем $\gamma = 0,5, C = 735$.

Волны и макроруклонения являются составной частью упругого основания, в которое вдавливаются микровыступы. Каждому виду обработки присущ свой рельеф поверхности и, следовательно, определенные значения постоянных коэффициентов C и γ . Определяя значение этих коэффициентов на опытных образцах, можно рассчитать фактическую площадь контакта реальных деталей, работающих в условиях заданных посадок, используя уравнение (II). Так, например, для рассматриваемого случая при $P = 1000 \text{ кг}$ фактическая площадь $F_{\text{ф}}$ по расчетному уравнению

$$\begin{aligned} F_{\text{ф}} &= \frac{1 \cdot 1 / 1 - 0,3^2 (1+0,5) \cdot 735^{\frac{1}{0,5}}}{5,3^{1+\frac{1}{0,5}}} \cdot \left(\frac{1000 \text{ шт.}}{2 \cdot 10} \right)^2 \cdot \frac{4 \text{ кг}}{\text{мм}^2} \\ &\times \frac{10}{1} \frac{1}{1250} = 35 \text{ мм}^2, \end{aligned}$$

т.е. 2,9% от номинальной площади контакта. Экспериментально измеренное на установке значение фактической площади $F_{ф} = 29 \text{ мм}^2$, что составляет

$$\frac{35 \text{ мм}^2 - 29 \text{ мм}^2}{35 \text{ мм}^2} \times 100\% = 17\%$$

от расчетного значения.

Литература

1. Дурье Г.Б. "Исследование напряженного состояния в поверхностных микронеровностях". Машиностроение, "Известия вузов", №11, 1971.

2. Табов Ф. *The Hardness of Metals*. Oxford, 1951.

3. Медведев Л.П. "Исследование контактной жесткости металлорежущих станков". Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. г.Куйбышев, 1963.

4. Медведев Л.П. "Давление на поверхности контакта". Труды КуАИ, вып. 43, 1970.

5. Тимошенко С.П. "Теория упругости". Государственное техникотеоретическое издательство, 1934.

6. Безухов Н.И. "Основы теории упругости, пластичности и ползучести". "Высшая школа", 1968.

7. Медведев Л.П. "Установка для исследования жесткости стыков поверхностей". Труды КуАИ, вып. XXV, 1967.