

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБРАБАТЫВАЕМОСТИ ЖАРОПРОЧНЫХ И ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ
Межвузовский сборник, вып. I, 1973 г.

УДК 621.91:534.1:517.9

И.Г.Жарков, Е.М.Маркушин

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРАЦИЙ ПРИ РЕЗАНИИ
МЕТАЛЛОВ (ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА)

Основное влияние на процесс резания оказывают относительные колебания инструмента и изделия. От этих колебаний зависит как стойкость инструмента, так качество и точность обработанной поверхности (точность геометрической формы, волнистость и шероховатость поверхности, интенсивность наклепа и прочее).

Для большинства упругих систем СПИД, совершающих интенсивные поперечные колебания, при анализе можно пользоваться единой принципиальной схемой, показанной на рис. I, где доминирующая колебательная система в виде обобщенного эквивалентного вала совершает колебания относительно условно неподвижной другой системы. Связь парциальных систем в единой замкнутой упругой системе осуществляется через зону резания и может быть заменена действием сил резания.

На любую из парциальных систем (систему инструмента или систему изделия), участвующую в колебаниях, действуют следующие силы:

сила инерции — \bar{F}_D ;

сила сопротивления, демпфирования — \bar{F}_C ;

сила упругости — \bar{F}_U ;

и сила резания — \bar{P}_R , которые могут быть разложены на составляющие, действующие вдоль соответствующих осей координат (рис. I).

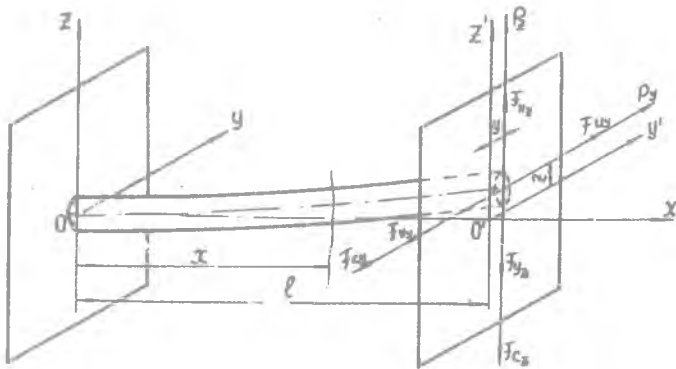


Рис. 1. Принципиальная схема доминирующей автоколебательной системы с действующими на нее поперечными силами в плоскости YOZ .

В большинстве реальных систем доминирующими колебаниями являются поперечные колебания в плоскости YOZ , поэтому влиянием на автоколебательное движение сил, направленных вдоль оси OX , будем пренебрегать (в ряде процессов эти силы близки к нулю).

Специально проведенные исследования и известные работы других авторов [1, 2, 3 и др.] показали, что основным фактором, влияющим на периодическое изменение силы резания при автоколебаниях, является изменчивость толщины среза при поперечных относительных перемещениях инструмента и изделия. Поэтому изменение толщины среза Q при колебаниях и принято за основу теоретического анализа автоколебательного процесса.

Под автоколебаниями при составлении математической модели понимается периодическое решение нелинейных уравнений, а под устойчивостью процесса резания — устойчивость по А.М.Ляпунову при постоянно действующих возмущениях [4, 5 и др.] .

Для определения силы инерции колебательной системы производился расчет приведенной массы системы M известными методами [6]. В соответствии с законами механики сила инерции может быть представлена в виде

$$\bar{F}_L = -m \left[\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \cdot \bar{j} + \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2} \cdot \bar{k} \right], \quad (1)$$

где \bar{j} и \bar{k} - единичные орты осей Y и Z соответственно; Y и Z - функции времени t и длины x (вдоль оси Ox).

Сила сопротивления (демпфирования), с известным приближением, для зоны малых амплитуд может быть принята пропорциональной скорости вибраторного перемещения

$$\bar{F}_c = \eta_0 \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \cdot \bar{j} + \frac{\partial z(x,t)}{\partial t} \cdot \bar{k} \right) \quad (2)$$

Вся сложность определения этой силы заключается в правильном определении обобщенного коэффициента демпфирования системы η_0 . Этот коэффициент складывается из коэффициента внутреннего трения $\eta_{вн}$ в материале колеблющейся системы и из коэффициентов внешнего трения:

η_1 - между задней поверхностью инструмента и изделием и η_2 - между передней поверхностью инструмента и стружкой. Кроме того, дополнительное демпфирующее воздействие оказывает сама зона пластической деформации ($\eta_{вн.пл.}$), так как эта зона и объем ее изменяются при вибрациях, а также имеющиеся контакты (стыки) в системе.

Обобщенный коэффициент демпфирования η_0 определялся, как среднеквадратичная величина из всех перечисленных составляющих

$$\eta_0 = \sqrt{\nu_1 \cdot \eta_{вн}^2 + \nu_2 \cdot \eta_1^2 + \nu_3 \cdot \eta_2^2 + \nu_4 \cdot \eta_{вн.пл.}^2} \quad (3)$$

где $\nu_1, 2, \dots, 4$ - коэффициенты корреляции.

Специальные вероятностные расчеты позволили получить следующие средние значения коэффициентов корреляции:

$$\nu_1 = 1; \quad \nu_2 = 0,8; \quad \nu_3 = 0,5; \quad \nu_4 = 0,1 \quad (4)$$

Обобщенные коэффициенты демпфирования по формуле (3) с учетом равенств (4) были подсчитаны для различных колебательных систем. Полученные расчеты были проверены экспериментальным путем. Для этого во время резания на безвибрационном режиме производился удар специальным бойком по доминирующей колебательной системе (по оправке - при фрезеровании, борштампе - при расточке или изделию - при консольном закреплении детали на токарном станке). По затухающим колебаниям, записанным на пленку, была определена величина η_0 . Значения величин η_0 , определенные экспериментально, были сравнительно близки к расчетным. Для большинства реальных систем

$$\eta_{0\text{расч.}} = \eta_{0\text{экср.}} = 0,3-0,4.$$

Сила упругости системы принималась в виде

$$\bar{F}_y = C(t) \cdot [y(x,t) \cdot \bar{j} + z(x,t) \cdot \bar{k}], \quad (5)$$

где $C(t)$ - коэффициент жесткости обобщенного эквивалентного вала, который в общем случае может зависеть от направления измерения в плоскости OYZ , то есть от угла поворота вала или текущего времени t

Сила резания \bar{P}_R и ее проекции (P_y, P_z) являются нелинейными величинами. Во-первых, они нелинейно зависят от толщины среза

(слабая нелинейность от ширины среза и слабое влияние скорости резания на силы резания не учитывалось). Во-вторых, нелинейность сил резания обуславливается возможной прерывистостью процесса резания при вибрациях, связанной с выходом и входом инструмента в изделие.

Процесс резания, как процесс пластической деформации, обладает некоторой инерционностью; изменение сил резания обычно отстает по времени от изменения толщины срезаемого слоя на некоторую величину

τ . Кроме того, почти во всех процессах резания работа производится "по следу", оставленному на поверхности резания предыдущим зубом многлезвийного инструмента или резаком при предыдущем обороте изделия, то есть инструмент режет волнообразную поверхность.

С учетом сказанного, составляющие силы резания при точении (расточке) могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} P_z &= K \cdot b [a_0 + y(x, t - T - \tau) - y(x, t - \tau)]^{1-\mu} \\ P_y &= K \cdot b \{ A_0 [a_0 + y(x, t - T - \tau) - y(x, t - \tau)]^{1-\mu} + B_0 \} \end{aligned} \quad (6)$$

где K , A_0 , B_0 - постоянные, зависящие от геометрии инструмента и свойств обрабатываемого металла [7]; μ - показатель степени в формуле удельного давления резания; b - ширина среза; a_0 - заданная толщина среза; T - время одного оборота изделия (бортанги).

Для процесса фрезерования заданная толщина среза $a_0 = S_z \cdot \sin \psi$ или $a_0 = S_z \cdot \sin \omega t$, где S_z - подача на зуб фрез; ψ - угол поворота зуба фрез; ω - угловая скорость фрез (предполагается постоянной, то есть без учета крутильных колебаний системы).

Окружная и радиальная составляющие, действующие на зуб фрезы, принимают вид

$$\begin{aligned} P_y &= K \cdot b [S_z \cdot \sin \omega t + y(x, t - T - \tau) - y(x, t - \tau)]^{1-\mu} \\ P_z &= K \cdot b \{ A_0 [S_z \cdot \sin \omega t + y(x, t - T - \tau) - y(x, t - \tau)]^{1-\mu} + B_0 \} \end{aligned} \quad (7)$$

В соответствии с известным принципом Даламбера, имеет место равенство

$$\bar{F}_u + \bar{F}_c + \bar{F}_y + \bar{P}_R = 0. \quad (8)$$

Используя полученные аналитические выражения сил инерции, сопротивления, упругости и резания, для процесса точения консольно закрепленной детали (или расточки бортангой), не вдаваясь в детали вывода, можно записать систему уравнений, при $X = l$

$$\begin{cases} m \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + \eta_0 \frac{dz(t)}{dt} + C_1(t) \cdot z(t) = R_1 \\ m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \eta_0 \frac{dy(t)}{dt} + C_2(t) \cdot y(t) = R_2 \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{где } R_1 = \begin{cases} K \cdot b [a_0 + \varepsilon \cdot \sin \omega t + y(t-T-\tau) - \tau(t-\tau)]^{1/n} & \text{при } a_0 + \varepsilon \cdot \sin \omega t + y(t-T-\tau) - \tau(t-\tau) > 0 \\ 0 & \text{при } a_0 + \varepsilon \cdot \sin \omega t + y(t-T-\tau) - \tau(t-\tau) \leq 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$R_2 = \begin{cases} K \cdot b \{ A_0 [a_0 + \varepsilon \cdot \sin \omega t + y(t-T-\tau) - \tau(t-\tau)]^{1/n} + B_0 \} & \text{при } a_0 + \varepsilon \cdot \sin \omega t + y(t-T-\tau) - \tau(t-\tau) > 0 \\ 0 & \text{при } a_0 + \varepsilon \cdot \sin \omega t + y(t-T-\tau) - \tau(t-\tau) \leq 0 \end{cases} \quad (11)$$

В равенствах (10), (11) ε — эксцентриситет детали (бортиланги), T — время одного оборота детали (бортиланги), τ — отставание во времени изменения силы резания от изменения толщины среза.

В уравнениях (9) коэффициенты жесткостей $C_1(t)$ и $C_2(t)$ являются заданными функциями времени

$$\begin{aligned} C_1(t) &= C + \Delta C \cdot \sin \omega_c t \\ C_2(t) &= C + \Delta C \cdot \cos \omega_c t \end{aligned} \quad (12)$$

где C , ΔC — const.; ω_c — круговая частота изменения жесткости. Для трехкулачкового патрона $\omega_c = 3\omega$, а ΔC составляет около 0,2C. Начальные условия для системы (9) могут быть приняты в виде

$$\begin{cases} z(t-\tau) = 0 \\ y(t-\tau) = 0 \end{cases} \quad \text{при } t-\tau \leq 0 \\ \begin{cases} z(t-T-\tau) = 0 \\ y(t-T-\tau) = 0 \end{cases} \quad \text{при } t-T-\tau \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

При выводе системы (9) не учитывалось изменение толщины среза при перемещении детали относительно инструмента вдоль оси Oz ; координаты y и z полагались независимыми, учитывалась лишь взаимосвязь проекций силы резания P_y и P_z .

Для исследования процесса автоколебаний при работе многолезвийными инструментами (дисковые, пазовые, концевые, цилиндрические фрезы и др. инструменты) система уравнений принимает вид

$$\begin{cases} m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \eta_0 \frac{dy(t)}{dt} + c \cdot y(t) = R_1^*(\varphi) \\ m \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + \eta_0 \frac{dz(t)}{dt} + c \cdot z(t) = R_2^*(\varphi) \end{cases} \quad (14)$$

В системе (14)

$$R_1^*(\varphi) = R_1(\varphi) \cdot \cos \varphi - R_2(\varphi) \cdot \sin \varphi$$

$$R_2^*(\varphi) = R_1(\varphi) \cdot \sin \varphi + R_2(\varphi) \cdot \cos \varphi,$$

где $\varphi = \omega t$, а выражения $R_1(\varphi)$ и $R_2(\varphi)$ определены равенствами

$$R_1(\varphi) = \begin{cases} K b \{ A_0 [a_\varphi + y(t - \tau^*) - y(t)]^{1-\mu} + B_0 \} & \text{при } a_\varphi + y(t - \tau^*) - y(t) > 0 \\ 0 & \text{при } a_\varphi + y(t - \tau^*) - y(t) \leq 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$R_2(\varphi) = \begin{cases} K b [a_\varphi + y(t - \tau^*) - y(t)]^{1-\mu} & \text{при } a_\varphi + y(t - \tau^*) - y(t) > 0 \\ 0 & \text{при } a_\varphi + y(t - \tau^*) - y(t) \leq 0. \end{cases} \quad (17)$$

В равенствах (16) и (17) для случая фрезерования по подаче (рис. 2).

$$a_\varphi = \begin{cases} 0 & \text{при } 2\pi k + (q-1) \frac{2\pi}{z} < \omega t < 2\pi(k+1) + (q-1) \frac{2\pi}{z} - \varphi_0 \\ -S_z \sin \left[\omega t - (q-1) \frac{2\pi}{z} \right] & \text{при } 2\pi(k+1) + (q-1) \frac{2\pi}{z} - \varphi_0 \leq \omega t < 2\pi(k+1) + (q-1) \frac{2\pi}{z}; \end{cases} \quad (18)$$

и для случая фрезерования против подачи (рис. 3)

$$a_\varphi = \begin{cases} S_z \cdot \sin \left[\omega t - (q-1) \frac{2\pi}{z} \right] & \text{при } 2\pi k + (q-1) \frac{2\pi}{z} \leq \omega t \leq 2\pi k + (q-1) \frac{2\pi}{z} + \varphi_0 \\ 0 & \text{при } 2\pi k + (q-1) \frac{2\pi}{z} + \varphi_0 < \omega t < 2\pi(k+1) + (q-1) \frac{2\pi}{z} \end{cases} \quad (19)$$

где k и q пробегает значения $k = 0, 1, 2 \dots$ (но-

мер оборота фрезы), $Q = 1, 2, \dots, z^*$ (z^* - число зубьев фрезы), τ^* - время поворота фрезы на один зуб.

При составлении системы (14) не учтено влияние отставания изменения силы резания от изменения толщины среза, так как в процессе фрезерования ведущую роль играет работа с отставанием τ^* по следу, оставленному предыдущим зубом на поверхности резания, и периодические первичные толчки от врезания и выхода каждого зуба из контакта с изделием.

Полученные системы дифференциальных уравнений (9) и (14) в конечном виде не имеют решений, то есть нельзя указать для них ни общего, ни частных решений. При решении их вручную приближенными методами требуется слишком большая затрата труда, так как автоколебания происходят с высокой частотой и требуется очень мелкий шаг интегрирования, поэтому приходится работать с большим набором чисел.

Весьма эффективным оказалось решение этих уравнений на ЭЦВМ. Так, для решения на машине "Урал-2" были составлены четыре задания-программы применительно к процессам точения, расточки, фрезерования дисковыми и концевыми фрезами. Значения величин m , h_0 , C , K , A , B_0 , μ , S_z , b и др. были заданы в виде таблиц, а при решении каждого варианта принимались постоянными. Решение одного варианта на машине "Урал-2" для процесса длительностью 0,4-1,0 секунда, достаточного для того, чтобы наступили установившиеся автоколебания, занимает около двух часов машинного времени. Шаг интегрирования был принят равным $T_1/180$, где T_1 - период собственных колебаний системы. Выдача на печать значений $U(t)$ и $Z(t)$ производилась через $T_1/18$.

На рис. 4 представлены выдержки из одного варианта решения системы (14) для процесса фрезерования против подачи титанового сплава BT20 концевой фрезой ВК8, при следующих постоянных параметрах:

$$\begin{aligned} \tau^* &= \frac{60}{n \cdot z^*}, \text{ сек}; \quad \omega = \frac{\pi \cdot n}{30}, \frac{1}{\text{сек}}; \quad n = 750 \frac{\text{об}}{\text{мин}}; \quad z^* = 8; \\ b &= 10 \text{ мм}; \quad h_0 = 0,3 \frac{\text{кгсек}}{\text{мм}}; \quad C = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}; \quad m = 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кгсек}^2}{\text{мм}}; \\ \mu &= 0,35; \quad K = 170 \text{ кг} \cdot \text{мм}^{\mu-2}; \quad A_0 = 0,48; \quad B_0 = 0,04 \text{ мм}^{1-\mu}; \\ S_z &= 0,075; \quad \varphi_0 = 0,1\pi. \end{aligned}$$

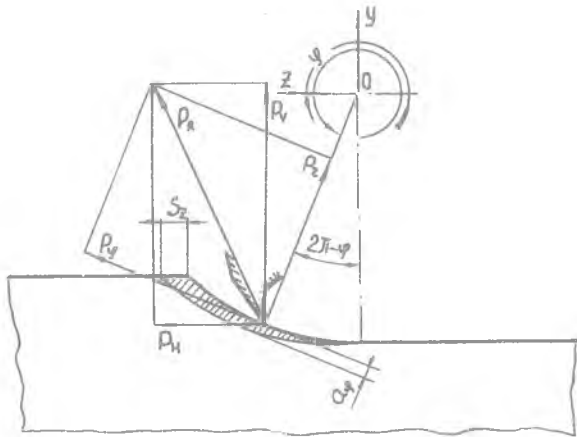


Рис. 2. Схема процесса фрезерования по подаче.

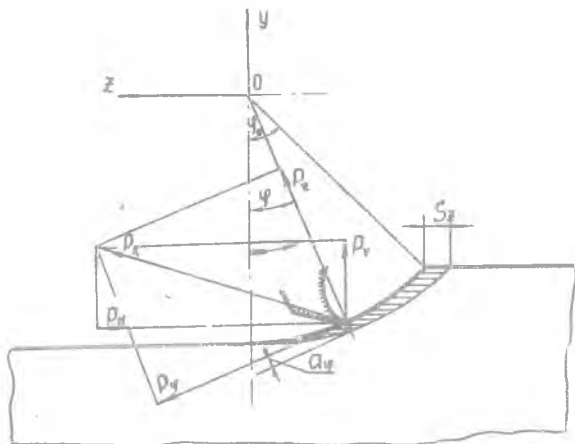
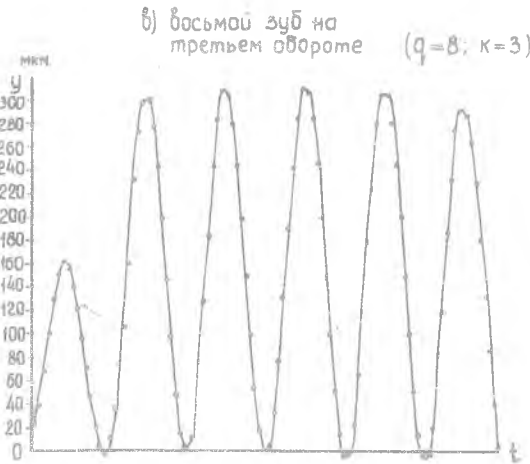
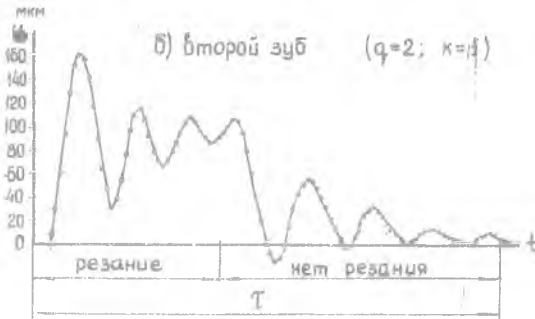


Рис. 3. Схема фрезерования против подачи.



Условия: Фрезерование концевой фрезой Вк8 титанового сплава ВТ9. $K=170$; $C=1000$ кг/мм; $m=1,3 \cdot 10^{-6}$ кгсек²/мм; $\eta=0,3$; $\mu=0,35$; $A_0=0,48$; $B_0^2=0,04$; $\varphi_0=0,1\pi$; $\delta=8$ мм; $S_z=0,1$ мм/зуб; $n=750$ об/мин; $z^*=8$.

Рис. 4. Переходный процесс развития автоколебаний и установившиеся колебания (вдоль оси ОУ).

а время одного оборота

$$T = \frac{60\pi D}{1000 V}$$

где D - диаметр обрабатываемой детали; V - скорость резания; ω - угловая скорость; ω_c - круговая частота изменения жесткости системы "деталь-трехзубчатый патрон", $\omega_c = 3\omega$

Система уравнений (I) описывает реальный процесс автоколебаний при резании металлов с достаточно высокой точностью. Расчет производился на ЭВМ "Урал-2". Результаты расчета показывают, что наиболее существенное влияние на автоколебательный процесс при точении и расточке оказывает вторичное возбуждение при работе по следу. Кроме того, значительное влияние на интенсивность автоколебаний оказывает значение величины τ (рис. 2), зависящее от пластических свойств обрабатываемого материала, геометрии инструмента и параметров режима резания.

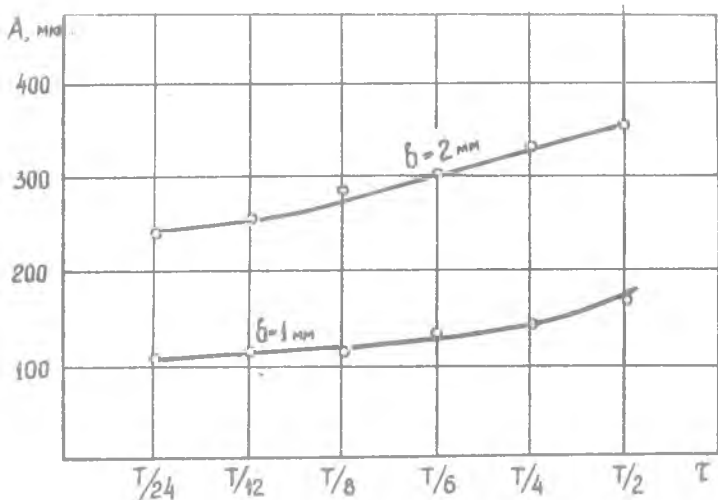


Рис. 2. Влияние величины отставания силы резания от изменения толщины срезаемого слоя на амплитуду автоколебаний. (при

$a = 0,4$ мм; $\eta_0 = 0,2$ кг·сек/мм; $T_1 = 0,00226$ мин.)

Весьма интересным является переходный процесс развития автоколебаний. При работе первого зуба первичный толчок от врезания зуба вызвал отклонение упругой системы вдоль оси OY от начального положения на 67 мкм (рис. 4а). Затем наступили затухающие колебания с уменьшающейся амплитудой и увеличивающейся частотой, что характерно для автоколебательного процесса. В момент выхода зуба из контакта с изделием составляющая сила резания P_v , направленная вдоль оси OY , мгновенно упала до нуля и вызвала новые затухающие колебания. Работа второго зуба (рис. 4б) происходит уже по волнообразному "следу", оставленному первым зубом на поверхности резания, поэтому амплитуда колебаний возрастает и уменьшается их частота. Нарастание и выравнивание амплитуд продолжается от зуба к зубу до тех пор, пока не наступят установившиеся автоколебания (рис. 4в) приблизительно с постоянной частотой и несколько изменяющейся амплитудой (с биениями).

Выполненные решения позволили подметить целый ряд особенностей развития автоколебательного процесса для различных видов обработки; проанализировать влияние характеристик упругой системы и параметров режима резания на уровень интенсивности автоколебаний; наметить практические наиболее рациональные пути устранения вредных автоколебаний с целью повышения производительности и точности обработки.

Все теоретические выводы были проверены экспериментальным путем и показали хорошую сходимость результатов.

Литература

1. Кудинов В.А. Динамика станков. "Машиностроение", М., 1967.
2. Подураев В.Н. Обработка резанием с вибрациями. "Машиностроение", М., 1970.
3. Salje E. Self-Excited Vibrations of systems with two degrees of freedom. - "Transactions of the ASME", v.78, 1956, №4.
4. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. "Наука", М., 1966.
5. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, М., 1963.
6. Вильсон У.Кер. Вибрационная техника (перевод с английского и дополнения В.К.Литомирского). Машгиз, М., 1963.
7. Жарков И.Г., Зыкин А.С., Стебихов В.И. Фрезерование жаропрочных материалов и титановых сплавов цилиндрическими твердосплавными фрезами. Сб. "Обрабатываемость жаропрочных и титановых сплавов". Труды Всесоюзной межвузовской конференции. Куйбышев, 1962.