КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
Труды, вып. 44, 1970 г.
Исследования по акустике и радиоэлектронике

В. Д. КУЗЕНКОВ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ УЗКОПОЛОСНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА В ВИДЕ КВАЗИГАРМОНИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ

Представление узкополосного случайного процесса в виде кв зигармонического колебания, с медленно изменяющимися огиба щей и фазой, позволяет весьма просто решить некоторые зада одномерной теории.

Распределение огибающей суммы независимых узкополосн процессов, с независимыми от огибающих и равномерно расп деленными на интервале $(-\pi, \pi)$ фазами, обычно определяется с ращением преобразования Ганкеля от характеристической функц суммы [1], [2], [3].

Указанное представление узкополосного случайного процес позволяет определить распределение огибающей суммы двух пр цессов по известным распределениям огибающих слагаемых б привлечения аппарата характеристических функций.

Запишем суммируемые процессы в виде:

$$x(t) = X(t)\cos[\omega t + \Theta_1(t) + \varphi_1],$$

$$y(t) = Y(t)\cos[\omega t + \Theta_2(t) + \psi_2].$$

Здесь $X(t)$, $Y(t)$, $\Theta_1(t)$, $\Theta_2(t)$ — медленно меняющиеся случайные фу ции времени;

φ_1, φ_2 — случайные начальные фазы, причем

$$w_\varphi(\varphi) = \frac{1}{2\pi}, \quad |\varphi| \leqslant \pi.$$

В отношении медленно меняющихся функций $X(t)$, $У(t)$, $\Theta_1(t)$, $\Theta_2($ сделаем временное предположение, что они постоянны в неко ром интервале времени, меньшем времени корреляции процесс

$x(t)$, $y(t)$. Для этого интервала времени $X(t)=X$, $У(t)=У$ $\Theta_1(t)=\Theta_1$, $\Theta_2(t)=\Theta_2$. Кроме того, примем условно, что X и $У$ — известны. Сдвиг фаз $\Psi=\varphi_2-\varphi_1$ имеет плотность вероятности, график которой показан на рис. 1а.

Учитывая цикличность изменения фазы на интервале $(-\pi, \pi)$ и независимость начальных фаз φ_1 и φ_2 от огибающих X и $У$, можно утверждать, что сдвиг фаз Ψ также равномерно распределен на интервале $(-\pi, \pi)$ (рис. 1б). Таким образом

$$w_\psi(\psi)=\frac{1}{2\pi}, \quad |\psi|\leqslant\pi. \tag{1}$$

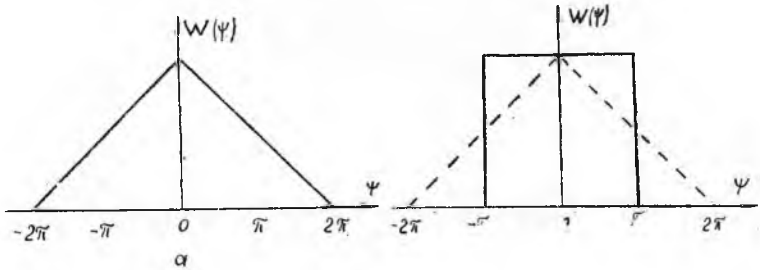

Рис. 1.

Для огибающей суммы Z можно написать

$$Z=\sqrt{X^2+Y^2+2XY\cos(\psi+\Theta_2-\Theta_1)} \tag{2}$$

Плотность вероятности огибающей Z можно определить по известным правилам преобразования плотностей вероятности [2]. При этом, согласно (1), (2), получим

$$w\left(Z/XУ\right)=\frac{2z}{\pi\sqrt{[(X+Y)^2-z^2]\,[z^2-(X-Y)^2]}}. \tag{3}$$

$$(X-Y)\leqslant z\leqslant X+Y.$$

Полагая, что распределения $W(X)$, $W(У)$ заданы, можно написать выражение для совместной плотности вероятности:

$$w(XYZ)=w\left(Z/XУ\right)w(X)\,w(Y). \tag{4}$$

Подставляя в (4) выражение (3) и усредняя по возможным значениям X и У, получим:

$$w(Z)=\frac{2z}{\pi}\int\limits_0^\infty w(X)\,dX\int\limits_{|z-x|}^{z+x}\frac{w(y/dy)}{\sqrt{[(X+z)^2-Y^2][z^2-(X-Y)^2]}},\ Z\geqslant 0. \tag{5}$$

Формула (5) совпадает с результатом, полученным в [3] другим способом.

При вычислении распределения узкополосного случайного процесса $W(\xi)$ по заданному распределению его огибающей $W(Z)$ можно исходить из плотности вероятности гармонического колебания со случайной начальной фазой [2].

$$w\left(\xi/Z\right) = \frac{1}{\pi\sqrt{Z^2-\zeta^2}}, \quad |\xi| \leqslant Z. \tag{6}$$

рассматривая ее, как условную, при известной величине огибающей. В результате интегрирования по Z совместной плотности вероятности W(ξZ) может быть получена плотность вероятности W(ξ). Если, например, W(Z) есть распределение Релея, то результатом интегрирования будет нормальное распределение.

Аналогичным образом интегрируя произведение выражений (5) и (6), получим плотность вероятности аддитивной суммы двух узкополосных случайных процессов.

$$w(\xi) = \frac{2}{\pi}\int\limits_{|\xi|}^{\infty}\frac{zdz}{\sqrt{z^2-\xi^2}}\int\limits_{|0|}^{\infty}w(X)\cdot dX\int\limits_{|z-x|}^{z+x}\frac{w(Y)\,dY}{\sqrt{[(X+z)^2-Y^2][z^2-(X-Y)^2]}}. \tag{7}$$

Формула (7) также совпадает с результатом, полученным в [3].

Представляется, что изложенный подход к решению задач является доступным и наглядным.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. М. Рытов. Введение в статистическую радиофизику. Наука, 1966.
2. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. I. «Сов. радио», 1966.
3. З. Д. Лернер. Радиотехника и электроника, т. XIII, вып. 10, стр. 1884, 1968.