

А. А. ПОДОЛЬСКИЙ, Л. М. ЛОГВИНОВ

## К ВОПРОСУ О КИНЕТИКЕ ЗАРЯДКИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ УНИПОЛЯРНОЙ КОРОНЫ

При зарядке проводящих сферических частиц центр тяжести зарядов совпадает с геометрическим центром частицы. Это обусловлено тем, что поверхность проводящей частицы является эквипотенциальной. В теории зарядки диэлектрических частиц также принимается допущение о центрально-симметричном распределении зарядов на поверхности, основанное на гипотезе быстрого вращения сферической частицы вокруг своей оси. В результате закон кинетики зарядки проводящих и диэлектрических частиц оказывается идентичным и описывается следующим выражением [1, 2]:

$$Q = Q_{\text{пр}} \frac{t}{t + \tau_{\text{зар}}} \quad (1)$$

где  $Q_{\text{пр}} = \left(1 + 2 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}\right) a^2 \cdot E_0 \cdot 4\pi\epsilon_0$  — предельный заряд частицы радиуса  $a$  диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  в поле напряженностью  $E_0$ ;

$\tau_{\text{зар}} = \frac{4\epsilon_0}{N_0 e k}$  — постоянная времени зарядки путем ионной бомбардировки в среде с концентрацией униполярных ионов  $N_0$  и подвижностью  $k$ ;

$t$  — текущее время.

При концентрации ионов порядка  $10^{14}$  ион/м<sup>3</sup> и подвижности  $k = (1 \div 2) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{сек} \cdot \text{в}}$  постоянная зарядки составляет  $10 \div 20$  мсек.

В процессах электрофльтрации аэрозолей время пребывания частиц в зарядной камере по крайней мере на порядок превышает эту величину, частица приобретает практически предельный заряд и точный вид временного множителя в (1) не имеет существенного значения. Однако в приборах для измерения параметров аэрозольных частиц по величине приобретаемого ими заряда время зарядки оказывается одного порядка с  $\tau_{\text{зар}}$  и по-

этому дальнейшее исследование процесса зарядки диэлектрических частиц имеет большое прикладное значение. К тому же экспериментальное исследование кинетики зарядки диэлектрических частиц [1] показало наличие существенных (15÷20%) расхождений между опытными данными и результатами расчетов по формуле (1). Целью настоящей статьи является расчет скорости вращения сферических диэлектрических частиц при зарядке в предположении справедливости формулы (1), что позволяет оценить приемлемость допущения о центральносимметричном распределении зарядов на поверхности частицы. Оценка периода колебаний  $T$  диэлектрической частицы была произведена в работе [3] для гипотетического случая вращения частицы, в одной точке на поверхности которой сосредоточен заряд, равный заряду поляризации полусферы. Была получена формула для периода колебаний:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C}}, \quad (2)$$

где  $I = \frac{8}{15} \pi a^5 \rho$  — момент инерции частицы;

$C = \epsilon_0 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} a^3 E_0^2$ ;  $\rho$  — плотность частицы.

Однако эта формула справедлива лишь для небольших колебаний частицы в невязкой среде. Поэтому прежде всего уточним необходимость учета вязкости среды при оценке скорости вращения малых частиц в электрическом поле. Вслед за Р. Реффеем [3] предположим, что одна полусфера частицы мгновенно получает заряд  $Q$ , равный заряду поляризации, после чего в результате воздействия тепловых волн, завихрений воздуха или ионной бомбардировки частица выходит из состояния неустойчивого равновесия и начинает вращаться без дальнейшей зарядки.

Уравнение поворота частицы имеет вид:

$$I \frac{d\omega}{dt} = M_z - M_c. \quad (3)$$

Здесь  $M_z = A \sin \Theta$  — момент электрических сил,  $A = QbE_0$ ,  $b$  — расстояние от центра частицы до центра тяжести заряда,  $\Theta$  — угол поворота,  $M_c = B\omega$  — момент сил сопротивления при вращении частицы с угловой скоростью,  $\omega$ ;  $B = 8\pi\eta a^3$  [4],  $\eta$  — динамическая вязкость среды.

Пренебрегая изменением поляризации частицы в процессе ее зарядки, нетрудно получить:

$$Q = \pi a^2 \frac{3\epsilon_c(\epsilon - 1)}{\epsilon + 2} E_0, \quad b = \frac{2}{3} a. \quad (4)$$

Уравнение (3) не имеет аналитического решения и для исследования характера движения частицы при повороте преобразуем его к виду:

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{-\lambda y + \sin \theta}{y}, \quad (5)$$

где

$$y = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{A}{I}}}; \quad \lambda = \frac{B}{\sqrt{A \cdot I}}$$

Основные закономерности движения определяются типом особых точек уравнения (5) [5].

Уравнение (5) имеет две особые точки:  $(0; 0)$  и  $(0; \pi)$ . Первая особая точка — седло, а вторая представляет устойчивый узел при условии  $\lambda > 2$  и устойчивый фокус при условии  $\lambda < 2$ . Следовательно, при малейшем отклонении от исходного положения частица не может возвратиться к нему, а совершает повороты, причем при  $\lambda > 2$  поворот происходит аperiodически, а при  $\lambda < 2$  — посредством затухающих колебаний около положения устойчивого равновесия. Оценим величину  $\lambda$  в реальных условиях. Положим  $E_0 = 2 \cdot 10^5$  в/м,  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\eta = 1,81 \cdot 10^{-5}$  н·сек/м<sup>2</sup>,  $\varepsilon = 3$ ,  $a = 1 \div 10$  мкм. Тогда  $\lambda$  составляет  $12 \div 1,2$ . Таким образом, даже при весьма больших начальных зарядах поворот микронных частиц происходит аperiodически и лишь для крупных частиц имеет место колебательный процесс установления. Отсюда следует, что пренебрежение вязкостью среды изменяет характер движения и не позволяет правильно оценить время поворота.

Строгий анализ зарядки вращающейся частицы сложен, поэтому аппроксимируем реальный процесс зарядки более простой схемой. Предположим, что частица заряжается за несколько оборотов вокруг оси, положение которой меняется в пространстве. Допустим, что в пределах одного оборота направление оси вращения, нормальное к плоскости чертежа (см. рис. 1а), остается неизменным. При вращении частицы в зоне отрицательного пространственного заряда происходит непрерывное осаждение ионов на поверхность частицы, обращенную к отрицательному полюсу зарядной камеры. Центр тяжести зарядов, оседающих в каждый момент времени совпадает с точкой частицы, проходящей через точку  $O'$  пространства (поступательным движением частицы пренебрегаем). Плотность зарядов наиболее высока на экваторе и убывает к полюсам. Таким образом, можно предположить, что в течение каждого оборота происходит зарядка узкой полосы на поверхности частицы в плоскости экватора (экваториального пояса). Наиболее просто оценить скорость вращения при зарядке с целью последующего сравнения периода поворота с постоянной времени зарядки  $\tau_{зар}$ , если принять, что при повороте частицы на ее поверхности образуется полоса с постоянной поверхностной плотностью заряда ( $NO'$  на рис. 1б). Если предположить, что поверхностная проводимость мала и в течение зарядки не происходит перераспределения зарядов на поверхности частицы, то последнее допущение соответствует гипотезе,

положенной в основу вывода выражения (1). Постоянную плотность  $\sigma$  можно принять равной:

$$\sigma = \frac{Q_{\text{пр}}}{n \cdot 2\pi a}. \quad (6)$$

Здесь  $n$  — предполагаемое число оборотов, за которое достигается полный заряд.

Электрический момент элемента заряда  $dQ$ , расположенного в точке на экваторе, равен:

$$dM_z = E_0 dQ \cdot a \cdot \sin \Theta = E_0 \cdot \sigma \cdot a^2 \cdot \sin \Theta \cdot d\Theta. \quad (7)$$

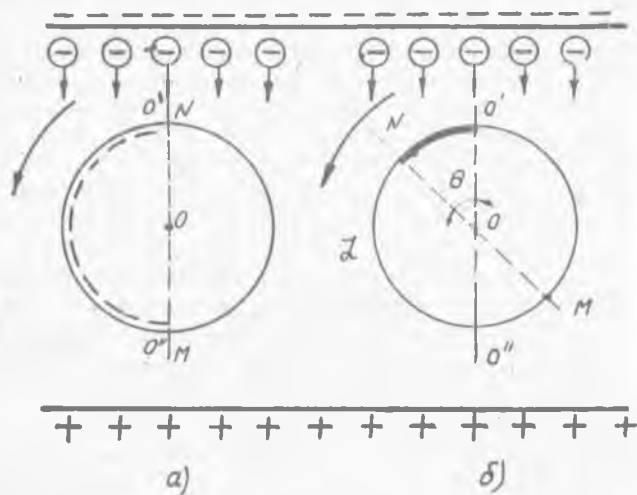


Рис. 1. Частица в электрическом поле

Электрический момент, действующий на частицу, при повороте ее на угол  $\Theta$  получим, интегрируя (7) в пределах  $(0; \Theta)$ :

$$M_z = E_0 \sigma a^2 (1 - \cos \Theta). \quad (8)$$

Подставив (8) в (3), получим уравнение вращения частицы, заряжающейся вдоль экваториальной линии с постоянной поверхностной плотностью:

$$I \frac{d\omega}{dt} = \sigma a^2 E_0 (1 - \cos \Theta) - 8\pi\tau_1 a^3 \omega. \quad (9)$$

Это уравнение удобно переписать следующим образом:

$$\tau_1 \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{\tau_2} (1 - \cos \Theta) - \omega. \quad (10)$$

Здесь  $\tau_1 = \frac{I}{8\pi\tau_1 a^3} = \frac{a^2 \rho}{15\eta}$  — величина, аналогичная постоянной времени релаксации аэрозольной частицы, используемой при расчете поступательного движения [6], и  $\tau_2 = \frac{8\pi a}{\sigma E_0}$ .

Уравнение (10) было просчитано на ЭВМ «Урал-2». Расчеты были произведены для частиц радиусом  $(1 \div 10)$  мкм,  $\epsilon=3$ ,  $\rho=10^3$  кг/м<sup>3</sup> при напряженности  $(1,5 \div 3) \cdot 10^5$  в/м,  $n$  принималось равным 2 и 5. Расчеты проводились с шагом  $\Delta t$ , равным  $\text{min}(\tau_1; \tau_2)$ . Начальные условия:  $\Theta_{\text{нач}} = 1^\circ$ ,

$$\omega_{\text{нач}} = \frac{1}{\tau_2} (1 - \cos \Theta_{\text{нач}}).$$

Некоторые из результатов расчетов представлены в виде графиков на рис. 2, 3, 4. На рис. 2 показана зависимость между угловой скоростью и углом поворота в полярной системе координат. Из рисунка видно, что в некотором интервале радиусов, зависящем от напряженности поля ( $a=1 \div 10$  мкм при  $E_0=1,5 \times$

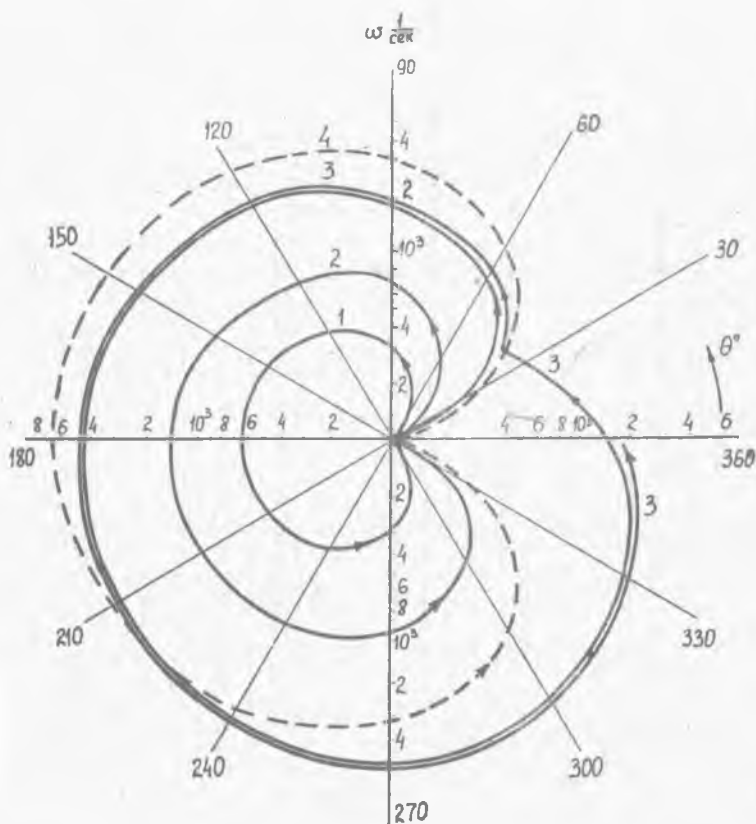


Рис. 2. Зависимость угловой скорости частицы от угла поворота:

Кривая 1 —  $a=1$  мкм,  $a=5$  мкм,  $a=10$  мкм,  $E_0=1,5 \cdot 10^5$  в/м,  $n=5$ ;  
 Кривая 2 —  $a=1$  мкм,  $a=5$  мкм,  $a=10$  мкм,  $E_0=1,5 \cdot 10^5$  в/м,  $n=2$ ;  
 Кривая 3 —  $a=10$  мкм,  $E_0=3 \cdot 10^5$  в/м,  $n=2$ ; Кривая 4 —  $a=1$  мкм,  
 $a=5$  мкм,  $E_0=3 \cdot 10^5$  в/м,  $n=2$ ;  $\epsilon=3$ ;  $\rho=10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $\eta=1,81 \cdot 10^{-5}$  н.сек/м<sup>2</sup>

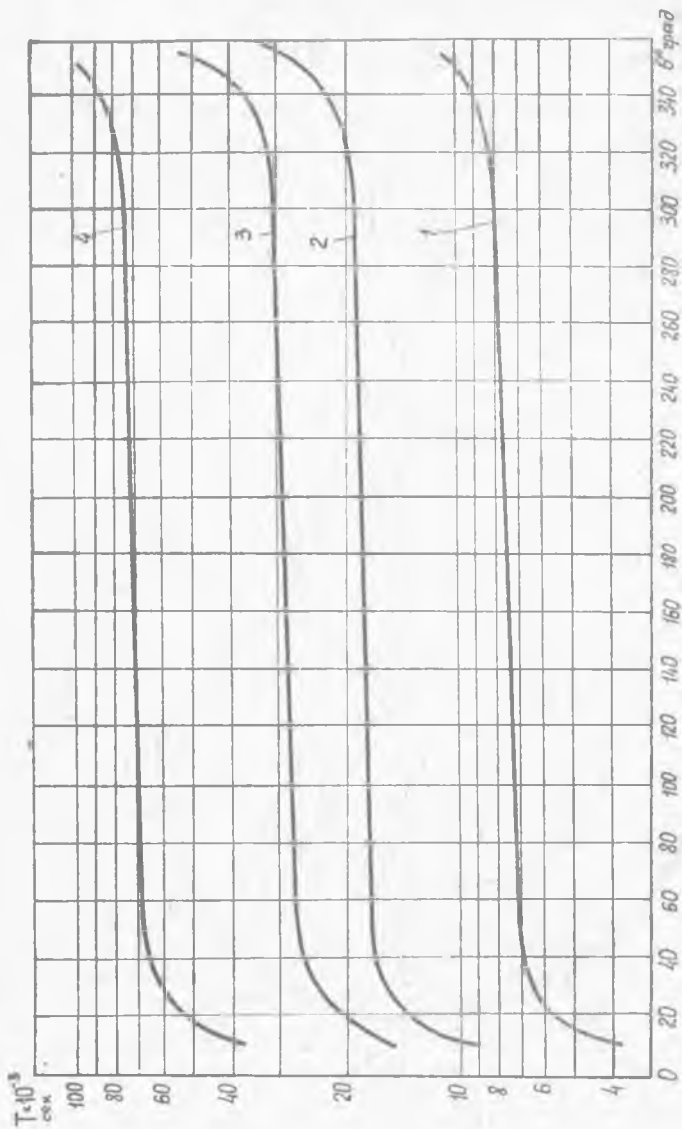


Рис. 3. Зависимость времени поворота частицы от угла поворота:

Кривая 1 —  $E_0 = 3 \cdot 10^5$  в/м,  $n = 2$ ; Кривая 2 —  $E_0 = 3 \cdot 10^5$  в/м,  $n = 5$ ; Кривая 3 —  $E_0 = 1,5 \cdot 10^6$  в/м,  $n = 2$ ; Кривая 4 —  $E_0 = 1,5 \cdot 10^6$  в/м,  $n = 5$ ;  $\alpha = 5$ ;  $\rho = 10^8$  кг/м<sup>3</sup>;  $\eta = 1,81 \cdot 10^{-5}$  сек/м<sup>2</sup>

$\times 10^5$  в/м и  $a = 1 \div 5$  мкм при  $E_0 = 3 \cdot 10^5$  в/м) размер частиц не влияет на параметры поворота. При этом поворот происходит аperiodически и траектория на фазовой плоскости в интервале углов  $180^\circ \div 360^\circ$  почти совпадает с зеркальным отражением траектории в интервале  $0 \div 180^\circ$ . Результаты расчета вполне объяснимы, если в указанном диапазоне размеров в уравнении (10) оказывается возможным пренебречь моментом инерционных сил:

$$\frac{1}{\tau_2}(1 - \cos \Theta) - \omega = 0. \quad (11)$$

Угловая скорость поворота при каждом значении угла  $\Theta$  определяется в этом случае только постоянной времени  $\tau_2$ , не зависящей от радиуса:

$$\tau_2 = \frac{8\pi\eta a}{\sigma E_0} = \frac{4\pi\eta \cdot n}{\epsilon_0 \left(1 + \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}\right) E_0^2}. \quad (12)$$

С увеличением напряженности и размеров, а также при уменьшении  $n$  влияние момента инерционных сил возрастает.

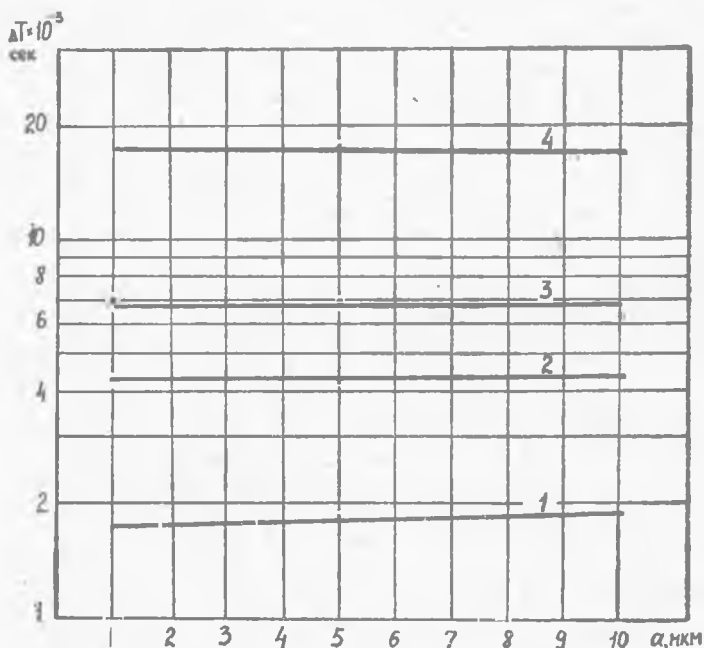


Рис. 4. Зависимость времени поворота частицы от ее радиуса:

Кривая 1 —  $E_0 = 3 \cdot 10^5$  в/м,  $n = 2$ ; Кривая 2 —  $E_0 = 3 \cdot 10^5$  в/м,  $n = 5$ ;  
Кривая 3 —  $E_0 = 1,5 \cdot 10^5$  в/м,  $n = 2$ ; Кривая 4 —  $E_0 = 1,5 \cdot 10^5$  в/м,  $n = 5$ ;  
 $\epsilon = 3$ ;  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $\eta = 1,81 \cdot 10^{-5}$  н-сек/м<sup>2</sup>;  $\Theta_{\text{нач}} = 40^\circ$ ;  $\Theta_{\text{кон}} = 320^\circ$

В результате увеличивается асимметрия фазовой траектории, максимум угловой скорости смещается в область углов  $\Theta > 180^\circ$ , площадь, охватываемая траекторией в интервале углов  $180^\circ \div \div 360^\circ$ , начинает заметно превосходить соответствующую площадь в интервале  $0^\circ \div 180^\circ$ . По окончании первого оборота частица сохраняет не нулевую скорость, в результате чего скорость на начальном этапе второго оборота (приблизительно в интервале углов  $0^\circ \div 40^\circ$ ) превышает скорость первого оборота.

На рис. 3 изображена зависимость времени поворота от угла для частицы радиусом 5 мкм. В соответствии с картиной фазовых траекторий наибольшее время частица затрачивает на поворот в начале и в конце оборота (когда происходит нарастание и спадание скорости). Общее время поворота можно оценить величиной порядка  $20 \div 40$  мсек.

Однако вывод частицы из исходного положения равновесия может быть значительно ускорен за счет асимметричной зарядки «электрического ветра» или сил неэлектрического происхождения. Кроме того, если при повороте частицы на ее поверхности образуется полоса с постоянной плотностью зарядов, то скорость зарядки оказывается пропорциональной скорости поворота, т. е. должна быть малой в начале и конце каждого оборота. Между тем из (1) следует, что скорость зарядки максимальна вначале и плавно убывает с течением времени. Поэтому целесообразно оценить время поворота в ограниченном интервале углов, исключая из рассмотрения этапы, в которых происходит быстрое нарастание и быстрое убывание скорости вращения. На рис. 4 показана зависимость времени поворота от радиуса частицы в интервале углов  $40^\circ \div 320^\circ$  для различных значений  $n$  и  $E_0$ . Из рисунка следует, что время поворота в этом интервале углов практически не зависит от размера частицы и уменьшается с ростом напряженности и уменьшением  $n$ .

При исключении начального и конечного этапов время поворота может быть определено путем интегрирования (11):

$$T = \tau_2 \left( \operatorname{ctg} \frac{\Theta_{\text{нач}}}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\Theta_{\text{кон}}}{2} \right).$$

При  $\Theta_{\text{кон}} = 360^\circ - \Theta_{\text{нач}}$

$$T = 2\tau_2 \cdot \operatorname{ctg} \frac{\Theta_{\text{нач}}}{2} = 2 \cdot \frac{4\pi\eta \cdot \operatorname{ctg} \frac{\Theta_{\text{нач}}}{2}}{\epsilon_0 \left( 1 + 2 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right) E_0^2}. \quad (13)$$

Поскольку при изменении диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  в широких пределах ( $1 \div \infty$ ) коэффициент  $\rho = 1 + 2 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}$  изменяется очень слабо ( $1 \div 3$ ), то, принимая его равным  $\rho = 2$  и вычисляя (13) при  $\eta = 1,81 \cdot 10^5$  н·сек/м<sup>2</sup>, из (13) получим

$$T \approx 2,58 \cdot 10^7 \frac{n}{E_0^2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\Theta_{\text{нач}}}{2}. \quad (14)$$



Результаты расчетов по формуле (14) хорошо совпадают с результатами численного решения уравнения (10) на ЭВМ.

Полученные данные позволяют оценить приемлемость гипотезы о быстром вращении диэлектрической частицы при зарядке. Распределение зарядов на поверхности частицы при зарядке можно принять центрально-симметричным, если число оборотов  $n$ , в течение которых происходит зарядка, достаточно велико.

Примем  $n=5$ . Тогда из (14) при  $\Theta_{\text{нач}}=40^\circ$  получим:

$$T = \frac{35,4}{E_0^2} [\text{мкс}].$$

Здесь  $E_0$  выражено в  $\text{кв/см}$ .

Таким образом, при достаточно высокой напряженности поля в зарядной камере ( $E_0 > 3 \text{ кв/см}$ ) период оборота в несколько раз меньше постоянного времени зарядки, что является необходимым условием справедливости временной зависимости (1).

При понижении напряженности ( $E_0 = 1 \div 2 \text{ кв/см}$ ) период оборота оказывается сравнимым с  $\tau_{\text{зар}}$  и возможны существенные отклонения от временной зависимости (1). Поэтому представляется целесообразным проведение экспериментальной проверки формулы (1) при различных значениях напряженности в зарядной камере. В заключение еще раз отметим, что полученные результаты справедливы лишь при условии отсутствия перераспределения зарядов на поверхности частицы в течение процесса зарядки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Pauthenier M. M., Moreau-Hanoï M., «La charge des Particules Sphériques Dans un champ Ionisé», journal de Phys. et le Rad. 1932, 3, № 7, 590—613.
2. White H. I., «Particle charging in Electrostatic Precipitation», AIEE Transactions, 1951, 70, 1186—1191.
3. Реффе́й Р. Законы зарядки изоляционных сферических частиц электрическим полем униполярной и биполярной короны, сборник «Применение сил электрического поля в промышленности и сельском хозяйстве», М., ВНИИЭМ, 1964, 102—107.
4. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, ч. II, Физматгиз, М., 1963, стр. 503.
5. Стокер Д. ж. Нелинейные колебания в механических и электрических системах. И. Л., М., 1953, стр. 44.
6. Фукс Н. А. Механика аэрозолей. Академ. издат., М., 1955, стр. 33.