

В. Д. КУЗЕНКОВ

К ВОПРОСУ О ВОЗДЕЙСТВИИ ИМПУЛЬСНОЙ ПОМЕХИ НА ПРИЕМНОЕ УСТРОЙСТВО

Различают два вида несинхронных импульсных помех: хаотическую импульсную помеху и помеху с регулярным периодом повторения (типа «частокол») [1]. При этом обычно полагают, что пауза между импульсами помехи достаточно велика и импульсы помехи при прохождении через тракт приемника не взаимодействуют.

В некоторых случаях может представить интерес анализ прохождения потока радиоимпульсов малой скважности через приемное устройство. Вследствие интегрирующего действия узкополосного фильтра приемника при малой паузе между входными импульсами возможно наложение импульсов на выходе фильтра. Выходной процесс при этом приобретает характер непрерывного.

Простейшими характеристиками такого процесса являются его математическое ожидание и дисперсия.

Определим эти параметры процесса на выходе приемника в предположении, что приемное устройство состоит из фильтра и идеального квадратичного детектора огибающей; фильтр приемника согласован с одиночным радиоимпульсом прямоугольной формы длительностью t .

Предположим, что импульсы входного потока имеют прямоугольную форму и одинаковые амплитуды, длительность и несущую частоту. Начальная фаза этих импульсов произвольная; сдвиг фаз от импульса к импульсу может быть случайным или детерминированным, на входе импульсы не перекрываются.

Задача, таким образом, сводится к определению математического ожидания и дисперсии квадрата огибающей процесса на вы-

ходе фильтра. Для решения задачи нужно найти квадрат и четвертую степень огибающей выходного процесса и усреднить их по времени и по случайным параметрам входного потока импульсов.

Рассмотрим сначала случай, когда длительность импульса входного потока равна длительности импульсной характеристики фильтра.

Для $n^{\text{го}}$ импульса входного потока можно написать:

$$u_n(t) = U_0 \cos [\omega (t - t_{zn}) + \varphi_n], \quad |t + t_{zn}| \leq \frac{T_u}{2},$$

где u_0 — амплитуда импульса;

ω — несущая частота;

t_{zn} — запаздывание импульса относительно нуля отсчета времени;

φ_n — случайная начальная фаза;

T_u — длительность импульса.

Рассмотрим два следующие подряд импульса. Начало отсчета времени совместим с максимумом отклика фильтра на первый импульс. Тогда для комплексных огибающих этих импульсов на выходе фильтра можно написать

$$u_{1 \text{ вых}}(\tau) = A_0 \frac{\sin \pi F (1 - \tau)}{\pi F} e^{i\varphi_1}, \quad 0 \leq \tau \leq 1, \quad (2)$$

$$u_{2 \text{ вых}}(\tau) = A_0 \frac{\sin \pi F (\tau - \tau_0)}{\pi F} e^{i\varphi_2}, \quad \tau_0 \leq \tau \leq 1 + \tau_0, \quad (3)$$

где $\tau = \frac{t}{T}$ — безразмерное время;

$\tau_0 = \frac{T_0}{T}$ — безразмерная пауза между входными импульсами;

$F = FT$ — безразмерная частота (расстройка);

T_0 — пауза между входными импульсами;

$F = \frac{\omega - \omega_0}{2\pi}$ — расстройка сигнала относительно центральной частоты характеристики фильтра;

A_0 — амплитуда выброса отклика фильтра на входной импульс;

T — длительность импульсной характеристики фильтра приемника.

Процесс на выходе фильтра будет квазипериодическим с периодом $1 + \tau_0$. В случае, если пауза $\tau_0 < 1$, то на интервале $(\tau_0, 1)$ выходные импульсы налагаются; модуль огибающей результирующего процесса определяется геометрической суммой слагаемых

$$u_{\Sigma}(\tau) = \frac{A_0}{\pi F} \sqrt{\sin^2 \pi F (1 - \tau) + \sin^2 \pi F (\tau - \tau_0)} + \frac{A_0}{\pi F} \sqrt{2 \sin \pi F (1 - \tau) \sin \pi F (\tau - \tau_0) \cos \psi}, \quad (4)$$

$$\psi = \varphi_2 - \varphi_1.$$

При детерминированных сдвиге фаз Ψ и паузе τ_0 , используя

1. (3) и (4), для среднего квадрата огибающей процесса на выходе фильтра получим

$$\begin{aligned} \overline{u_{\text{вых}}^2} = & \frac{1}{1+\tau_0} \left[\int_0^{\tau_0} |u_{1\text{ вых}}(\tau)|^2 d\tau + \int_{\tau_0}^1 |u_{2\text{ вых}}(\tau)|^2 d\tau + \right. \\ & \left. + \int_1^{1+\tau_0} |u_{2\text{ вых}}(\tau)|^2 d\tau \right] = \frac{A_0^2}{(\pi F)^2 (1+\tau_0)} \left[1 - \frac{1}{2\pi F} \sin 2\pi F (1-\tau_0) \cos \psi \cos 2\pi F (1-\tau_0) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\pi F} \cos \psi \sin \pi F (1-\tau_0) \right], \quad 0 \leq \tau_0 \leq 1. \quad (5) \end{aligned}$$

где черта сверху — знак усреднения по времени. Аналогичным образом для среднего значения четвертой степени огибающей $u_{\text{вых}}^4$ можно получить:

$$\begin{aligned} \overline{u_{\text{вых}}^4} = & \frac{A_0^4}{(\pi F)^4 (1+\tau_0)} \left\{ \frac{3}{4} - \frac{1}{2\pi F} \sin 2\pi F + \frac{1}{16\pi F} \sin 4\pi F + \right. \\ & \left. + (1+2\cos^2 \psi) \left[\frac{1-\tau_0}{2} - \frac{3}{8\pi F} \sin 2\pi F (1-\tau_0) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{4} (1-\tau_0) \cos 2\pi F (1-\tau_0) \right] + \cos \psi \left[\frac{9}{4\pi F} \sin \pi F (1-\tau_0) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{4\pi F} \sin 3\pi F (1-\tau_0) + 3(1-\tau_0) \cos \pi F (1-\tau_0) \right] \right\}, \quad 0 \leq \tau_0 \leq 1. \quad (6) \end{aligned}$$

Дисперсию квадрата огибающей можно найти, как разность:

$$\sigma^2 = \overline{u_{\text{вых}}^4} - (\overline{u_{\text{вых}}^2})^2. \quad (7)$$

Выражения (5) и (6) относительно громоздки. Кроме того, при $F \rightarrow 0$ правая часть этих формул обращается в неопределенность. Разлагая тригонометрические функции в ряды

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$$

и удерживая в формулах (5) и (6) соответственно члены второй и четвертой степени аргументов тригонометрических функций, получим для случая малой расстройки F :

$$\overline{u_{\text{вых}}^2} = \frac{A_0^2}{3(1+\tau_0)} \left\{ 2 - \left[\frac{2}{5} + \frac{1}{10} (1-\tau_0)^5 \cos \psi \right] (\pi F)^2, \quad 0 < \tau_0 \leq 1, \right\} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \overline{u_{\text{вых}}^4} = & \frac{A_0^4}{1+\tau_0} \left\{ \frac{2}{5} - \frac{4}{21} (\pi F)^2 + \frac{14}{315} (\pi F)^4 + \frac{1}{15} (1+2\cos^2 \psi) \times \right. \\ & \left. \left[(1-\tau_0)^5 + \frac{4}{21} (1-\tau_0)^7 (\pi F)^2 + \frac{1}{63} (1-\tau_0)^9 (\pi F)^4 \right] + \cos \psi \left[\frac{2}{5} (1-\tau_0)^5 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{11}{105} (1-\tau_0)^7 (\pi F)^2 + \frac{17}{1960} (1-\tau_0)^9 (\pi F)^4 \right] \right\}, \quad 0 \leq \tau_0 \leq 1. \quad (9) \end{aligned}$$

Если начальные фазы входных импульсов меняются случайным и независимым образом от импульса к импульсу, то сдвиг фаз тоже будет случайным. Полагая, что плотность вероятности $\omega(\varphi)$ равномерная на интервале $(-\pi, \pi)$, после усреднения по фазе получим для случая произвольной расстройки:

$$\begin{aligned} \langle \bar{u}_{\text{вых}}^2 \rangle &= \frac{A_0^2}{(\pi F)^2 (1 + \tau_0)} \left(1 - \frac{\sin 2\pi F}{2\pi F} \right), \quad 0 \leq \tau_0 \leq 1, \\ \langle \bar{u}_{\text{вых}}^4 \rangle &= \frac{A_0^4}{(\pi F)^4 (1 + \tau_0)} \left[\frac{7}{4} - \tau_0 - \frac{\sin 2\pi F}{2\pi F} + \frac{\sin 4\pi F}{16\pi F} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{3 \sin 2\pi F (1 - \tau_0)}{4\pi F} + \frac{1}{2} (1 - \tau_0) \cos 2\pi F (1 - \tau_0) \right], \quad 0 \leq \tau_0 \leq 1, \end{aligned}$$

и для случая малой расстройки

$$\begin{aligned} \langle \bar{u}_{\text{вых}}^2 \rangle &= \frac{2}{3} \frac{A_0^2}{1 + \tau_0} \left[1 - \frac{1}{5} (\pi F)^2 \right], \quad 0 \leq \tau_0 \leq 1, \\ \langle \bar{u}_{\text{вых}}^4 \rangle &= \frac{A_0^4}{1 + \tau_0} \left\{ \frac{2}{5} \left[1 - \frac{1}{3} (1 - \tau_0)^5 \right] - \frac{4}{21} \left[1 + \frac{2}{15} (1 - \tau_0)^7 (\pi F)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{315} \left[7 + \frac{1}{3} (1 - \tau_0)^9 \right] (\pi F)^4 \right\}, \quad 0 \leq \tau_0 \leq 1. \end{aligned}$$

Здесь знак $\langle \rangle$ является символом усреднения по множеству. Рассмотрим теперь случай $\tau_0 \geq 1$. При этом импульсы на выходе фильтра не перекрываются. После вычислений, аналогичных выше приведенным, придем к следующим результатам:

а) для случая произвольной расстройки

$$\begin{aligned} \bar{u}_{\text{вых}}^2 &= \frac{A_0^2}{(\pi F)^2 (1 + \tau_0)} \left(1 - \frac{\sin 2\pi F}{2\pi F} \right), \quad \tau_0 \geq 1, \quad (14) \\ \bar{u}_{\text{вых}}^4 &= \frac{A_0^4}{(\pi F)^4 (1 + \tau_0)} \left\{ \frac{3}{4} - \frac{\sin 2\pi F}{2\pi F} + \frac{\sin 4\pi F}{16\pi F} \right\}, \quad \tau_0 \geq 1; \quad (15) \end{aligned}$$

б) для случая малой расстройки

$$\begin{aligned} \bar{u}_{\text{вых}}^2 &= \frac{2}{3} \frac{A_0^2}{1 + \tau_0} \left[1 - \frac{1}{5} (\pi F)^2 \right], \quad \tau_0 \geq 1, \quad (16) \\ \bar{u}_{\text{вых}}^4 &= \frac{A_0^4}{1 + \tau_0} \left[\frac{2}{5} - \frac{4}{21} (\pi F)^2 + \frac{14}{315} (\pi F)^4 \right], \quad \tau_0 \geq 1. \quad (17) \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь случай, когда длительность импульса входного потока больше длительности импульсной характеристики фильтра.

Для огибающей отклика фильтра на одиночный входной импульс в этом случае можно написать:

$$u_{\text{вых}} = \begin{cases} A_0 \frac{\sin \pi F \tau}{\pi F} & 0 \leq \tau \leq 1, \\ A_0 \frac{\sin \pi F}{\pi F} & 1 \leq \tau \leq T_{\text{ин}}, \\ A_0 \frac{\sin \pi F (1 + T_{\text{ин}} - \tau)}{\pi F} & T_{\text{ин}} \leq \tau \leq T_{\text{ин}} + 1, \end{cases} \quad (18)$$

где $T_{\text{ин}} = \frac{T_{\text{и}}}{T}$ — нормированная длительность входного импульса;

$T_{\text{и}}$ — длительность входного импульса;

T — длительность импульсной характеристики фильтра.

При определении математического ожидания и дисперсии квадрата огибающей процесса на выходе фильтра ограничимся случаем, когда сдвиг фаз Ψ — случайная величина.

В результате вычислений, аналогичных приведенным в п2, получим:

а) для случая произвольной расстройки

$$\langle \bar{u}_{\text{вых}}^2 \rangle = \frac{A_0^2}{(T_{\text{ин}} + \tau_0)(\pi F)^2} \left[1 + (T_{\text{ин}} - 1) \sin^2 \pi F - \frac{\sin^2 \pi F}{2\pi F} \right], \quad 0 \leq \tau_0 \leq 1 \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{u}_{\text{вых}}^4 \rangle = & \frac{A_0^4}{(T_{\text{ин}} + \tau_0)(\pi F)^4} \left[\frac{7}{4} - \tau_0 - \frac{\sin 2\pi F}{2\pi F} + \right. \\ & + \frac{\sin 4\pi F}{16\pi F} - \frac{3}{4\pi F} \sin 2\pi F (1 - \tau_0) + \\ & \left. + \frac{1 - \tau_0}{2} \cos 2\pi F (1 - \tau_0) + (T_{\text{ин}} - 1) \sin^4 \pi F \right], \quad 0 \leq \tau_0 \leq 1; \quad (20) \end{aligned}$$

б) для случая малой расстройки

$$\langle \bar{u}_{\text{вых}}^2 \rangle = \frac{A_0^2}{3(T_{\text{ин}} + \tau_0)} \left\{ 2 - \frac{2}{5} (\pi F)^2 + (T_{\text{ин}} - 1) \left[3 - (\pi F)^2 \right] \right\}, \quad 0 \leq \tau_0 \leq 1. \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{u}_{\text{вых}}^4 \rangle = & \frac{A_0^4}{(T_{\text{ин}} + \tau_0)} (T_{\text{ин}} - 1) \left[1 - \frac{2}{3} (\pi F)^2 + \frac{21}{105} (\pi F)^4 \right] + \\ & + \frac{2}{5} \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{3} (1 - \tau_0)^5 \right] - \frac{4}{21} \left[1 + \frac{2}{15} (1 - \tau_0)^7 (\pi F)^2 \right] + \\ & + \frac{2}{15} \left[\frac{1}{3} + \frac{(1 - \tau_0)^9}{63} \right] (\pi F)^4, \quad 0 \leq \tau_0 \leq 1. \quad (22) \end{aligned}$$

При $\tau_0 > 1$ импульсы на выходе фильтра не перекрываются. В этом случае выражения для среднего квадрата огибающей $\langle u_{\text{вых}}^2 \rangle$ совпадают с выражениями (19) и (21). Для среднего

значения четвертой степени огибающей можно написать для произвольных и малых F соответственно

$$\langle \bar{u}_{\text{вых}}^4 \rangle = \frac{A_0^4}{(T_{\text{ин}} + \tau_0)(\pi F)^4} \left\{ \frac{3}{4} - \frac{\sin 2\pi F}{2\pi F} + \frac{\sin 4\pi F}{16\pi F} + (T_{\text{ин}} - 1) \sin^4 \pi F \right\}, \quad \tau_0 \geq 1. \quad (23)$$

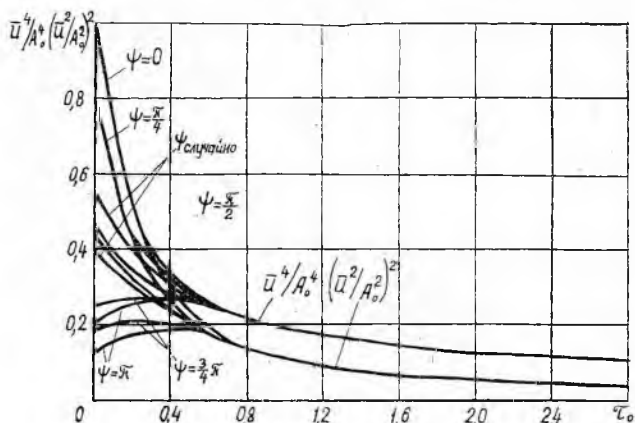


Рис. 1.

$$\langle \bar{u}_{\text{вых}}^4 \rangle = \frac{A_0^4}{(T_{\text{ин}} + \tau_0)} \left\{ (T_{\text{ин}} - 1) \left[1 - \frac{2}{3} (\pi F)^2 + \frac{21}{105} (\pi F)^4 \right] + \frac{2}{5} - \frac{4}{21} (\pi F)^2 + \frac{2}{45} (\pi F)^4 \right\}, \quad \tau_0 \geq 1. \quad (24)$$

Дисперсия процесса на выходе детектора может быть определена по формуле (7).

На рис. 1 приведены графики для квадрата среднего квадрата и среднего значения четвертой степени огибающей процесса на выходе фильтра в случае нулевой расстройки сигнала F , построенные по формулам (8), (9), (12), (13), (16) и (17) в зависимости от величины паузы τ_0 для различных значений сдвига фаз Ψ . На рис. 2 приведены графики, построенные для тех же случаев согласно выражению (7) для дисперсии σ^2 . На рис. 3 приведены графики для дисперсии процесса, построенные по формулам (10), (11), (12), (13) и (7) в функции расстройки входного сигнала F , при случайном сдвиге фаз и различных значений паузы τ .

Как и следовало ожидать, при $\tau_0 = 0$ и сдвиге фаз $\Psi = 0$, дисперсия процесса на выходе равна нулю. При $\tau_0 = 0$ дисперсия увеличивается по мере приближения сдвига фаз Ψ к π , вследствие увеличения колебательности огибающей процесса на выходе филь-

гра. При сдвиге фазы $|\Psi| \leq \frac{3}{4}\pi$ при увеличении паузы, дисперсия процесса растет монотонно по той же причине.

Более неожиданным является поведение кривых $\sigma^2 = f(\tau_0)$ при $\Psi = \pi$ и случайном Ψ . Кривая $\sigma^2 = F(\tau_0)$, соответствующая $\Psi = \pi$, имеет выброс при $\tau_0 \approx 0,15$ и принимает равные значения при $\tau_0 = 0$

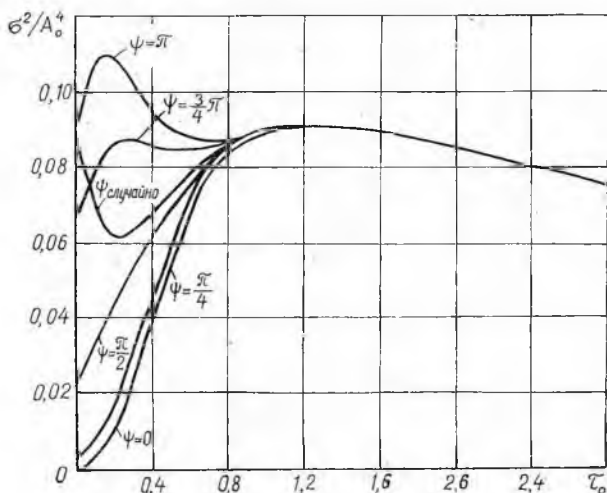


Рис. 2

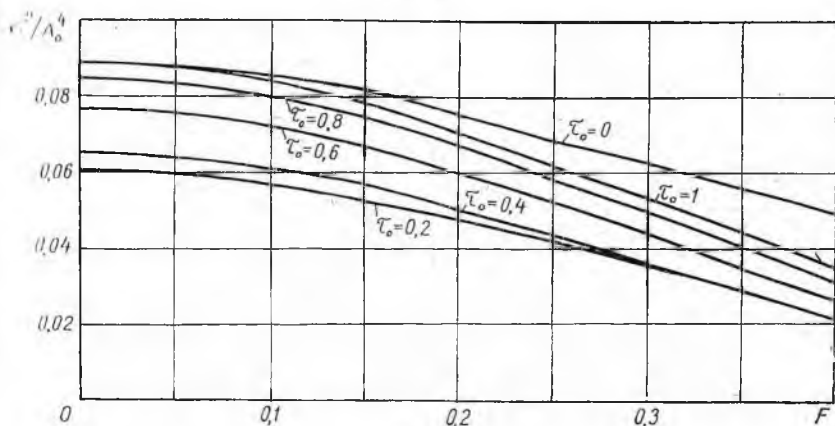


Рис. 3.

и $\tau_0 = 1$. Последнее естественно: огибающая в обоих случаях имеет одинаковую форму, только при $\tau_0 = 0$ частота ее колебаний в 2 раза выше, чем при $\tau_0 = 1$, что не влияет на величину дисперсии. При $0 < \tau_0 < 1$, $\Psi = \pi$, огибающая имеет больший коэффициент прямоугольности, что и влечет к увеличению дисперсии.

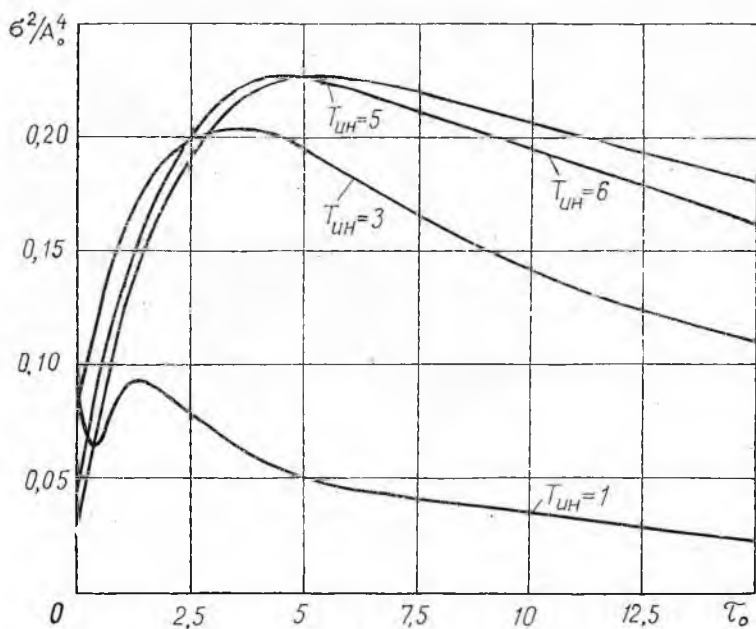


Рис. 4.

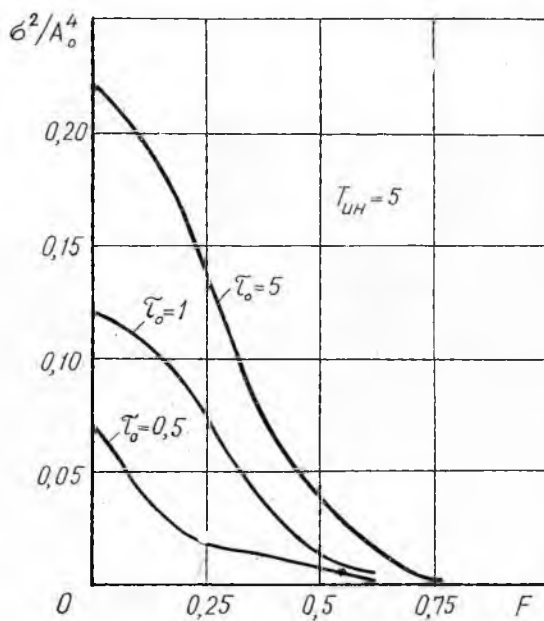


Рис. 5.

Кривая $\sigma^2 = f(\tau_0)$ при случайном Ψ имеет, наоборот, минимум при $\tau_0 \approx 0,22$.

На рис. 4 представлены графики дисперсии процесса на выходе детектора в функции τ_0 при $F=0$ для случая, когда длительность входного импульса больше длительности импульсной характеристики фильтра. Графики построены по формулам (7), (21), (22), (24). На рис. 5, построены графики дисперсии в функции частоты F при $\tau_0 = \text{const}$ и $T_u > T$. Эти графики построены по формулам (7), (19), (20), (23). Как следует из графиков рис. 4, дисперсия процесса на выходе сначала быстро растет по мере увеличения длительности входного импульса. Затем этот рост замедляется.

Максимум дисперсии имеет место при длительности паузы, приблизительно равной длительности импульса на входе. Как следует из графиков рис. 3 и 5, дисперсия σ^2 монотонно уменьшается по мере увеличения расстройки F , что не противоречит общефизическим представлениям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Бакут. Вопросы статистической теории радиолокации, т. I. «Советское радио», 1968.

2. Я. Д. Ширман, В. Н. Голиков. Основы теории обнаружения радиолокационных сигналов и измерения их параметров, «Советское радио», 1963
