КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
Труды, вып. 44, 1970 г.
Исследования по акустике и радиоэлектронике

Г. П. ВЕЧКАНОВ

КОРРЕКЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ОШИБОК ПРИ КВАНТОВАНИИ ФАЗЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ ГЕНЕРАТОРОМ

При квантовании фазы параметрическим генератором возникают статические и динамические погрешности.

Статические погрешности определяются шумами, нелинейностью и температурной зависимостью элементов схемы. Динамические ошибки возникают в случае, когда частота фазирующего сигнала отлична от половины частоты подкачки.

На рис. 1 представлена схема параметрического генератора с нелинейной емкостью *p-n* перехода.

При составлении дифференциального уравнения воспользуемся разложением вольт-кулоновой характеристики $q(u)$ и тока проводимости $i(u)$ и *p-n* перехода по степеням u. Ограничиваясь в разложении $q(u)$ и $i(u)$ тремя первыми членами, получаем:

$$q(u) = C_0 u + \sigma_1 u^2 + \sigma_2 u^3; \quad i(u) = g_0 u + \gamma_1 u^2 + \gamma_2 u^3.$$

В этом случае дифференциальное уравнение параметрического генератора имеет вид:

$$\frac{1}{\Omega^2}\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{\delta_k}{\Omega}\frac{du}{dt} + u = -\left(L_k\frac{d}{dt} + r_k\right) \times$$

$$\times \left[\frac{d}{dt}(\sigma_1 u^2 + \sigma_2 u^3) + \gamma_1 u^2 + \gamma_2 u^3 - i_1 - i_c\right], \tag{1}$$

где Ω и δ_k — собственная частота и затухание невозбужденного контура;

u — переменная составляющая напряжения на контуре;

L_k и r_k — параметры индуктивности контура;

$$i_1 = I_1 \sin \omega t \text{ — ток подкачки;}$$

$$i_c = I_c \cos\left[\left(\frac{\omega}{2} + \nu\right) t + \varphi_c\right] \text{ — ток фазирующего сигнала.}$$

Уравнение решается методом медленно меняющихся амплитуд. Решение уравнения ищется в виде суммы двух гармоник:

$$u = u_1 + u_2 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos\left(\frac{\omega}{2} t + \varphi_2\right). \qquad (2)$$

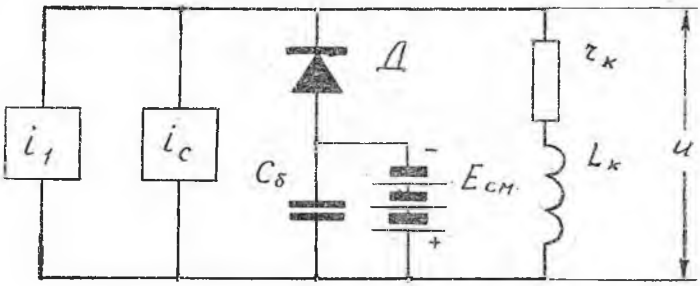

Рис. 1. Схема одноконтурного параметрического генератора

Подставляя (2) в (1) и пренебрегая рядом членов, пользуясь обычными для этого метода оценками малости [1, 2], получаем два укороченных дифференциальных уравнения первого порядка. В плоскости переменных Ван дер Поля $A_c = A_2 \cos\varphi$; $A_s = A_2 \sin\varphi$ они имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{dA_c}{d\tau} &= (m - \delta) A_c + \xi A_s + \sigma A_s \left(A_c^2 + A_s^2\right) + \lambda \cos(\zeta\tau + \mathrm{B}), \\ \frac{dA_s}{d\tau} &= -(m + \delta) A_s - \xi A_c - \sigma A_c \left(A_c^2 + A_s^2\right) - \lambda \sin(\zeta\tau + \mathrm{B}), \end{aligned} \qquad (3)$$

где $\tau = \frac{\Omega}{2} t$ — безразмерное время;

$\delta = \delta_k + \frac{3\gamma_2}{2\Omega C} A_1^2$ — затухание контура при включенной подкачке;

$\varphi = \varphi_2 + \frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2}$, где $\psi = \mathrm{arctg} \frac{\gamma_1}{\sigma_1 \Omega}$;

$\xi = \xi_0 + \frac{3}{2} \frac{\sigma_2 A_1^2}{C}$ — расстройка контура относительно половины частоты подкачки;

C — емкость контура;

$m = \frac{\sigma_1 A_1}{C \cos\psi}$ — коэффициент модуляции емкости;

$\sigma = \frac{3}{4} \frac{\sigma_2}{C}$ — приведенный коэффициент нелинейности емкости;

$\lambda = I_c \Omega L_k \left(1 + \frac{2\nu}{\Omega}\right)$ — амплитуда напряжения внешнего фазирующего сигнала;

$\zeta = \frac{2\nu}{\Omega}$ — расстройка внешнего фазирующего сигнала;

$$B = \varphi_c + \frac{\psi}{2} - \frac{\pi}{4}.$$

На начальном этапе установления субгармонических колебаний при малых амплитудах фазирующего сигнала влиянием нелинейных членов в уравнениях (3) можно пренебречь. Систему линейных дифференциальных уравнений запишем в канонической форме:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dY}{d\tau} &= -aY - \Lambda\left[\sin(\zeta\tau + B) + \alpha\cos(\zeta\tau + B)\right] \\ \frac{dX}{d\tau} &= bX + \Lambda\left[\cos(\zeta\tau + B) + \alpha\sin(\zeta\tau + B)\right] \end{aligned}\right\}, \tag{4}$$

где $X + \alpha Y = A_c$; $\quad \alpha = -\frac{\xi}{m + \sqrt{m^2 - \xi^2}}$; $\Lambda = \frac{\lambda}{1 - \alpha^2}$;

$\alpha X + Y = A_s$;

$$a = \sqrt{m^2 - \xi^2} + \delta; \quad b = \sqrt{m^2 - \xi^2} - \delta.$$

Решения системы (4) для переходного процесса установления суб гармонических колебаний при нулевых начальных условиях имеют вид

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{\Lambda}{a^2 + \zeta^2}\cdot e^{-a\tau}\left[(a + \alpha\zeta)\sin B + (a\alpha - \zeta)\cos B\right] \\ x &= -\frac{\Lambda}{b^2 + \zeta^2}\cdot e^{b\tau}\left[(\zeta - \alpha b)\sin B - (b + \alpha\zeta)\cos B\right] \end{aligned}\right\}, \tag{5}$$

где $x = X - f_x(\tau)$; $\quad y = Y - f_y(\tau)$.

Гармонические функции $f_x(\tau)$ и $f_y(\tau)$ не влияют на процесс различения фаз и из рассмотрения исключены.

В плоскости (x, y) ось y является сепаратрисой, а ось x — асимптотой.

Положение сепаратрисы на фазовой плоскости переменных A_s; A_c определяется из условия $x = 0$.

$$\operatorname{tg}\eta = -\frac{\zeta - \alpha b}{b + \alpha\zeta}, \tag{6}$$

где η — угол отклонения сепаратрисы от $\frac{\pi}{2}$ (динамическая ошибка).

Подставляя выражения для α, a и b в (6), получаем:

$$\operatorname{tg}\eta = -\frac{\zeta\left(m + \sqrt{m^2 - \xi^2}\right) + \xi\left(\sqrt{m^2 - \xi^2} - \delta\right)}{\left(\sqrt{m^2 - \xi^2} - \delta\right)\left(m + \sqrt{m^2 - \xi^2}\right) - \xi\zeta}. \tag{7}$$

При $\xi = 0$: $\operatorname{tg}\eta = -\frac{\zeta}{m - \delta}$.

Следовательно, при малых η динамическая ошибка прямо пропорциональна расстройке физирующего сигнала ζ. Эта ошибка может быть скомпенсирована изменением расстройки контура ξ в зависимости от ζ.

Действительно, при $\zeta=0$; $\operatorname{tg}\eta=-\frac{\xi}{m+\sqrt{m^2-\xi^2}}$,

поэтому, изменяя ξ в сторону, противоположную изменению ζ, в некоторой полосе частот отклонения η от нуля можно сделать достаточно малыми.

На рис. 2 приведена блок-схема коррекции динамических ошибок параметрического генератора.

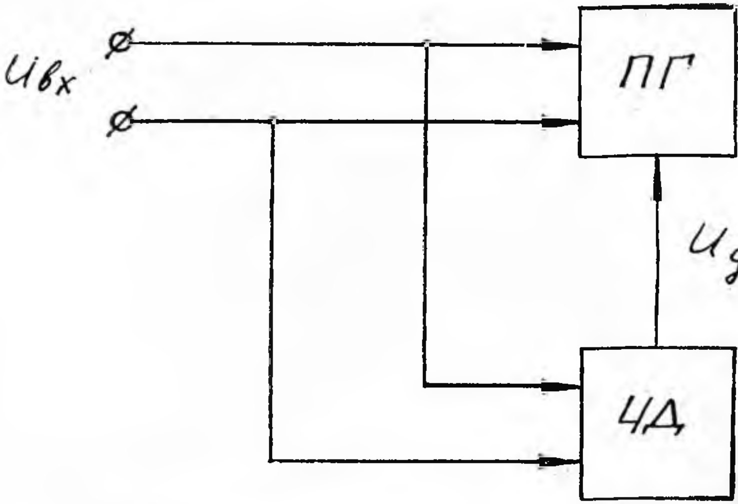

Рис. 2. Блок-схема коррекции динамических ошибок

Фазирующий сигнал $u_{вх}$ подается параллельно на параметрический генератор *ПГ* и на вход частотного детектора *ЧД*. С выхода *ЧД* постоянное корректирующее напряжение $u_д$ поступает в цепь смещения *p-n* перехода нелинейной емкости контура параметрического генератора и расстраивает его пропорционально отклонению частоты фазирующего сигнала от половины частоты подкачки.

Рассмотрим случай линейной характеристики частотного детектора:

$$u_д = K\zeta.$$

Зависимость емкости *p-n* перехода от напряжения, поданного на него, имеет вид [3]:

$$C(U) = C_Д \sqrt{\frac{\varphi_к}{\varphi_к - U}},$$

где $\varphi_к$ — контактная разность потенциалов; $C_д$ — емкость при нулевом напряжении смещения; $U=E+u_д$; E — постоянное смещение.

$$C(u_д) = C(U) - C(E) = C_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u_д}{u_0}}} - 1\right),$$

где $C_0 = C_д\sqrt{\frac{\varphi_к}{\varphi_к - E}}$ — статическая емкость диода.

$$u_0 = \varphi_к - E.$$

Расстройка контура параметрического генератора относительно половины частоты подкачки равна:

$$\xi = \left(\frac{\omega}{2\Omega}\right)^2 - 1.$$

Так как $\Omega^2 = \frac{1}{L_к[C+C(u_д)]}$, то $\xi = \left[\frac{\xi_0+1}{\sqrt{1+u}} - 1\right]$. (9)

$$u = \frac{u_д}{u_0}.$$

Подставляя (8) в (9), получаем:

$$\xi = \left[\frac{\xi_0+1}{\sqrt{1-k\zeta}} - 1\right], \tag{10}$$

где $k = \frac{K}{u_0}$.

Коэффициент k определяется из условия, что производная по ζ от правой части выражения (7) при $\zeta=0$ равна нулю.

$$k = -\frac{4\sqrt{m^2-\xi_0^2}}{(1+\xi_0)\left(\sqrt{m^2-\xi_0^2}-\delta\right)}. \tag{11}$$

На рис. 3 приведен график зависимости динамической ошибки η от ζ при $m=0{,}4$, $\delta=0{,}02$, $\xi_0=0$ (кривая 1). Коэффициент k определялся из выражения (11) и равен —4,21. Для сравнения приведена зависимость η от ζ при $k=0$ (линия 2).

Из графика видно, что коррекция с помощью линейного частотного детектора удовлетворительна только в узкой области расстроек ζ. Если за допустимую динамическую ошибку принять η = ±0,05°, то область допустимых расстроек ζ равна ±0,013 при постоянной в этом диапазоне $\eta_0\tau$—0,05°.

Область удовлетворительной коррекции может быть значительно расширена при применении частотного детектора с нелинейной зависимостью выходного напряжения от частоты. В качестве критерия для определения параметров нелинейности выберем условие:

$$\xi = k_1\zeta. \tag{12}$$

Приравнивая правые части выражений (9) и (12) и решая относительно u, получаем требуемую зависимость u от ζ:

$$u = 1 - \frac{1}{(1 + k_1\zeta)^2}. \tag{13}$$

Подставим (12) в (7) и определим k_1 из условия

$$(\mathrm{tg}\ \eta)'_{\zeta=0} = 0.$$

Тогда

$$k_1 = \frac{2M}{1 - M}, \tag{14}$$

где $M = \frac{m}{\delta}$.

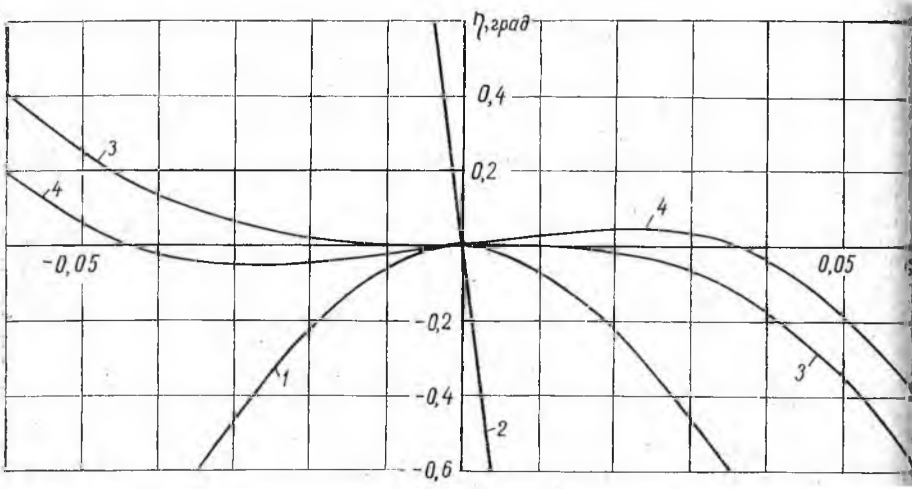

Рис. 3. График зависимостей динамической ошибки от расстройки

Подходящая нелинейность может быть получена при частотном детектировании на склоне резонансной характеристики одиночного колебательного контура. При условии, что амплитудный детектор линеен, получаем:

$$u = r\left[\frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(\zeta - \zeta_0)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\zeta_0^2}}\right], \tag{15}$$

где r — коэффициент передачи детектора;

Q — добротность контура детектора;

ζ_0 — начальная расстройка.

Параметры r, Q и ζ_0 частотного детектора определяются из условия равенства первых трех производных по ζ выражений (13) и (15) в точке $\zeta = 0$.

В результате получено:

$$\left.\begin{aligned} \zeta_{0_{1,2}} &= \frac{3 \pm \sqrt{665}}{82k_1}; \quad Q = \frac{1}{|\zeta_0|}\sqrt{\frac{1-3k_1\zeta_0}{2+3k_1\zeta_0}} \\ r &= 2k_1\,\frac{\left[1+Q^2\zeta_0^2\right]^{3/2}}{Q^2\zeta_0} \end{aligned}\right\}, \tag{16}$$

где k_1 определялось из выражения (14).

Для сравнения качества коррекции параметры m и δ параметрического генератора выбраны те же, что и при коррекции линейным частотным детектором.

Зависимость динамической ошибки η от расстройки ζ при коррекции с помощью нелинейного частотного детектора приведена на рис. 3 (кривая 3). Параметры частотного детектора рассчитывались по формулам (16) и при детектировании на левом склоне резонансной характеристики равны: $\zeta_0=0{,}13$; $Q=9{,}5$; $r=-1{,}438$.

Из сравнения кривых *1* и *3* видно, что при коррекции с выбранным типом нелинейности частотного детектора динамическая ошибка мало отличается от нуля в более широкой полосе расстроек ζ, чем при коррекции линейным частотным детектором.

Если задана допустимая динамическая ошибка, например, $\eta_д = \pm 0{,}05°$, то полоса удовлетворительной коррекции может быть расширена за счет увеличения коэффициента передачи частотного детектора r. На рис. 3 приведена кривая *4* зависимости η от ζ при $r=-1{,}46$, для которой при $\eta_д = \pm 0{,}05°$ коррекция удовлетворительна в полосе расстроек $\zeta = \pm 0{,}04$, что примерно в три раза больше, чем при линейной коррекции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, М., 1963.
2. В. Каннингхэм. Введение в теорию нелинейных систем. Госэнергоиздат, М. 1962.
3. А. Е. Каплан, Ю. А. Кравцов, В. А. Рылов. Параметрические генераторы и делители частоты. «Сов. радио», М, 1966.