

М.Ф. Зарипов, И.А. Лиманов, М.И. Генне

РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ  
ТРАНСФОРМАТОРНОГО И ИНДУКТИВНОГО ДАТЧИКОВ  
С УЧЕТОМ ПОПЕРЕЧНЫХ МАГНИТНЫХ ПОТОКОВ РАССЕЙНИЯ

Чтобы учесть влияние поперечных магнитных потоков рассеяния на статическую характеристику преобразователя, чувствительность, степень нелинейности и т.д., необходимо определить зависимость основных параметров трансформаторного и индуктивного датчиков - индуктивности и взаимоиндуктивности обмоток - от их подвижной части с учетом распределенного характера витков и магнитной проводимости рассеяния. Для этого необходимо определить законы распределения потока  $\Phi_x$  и магнитодвижущей силы  $F_x$  вдоль магнитной линии между поверхностями магнитопровода.

Рассмотрим конструкцию одного из наиболее распространенных [1] преобразователей, содержащих два цилиндрических магнитопровода (рис.1)

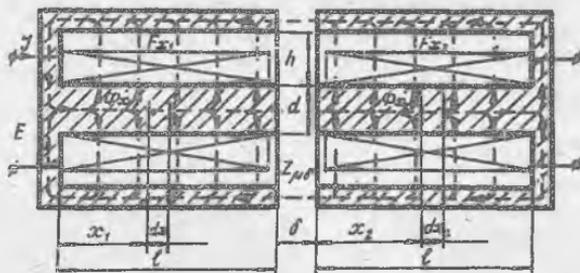


Рис.1. Схема конструкции датчиков

Число витков обмоток на сердечниках, как правило, одинаково;  $W_1 = W_2 = W$ , один из сердечников является неподвижным, а второй при перемещении изменяет воздушный зазор  $\delta$  между сердечниками.

Пренебрегая нелинейностью характеристик магнитного сопротивления сердечника и потоками выпучивания в непосредственной близости от воздушных зазоров, составим дифференциальные уравнения для потоков и МДС, создаваемых распределенной обмоткой [2].

Изменения потоков и МДС на элементарных участках магнитной линии  $dx_1$  и  $dx_2$  для каждого из двух сердечников можно представить в виде:

$$-d\Phi_{x_1} = F_{x_1} g dx_1; \quad (1)$$

$$-dF_{x_1} = \Phi_{x_1} z_\mu dx_1 + \mathcal{I}W_y dx_1; \quad (2)$$

$$-d\Phi_{x_2} = F_{x_2} g dx_2; \quad (3)$$

$$-dF_{x_2} = \Phi_{x_2} z_\mu dx_2; \quad (4)$$

где  $g$  и  $z_\mu$  - соответственно удельные воздушная магнитная проводимость между сердечниками и магнитное сопротивление сердечников;

$$g = \mu_0 \frac{\pi d}{h}; \quad (5)$$

$$z_\mu = \rho_\mu \frac{\delta}{\pi d^2}. \quad (6)$$

Здесь  $\mu_0$  - магнитная проницаемость воздуха;  $\rho_\mu$  - удельное сопротивление материала сердечника;  $\mathcal{I}W_y = f_z$  - удельная МДС.

Вторые производные от потоков  $\Phi_{x_1}$  и  $\Phi_{x_2}$  по  $dx_1$  и  $dx_2$  из выражений (1), (3) с учетом выражений (2), (4) дают нам дифференциальные уравнения второго порядка:

$$\frac{d^2\Phi_{x_1}}{dx_1^2} - \Phi_{x_1} g z_\mu = \mathcal{I}W_y g; \quad (7)$$

$$\frac{d^2\Phi_{x_2}}{dx_2^2} - \Phi_{x_2} g z_\mu = 0. \quad (8)$$

Общие решения полученных уравнений имеют вид:

$$\Phi_{x_1} = A_1 e^{\gamma x_1} - B_1 e^{-\gamma x_1} - \mathcal{I}W_y \frac{1}{z_\mu}; \quad (9)$$

$$\Phi_{x_2} = A_2 e^{\gamma x_2} + B_2 e^{-\gamma x_2}, \quad (10)$$

где

$$\gamma = \sqrt{z_\mu g}.$$

После подстановки производных из (9), (10) в (1), (3) для МДС получим

$$F_{x_1} = -\frac{\gamma}{g} (A_1 e^{\gamma x_1} - B_1 e^{-\gamma x_1}); \quad (11)$$

$$F_{x_2} = -\frac{\gamma}{g} (A_2 e^{\gamma x_2} - B_2 e^{-\gamma x_2}). \quad (12)$$

Постоянные интегрирования  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$  и  $B_2$  определяются из краевых условий:

$$F_{x1=0} = 0; \tag{I3}$$

$$\Phi_{x1=e} = \Phi_{x2=0}; \tag{I4}$$

$$F_{x1=l} - \Phi_{x2=0} Z_{\mu\sigma} = F_{x2=0}; \tag{I5}$$

$$F_{x2=l} = 0, \tag{I6}$$

где  $Z_{\mu\sigma}$  - магнитное сопротивление воздушного зазора.

Подставляя в уравнения (I3) - (I6) значения потоков и МДС из равенств (9) - (I2), получим систему уравнений:

$$-A_1 \frac{\gamma}{g} + B_1 \frac{\gamma}{g} + 0 + 0 = 0;$$

$$A_1 e^{\gamma l} + B_1 e^{-\gamma l} - A_2 - B_2 = J W_y \frac{1}{Z_{\mu}};$$

$$-A_1 \frac{\gamma}{g} e^{\gamma l} + B_1 \frac{\gamma}{g} e^{-\gamma l} + A_2 \left( \frac{\gamma}{g} - Z_{\mu\sigma} \right) - B_2 \left( \frac{\gamma}{g} + Z_{\mu\sigma} \right) = 0;$$

$$0 + 0 - A_2 \frac{\gamma}{g} e^{\gamma l} + B_2 \frac{\gamma}{g} e^{-\gamma l} = 0 \tag{I7}$$

Составим определители:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -\frac{\gamma}{g} & \frac{\gamma}{g} & 0 & 0 \\ e^{\gamma l} & e^{-\gamma l} & -1 & -1 \\ -\frac{\gamma}{g} & \frac{\gamma}{g} & e^{-\gamma l} \left( \frac{\gamma}{g} - Z_{\mu\sigma} \right) - \left( \frac{\gamma}{g} + Z_{\mu\sigma} \right) & \\ 0 & 0 & -\frac{\gamma}{g} e^{\gamma l} & \frac{\gamma}{g} e^{-\gamma l} \end{vmatrix} = 4 \frac{\gamma^3}{g^3} (Z_{\mu\sigma} \frac{g}{\gamma} \operatorname{ch}^2 \gamma l + \operatorname{sh} 2 \gamma l); \tag{I8}$$

$$\Delta A_1 = \begin{vmatrix} 0 & \frac{\gamma}{g} & 0 & 0 \\ J W_y \frac{1}{Z_{\mu}} & e^{-\gamma l} & -1 & -1 \\ 0 & \frac{\gamma}{g} & e^{-\gamma l} \left( \frac{\gamma}{g} - Z_{\mu\sigma} \right) - \left( \frac{\gamma}{g} + Z_{\mu\sigma} \right) & \\ 0 & 0 & -\frac{\gamma}{g} e^{\gamma l} & \frac{\gamma}{g} e^{-\gamma l} \end{vmatrix} = 2 J \frac{W_y \gamma^3}{Z_{\mu} g^3} (\operatorname{sh} \gamma l + Z_{\mu\sigma} \frac{g}{\gamma} \operatorname{ch} \gamma l). \tag{I9}$$

Аналогично находим:

$$\Delta B_1 = \Delta A_1; \quad (20)$$

$$\Delta A_2 = -\frac{JW_4 \gamma^3}{z_\mu q^3} (1 - e^{-2\gamma l}); \quad (21)$$

$$\Delta B_2 = -\frac{JW_4 \gamma^3}{z_\mu q^3} (e^{2\gamma l} - 1). \quad (22)$$

Постоянные интегрирования:

$$A_1 = \frac{\Delta A_1}{\Delta} = \frac{J \frac{W_4}{z_\mu} (\operatorname{sh} \gamma l + z_\mu \sigma \frac{q}{\gamma} \operatorname{ch} \gamma l)}{2(\operatorname{sh} 2\gamma l + z_\mu \sigma \frac{q}{\gamma} \operatorname{ch}^2 \gamma l)}; \quad (23)$$

$$B_1 = \frac{\Delta B_1}{\Delta} = \frac{\Delta A_1}{\Delta} = A_1; \quad (24)$$

$$A_2 = \frac{\Delta A_2}{\Delta} = -\frac{J \frac{W_4}{z_\mu} (1 - e^{-2\gamma l})}{4(\operatorname{sh} 2\gamma l - z_\mu \sigma \frac{q}{\gamma} \operatorname{ch}^2 \gamma l)}; \quad (25)$$

$$B_2 = \frac{\Delta B_2}{\Delta} = -\frac{J \frac{W_4}{z_\mu} (e^{2\gamma l} - 1)}{4(\operatorname{sh} 2\gamma l + z_\mu \sigma \frac{q}{\gamma} \operatorname{ch}^2 \gamma l)}. \quad (26)$$

Выражения для потоков (9), (10) с учетом постоянных интегрирования (23) - (26) в относительных единицах можно записать:

$$\varphi_{x10} = \frac{\varphi_{x1}}{\varphi_{x1=0}} = \frac{(\operatorname{sh} \beta + k_\sigma \operatorname{ch} \beta) \operatorname{ch} \beta X_1 - \operatorname{sh} 2\beta - k_\sigma \operatorname{ch}^2 \beta}{\operatorname{sh} \beta + k_\sigma \operatorname{ch} \beta - \operatorname{sh} 2\beta - k_\sigma \operatorname{ch}^2 \beta}; \quad (27)$$

$$\varphi_{x20} = \frac{\varphi_{x2}}{\varphi_{x1=0}} = 0,5 \frac{\operatorname{sh} \beta X_2 + \operatorname{sh} \beta (2 - X_2)}{\operatorname{sh} \beta + k_\sigma \operatorname{ch} \beta - \operatorname{sh} 2\beta - k_\sigma \operatorname{ch}^2 \beta}, \quad (28)$$

где

$$\varphi_{x1=0} = \frac{JW_4}{z_\mu} \frac{\operatorname{sh} \beta + k_\sigma \operatorname{ch} \beta - \operatorname{sh} 2\beta - k_\sigma \operatorname{ch}^2 \beta}{\operatorname{sh} 2\beta + k_\sigma \operatorname{ch}^2 \beta};$$

$$\beta = \gamma l;$$

$$k_\sigma = \frac{z_\mu \sigma q}{\gamma};$$

$X_i = \frac{x}{l}$  - относительная координата.

Полагая  $k_\sigma = 0$ , выражение (27) можно переписать:

$$\Phi_{x1} = \frac{2 - \frac{ch \beta x_1}{ch \beta}}{2 - \frac{1}{ch \beta}} \quad (29)$$

Изменения магнитного потока

$$\Delta \Phi_{x1} = \Phi_{x1 \neq 0} - \Phi_{x1 \neq \ell} = 1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{ch \beta}} \quad (30)$$

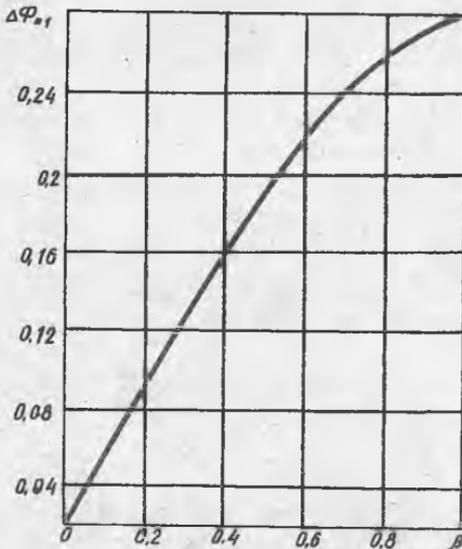


Рис.2. График зависимости  $\Delta \Phi_{x1} = f(\beta)$

Из равенств (31), (27) можно найти индуктивность обмотки возбуждения

$$L_{11} = \frac{1}{J} \int_0^{\ell} \Phi_{x1} W_{y1} dx_1 = \frac{W_1^2 \ell^2}{z_{\mu} \ell} \frac{sh^2 \beta - \beta sh 2\beta + (\frac{1}{2} sh 2\beta - \beta ch^2 \beta) k_\sigma}{\beta (sh 2\beta + k_\sigma ch^2 \beta)} \quad (32)$$

При  $W_1 = W_2 = W$ ,  $\ell_1 = \ell_2 = \ell$ ,  $z_{\mu 1} = z_{\mu 2} = z_{\mu}$ ,  $g_1 = g_2 = g$   $L_{22} = L_{11} = L$ .

Электродвижущая сила взаимной индукции с распределенными витками измерительной обмотки определится как

На рис.2 показана зависимость  $\Delta \Phi_{x1} = f(\beta)$ , из которой видно, что с увеличением  $\beta$  увеличивается  $\Delta \Phi_{x1}$ , что соответствует реальной картине потокораспределения в преобразователях, имеющих вытянутый вдоль оси магнитопровод.

Электродвижущая сила самоиндукции в распределенных витках обмотки возбуждения определяется из выражения

$$\begin{aligned} E_{11} &= -j\omega \psi_{11} = \quad (31) \\ &= -j\omega \int_0^{\ell} \Phi_{x1} W_{y1} dx_1 = \\ &= -j\omega J L_{11}. \end{aligned}$$

$$E_{12} = -j\omega\psi_{12} = -j\omega \int_0^{\xi} \Phi_{x2} W_{y2} dx_2 = -j\omega JM_{12}. \quad (33)$$

Из выражений (33), (28) можно определить взаимную индуктивность измерительной обмотки

$$M_{12} = \frac{1}{j} \int_0^{\xi} \Phi_{x2} W_{y2} dx_2 = -\frac{W_{y1} W_{y2} \xi^2}{2\mu l} \frac{\operatorname{ch} 2\beta - 1}{2\beta (\operatorname{sh} 2\beta + k_0 \operatorname{ch}^2 \beta)} = M. \quad (34)$$

Если  $\beta = 1$ ,  $k_0 = 1$ , то из (32) и (34)  $L = L_1$  и  $M = M_1$ .

Таким образом, использование на практике предложенной методики позволяет проектировать трансформаторные и индуктивные датчики с заданной статической характеристикой.

### Л и т е р а т у р а

1. Куликовский Л.Ф. Индуктивные измерители перемещений. М. - Л., ГЭИ, 1961.
2. Зарипов М.Ф. Преобразователи с распределенными параметрами для автоматики и информационно-измерительной техники. М., "Энергия", 1969.

И.А. Леманов

### АНАЛИЗ МАГНИТНЫХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ИНДУКТИВНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С УЧЕТОМ ПРОДОЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОТОКОВ РАССЕЯНИЯ

Учет продольных распределенных магнитных потоков рассеяния в индуктивных преобразователях повышает точность расчета их параметров.

На рис.1 представлена конструкция одного из широко распространенных индуктивных преобразователей перемещений [1], содержащих два дискообразных магнитопровода. Число витков возбуждающей (измерительной) и экранирующей обмоток принято одинаковым:  $W_1 = W_2 = W$ , один из сердечников является неподвижным, а второй при перемещении изменяет воздушный зазор  $f$ .

Пренебрегая нелинейностью характеристик магнитного сопротивления сердечника и потоками вытеснения в непосредственной близости от