

**РАСЧЕТ УСИЛИЙ В КОНТАКТАХ ШАРА
С ЖЕЛОБАМИ КОЛЕЦ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО
РАДИАЛЬНО-УПОРНОГО ДВУХ-
И ЧЕТЫРЕХТОЧЕЧНОГО
ШАРИКОПОДШИПНИКА**

В связи с ростом скоростей вращения подшипников и повышением требований к надежности их работы в изделиях авиационной техники, гироскопических приборах и высокоскоростных электроагрегатах большое значение приобретает учет влияния инерционных сил и в частности центробежных сил тел качения на работоспособность и долговечность подшипников.

В данной работе приводится метод расчета высокоскоростных радиально-упорных шарикоподшипников с учетом центробежных сил шаров при чисто осевой нагрузке с помощью номограммы.

Из рассмотрения равновесия шара и колец подшипника, показанных на рис. 1, без учета сил трения в контактах получим после элементарных преобразований уравнения:

$$N_H = \frac{A}{z \sin \beta_H}, \quad N_B = \frac{A}{z \sin \beta_B}; \quad (1)$$

$$\operatorname{ctg} \beta_H = \operatorname{ctg} \beta_B + \frac{z F_{II}}{A}. \quad (2)$$

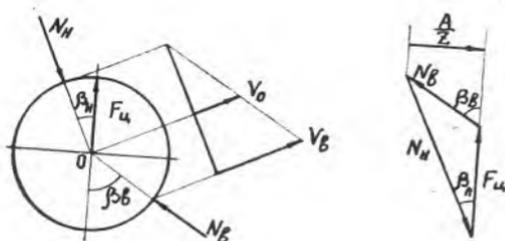


Рис. 1. Равновесие шара в подшипнике под действием нормальных усилий и центробежной силы

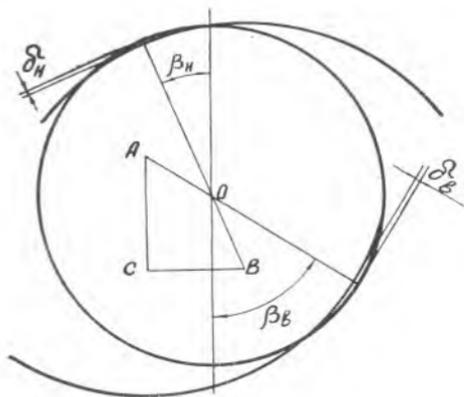


Рис. 2. Геометрические соотношения в подшипнике.

Здесь A — осевая нагрузка на подшипник; z — число шаров в подшипнике; $F_{ц}$ — центробежная сила одного шара при заданной скорости вращения; N_n, N_b — нормальные усилия в контактах шара с желобами наружного и внутреннего колец; β_n, β_b — углы контакта шара с желобами наружного и внутреннего колец.

Геометрические соотношения в подшипнике найдем из четырехугольника $AOBC$, показанного на рис. 2.

$$\begin{aligned} \text{Здесь} \quad AO &= r_b - 0,5d_{ш} + \delta_b; \\ OB &= r_n - 0,5d_{ш} + \delta_n; \\ AC &= r_n + r_b - d_{ш} - \Delta; \end{aligned}$$

где r_n, r_b — радиусы желобов наружного и внутреннего колец; δ_n, δ_b — деформации в контактах шара с желобами наружного и внутреннего колец; $d_{ш}$ — диаметр шара; Δ — половина радиального зазора в подшипнике.

Из четырехугольника $AOBC$ получим:

$$\begin{aligned} (r_n - 0,5d_{ш} + \delta_n) \cos \beta_n + (r_b - 0,5d_{ш} + \delta_b) \cos \beta_b &= \\ &= r_n + r_b - d_{ш} - \Delta. \end{aligned} \quad (3)$$

Обозначим $r_n + \delta_n = r_n^*$ и $r_b + \delta_b = r_b^*$.

Разделив левую и правую части уравнения (3) на $r_n^* + r_b^* - d_{ш}$ и учитывая, что $\left(1 - \frac{\Delta}{r_n + r_b - d_{ш}}\right) = \cos \beta_0$, где β_0 — начальный угол контакта в подшипнике, получим

$$\frac{r_n - 0,5d_{ш}}{r_n^* + r_b^* - d_{ш}} \cos \beta_n + \frac{r_b - 0,5d_{ш}}{r_n^* + r_b^* - d_{ш}} \cos \beta_b = \frac{\cos \beta_0}{1 + \frac{\delta_n + \delta_b}{r_n + r_b - d_{ш}}}. \quad (4)$$

Численные расчеты показывают, что с ошибкой менее 1,2% для реальных соотношений величин радиусов желобов и деформаций можно принять:

$$\frac{r_n^* - 0,5d_{ш}}{r_n^* + r_b^* - d_{ш}} \approx \frac{r_n - 0,5d_{ш}}{r_n + r_b - d_{ш}} \quad \text{и} \quad \frac{r_b^* - 0,5d_{ш}}{r_n^* + r_b^* - d_{ш}} \approx \frac{r_b - 0,5d_{ш}}{r_n + r_b - d_{ш}}$$

Обозначая:

$$\frac{r_n - 0,5d_{ш}}{r_n + r_b - d_{ш}} = \bar{r}_n \quad \text{и} \quad \frac{\delta_n + \delta_b}{r_n + r_b - d_{ш}} = \bar{\delta},$$

уравнение (4) приводим к виду:

$$\bar{r}_n \cos \beta_n + (1 - \bar{r}_n) \cos \beta_b = \frac{\cos \beta_0}{1 + \bar{\delta}}. \quad (5)$$

Правую часть уравнения (5) обозначим

$$\frac{\cos \beta_0}{1 + \bar{\delta}} = \cos \beta_0^*. \quad (6)$$

Уравнение (6) выражает собой угол контакта в радиально-упорном подшипнике при относительной суммарной деформации в контактах под действием осевой силы, равной δ без учета центробежных сил шаров.

Зависимость угла β_0^* от величины относительной суммарной деформации в контактах показана на рис. 3.

С учетом (6) уравнение (5) приводим к виду:

$$\bar{r}_n \cos \beta_n + (1 - \bar{r}_n) \cos \beta_b = \cos \beta_0^*. \quad (7)$$

Таким образом, для определения углов контакта шара с желобами колец радиально-упорного подшипника необходимо решить совместно уравнения (2) и (7). Для совместного решения этих уравнений построена номограмма, показанная на рис. 4.

Для расчетов по номограмме необходимо вычислить предварительно значения центробежной силы шара и суммы контактных деформаций ($\delta_n + \delta_b$).

Вычисления контактных деформаций производим по известным в теории шариковых подшипников [1] зависимостям. Тогда для случая осевого нагружения подшипника с учетом (1) получим:

$$\delta_n + \delta_b = 523 \cdot 10^{-7} \left(\frac{A}{z} \right)^{2/3} \times \left[\left(\frac{2K}{\pi \mu} \right)_n \left(\frac{\sum \rho_n}{\sin^2 \beta_n} \right)^{1/3} + \left(\frac{2K}{\pi \mu} \right)_b \left(\frac{\sum \rho_b}{\sin^2 \beta_b} \right)^{1/3} \right] \text{ с.м.}, \quad (8)$$

где $\sum \rho_n$, $\sum \rho_b$ — суммарная кривизна соприкасающихся тел в точ-

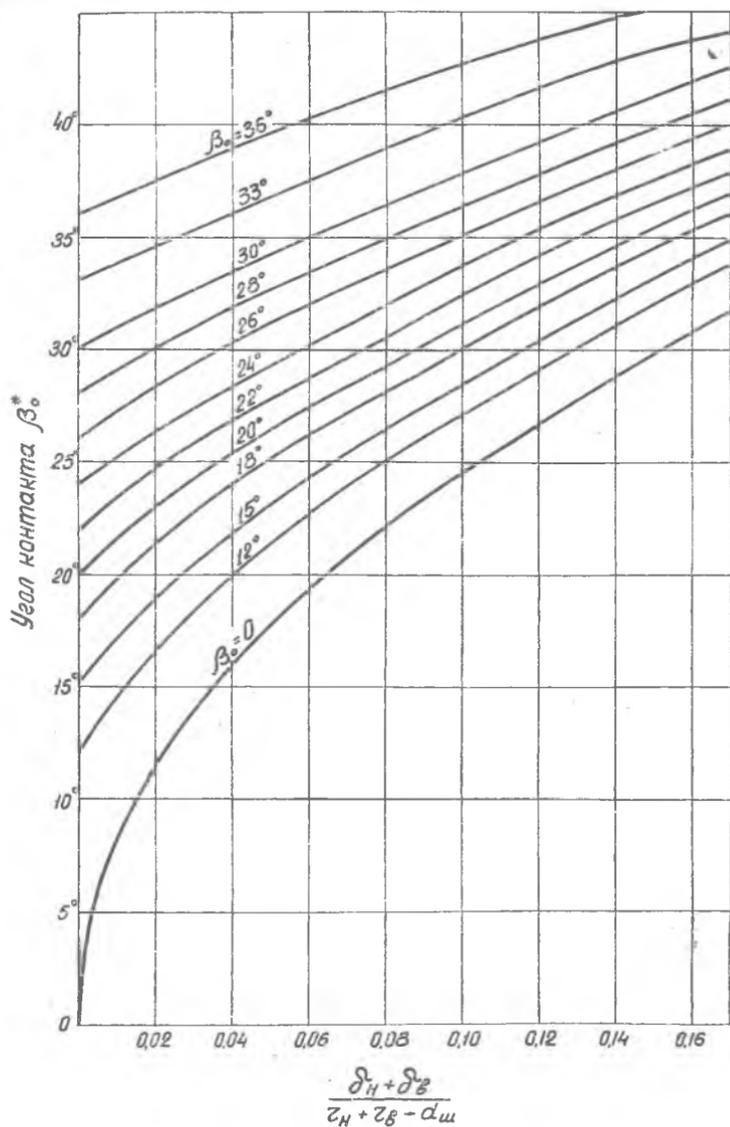


Рис. 3. Зависимость углов контакта от суммарной деформации без учета центробежных сил

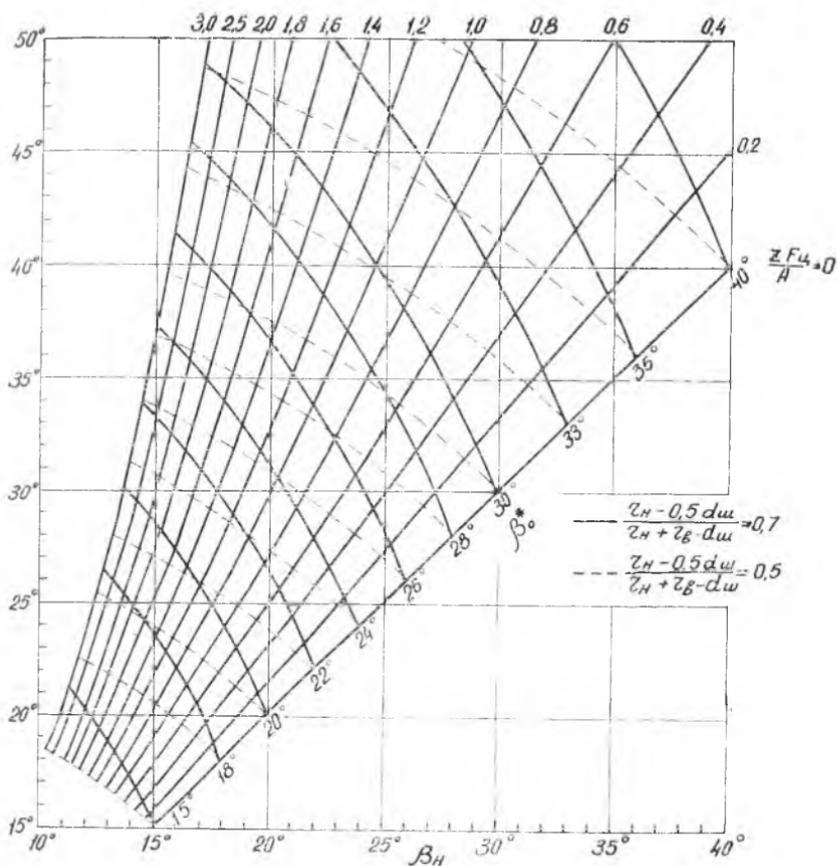


Рис. 4. Номограмма для определения углов контакта в радиально-упорном шарикоподшипнике

как контакта шара с желобами в $1/\text{см}$; $\left(\frac{2K}{\pi\mu}\right)_{\text{н}}$, $\left(\frac{2K}{\pi\mu}\right)_{\text{в}}$ — функции эллиптических интегралов, учитывающие кривизну тел в точках контакта шара с желобами наружного и внутреннего колец.

Для вычисления значения центробежной силы шара рассмотрим показанный на рис. 1 план скоростей точек шара. Предполагаем, что отсутствует проскальзывание в контактах шара с желобами колец и в контакте с желобом наружного кольца осуществляется чистое качение (без верчения) шара. При наличии проскальзывания и верчения в контактах шара с желобами величина центробежной силы уменьшается и эффект ее учета оказывается несколько меньше.

Таким образом, скорость точки шара в контакте с желобом внутреннего кольца определим как:

$$V_{\text{в}} = \frac{\pi n}{60} (D_0 - d_{\text{ш}} \cos \beta_{\text{в}}) \text{ см/сек},$$

где D_0 — диаметр, проходящий по центрам шаров в см; $d_{\text{ш}}$ — диаметр шара в см; n — число оборотов внутреннего кольца в об/мин.

Из плана скоростей определим скорость центра шара:

$$V_0 = \frac{\pi n}{60} \cdot \frac{D_0 - d_{\text{ш}} \cos \beta_{\text{в}}}{1 + \cos(\beta_{\text{в}} - \beta_{\text{н}})} \text{ см/сек}.$$

Тогда центробежную силу шара определим как:

$$F_{\text{ц}} = \frac{\pi^2 P n^2}{1800 g D_0} \cdot \left[\frac{D_0 - d_{\text{ш}} \cos \beta_{\text{в}}}{1 + \cos(\beta_{\text{в}} - \beta_{\text{н}})} \right]^2 \text{ кг}, \quad (9)$$

где P — вес 1 шара в кг; g — ускорение силы тяжести в см/сек².

Подставляя (8) и (9) в (2) и (5), получаем систему уравнений с двумя неизвестными $\beta_{\text{н}}$ и $\beta_{\text{в}}$. Однако аналитическое решение этой системы невозможно, решение численными методами будет носить частный характер из-за большого числа независимых параметров, определяемых конструкцией подшипника.

Поэтому для расчета углов контакта шара с желобами колец радиально-упорного подшипника сделаем некоторые допущения.

Центробежную силу шара и сумму контактных деформаций рассчитываем, принимая $\beta_{\text{н}} = \beta_{\text{в}} = \beta_0$, тогда:

$$F_{\text{ц}} \approx \frac{\pi^2 P n^2}{7200 g D_0} (D_0 - d_{\text{ш}} \cos \beta_0)^2 \text{ кг}. \quad (10)$$

$$\delta_{\text{н}} + \delta_{\text{в}} \approx 523 \cdot 10^{-7} \left(\frac{A}{z \sin \beta_0} \right)^{2/3} \times \\ \times \left[\left(\frac{2K}{\pi \mu} \right)_{\text{н}} (\sum \rho_{\text{н}})^{1/3} + \left(\frac{2K}{\pi \mu} \right)_{\text{в}} (\sum \rho_{\text{в}})^{1/3} \right] \text{ см}. \quad (11)$$

Определив по вычисленным таким образом значениям центробежной силы и суммы контактных деформаций углы контакта $\beta_{\text{н}}$ и $\beta_{\text{в}}$, можно уточнить центробежную силу по (9) и сумму контактных деформаций по (8) и найти по номограмме более точные значения углов контакта.

Практика расчетов по номограмме показывает, что для получения точности определения углов контакта в пределах $\pm 10'$ достаточно двух уточнений.

На рис. 5 показаны рассчитанные с помощью номограммы изменения углов контакта шара с желобами колец подшипника № 46226. Результаты расчетов показывают, что углы контакта, рассчитанные с учетом центробежных сил и деформаций в кон-

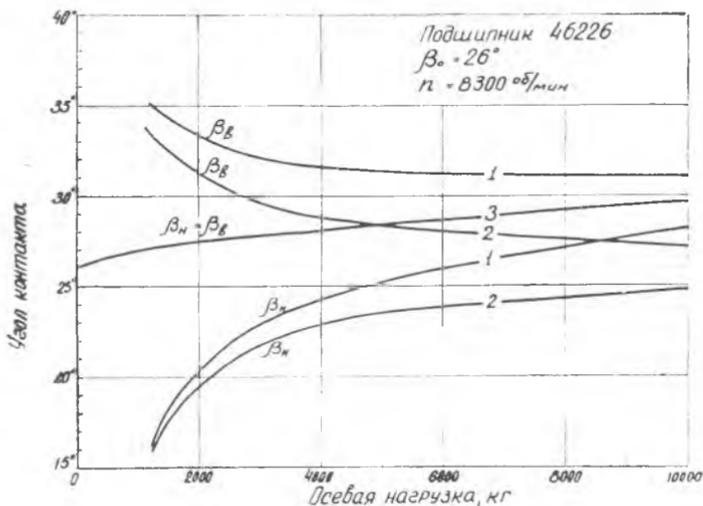


Рис. 5. Зависимость углов контакта шара с желобами колец от осевой нагрузки
 1 — с учетом центробежных сил шаров и деформаций; 2 — без учета деформаций; 3 — без учета центробежных сил

тактах кривые 1, существенно отличаются от углов контакта, рассчитанных с учетом деформаций, но без учета центробежных сил шаров (кривая 3), в области малых нагрузок. Углы контакта, рассчитанные по зависимостям работ [5], [8], [9] без учета контактных деформаций, но с учетом центробежных сил шаров (кривые 2), значительно меньше действительных в области больших нагрузок.

Расчет нормальных усилий по предлагаемому методу по формулам (1) и по зависимостям работ [2], [5] и [8] представлен на рис. 6.

Результаты расчетов показывают, что зависимости работ [2] и [3] дают значения нормальных усилий, превышающие действительные на $6 \div 24\%$, а зависимости работ [5] и [8] — на $2 \div 11\%$. Это приводит, в свою очередь, к занижению расчетного ресурса подшипников. Следовательно, при расчете подшипников авиационных изделий для более правильного выбора высокоскоростного радиально-упорного шарикоподшипника необходим расчет его по зависимостям работы [7] с применением ЭЦВМ или по предлагаемому методу с помощью номограммы.

Так как номограмма выполнена в безразмерном виде, она позволяет производить расчет подшипников в широком диапазоне конструктивных параметров, в том числе с четырехточечным контактом. При расчете радиально-упорных подшип-

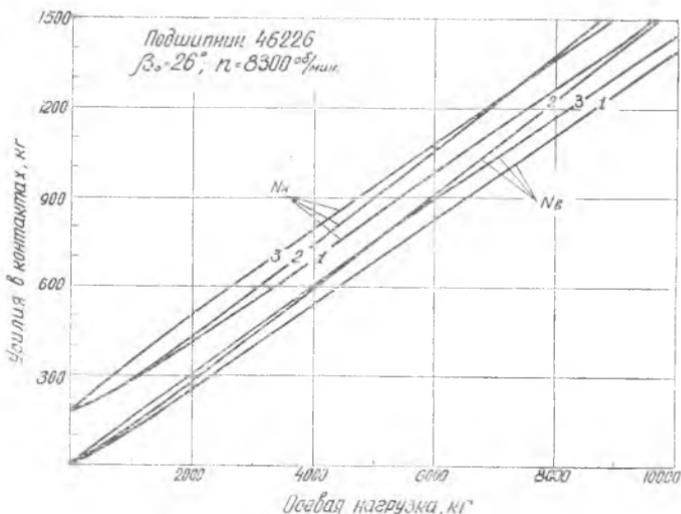


Рис. 6. Нормальные усилия в контактах шара с желобами колец
 1 — по предлагаемому методу; 2 — по работам [5] и [8];
 3 — по работе [2];

ников с четырехточечным контактом необходимо постоянно следить за отсутствием третьей точки в контакте шара с желобами колец. При этом за минимальный угол контакта шара с желобом наружного кольца, при котором еще существует двухточечный контакт, можно принимать теоретический угол контакта, определяемый по работе [4]:

$$\beta_T = \arcsin \frac{x_H}{r_H - 0,5d_{ш}}$$

где x_H — смещение центра желоба наружного кольца относительно оси симметрии подшипника.

Более точно, с учетом деформаций в контактах, минимальный угол контакта шара с желобом наружного кольца можно определить, рассмотрев треугольнички AOB и AO_1B на рис. 7.

Здесь:

$$AO = AO_1 = BO_1 = r_H - 0,5d_{ш}; \quad BO = r_H - 0,5d_{ш} + \delta_H;$$

$$AB = 2(r_H - 0,5d_{ш}) \sin \beta_T = 2x_H;$$

$$\angle AOC = \beta'_H; \quad \angle BOC = \beta_H; \quad \angle AO_1C_1 = \angle BO_1C_1 = \beta_1.$$

Из треугольничков AOB и AO_1B имеем:

$$(r_H - 0,5d_{ш}) \cos \beta'_H = (r_H - 0,5d_{ш} + \delta_H) \cos \beta_H; \quad (12)$$

$$(r_H - 0,5d_{ш}) \sin \beta'_H + (r_H - 0,5d_{ш} + \delta_H) \sin \beta_H = 2(r_H - 0,5d_{ш}) \sin \beta_T. \quad (13)$$

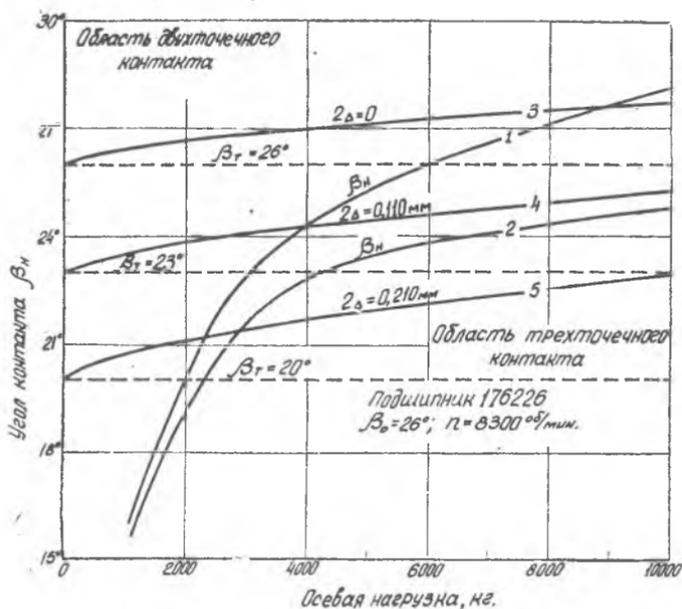


Рис. 8. Области существования двухточечного контакта в зависимости от осевой нагрузки
 1 — угол контакта с учетом деформаций; 2 — угол контакта без учета деформаций; 3, 4, 5 — условие трехточечного контакта с учетом деформаций.

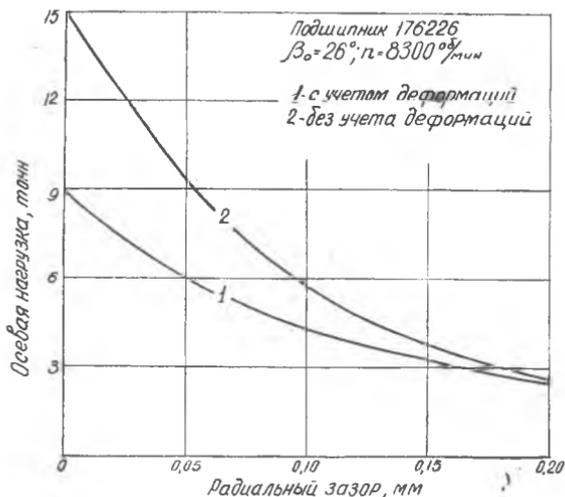


Рис. 9. Зависимость необходимой для обеспечения двухточечного контакта осевой нагрузки от радиального зазора
 1 — с учетом деформаций; 2 — без учета деформаций

даже при радиальном зазоре $2\Delta=0$ с учетом деформаций в контактах возможен выход из контакта третьей точки.

На рис. 9. показаны рассчитанные для этого же подшипника зависимости осевой нагрузки, необходимой для вывода из контакта третьей точки, от радиального зазора. Видно, что учет контактных деформаций существенным образом изменяет величину необходимой осевой нагрузки в области малых величин радиальных зазоров.

ВЫВОДЫ

1. Разработанный метод расчета углов контакта шара с желобами колец радиально-упорного подшипника при осевой нагрузке с помощью номограммы позволяет сравнительно легко и с достаточной для практических целей точностью оценить влияние центробежных сил шаров высокоскоростного шарикоподшипника.

2. Построенной номограммой и формулами можно пользоваться для расчета углов контакта и усилий в высокоскоростных авиационных двух- и четырехточечных шарикоподшипниках.

3. Показано, что расчеты нормальных усилий в контактах шара с желобами колец без учета контактных деформаций или без учета изменений углов контакта под действием центробежных сил шаров дают завышенные значения нормальных усилий.

4. Разработан метод расчета необходимой осевой нагрузки или конструктивных параметров четырехточечного шарикоподшипника, обеспечивающих двухточечный контакт шара в подшипнике при высоких скоростях вращения.

5. Показано, что расчет этих же параметров без учета контактных деформаций приводит к завышению необходимых величин осевой нагрузки и радиального зазора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Подшипники качения. Справочное пособие. Под редакцией Спицын Н. А. и Спришевского А. И. Машгиз, М., 1961.
2. Спицын Н. А. Поверочный расчет особобыстроходных радиально-упорных шарикоподшипников. «Подшипниковая промышленность», № 6, 1962.
3. Спицын Н. А., Цылянова Н. С. Методические указания по проектировочному и поверочному расчету особобыстроходных шарикоподшипников «Труды института», ВНИПП, № 2, 1963.
4. Коросташевский Р. В., Зайцев А. М. Авиационные подшипники качения. Оборонгиз, М., 1963.
5. Коросташевский Р. В. Расчетная долговечность высокоскоростных шарикоподшипников в различных условиях нагружения. «Труды института», ВНИПП, № 1, 1966.

6. *Курушин М. И.* Распределение усилий в двухточечных радиально-упорных подшипниках с учетом перекоса и центробежных сил. Тезисы докладов. Юбилейная научно-техническая конференция, КуАИ, 1967.

7. *Курушин М. И.* Распределение усилий в трех- и четырехточечных подшипниках с учетом перекоса колец и центробежных сил тел качения. Тезисы докладов. Юбилейная научно-техническая конференция, КуАИ, 1967.

8. *Курушин М. И., Дубровкина А. И.* Определение усилий, кинематических параметров и долговечности быстроходных трех- и четырехточечных подшипников при осевой силе, без учета контактных деформаций. Тезисы докладов. Юбилейная научно-техническая конференция. КуАИ, 1967.

9. *Hirano Fajio.* Motion of a ball in a angular-contact ball bearing, Transactions of the ASLE, 8, № 4, 1965.