

УДК 517.928

**БИФУРКАЦИИ В МОДЕЛИ ГЛОБАЛЬНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ ОКЕАНА**

© Ивахнова А.А., Щепакина Е.А.

*Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация*

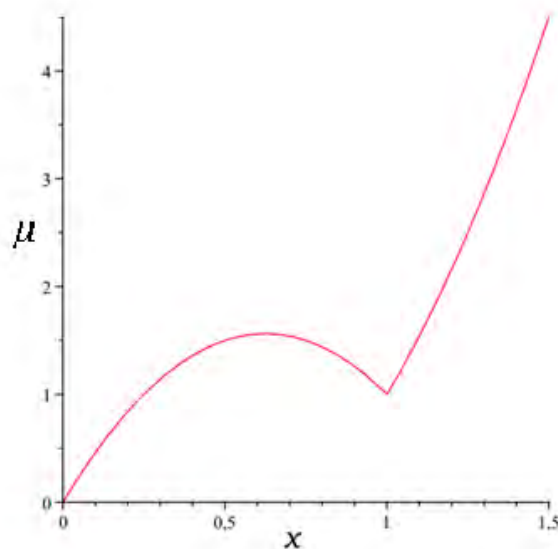
e-mail: ivahnova.anna@mail.ru

В представленной работе исследуется так называемая термохалинная математическая модель глобальной циркуляции океана, которая позволяет учитывать взаимное влияние показателей солености и температуры вод океана [1; 2]. В безразмерной форме модель представляет собой сингулярно возмущенную систему дифференциальных уравнений с дополнительными параметрами [2]:

$$\begin{cases} \dot{x} = \mu - x - A|y - x|x, \\ \varepsilon \dot{y} = 1 - y - \varepsilon A|y - x|y. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $x$  – безразмерная разница солености воды,  $y$  – безразмерная разница температур,  $(y - x)$  – переменная циркуляции,  $\mu$  – параметр потока пресной воды, отношение воздействия солености к воздействию температуры,  $A$  – параметр зависимости скорости потока от солености и температуры,  $\varepsilon$  – малый положительный параметр.

Акцент исследования системы (1) сделан на выявление возможных бифуркаций под воздействием изменения параметра потока пресной воды  $\mu$ . Методами качественной теории дифференциальных уравнений были исследованы положения равновесия системы. Было установлено, что при изменении параметров количество особых точек варьируется от одной до трех, см. рисунок.



*Рисунок – Бифуркационная диаграмма системы (1), демонстрирующая зависимость координаты особой точки  $x$  в зависимости от значения  $\mu$  при  $A = 4$*

Методами качественной теории дифференциальных уравнений было выявлено, что часть параболы, которая находится в промежутке  $x \in [(A + 1)^2/4A; 1]$  будет неустойчивой, остальные две части кривой будут устойчивыми, см. рисунок. Таким образом, из бифуркационной диаграммы можно сделать следующие выводы:

1) при  $\mu < 1$  и  $\mu > \frac{(A+1)^2}{4A}$  система (1) имеет одну асимптотически устойчивую особую точку;

2) при  $1 < \mu < \frac{(A+1)^2}{4A}$  в системе существуют две асимптотически устойчивые и одна неустойчивая особая точка;

3) при  $\mu = \frac{(A+1)^2}{4A}$  и  $\mu < 1$  система (1) имеет две особые точки. Происходит бифуркация.

Таким образом, при определенных соотношениях параметров  $\mu$  и  $A$  происходит седло-узловая бифуркация. Были определены условия, при которых происходит циркуляция воды в океане. Механизм этого процесса такой: до бифуркации вода течет от холодных высоких широт в более теплые низкие широты, затем на экваторе происходит изменение движения воды, и вода перемещается из более теплых низких широт в более холодные высокие широты. Другими словами, при определенном соотношении значений параметров  $\mu$  и  $A$  на экваторе кроме градиента воздействия температуры будет также и градиент солености. В этом случае вода будет течь от экватора к полюсам, что может привести не только к таянию ледников, но и к изменению такого течения, как Гольфстрим [3].

### Библиографический список

1. Бебиева Я.С. Анализ модели Стоммела глобальной циркуляции океана // Всероссийский журнал научных публикаций. 2011. № 1. С. 109–110.

2. Glendinning P. View from the pennines: Box models of the oceanic conveyor belt / Paul Glendinning // Mathematics Today (Southend-on-Sea). 2009. Vol. 45. P. 230–232. URL: [https://scholar.google.com/citations?view\\_op=list\\_works&hl=en&hl=en&user=U3WbH3EAAAAJ&sortby=pubdate](https://scholar.google.com/citations?view_op=list_works&hl=en&hl=en&user=U3WbH3EAAAAJ&sortby=pubdate) (дата обращения: 05.03.2023).

3. Полонский А.Б. Развитие теории циркуляции мирового океана для решения климатических задач: Современные проблемы динамики океана и атмосферы: сборник статей, посвященный 100-летию со дня рождения проф. П.С. Линейкина / под ред. А.В. Фролова и Ю.Д. Реснянского. М.: ТРИАДА ЛТД, 2010. С. 227–250.