УДК 629.78

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СОСТАВНЫХ УПРУГИХ СИСТЕМ

С.А. Ендуткин
Научный руководитель – к.т.н., доцент А.А. Авраменко
Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва

На современном этапе развития ракетно-космической техники одним из актуальных направлений является создание и использование сложных космических систем. В процессе функционирования таких систем начинают проявляться упруго-динамические свойства конструкции, возникающие упругие колебания могут оказать существенное влияние на движение рабочих элементов и даже вызвать их разрушение. Поэтому уже на этапе проектирования необходимо учитывать упругие свойства как всей конструкции, так и ее отдельных элементов.

В общем случае сложные механические системы, включающие упругие тела, рассматриваются как системы с распределенными параметрами. Уравнения движения таких систем представляют собой дифференциальные уравнения в частных производных, которые разными способами приводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Целью данной работы является разработка метода, позволяющего свести упругую механическую систему с распределенными параметрами к системе с конечным числом степеней свободы еще до составления уравнений движения. Это дает возможность проводить исследование движения составной упругой системы с помощью традиционных методов.

В работе в качестве примера рассматриваются колебания одного из элементов составной конструкции. Конструкция представляет собой два жестко связанных между собой упругих стержня, причем инерционно-массовыми характеристиками одного из них можно пренебречь. При рассмотрении деформации стержней используется теория изгиба балок Эйлера-Бернулли в классической постановке. При этом осадкой (укорачиванием) нейтральной оси обоих стержней при изгибе пренебрегают.

Компоненты вектора перемещений рассматриваемого стержня раскладываются в ряд по полной ортонормированной системе базисных функций. В качестве базисных функций используются собственные формы колебаний стержня для заданных условий закрепления. Неизвестные множители, стоящие в этом разложении, принимаются за новые обобщенные координаты. Формы колебаний, в свою очередь, представляются в виде комбинаций функций Крылова, что позволяет существенно упростить выполнение граничных условий для рассматриваемой механической системы. Число учитываемых собственных форм выбирается из требований конкретной задачи. Уточнение полученного решения будет сводиться к добавлению новых слагаемых, соответствующих следующим формам колебаний.

Таким образом, данный алгоритм позволяет свести исходную составную систему к системе с конечным числом степеней свободы. В работе учитывались три собственные формы колебаний стержня. В этом случае число степеней свободы системы равно одиннадцати, и уравнения движения были составлены в форме уравнений Лагранжа второго рода. Полученная таким образом система, состоящая из одиннадцати обыкновенных дифференциальных уравнений, может быть решена традиционными численными методами.