УДК 517.928

ИССЛЕДОВАНИЕ БЕГУЩИХ ВОЛН В ЗАДАЧЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГОРЕНИЯ

Е. С. Долгова[1]

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация

Научный руководитель: Е. А. Щепакина, д.ф.-м.н., профессор
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация

Ключевые слова: бегущие волны, волны горения, сингулярные возмущения, метод интегральных многообразий

В работе рассматривается динамическая модель теплового взрыва газовой смеси в случае автокаталитической реакции горения в безразмерном виде [1]:

$$\begin{cases} \varepsilon \dfrac{\partial \theta}{\partial t} = \eta(1-\eta) exp\left(\dfrac{\theta}{1+\beta\theta}\right) - \alpha\theta + \dfrac{1}{\delta}\dfrac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}, \\ \varepsilon \dfrac{\partial \eta}{\partial t} = \varepsilon\eta(1-\eta) exp\left(\dfrac{\theta}{1+\beta\theta}\right) + \dfrac{1}{\mu}\dfrac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2}, \end{cases} \qquad (1)$$

где η – глубина превращения; θ– безразмерная температура газовой смеси; μ^{-1} – коэффициент диффузии реагирующего вещества; δ – критерий Франк-Каменецкого; $\alpha\theta$ – отражает теплоотвод во внешнюю среду; параметры β и ε характеризуют температурную чувствительность и экзотермичность реакции, для обычных горючих смесей малы.

В предположении $\beta = 0$ поставлена задача изучения решений типа бегущей волны, соединяющих положения равновесия $O(\eta = 0,\ \theta = 0)$ и $P(\eta = 1,\ \theta = 0)$. Бегущими волнами называются колебания, фаза которых удаляется от источника с постоянной скоростью, зависящей от свойств среды. Изучение решений типа бегущей волны со скоростью c, соединяющих положения равновесия O и P означает, что рассматриваются решения вида

$$\theta(t,\xi) = \theta(\xi + ct) \equiv \theta(x), \qquad \eta(t,\xi) = \eta(\xi + ct) \equiv \eta(x)$$

где $x = \xi + ct$ - фаза волны, удовлетворяющие условиям

$$\lim_{x\to-\infty} \eta(x) = \lim_{x\to-\infty} \eta(x) = 0,$$

$$\lim_{x\to+\infty} \eta(x) = 1, \ \lim_{x\to+\infty} \eta(x) = 0.$$

---

[1] Долгова Елизавета Сергеевна, студент группы 6541-010501D, email: dolgoval2000@yandex.ru

В работе была произведена редукция системы (1) с помощью метода интегральных многообразий сингулярно возмущенных систем [1], в результате которой задача исследования бегущих волн системы (1) сведена к исследованию их профилей в проекции соответствующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений на ее медленное интегральное многообразие.

На основе анализа нулевого приближения медленного интегрального многообразия (медленной кривой) соответствующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений установлено, что в зависимости от значения α существует три вида траекторий системы и, следовательно, три типа бегущих волн горения в системе (1): волны медленного выгорания газа, волны теплового взрыва и критические бегущие волны, разделяющие волны медленного выгорания и волны теплового взрыва.

Последний тип бегущих волн является наиболее интересным, так как для интегральных многообразий, соответствующих данному случаю, наблюдается смена устойчивости. Если рассмотреть расположение траекторий системы в этом случае относительно медленной кривой, то можно заметить, как после движения вдоль устойчивого участка медленной кривой траектории начинают двигаться вдоль неустойчивого участка. Далее возможны два варианта: траектория может вернуться к устойчивому участку медленной кривой, то есть к режиму медленного выгорания газа, или может произойти тепловой взрыв.

В работе найдено критическое значение параметра $\alpha = \alpha^*$ в виде асимптотического разложения по степеням ε. Найден интервал, которому соответствует область медленных переходных режимов, при которых температура газа достигает сравнительно больших значений в рамках безопасного процесса. Этот факт имеет важное прикладное значение.

Библиографический список

1. Соболев В.А., Щепакина Е.А. Редукция моделей и критические явления в макрокинетике. - М.: ФИЗМАЛИТ, 2010. - 320 с.