

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РСФСР ПО ДЕЛАМ НАУКИ
И ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ**

**САМАРСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА**

**АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ИЗГОТОВЛЕНИЯ
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРОВ**

Методические указания к
лабораторной работе

САМАРА, 1991

Цель работы — исследование точностных характеристик технологического процесса изготовления полупроводниковых приборов статистическими методами.

Задание:

1. Изучить статистические методы анализа технологических процессов.

2. Исследовать точностные характеристики технологического процесса изготовления биполярных транзисторов.

3. Построить гистограммы распределения контролируемых параметров.

4. Провести сравнение эмпирических и теоретических кривых распределения.

5. Вычислить размах, медиану распределения, среднее значение, выборочную дисперсию, коэффициент точности.

1. Теоретические основы работы

Для контроля за ходом технологического процесса, своевременного выявления изменений (систематических ошибок) и сведения их к минимуму используют методы математической статистики. Эффективность управления качеством выпускаемых РЭС зависит от рода факторов, в том числе и организации контроля технологического процесса. Обычно используют выборочный контроль.

Выборкой называют часть изделий, отобранных из общей их совокупности для получения информации о всей массе изделий, называемой общей или генеральной совокупностью. Исследуемая выборка должна быть репрезентативной, т. е. обладающей статистическими свойствами, характерными для всей рассматриваемой

совокупности изделий. В качестве оценок качества используют среднеарифметическое и средне-квадратическое отклонение контролируемого параметра. В ряде случаев оценка качества производится по величинам размаха и медианы параметра выборки.

Первичный статистический материал (значения контролируемого параметра), подлежащий обработке, называют простым статистическим рядом. Если замеренные значения контролируемого параметра расположить в возрастающем порядке, то такой статистический ряд будет называться ранжированным или упорядоченным. При большом числе значений контролируемого параметра выборки статистический материал представляют в виде гистограммы или полигона. На рис. 1, а показан пример оформления статистического материала в виде полигона, а на рис. 1, б — в виде гистограммы.

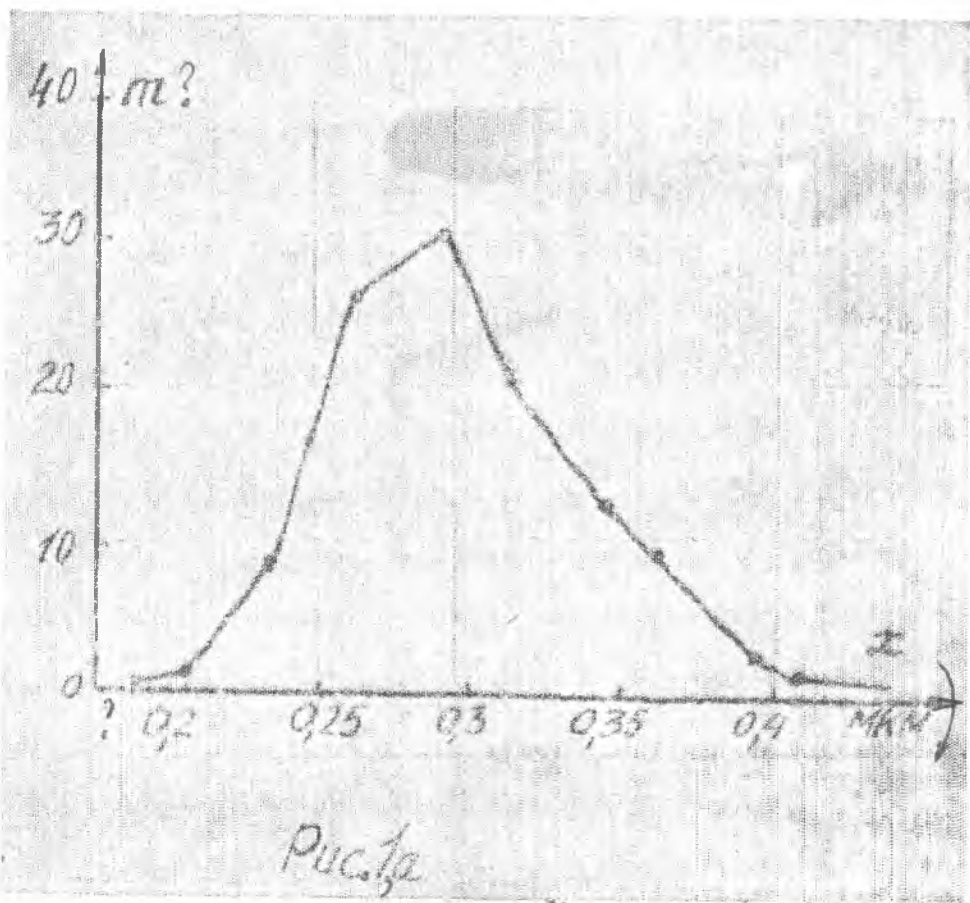
Полигон распределения строится в прямоугольной системе координат. Для этого по оси абсцисс откладываются значения контролируемого параметра, а по оси ординат — соответствующие им частоты. Гистограмма строится также в прямоугольной системе координат. Однако по оси абсцисс отмечаются не точки, а отрезки, характеризующие интервал контролируемого параметра. На каждом интервале строятся прямоугольники с высотой, пропорциональной соответствующим частотам.

В ряде случаев статистический ряд характеризуют числовыми параметрами. В качестве таких параметров обычно используют выборочное среднее арифметическое значение \bar{x} , среднеквадратическое отклонение σ_x , медиана M_c , выборочный размах R . Среднее арифметическое значение для простой статистической совокупности определяется по формуле

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

где n — число измерений.

Для случая статистического ряда определяют среднее взвешенное значение по следующей формуле:



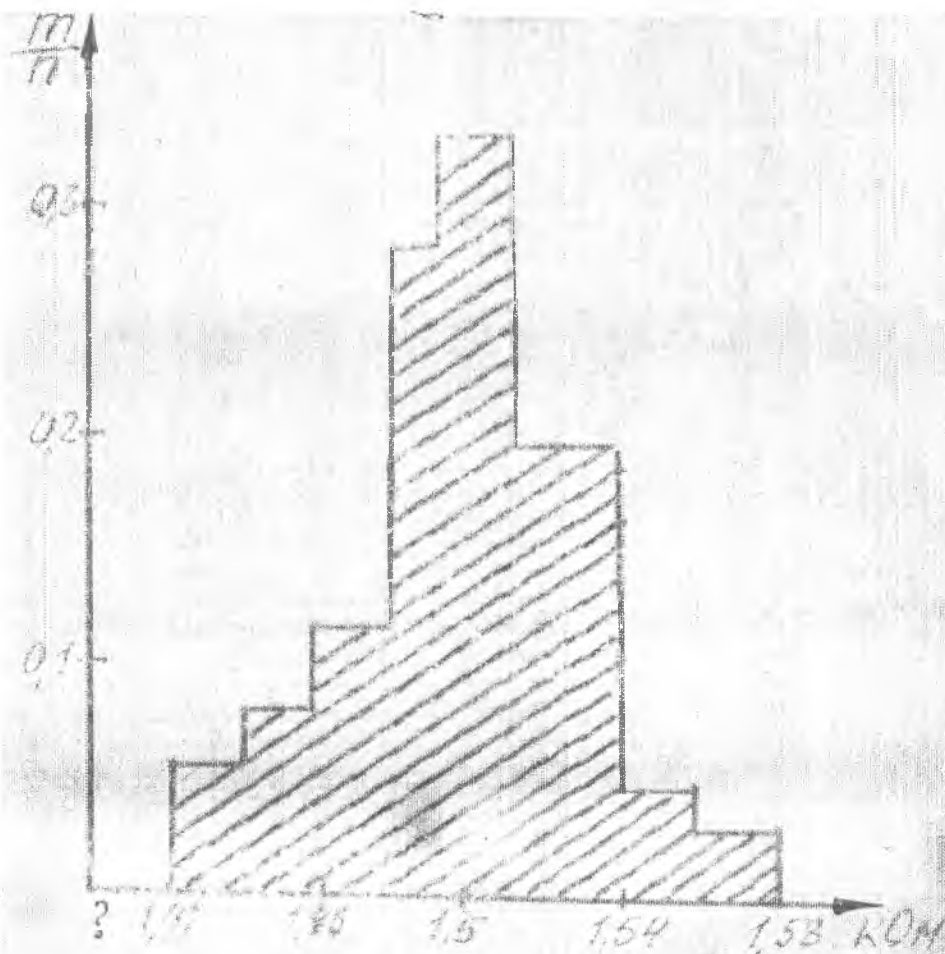


Рис. 15

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot m_i}{\sum_{i=1}^n m_i},$$

где m_i — частота контролируемого параметра.

Невзвешенное и взвешенное среднее квадратическое отклонение определяют, соответственно, по следующим формулам

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}},$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot m_i}{\sum_{i=1}^n m_i - 1}}.$$

Медианой M_e случайной величины x называется такое ее значение, которое приходится на середину упорядоченного ряда. При нечетном числе членов ряда M_e распределения численно равна значению среднего члена ряда. Для четного числа членов ряда медиана равна полусумме средних членов.

Пример 1. В процессе измерения получены следующие значения контролируемого параметра $X_1 = 10$; $X_2 = 11$; $X_3 = 13$; $X_4 = 14$; $X_5 = 16$. Так как число членов ряда нечетное, то медиана в выборке равна третьему члену ряда.

Пример 2. Имеем следующий упорядоченный статистический ряд: $X_1 = 22$; $X_2 = 23$; $X_3 = 24$; $X_4 = 26$; $X_5 = 28$; $X_6 = 29$. Так как число членов ряда четное, то медиану выборки найдем по формуле

$$M_e = 0,5(x_3 + x_4) = \frac{24 + 26}{2} = 25.$$

Размах является одной из простых характеристик рассеивания контролируемого параметра. Его определяют по следующей формуле

$$R = x_{\max} - x_{\min},$$

где x_{\max} и x_{\min} — максимальное и минимальное значения контролируемой величины.

Для оценки качества технологического процесса необходимо знать функцию распределения $F(x)$ случайной величины (контролируемого параметра). Функцией распределения $F(x)$ называется такая функция, которая удовлетворяет следующему выражению

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx,$$

где $f(x)$ — плотность вероятности случайной величины X .

В теории вероятности и теории надежности наибольшее применение нашло нормальное распределение. Нормальным распределением называется распределение вероятности непрерывной случайной величины, которая может принимать как положительные, так и отрицательные значения во всем диапазоне возможных значений от минус бесконечности до плюс бесконечности. Главная особенность нормального закона состоит в том, что он является предельным законом, к которому приближаются другие законы распределения при весьма часто встречающихся типичных условиях.

Теорема А. М. Ляпунова определяет условия возникновения нормального закона распределения: если случайная величина K равна сумме большого числа независимых случайных величин K_1, K_2, \dots, K_n , влияние каждой из которых на всю сумму ничтожно мало, то величина K имеет нормальное распределение.

Таким образом, случайная величина будет иметь распределение, близкое к нормальному, при следующих условиях:

1) случайная величина равна сумме большого числа слагаемых;

2) влияние каждого слагаемого на сумму мало, т. е. среди слагаемых нет доминирующих и их влияние на сумму примерно одинаково;

3) все слагаемые независимы;

4) число слагаемых и их влияние постоянно во времени.

Для функции распределения случайной величины, имеющей нормальное распределение, составлены таблицы, т. к. она не выражается через элементарные функции. Эти таблицы используют для построения теоретической кривой распределения.

По результатам эксперимента строят эмпирическую функцию распределения $F_n^*(x)$. Итак, пусть по результатам контроля параметров выборки получены числа X_1, X_2, \dots, X_n . Их называют элементами выборки. Эти числовые значения можно считать полной совокупностью значений некоторой конечнозначной случайной величины X . Под конечнозначной понимается такая случайная величина, у которой число допускаемых значений конечно. Все значения контролируемого параметра можно считать различными элементами, независимо от того, повторяются они или нет. Такое предположение не позволяет приписать одним элементам большую вероятность появления, чем другим, т. к. каждый элемент выборки появляется лишь в результате одного наблюдения. Другими словами, каждое полученное значение случайной величины X появляется с вероятностью $1/n$ в данной серии опытов,

Тогда функция распределения конечнозначной случайной величины $F_n(x)$ для любого x равна сумме вероятностей значений величины X_i , не превосходящих x . Другими словами, функция распределения выборки в каждой точке равна числу элементов выборки, меньших, чем x , деленному на объем выборки n . В математической статистике доказано, что при достаточно большом объеме выборки n функция распределения случайной величины $F_n(x)$ будет близка к функции распределения изучаемой случайной величины.

Таким образом, эмпирическую $F_n^*(x)$ и теоретическую $F(x)$ функции распределения можно построить следующим образом. Берут значение случайной величины X_i . В качестве этого значения

может быть взята граница интервала. Подсчитывают число изменений, значения которых меньше X_i . Затем вычисляют вероятность выполнения неравенства $X < X_i$ по следующей формуле

$$P(x < x_i) = \frac{n_i}{n},$$

где n_i — число значений элементов выборки, для которых справедливо неравенство $X < X_i$;

n — общее число элементов выборки.

Полученное значение вероятности откладывают по оси ординат. Аналогично находят и остальные точки эмпирической функции распределения. Затем эти точки соединяют отрезками прямых.

Соответствующие значения теоретической функции распределения находят по таблицам функции нормального распределения. В этом случае для выбранного значения X_i вычисляют значение аргумента

$$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x},$$

где x_i — выбранное значение случайной величины;

\bar{x} — среднее значение контролируемой величины для выборки.

По найденному значению аргументов по таблицам определяют соответствующее значение теоретической функции распределения $F(x)$. Аналогично находят остальные значения функции $F(x)$. Полученные точки откладывают по оси ординат и соединяют плавной кривой.

Теоретическая функция распределения $F(x)$ служит для выравнивания эмпирической функции $F_n^*(x)$. Однако в связи с ограниченными числом наблюдений между ними неизбежно имеется расхождение. Причиной расхождения может быть и неудачный выбор кривой $F(x)$. Для выяснения причин расхождения используют «критерии согласия». При сравнении теоретической и эмпирической функций распределения часто используют критерий А. Н. Колмогоро-

рова, который отличается простотой. Однако необходимо отметить, что этот критерий можно применять только в том случае, если гипотетическое распределение $F(x)$ полностью известно заранее из каких-либо теоретических предположений, т. е. когда известен не только вид функции $F(x)$, но и все входящие в нее параметры. Для этого критерия велика вероятность ошибок второго рода.

Проверка гипотезы по критерию А. Н. Колмогорова производится в следующей последовательности:

- 1) строятся эмпирическая $F^*(x)$ и теоретическая $F(x)$ функции распределения;
- 2) определяют максимальную разность между ними (см. рис. 2)

$$d_{max} = \max |F(x) - F^*(x)| ;$$

3) находят величину λ по следующей формуле

$$\lambda = d_{\max} \sqrt{n} ;$$

4) по таблице находим величину $P(\lambda)$.

Если значение $P(\lambda)$ заключено в пределах от 0,1 до 0,9, то считают, что выбранное теоретическое распределение $F(x)$ не противоречит опытным данным и, вероятнее всего, функция распределения случайной величины X описывается кривой $F(x)$. Если $P(\lambda) < 0,1$, то гипотезу о том, что закон распределения описывается кривой $F(x)$, следует отвергнуть как неправдоподобную.

При выборочном методе контроля обычно определяют параметры распределения: математическое ожидание и дисперсию. В ряде случаев требуется оценить надежность и точность этих параметров. Для этого вычисляют доверительный интервал и доверительную вероятность.

Определение доверительного интервала I по заданной доверительной вероятности β производится по следующей формуле

$$I = \bar{x} \pm t_{\beta} \cdot \sigma_x,$$

где $t_{\beta} = \arg \varphi\left(\frac{1+\beta}{2}\right)$, \bar{x} — среднее значение параметра выборки; σ_x — дисперсия параметра выборки; $\arg \varphi(x)$ — функция обратная $\varphi(x)$. Значения t_{β} берут из таблицы. //

Точность технологического процесса оценивают коэффициентом точности

$$T = \frac{2\sigma}{K'\delta_x},$$

где σ — абсолютная величина половины допуска на контролируемый параметр; K' — коэффициент, зависящий от типа закона распределения погрешностей контролируемого параметра (для нормального распределения $K' = 6$).

Чем меньше T , тем ниже точность. Для оценки точности настройки технологического процесса используют коэффициент смещения

$$E = \frac{|\bar{x} - x_H|}{2\delta},$$

где x_H — номинальное значение контролируемого параметра (обычно располагается в середине поля допуска).

Важной характеристикой технологического процесса является вероятная доля дефектных изделий q . Ее определяют по формуле

$$q = 1 - \varphi\left(\frac{\delta_1}{\sigma_x}\right) - \varphi\left(\frac{\delta_2}{\sigma_x}\right),$$

где $\delta_1 + \delta_2 = \Delta$,

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

На рис. 3, где приведена кривая плотности вероятности контролируемого параметра, заштрихованные участки характеризуют долю дефектных изделий. Дефектные изделия появляются как за счет увеличения среднеквадратического отклонения параметра, так и за счет смещения центра группирования относительно середины поля допуска.

2. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

2.1. Изучить данные математические указания, ознакомиться с инструкцией по эксплуатации прибора Л2 — 23 и ТУ на исследуемые транзисторы.

2.2. Получить у преподавателя исследуемую выборку транзисторов.

2.3. Включить прибор Л2 — 23 и после прогрева произвести предварительную проверку в соответствии с инструкцией по эксплуатации.

2.4. Подключить испытываемый транзистор к контактам прибора согласно пометке (выводу «Э1» соответствует режим $I_{\text{э}} = 1 \text{ мА}$, «Э2» — $I_{\text{э}} = 5 \text{ мА}$)

— для контроля пробоя участка «эмиттер — коллектор» необходимо: установить переключатель «В1» в положение «~~А~~»; «В2» — в положение «контроль пробоя»; «В3» — в положение «калибровка».

Нажать кнопку «ИЗМЕРЕНИЕ» и ручной «КАЛИБРОВКА». Установить стрелку микроамперметра на конец рабочей части шкалы.

Перевести «В3» в положение, соответствующее типу испытываемого транзистора («р-п-р» или «п-р-п»). При наличии пробоя между эмиттером и коллектором стрелка отклонится в правую половину шкалы. Для измерения выходной проводимости h_{22} необходимо:

— установить переключатели: «В1» — в положение «~~А~~»; «В2» — в положение h_{22} , «В3» — «калибровка».

Нажать кнопку «ИЗМЕРЕНИЕ» и ручной «КАЛИБРОВКА» произвести калибровку прибора, для чего стрелку микроамперметра установить на конец рабочей части шкалы. Перевести «В3» в положение, соответствующее типу транзистора («р-п-р» или «п-р-п») и произвести отсчет параметра h_{22} по шкале.

Для измерения коэффициента усиления по току α_0 необходимо:

— установить переключатели:


«В1» — в положение «  »;

«В2» — в положение « βd_0 »;

«В3» — в положение «КАЛИБРОВКА». Нажать кнопку «ИЗМЕРЕНИЕ» и ручкой «КАЛИБРОВКА» произвести калибровку путем установки стрелки на конец рабочей части шкалы микроамперметра. Перевести «В3» в положение, соответствующее типу транзистора и произвести отсчет по шкале.

Для измерения обратного тока коллектора I_{ko} необходимо:

— установить переключатели:

«В1» — в положение «  »; «В2» — в положение « I_{ko} »; «В3» — в положение, соответствующее типу транзистора («р-п-р», «п-р-п»). Нажать кнопку «ИЗМЕРЕНИЕ» и произвести отсчет параметра I_{ko} по шкале.

2.5. Сравнить результаты с нормами ТУ и сформулировать выводы.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

3.1. Уточнить у преподавателя задание.

3.2. Получить у лаборанта образцы транзисторов.

3.3. Произвести измерение параметров транзисторов в соответствии с заданием.

3.4. Результаты измерений занести в таблицу 1 в виде упорядоченного ряда.

Таблица 1

x_{min}																			
																			x_{max}

3.5. На основании экспериментальных данных определить выборочный размах и медиану.

3.6. По данным табл. 1 составить таблицу 2 статистического ряда.

Определить частоту \dot{i} — ого интервала.

Таблица 2

Интервал	$x_0 \dots x_1$	$x_1 \dots x_2$						$x_{n-1} \dots x_n$
m_i								
$p_i = \frac{m_i}{n_i}$								
$p_i^* = \frac{m_i}{4x_i}$								

3.7. По данным табл. 2 построить гистограмму и полигон распределения, вычислить выборочное среднее и выборочную дисперсию.

3.8. Заполнить табл. 3. По данным табл. 3 и 4 построить теоретическую и эмпирическую функции распределения.

Таблица 3

x_i	x_1	x_2		x_{n-1}	x_n
$\frac{x_i - x}{\delta x}$					
$F(x_i)$					
$F^*(x_i)$					

3.9. С помощью критерия согласия А. Н. Колмогорова провести сравнение эмпирической и теоретической кривых распределения. По данным приложения № 1 сделать заключение о степени соответствия этих кривых.

3.10. По данным приложения № 2 найти доверительный интервал генерального среднего для доверительной вероятности 0,98.

3.11. Вычислить коэффициенты точности и смещения и сделать заключение о качестве технологического процесса изготовления транзисторов.

3.12. Вычислить суммарную вероятность доли брака.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

4.1. Цель работы и задание.

4.2. Таблицы экспериментальных данных.

4.3. Расчетные данные.

4.4. Графические зависимости.

4.5. Выводы.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 5.1. Что такое выборка?
- 5.2. Что называется генеральной совокупностью?
- 5.3. Каковы условия возникновения нормального закона распределения?
- 5.4. Напишите выражения для оценки генерального среднего и генеральной дисперсии.
- 5.5. Как влияют объем выборки на точность оценки параметров распределения?
- 5.6. Что такое гистограмма и как она строится?
- 5.7. Какие Вы знаете статистические «критерии согласия»?
- 5.8. В чем сущность критерия Колмогорова?
- 5.9. В каких случаях используют критерий Колмогорова?
- 5.10. Что такое уровень значимости?
- 5.11. Напишите выражение для коэффициента точности.
- 5.12. Что называется коэффициентом смещения?
- 5.13. Как определяется и что характеризует вероятная доля брака?

6. ЛИТЕРАТУРА

- 6.1. Глудкин О. П., Обичкин Ю. Г., Блохин В. Г. Статистические методы в технологии производства радиоэлектронной аппаратуры. — М.: Энергия, 1977.
- 6.2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1964.
- 6.3. Пустыльник Е. И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. — М.: Наука, 1968.
- 6.4. Гурский Е. И. Теория вероятностей с элементами математической статистики. — М.: Высшая школа, 1971.
- 6.5. Гусев В. М., Мальцев В. А. Технология деталей, Горький, ГПИ, 1983.

Приложение 1

λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$
0,1	1,000	0,7	0,711	1,4	0,040
0,1	1,000	0,8	0,544	1,5	0,022
0,2	1,000	0,9	0,393	1,6	0,012
0,3	1,000	1,0	0,270	1,7	0,006
0,4	0,997	1,1	0,178	1,8	0,003
0,5	0,964	1,2	0,112	1,9	0,002
0,6	0,864	1,3	0,068	2,0	0,001

Приложение 2

β	t_β	β	t_β	β	t_β	β	t_β
0,8	1,282	0,86	1,475	0,91	1,694	0,97	2,169
0,81	1,310	0,87	1,513	0,92	1,750	0,98	2,325
0,82	1,340	0,88	1,554	0,93	1,810	0,99	2,576
0,83	1,371	0,89	1,597	0,94	1,880	0,997	3,000
0,84	1,404	0,90	1,643	0,95	1,960	0,999	3,290
0,85	1,439	—	—	0,96	2,053	—	—

Составитель: В. А. Капитонов
УДК 621. 382

Анализ и исследование точности технологического процесса изготовления полупроводниковых приборов: Методич. указ. к лабор. работе (Самарский авиац. ин-т; Сост. В. А. Капитонов, Самара, 1991. 12 с.

Рассмотрены основные характеристики статистической совокупности. Приведены основные расчетные формулы для определения параметров качества технологического процесса изготовления полупроводниковых приборов. Оценивается точность и стабильность технологического процесса.

Предназначены для студентов специальности 23.03. Составлены на кафедре «Микроэлектроника и технология радиоэлектронной аппаратуры».

Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского ордена Трудового Красного Знамени авиационного института имени академика С. П. Королева.

Рецензент

М. В. Алейников А. Е. Дубинин

Анализ и исследование точности технологического процесса изготовления полупроводниковых приборов

Составитель Капитонов Валерий Алексеевич

Редактор Е. Д. Антонова

Техн. редактор Н. М. Каленюк

Корректор Е. Г. Филиппова

Самарский ордена Трудового Красного Знамени авиационный институт имени академика С. П. Королева.
443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.