МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

КУЙБЫШЕВСКИЙ ордена ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА

ДИДАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ ПО НАЧАЛЬНЫМ ГЛАВАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Утверждено
редакционно-издательским
советом института
в качес ве
методических указаний
для студентов

КУЙБЫШЕВ 1989

УДК 517.1 (075)

ДИДАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ ПО НАЧАЛЬНЫМ ГЛАВАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА: Метод. указ./ Л.Г.Бурнаева, Л.Г.Зубрина, О.М. Карпилова, Л.В.Коломиец, И.П.Родионова, О.Г.Савельева, В.А.Сторожик, Л.А.Усольцева, Ю.Л.Файницкий, Ю.Н.Храмова: Куйб. авиац. ин-т. Куйбышев. 1989.- 36с.

Методические указания предназначены для дифференциации и индивидуализации процесса обучения и обеспечивают активизацию самостоятельной работы студентов.

Методические указания содержат дидактические задания по темам: "Простейшие свойства функций", "Графики функций", "Пределы", "Непрерывность", "Комплексные числа". Указания предназначены для использования на практических занятиях, при проведении контролируемой самостоятельной работы студентов, а также для организации отчетных работ по отдельным темам.

По каждой теме предлагаются три равносильных варианта, состоящих из нескольких частей разных уровней сложности. Первая часть содержит наиболее простые задачи, вторая - задачи средней трудности, третья - более сложные задачи.

Одна часть варианта рассчитана, как правило, на 40-45 минут самостоятельной работы студента. Однако структура задания такова, что его можно использовать и в течение больших или меньших временных промежутков.

Размещение упражнений в задании носит спиралеобразный характер. Решив несколько первых задач, студент закрепляет знания основных моментов изучаемой темы. В следующих задачах повторяются те же понятия, формулы и приемы, но в слегка усложненной форме и так далее.

В конце методических указаний приводятся ответы к заданиям, что позволяет организовать самопроверку и оперативно выявить пробелы в усвоении материала.

Предлагаемые дидактические задания могут использоваться для организации самостоятельной работы студентов и индивидуализации процесса обучения.

Задание I. ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

ВАРИАНТ I

ЧАСТЬ I.

I. Найти $f(0), f(-2)$, если $f(x)=\frac{3x}{1+x}$.

Найти области определения следующих функций / №№ 2–9 /:

2. $y=\frac{3}{x}$; 3. $y=\sqrt{2x}$; 4. $y=\lg 3x$; 5. $y=\frac{2x+3}{4-5x}$.
6. $y=\lg(2x-4)$; 7. $y=\sqrt{5-2x}$; 8. $y=\frac{2x}{x^2-3x+2}$,
9. $y=\sqrt{x^2-4x+3}$.

IO. Найти композицию функций

$$y=\sqrt[3]{u};\ u=\frac{1}{v};\ v=\lg x.$$

II. Представить в виде композиции основных элементарных функций функцию $y=\sqrt{\cos x}$.

ЧАСТЬ 2.

I. Дана функция $y=\begin{cases}1-x, & \text{при } x\le 0,\\ x^2, & \text{при } x>0.\end{cases}$

Построить её график и найти $y(-2); y(0); y(3)$.

Найти области определения функций / №№ 2–5 /:

2. $y=\frac{4x+1}{x^2-9x+20}$; 3. $y=\sqrt{x^2-5x+4}+4^x$;
4. $y=\lg(5x-2)+2\sin 8x$; 5. $y=\arcsin(2x-3)+\operatorname{arctg}\frac{x}{2}$.
6. Найти композицию функций $y=\operatorname{tg} u$; $u=\frac{1}{v}$; $v=\lg x$.
7. Представить в виде композиции основных элементарных функций функцию $y=\arcsin 3^{x^6}$
8. Является ли четной или нечетной функция $y=\frac{3x}{x^2+1}$?
9. Для функции $y=x^2-1$ найти обратную и указать её область определения, если $x<0$.

Найти области определения следующих функций / №№ IO–I2 /:

10. $y=\frac{1}{\sqrt{4x-x^2}}+\frac{1}{x-3}+\sin 3x$; 11. $y=\sqrt{\lg\frac{7x-x^2}{10}}$;

12. $y=\lg\sin x$.

13. Дано: $f(x)=\cos\sqrt[6]{x}$; $\varphi(x)=\left(\frac{x-1}{x+2}\right)^4$.

Найти $f\circ\varphi=f(\varphi(x))$.

14. Найти наименьший период функции $y=\operatorname{tg}\frac{\pi x}{4}$.

ЧАСТЬ 3.

1. Найти $\varphi(-\frac{1}{2})$, если $\varphi(x)=2\arcsin x+\operatorname{arctg}2x$.

2. Построить график функции $y=\begin{cases}-3, & \text{при } -3<x\le -2;\\ 2^x, & \text{при } 0\le x<1;\\ x-2, & \text{при } x>1.\end{cases}$

Найти $y(-2); y(-\frac{1}{2}); y(0); y(1); y(2)$.

Найти области определения следующих функций / №№ 3-5/:

3. $y=\frac{3^x+\sin 3x}{\sqrt{6+x-x^2}}+\frac{1}{x^2-2x}$; 4. $y=\sqrt{\lg\frac{x^2+x-10}{2}}$;

5. $y=\arccos\frac{2-x}{3}+\operatorname{arctg}\frac{5}{\lg|x|}$.

6. Найти композицию функций $y=\operatorname{arctg}u$; $u=\sqrt{v}$; $v=\log_3 w$; $w=3^x$.

7. Представить в виде композиции основных элементарных функций функцию $y=\lg\sqrt{\operatorname{tg}3^x}$.

8. Выяснить, является ли четной или нечетной функция

$$y=\lg(x+\sqrt{1+x^2}).$$

9. Найти наименьший период функции $y=\cos^2 4x$.

10. Для функции $y=\operatorname{arctg}4x$. найти обратную и указать её область определения.

11. Найти область определения функции $y=\lg\sin(x-3)+\sqrt{16-x^2}$.

12. $f(x)=x^3+1$. Найти $(f(x))^2$; $f(x^2)$; $f(x-2)$.

13. Найти композиции функций $f\circ\varphi$; $f\circ f$, если

$$f(x)=\sin 3x;\quad \varphi(x)=\sqrt{x}.$$

14. Функция $f(x)$ имеет обратную $f^{-1}(y)$, причем $f(x)=x^2-4x+7$; $f(1)=4$. Найти $f^{-1}(y)$ и области определения функций $f(x)$; $f^{-1}(y)$.

ВАРИАНТ 2

ЧАСТЬ I.

I. Найти $f(0)$; $f(-2)$, если $f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$.

Найти области определения следующих функций / №№ 2-9 / :

2. $y=-\frac{7}{x}$; 3. $y=\sqrt{4x}$; 4. $y=\lg 5x$; 5. $y=\frac{3x+2}{6-2x}$;

6. $y=\lg(3x-2)$; 7. $y=\sqrt{3-5x}$; 8. $y=\frac{3x-1}{x^2+x-2}$;

9. $y=\sqrt{x^2-5x+6}$.

I0. Найти композицию функций $y=\operatorname{tg} u$; $u=\sqrt{v}$; $v=\frac{2}{x}$.

II. Представить в виде композиции основных элементарных функций функцию $y=\lg\sin x$.

ЧАСТЬ 2.

I. Дана функция $y=\begin{cases} x^2, & \text{при } x<0, \\ x-2, & \text{при } x\geq 0. \end{cases}$

Построить её график и найти $y(-3)$; $y(0)$; $y(1)$.

Найти области определения функций / №№ 2-5 / :

2. $y=\frac{5x-7}{x^2-13x+12}$; 3. $y=\sqrt{x^2-x-2}+5^{-x}$;

4. $y=\lg(3x-7)+2\cos x$; 5. $y=\arccos(4x-7)+\operatorname{arctg} x$.

6. Найти композицию функций $y=u^5$; $u=\arcsin v$; $v=2^x$.

7. Представить в виде композиции основных элементарных функций функцию $y=\operatorname{ctg}\sqrt[3]{\lg x}$.

8. Является ли четной или нечетной функция $y=\frac{x^3}{x^4+2x^2+1}$?

9. Для функции $y=4-x^2$ найти обратную и указать её область

определения, если $x \geqslant 0$.

Найти области определения следующих функций / №№ 10–12 / :

10. $y=\dfrac{5x}{\sqrt{9x-3x^2}}+\dfrac{1}{1-x}+\cos 2x$; 11. $y=\sqrt{\lg\dfrac{6x-x^2}{8}}$;

12. $y=\lg\cos x$.

13. Дано: $f(x)=\lg(3\sqrt{x})$; $\varphi(x)=\operatorname{tg}^2 x$.
Найти $f\circ\varphi(x)=f(\varphi(x))$.

14. Найти наименьший период функции $y=\cos 4x$.

ЧАСТЬ 3.

1. Найти $\varphi(-1)$, если $\varphi(x)=x^2\arccos\frac{x}{2}-3x\arccos x$.

2. Построить график функции $y=\begin{cases}-x-2, & \text{при } -3<x\leqslant-2,\\ x^2, & \text{при } 0<x<1,\\ \lg x, & \text{при } x>1.\end{cases}$

Найти $y(-2)$; $y(-1)$; $y(\frac{1}{2})$; $y(1)$; $y(100)$.

Найти области определения следующих функций / №№ 3–5 / :

3. $y=\dfrac{5^{-x}+\cos 7x}{\sqrt{8-2x-x^2}}+\dfrac{1}{x^2+x}$; 4. $y=\sqrt{\lg\dfrac{x^2+x-2}{4}}$;

5. $y=\arccos\left(-\dfrac{x+1}{2}\right)+\dfrac{1}{\lg(2|x|)}$.

6. Найти композицию функций $y=2^u$; $u=\sqrt[4]{v}$; $v=w^{12}$; $w=\operatorname{arctg} x$.

7. Представить в виде композиции основных элементарных функций функцию $y=\sqrt[3]{\operatorname{arctg} 2^{\sqrt{\log_5 x}}}$.

8. Выяснить, является ли четной или нечетной функция
$$y=\log_2\left(2x+\sqrt{4x^2+1}\right).$$

9. Найти наименьший период функции $y=\sin^2 6x$.

10. Для функции $y=\operatorname{arcctg} 5x$ найти обратную и указать её область определения.

11. Найти область определения функции $y=\lg\cos(x-2)+\sqrt{36-x^2}$.

12. $f(x)=x^3-1$. Найти $(f(x))^2$; $f(x^2)$; $f(x-3)$.

13. Найти композиции функций $f\circ\varphi$; $f\circ f$, если $f(x)=\log_5 x$,

$\varphi(x) = \operatorname{arctg} x^2$.

14. Функция $f(x)$ имеет обратную $f^{-1}(y)$, причем $f(2)=2$, $f(x)=x^2-6x+10$. Найти $f^{-1}(y)$ и области определения функций $f(x)$; $f^{-1}(y)$.

ВАРИАНТ 3.

ЧАСТЬ I.

1. Найти $f(0)$; $f(-1)$, если $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2+1}$.

Найти области определения следующих функций / №№ 2-9 / :

2. $y=\dfrac{6}{x}$; 3. $y=\sqrt{6x}$; 4. $y=\lg 7x$; 5. $y=\dfrac{5x+1}{3x-2}$;

6. $y=\lg(4x-16)$; 7. $y=\sqrt{7-3x}$; 8. $y=\dfrac{2x+3}{x^2-7x+12}$;

9. $y=\sqrt{x^2+8x-20}$.

10. Найти композицию функций

$y=\lg u$; $u=\arcsin v$; $v=\sqrt{x}$.

11. Представить в виде композиции основных элементарных функций функцию $y=2^{\operatorname{tg} x}$.

ЧАСТЬ 2.

1. Дана функция $y=\begin{cases} -x^2, & \text{при } x<0 \\ x+2, & \text{при } x\geq 0 \end{cases}$

Построить её график и найти $y(-1)$; $y(0)$; $y(3)$.

Найти области определения функций / №№ 2-5 / :

2. $y=\dfrac{4x-17}{x^2+x-20}$; 3. $y=\sqrt{x^2-2x-3}+2^x$;

4. $y=\lg(2x-4)+3\sin x$; 5. $y=\arcsin(4x+3)+\operatorname{arctg} x$.

6. Найти композицию функций $y=\cos u$; $u=\sqrt[5]{v}$; $v=\operatorname{arctg} x$.

7. Представить в виде композиции основных элементарных функций функцию $y=\lg \operatorname{tg}\dfrac{1}{x}$.

8. Является ли четной или нечетной функция $y=\frac{x^2+3}{x^3+2x^5}$?

9. Для функции $y=9x^2+3$ найти обратную и указать её область определения, если $x \le 0$.

Найти области определения следующих функций / №№ I0–I2 / :

10. $y=\frac{x^3}{\sqrt{35x-5x^2}}+\frac{1}{x-5}+\sin 6x$; 11. $y=\lg\sqrt{\frac{6x-x^2}{5}}$;

12. $y=\lg \operatorname{tg} x$.

I3. Дано: $f(x)=\arcsin\sqrt{x}$; $\varphi(x)=4x^2$.

Найти $f\circ\varphi(x)=f(\varphi(x))$.

I4. Найти наименьший период функции $y=\sin 8x$.

ЧАСТЬ 3.

I. Найти $\Phi(3)$, если $\Phi(x)=3\arcsin\frac{x}{12}+\operatorname{arcctg}\frac{x}{\sqrt{3}}$.

2. Построить график функции $y=\begin{cases} x^2, & \text{при } x\le 0, \\ 3^{-x}, & \text{при } 1<x<3, \\ 2, & \text{при } x>3, \end{cases}$

Найти $y(0); y(\frac{1}{2}); y(2); y(3); y(4)$.

Найти области определения следующих функций / №№ 3–5 / :

3. $y=\frac{2^x(\sin x+3\cos x)}{\sqrt{3-2x-x^2}}+\frac{1}{x^2+2x}$; 4. $y=\sqrt{\lg\frac{x^2-x-8}{4}}$;

5. $y=\arcsin\frac{2-x}{4}+\frac{1}{\lg\left|\frac{x}{2}\right|}$.

6. Найти композицию функций

$y=\log_5 u$; $u=\sqrt{v}$; $v=25^w$; $w=\arcsin x$.

7. Представить в виде композиции основных элементарных функций функцию $y=\cos\frac{1}{\sqrt[5]{\log_3 \operatorname{arctg} x}}$

8. Выяснить, является ли четной или нечетной функция

$$y=\log_5\left(\sqrt{1+25x^2}+5x\right).$$

9. Найти наименьший период функции $y=\sin^2 2x-\cos^2 2x$.

I0. Для функции $y=2\operatorname{arctg}\frac{x}{3}$ найти обратную и указать её область определения.

11. Найти область определения функции

$$y=\lg\sin(2x+6)+\sqrt{25-x^2}.$$

12. $f(x)=x^3+x^2$. Найти $(f(x))^2$; $f(x^2)$; $f(x-1)$.

13. Найти композиции функций $f\circ\varphi$; $f\circ f$, если $f(x)=\arcsin 3x$; $\varphi(x)=3^x$.

14. Функция $f(x)$ имеет обратную $f^{-1}(y)$, причем $f(x)=x^2+8x+18$; $f(0)=18$. Найти $f^{-1}(y)$ и области определения функций $f(x)$; $f^{-1}(y)$.

Задание 2. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ МЕТОДОМ СДВИГОВ И ДЕФОРМАЦИЙ. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ В ПОЛЯРНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ.

ВАРИАНТ I

ЧАСТЬ I.

Построить графики в декартовой системе координат:

1. $y=(x+1)^2+2$; $y=x^2$; $y=(x+1)^2$;
2. $y=\lg(x+1)$;
3. $y=\operatorname{arctg} x+\frac{\pi}{2}$;
4. $y=2^{x-2}$.

Записать уравнение кривой в полярных координатах и построить график:

5. $x^2+y^2=9$ /окружность/. 6. $y^2+(x-1)^2=1$ /окружность/.

Построить графики в полярной системе координат:

7. $\rho=2\varphi$ /спираль Архимеда/.
8. $\rho=2^{\varphi}$ /логарифмическая спираль/.
9. $\rho=1+\cos\varphi$ /кардиоида/.

ЧАСТЬ 2.

Построить графики в декартовой системе координат:

1. $y=3-(x-1)^2$;
2. $y=\log_{0,5}(x+2)$;
3. $y=3^{1-2x}$;
4. $y=\arcsin(3x+3)$.

Записать уравнение кривой в полярных координатах и построить график:

5. $y^2+(x-2)^2=4$ /окружность/ . 6. $y=x$ /прямая/.

Построить графики в полярной системе координат:

7. $\rho=3(1-\cos\varphi)$ /кардиоида/ .

8. $\rho=\frac{5}{\varphi}$ /гиперболическая спираль/ .

9. $\rho=\sqrt{\cos 2\varphi}$ /лемниската Бернулли/ .

ЧАСТЬ 3.

Построить графики в декартовой системе координат:

I. $y=\log_{0,2}(2x+4)$.

2. $y=\arccos(1-x)+\pi$.

3. $y=x^2+3|x-2|$.

4. $y=4\,\mathrm{arctg}(1-x)$.

Записать уравнение кривой в полярных координатах и построить график:

5. $(y-3)^2+x^2=9$ /окружность/ . 6. $y=\frac{2}{x}$ /гипербола/ .

Построить графики в полярной системе координат:

7. $\rho=4(1+\sin\varphi)$ /кардиоида/ .

8. $\rho=\frac{3}{\varphi}$ /гиперболическая спираль; построить её асимптоту, исходя из соотношения $\varphi>\sin\varphi$; $\varphi>0$ /.

9. $\rho=\sin 2\varphi$ /4-х лепестковая роза/ .

IO. $\rho^2=3\cos 2\varphi$ /лемниската Бернулли/ .

ВАРИАНТ 2

ЧАСТЬ I.

Построить графики в декартовой системе координат:

I. $y=1+(x-3)^2$; $y=x^2$.

2. $y=\lg(x+2)$.

3. $y=\mathrm{arcctg}\,x-\frac{\pi}{2}$.

4. $y=3^{x-1}$.

Записать уравнение кривой в полярных координатах и построить график:

5. $x^2+y^2=25$ /окружность/ . 6. $(x-3)^2+y^2=9$ /окружность/.

Построить графики в полярной системе координат:

7. $\rho=3\varphi$ /спираль Архимеда/ .

8. $\rho = e^{\varphi}$ /логарифмическая спираль/.

9. $\rho = 2(1+\sin\varphi)$ /кардиоида/.

ЧАСТЬ 2.

Построить графики в декартовой системе координат:

I. $y = 1-(1-x)^2$.

2. $y = \log_3(3x+3)$.

3. $y = 2^{-|x|}$.

4. $y = \operatorname{arcctg}(1-x)$.

Записать уравнение кривой в полярных координатах и построить график:

5. $(y+5)^2+x^2=25$ /окружность/. 6. $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$ /прямая/.

Построить графики в полярной системе координат:

7. $\rho = \frac{1}{2}(1+\cos\varphi)$ /кардиоида/.

8. $\rho = \frac{1}{3\varphi}$ /гиперболическая спираль/.

9. $\rho = \sqrt{\cos^2\varphi - \sin^2\varphi}$ /лемниската Бернулли/.

ЧАСТЬ 3.

Построить графики в декартовой системе координат:

I. $y = \log_{0,5}(2-2x)$.

2. $y = \arcsin|x| + \frac{\pi}{2}$.

3. $y = \operatorname{arcctg}(3-x)$.

4. $y = x^2+|x+1|$.

Записать уравнение кривой в полярных координатах и построить график:

5. $(x-1)^2+(y-1)^2=2$ /окружность/. 6. $y^2-x^2=1$ /гипербола/.

Построить графики в полярной системе координат:

7. $\rho = 5(1-\sin\varphi)$ /кардиоида/.

8. $\rho = (2\varphi)^{-1}$ /гиперболическая спираль, построить её асимптоту, исходя из соотношения $\varphi > \sin\varphi$; $\varphi > 0$ /.

9. $\rho = \cos 2\varphi$ /4-х лепестковая роза/.

I0. $\rho^2 = 16(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi)$ /лемниската Бернулли/.

ВАРИАНТ 3.

ЧАСТЬ I.

Построить графики в декартовой системе координат:

I. $y=x^2$; $y=(x-2)^2$; $y=(x-2)^2+1$.

2. $y=\ln(x-1)$.

3. $y=\operatorname{arctg} x-\frac{\pi}{2}$.

4. $y=3^{-x}$.

Записать уравнение кривой в полярных координатах и построить график:

5. $x^2+y^2=16$ /окружность/.

6. $(y-1)^2+x^2=1$ /окружность/.

Построить графики в полярной системе координат:

7. $\rho=\varphi$ /спираль Архимеда/.

8. $\rho=3^{\varphi}$ /логарифмическая спираль/.

9. $\rho=1-\cos\varphi$ / кардиоида/.

ЧАСТЬ 2.

Построить графики в декартовой системе координат:

I. $y=1-(x+1)^2$.

2. $y=\log_{0,1}(x-1)$.

3. $y=\operatorname{arctg}(2x+2)$.

4. $y=\frac{\pi}{2}+\arccos(-x)$.

Записать уравнение кривой в полярных координатах и построить график:

5. $(y-2)^2+x^2=4$ /окружность/.

6. $y=\sqrt{3}x$ /прямая/.

Построить графики в полярной системе координат:

7. $\rho=2(1+\sin\varphi)$ /кардиоида/.

8. $\rho=\frac{3}{\varphi}$ /гиперболическая спираль/.

9. $\rho=\sqrt{4\cos 2\varphi}$ /лемниската Бернулли/.

ЧАСТЬ 3.

Построить графики в декартовой системе координат:

I. $y=\log_3(1-9x)$.

2. $y=\arcsin(1-x)+\frac{\pi}{2}$.

3. $y=\operatorname{arctg}|x|$.

4. $y=x^2-3|x|+2$.

Записать уравнение кривой в полярных координатах и построить график:

5. $(x-1)^2+y^2=1$ /окружность/.

6. $x^2-y^2=1$ /гипербола/.

Построить графики в полярной системе координат:

7. $\rho = 7(1-\sin\varphi)$ /кардиоида/ .

8. $\rho = \frac{1}{\varphi}$ /гиперболическая спираль, построить её асимптоту, исходя из соотношения $\varphi > \sin\varphi$, $\varphi > 0$ /.

9. $\rho = \cos 2\varphi$ /4-х лепестковая роза/ .

10. $\rho^2 = \cos 2\varphi$ /лемниската Бернулли/ .

Задание 3. ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И ФУНКЦИИ. БЕСКОНЕЧНО БОЛЬШАЯ ФУНКЦИЯ.

ВАРИАНТ 1.

ЧАСТЬ 1.

С помощью определения доказать, что

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{4}{n} = 0$.
2. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2}{n+3} = 0$.
3. $\lim\limits_{x\to 0} (7x+3) = 3$.
4. $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{8}{x} = 0$.
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt[5]{x} = \infty$.

ЧАСТЬ 2.

С помощью определения доказать, что

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{4n-2}{n+3} = 4$.
2. $\lim\limits_{x\to 8} \left(\frac{x}{2}-3\right) = 1$. Дать геометрическую интерпретацию.
3. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{3}{x-1} = \infty$.
4. $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt[4]{x^6} = \infty$.
5. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{4n^2-6}{2n^2+3} = 2$.
6. $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{2}{3x-1} = 0$. Дать геометрическую интерпретацию.

ЧАСТЬ 3.

С помощью определения доказать, что

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n^2+3}{4n^2-1} = \frac{1}{2}$.

2. $\lim\limits_{x\to -2}\left(\frac{x}{2}-5\right)=-6.$ Дать геометрическую интерпретацию.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x-3}{2x+4}=\frac{5}{2}.$

4. $\lim\limits_{x\to 4}\frac{3x}{x-4}=\infty.$

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\log_5|x|=\infty.$

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{6}{n}\cdot\sin\frac{\pi n}{2}=0.$ Найти $N(0{,}003).$

7. $\lim\limits_{x\to 4}x^2=16.$

8. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{1}{3}\cos x=\frac{1}{6}.$ Дать геометрическую интерпретацию.

9. $\lim\limits_{x\to -1}\frac{3x^2+2x-1}{x+1}=-4.$

ВАРИАНТ 2.

ЧАСТЬ I.

С помощью определения доказать, что

I. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3}{n}=0.$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4}{n-1}=0.$

3. $\lim\limits_{x\to 0}(3x+2)=2.$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x}=0.$

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[3]{x}=\infty.$

ЧАСТЬ 2.

С помощью определения доказать, что

I. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n+1}{2n-3}=\frac{3}{2}.$

2. $\lim\limits_{x\to 3}(2x-1)=5.$ Дать геометрическую интерпретацию.

3. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{4}{x-2}=\infty.$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[5]{x^2}=\infty.$

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2-2}{2n^2+3}=\frac{1}{2}.$

6. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{2x+3}=0.$ Дать геометрическую интерпретацию.

ЧАСТЬ 3.

С помощью определения доказать, что

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4n^2-2}{3n^2+1}=\frac{4}{3}$.

2. $\lim\limits_{x\to-3}(4x+10)=-2$. Дать геометрическую интерпретацию.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x+3}{3x-1}=\frac{2}{3}$.

4. $\lim\limits_{x\to3}\frac{x}{x-3}=\infty$.

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\lg|x|=\infty$.

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sin\frac{\pi n}{2}=0$. Найти $N(0{,}001)$.

7. $\lim\limits_{x\to2}x^2=4$.

8. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\sin x=\frac{1}{2}$. Дать геометрическую интерпретацию.

9. $\lim\limits_{x\to1}\frac{3x^2-4x+1}{x-1}=2$.

ВАРИАНТ 3.

ЧАСТЬ I.

С помощью определения доказать, что

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5}{n}=0$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3}{n+1}=0$.

3. $\lim\limits_{x\to0}(2x+3)=3$.

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x}=0$.

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[7]{x}=\infty$.

ЧАСТЬ 2.

С помощью определения доказать, что

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n-4}{3n+2}=\frac{2}{3}$.

2. $\lim\limits_{x\to2}\left(\frac{x}{2}+3\right)=4$. Дать геометрическую интерпретацию.

3. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{5}{x-3} = \infty$.

4. $\lim\limits_{x \to \infty} \sqrt[9]{x^4} = \infty$.

5. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{3n^2-4}{n^2+3} = 3$.

6. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3}{4x-2} = 0$.

Дать геометрическую интерпретацию.

ЧАСТЬ 3.

С помощью определения доказать, что

1. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{3n^2+2}{4n^2-1} = \dfrac{3}{4}$.

2. $\lim\limits_{x \to -4} (5x+3) = -17$. Дать геометрическую интерпретацию.

3. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{4x-2}{3x+1} = \dfrac{4}{3}$.

4. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{3x}{x-2} = \infty$.

5. $\lim\limits_{x \to \infty} \log_5 |x| = \infty$.

6. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{3}{n} \cdot \cos \dfrac{\pi n}{2} = 0$. Найти $N(0,001)$.

7. $\lim\limits_{x \to 3} x^2 = 9$.

8. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{12}} \sin 2x = \dfrac{1}{2}$. Дать геометрическую интерпретацию.

9. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{4x^2-9x+2}{x-2} = 7$.

Задание 4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ

ВАРИАНТ I.

ЧАСТЬ I.

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{4x^5+9x+7}{3x^6+x^3+1}$;

2. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x-3}{x^2-9}$;

3. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{x^2-3x+2}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x+1}{2x-4}$;

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4+3x^2+1}{2x^4-5x^2+2}$;

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2}$;

7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+x-12}{x^2-5x+6}$;

8. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

ЧАСТЬ 2.

Найти пределы:

I. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x-2}$;

2. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2+x-12}{x^2+2x-8}$;

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x-1}{x^2+1}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt[3]{x^2}}{2x+\sqrt{x^5}+1}$;

5. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{5x}-x}{x-5}$;

6. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$;

7. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$;

8. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$;

9. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2-5x+2}$;

I0. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+\dots+n}{\sqrt{9n^4+1}}$.

ЧАСТЬ 3.

Найти пределы:

I. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x-5}{x^2-7x+12}$;

2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-x^2-x+1}{x^3-3x+2}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\sqrt{5+x}-\sqrt{5-x}}$;

4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+8}-\sqrt{8x+1}}{\sqrt{5-x}-\sqrt{7x-3}}$;

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{3x+1}}{6x}$;

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{1+2+3+\dots+n}$;

7. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+2)!-(n+1)!}$;

8. $\lim\limits_{n\to 2}\left(\dfrac{1}{x(x-2)^2}-\dfrac{1}{x^2-3x+2}\right)$;

9. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$;

10. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{5n+2}-\sqrt[3]{8n^3+5}}{\sqrt[4]{n+7}-n}$; 11. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{n^2}\cdot\sin n!}{n+1}$.

ВАРИАНТ 2.

ЧАСТЬ I.

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-2x+5}{x^2+1}$;

2. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x-3}$;

3. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{x+1}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x+2}{3x-8}$;

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3-100n^2+1}{100n^2+15n}$;

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$;

7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$;

8. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right)$.

ЧАСТЬ 2.

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x-8}$;

2. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^3-3x+2}{x-1}+3\right)$;

3. $\lim\limits_{n\to -\infty}\dfrac{n}{\sqrt{n^2+1}}$;

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2-\sqrt{n^3+1}}{\sqrt[3]{n^6+2}-n}$;

5. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{9-x^2}{\sqrt{3x}-3}$;

6. $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{2x^2-3}-5x\right)$;

7. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^3}{x^2+1}-x\right)$;

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$;

9. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4+2x^2-3}{x^2-3x+2}$;

10. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin^2 x}-\dfrac{1}{4\sin^2\frac{x}{2}}\right)$.

ВАРИАНТ 3.

ЧАСТЬ I.

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^4+3x^2}{x^5+x^3+2x^2}$;

2. $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x+2}{x^2-4}$;

3. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-5x+6}{x-3}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2-1}{3x^2-x}$;

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{8n^3-2n}{n^4+2n^2-1}$;

6. $\lim\limits_{x\to 7}\frac{\sqrt{x-6}-1}{x-7}$;

7. $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2-x-2}{x^3+1}$;

8. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(x-\sqrt{x^2+4}\right)$.

ЧАСТЬ 2.

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to -2}\frac{3x+6}{x^3+8}$;

2. $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^2+x-2}{x^2-x-6}$;

3. $\lim\limits_{x\to 1}\left(5(x+1)-\frac{x}{x+7}\right)$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3-1}{x^2+1}$;

5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}$;

6. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$;

7. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}\right)$;

8. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2-1}+7n^3}{\sqrt[4]{n^{12}+n+1}-n}$;

9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x}\right)$;

10. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1+3+\ldots+(2n-1)}{n+3}-n\right)$.

Задание 5. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЕЛЫ.

ВАРИАНТ I.

ЧАСТЬ I.

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{2x}$;

2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{\sin 7x}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg} 6x}{2x}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{7x}$;

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{3x+1}$;

6. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$;

7. $\lim\limits_{x\to 0}x\cdot\operatorname{ctg}2x$.

ЧАСТЬ 2.

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0} \sin 3x \,\mathrm{ctg}\, 5x$.

2. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{\sin(x+1)}{1-x^2}$.

3. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}} \dfrac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{1-2\cos x}$.

4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{\cos x}-1}{x^2}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0} (1+x)^{\frac{1}{5x}}$.

6. $\lim\limits_{t\to \infty} \left(\dfrac{t}{t+1}\right)^{t}$.

7. $\lim\limits_{n\to \infty} n\left(\ln(n+3)-\ln n\right)$.

8. $\lim\limits_{x\to 0} (1-4x)^{\frac{1-x}{x}}$.

ЧАСТЬ 3.

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{tg}\, kx}{x}$.

2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\cos\frac{\pi}{2}x}{1-x}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(a+x)-\sin(a-x)}{x}$.

4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x\sqrt{\cos 2x}}{x^2}$.

5. $\lim\limits_{x\to 1} (1-x)\,\mathrm{tg}\,\dfrac{\pi x}{2}$.

6. $\lim\limits_{x\to 0} x \sin 2x \,\mathrm{ctg}^2 3x$.

7. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} (1+\cos x)^{2\sec x}$.

8. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$.

9. $\lim\limits_{x\to \infty} (3x-2)\left(\ln(2x-1)-\ln(2x+1)\right)$.

10. $\lim\limits_{x\to 0} \left(1+\mathrm{tg}^2\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{2x}}$.

11. $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt[1-\cos x]{1+x^2e^{x}}$.

ВАРИАНТ 2.

ЧАСТЬ 2.

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 5x}{10x}$.

2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 7x}{\sin 8x}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg} 8x}{2x}$.

4. $\lim\limits_{x\to 0} (1+x)^{\frac{1}{3}x}$.

5. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(1+\dfrac{5}{x}\right)^{x+2}$.

6. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{1-\sin x}{\cos^2 x}$.

7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x^2-5x}{\sin 3x}$.

ЧАСТЬ 2.

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{arctg} 3x}{5x}$.

2. $\lim\limits_{n\to \infty} n \sin\dfrac{x}{n}$.

3. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}} \dfrac{x(1-\operatorname{tg} x)}{\cos 2x}$.

4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x\sin x}{1-\cos x}$.

5. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(1+\dfrac{2}{3x}\right)^{x}$.

6. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{x+7}{x+5}\right)^{2x+4}$.

7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{x}$.

8. $\lim\limits_{x\to 0} (1-2x)^{\frac{1-x}{2x}}$.

ВАРИАНТ 3.

ЧАСТЬ I.

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 5x}{3x}$.

2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 20x}{\sin 4x}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x}{\operatorname{tg} 9x}$.

4. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(1+\dfrac{3}{x}\right)^{2x+3}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt[x]{1-2x}$.

6. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}}{\cos x}$.

7. $\lim\limits_{x\to 0} x \operatorname{ctg} 3x$.

ЧАСТЬ 2.

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 5x}{3x}$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{x\sin x}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos x}{1-\cos x}$.

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{x^2+\pi x}$.

5. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x$.

6. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^x$.

7. $\lim\limits_{x\to \infty} 2x\left(\ln(x+2)-\ln x\right)$.

8. $\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{1-x}{x}}$.

Задание 6. СРАВНЕНИЕ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ.

ВАРИАНТ I.

ЧАСТЬ I.

I. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)=1-x^2$ и $\beta(x)=1-x$ при $x\to 1$.

Найти пределы:

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg\,5x}{7x}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sin 6x}$.

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{tg\frac{x}{5}}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+2x)^5-1}{\sqrt{1-x}-1}$.

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 7x}{x^2}$.

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg\,2x}{\ln\left(1-\frac{x}{5}\right)}$.

8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1-\cos 3(x-2)}{e^{-4(x-2)}-1}$.

ЧАСТЬ 2.

I. Функция u_n принимает значения $u_1=1$; $u_2=\frac{1}{8}$; $u_3=\frac{1}{27}$; … $u_n=\frac{1}{n^3}$; … а функция V_n : $V_1=2$; $V_2=\frac{5}{8}$; $V_3=\frac{10}{27}$; … ; $V_n=\frac{n^2+1}{n^3}$; … Сравнить эти бесконечно малые при $n\to\infty$.

Найти пределы:

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{\sqrt[3]{1-4x}-1}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-5x}-1}{arctg\frac{x}{2}}$.

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg\,4x+x^2+\sin^3 x}{\ln(1-4x)}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin\frac{x^2}{\sqrt{1-2x^2}}}{\ln(1-x^2)}$.

6. $\lim\limits_{x\to 1}(x-1)\,tg\dfrac{\pi x}{2}$.

7. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(1+2(x-1))^3-1}{e^{-(x-1)}-1}$.

Часть 3.

1. Дана функция $y=x^2-3x+4$. Показать, что при $\Delta x\to 0$ и $\forall x$ Δy и Δx бесконечно малые одного порядка. При каком значении x они эквивалентны?

2. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)=2-\sqrt{x}$ и $\beta(x)=\frac{4-x}{2+x}$ при $x\to 4$.

Найти пределы:

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^3+5x}{\sin 4x}$.

4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+2x^2}-\sqrt[5]{1-x}}{\sqrt[4]{1+x^2}-\sqrt[3]{1+x}}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[5]{1-x^3}-1}{\arcsin\frac{x^4}{1-x^2}}$.

6. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}+\operatorname{arctg}^5 5x-\sqrt[4]{1+2x^8}}{\ln(1-2x)+\sin^5 x+x^8}$.

7. При $x\to 0$ определить порядок малости относительно x функции $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$.

ВАРИАНТ 2.

ЧАСТЬ 1.

1. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)=4-x^2$ и $\beta(x)=2-x$ при $x\to 2$.

Найти пределы:

2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{x}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 8x}$.

4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin kx}{x}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2}{\operatorname{tg}\frac{x}{5}}$.

6. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 4x}{e^{-2x}-1}$

7. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+2x)^3-1}{\operatorname{arctg} 3x}$.

8. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1-2x^2}-1}{\ln(1-2x^4)}$.

ЧАСТЬ 2.

1. Функция u_n принимает значения $u_1=0;\ u_2=\frac{3}{8};\cdots u_n=\frac{n^2-1}{n^3};\ldots$ а функция $v_n:\ v_1=2;\ v_2=\frac{5}{8};\cdots;\ v_n=\frac{n^2+1}{n^3};\ldots$

Сравнить эти бесконечно малые при $n\to\infty$.

Найти пределы:

2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1-3x)}{5x}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{-5x}-1}{\operatorname{arctg}\frac{x}{3}}$.

4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg} 8x+x^2}{\sqrt[5]{1+4x}-1}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[5]{1+\frac{x}{3}}-1}{1-\cos 2x}$.

6. $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)\operatorname{tg}\frac{\pi x}{2}$

7. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1-2x)^4-1}{\sqrt[3]{1-4x}-1}$.

В А Р И А Н Т 3.

ЧАСТЬ I.

I. Сравнить бесконечно малые функции $\alpha(x)=9-x^2$ и $\beta(x)=3-x$ при $x\to 3$.

Найти пределы:

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}2x}{\sin x}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3}{\sin\frac{x}{3}}$. 4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}2x}{3x^2}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{e^{-2x}-1}$. 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+3x)^4-1}{\sqrt[3]{1-4x}-1}$. 7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}^2 3x}{e^{-2x^2}-1}$.

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{\ln(1-4x^2)}$.

ЧАСТЬ 2.

I. Функции $u_n=\dfrac{n^2}{n^4+1}$ и $v_n=\dfrac{n}{n^2+1}$ бесконечно малые при $n\to\infty$. Сравнить эти бесконечно малые.

Найти пределы:

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-7x}-1}{\arcsin\frac{x}{4}}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x}{\sqrt[3]{1-4x}-1}$. 4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{\ln\left(1-\frac{x}{2}\right)}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x)+x^5}{\sin^3 x+\operatorname{tg}^4 x}$. 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x^2}-\cos 2x^2}{x^5+\sin\frac{x^2}{3}}$. 7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\operatorname{arctg}(2x-6)}{e^{-4x+12}-1}$.

Задание 7. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИЙ.

В А Р И А Н Т I.

ЧАСТЬ I.

I. Доказать с помощью определения непрерывность функции на всей действительной оси $y=2x^2+3$ $/\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=0;\ \Delta x\in O_\delta(x)\ /$.

Исследовать на непрерывность, при наличии точек разрыва классифицировать их, иллюстрируя поведение функции графически вблизи точек разрыва:

2. $y=\dfrac{1}{x^3-1}$; 3. $y=\arcsin^3 x+\dfrac{2}{x^3+1}$ 4. $y=\dfrac{\sin 2x}{x}$; 5. $y=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{3-x}$;

6. $y=2^{\frac{1}{x}}$.

ЧАСТЬ 2.

I. С помощью определения / $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=0$ / исследовать функцию на непрерывность $y=\frac{x}{x^2+2}$.

2. При каком выборе параметров, входящих в определение функции $y=\begin{cases} ax+1; & x\le\frac{\pi}{2},\\ \sin x+b; & x>\frac{\pi}{2}\end{cases}$, она будет непрерывной ?

Исследовать на непрерывность, при наличии точек разрыва классифицировать их, иллюстрируя поведение функции в окрестности точки разрыва графически:

3. $y=\frac{4}{x^2-9}$.

4. $y=\begin{cases} x^2 & ; x\le-1,\\ x+3 & ; x>-1\end{cases}$.

5. $y=\frac{\sqrt{1+3x}-1}{x}$ /можно ли доопределить функцию, чтобы получить непрерывную всюду функцию ? / .

6. $y=\frac{2^{\frac{1}{x}}-1}{2^{\frac{1}{x}}+1}$.

ЧАСТЬ 3.

I. С помощью определения / $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=0$ / исследовать функцию на непрерывность $y=\frac{4}{x^3+8}$.

Исследовать на непрерывность, при наличии точек разрыва классифицировать их, иллюстрируя поведение функции в окрестности точек разрыва графически:

2. $y=\frac{\sqrt{x+15}-3}{x^2-36}$;

3. $y=\arccos x^3+\frac{1}{x^4+1}$;

4. $y=\begin{cases} x^2+\frac{1}{x+1}, & x\le 1,\\ 3x+5, & x>1\end{cases}$;

5. $y=\begin{cases} \frac{|x+1|}{x+1}x-1, & x\ne-1,\\ 1, & x=-1\end{cases}$.

6. Решить методом интервалов $(x+9)(x+1)(x-1)(x+2)>0$.

7. Показать, что уравнение $x^4-3x^2+2x-1=0$ имеет корень между $x=1$ и $x=2$.

ВАРИАНТ 2.

ЧАСТЬ I.

I. Доказать с помощью определения непрерывность функции на всей действительной оси $y=3x^2+2x+1$ / $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=0;\ \Delta x\in O_\delta(x)$/.

Исследовать на непрерывность функции, при наличии точек разрыва классифицировать их, иллюстрируя поведение функции в окрестности точки разрыва графически:

2. $y=\frac{1}{x^3+1}$; 3. $y=4\cos^3 x+\frac{1}{x^4+1}$; 4. $y=\frac{\sin 5x}{x}$;

5. $y=\operatorname{arctg}\frac{3}{x+2}$; 6. $y=3^{\frac{4}{x}}$.

ЧАСТЬ 2.

I. С помощью определения / $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=0$ / исследовать на непрерывность функцию $y=\frac{x-2}{x^2+3}$.

2. При каком выборе параметров, входящих в определение функции
$y=\begin{cases} ax^2+5, & x\le 3, \\ b-\frac{5}{2-x}, & x>3 \end{cases}$, она будет непрерывной ?

Исследовать на непрерывность функции, при наличии точек разрыва классифицировать их, иллюстрируя поведение функции в окрестности точки разрыва графически:

3. $y=\frac{3}{x^2-16}$; 4. $y=\begin{cases} 3+x^2, & x\le -1, \\ 5+2x, & x>-1 \end{cases}$;

5. $y=\frac{\sqrt{1+5x}-1}{2x}$ /можно ли доопределить функцию так, чтобы она стала непрерывной всюду ? /;

6. $y=2^{\frac{x+2}{x-2}}$.

ВАРИАНТ 3.

ЧАСТЬ I.

I. Доказать с помощью определения непрерывность функции на всей действительной оси $y=3x^2-2x+4$ / $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=0$; $\Delta x\in O_\delta(x)$ /.

Исследовать на непрерывность, при наличии точек разрыва классифицировать их, иллюстрируя поведение функции в окрестности точки разрыва графически:

2. $y=\frac{1}{x^3-8}$; 3. $y=\sin^4\frac{1}{x^2+3}+\sqrt[3]{3+x}$; 4. $y=\frac{\cos 2x}{x}$;

5. $y=\operatorname{arcctg}\frac{1}{x+2}$; 6. $y=\frac{1}{1+3^{1/x}}$.

ЧАСТЬ 2.

I. С помощью определения / $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=0$ / исследовать на непрерывность функцию $y=\frac{2x+1}{x^2+5}$.

2. При каком выборе параметров, входящих в определение функции $y=\begin{cases} ax^3+4, & x\le -1 \\ b-4x, & x>-1 \end{cases}$, она будет непрерывной?

Исследовать на непрерывность, при наличии точек разрыва классифицировать их, иллюстрируя поведение функции в окрестности точки разрыва графически:

3. $y=\frac{1}{x^2-x}$;

4. $y=\begin{cases} \sin x+3, & x\le \frac{\pi}{2}, \\ 2x+4, & x>\frac{\pi}{2} \end{cases}$;

5. $y=\frac{\sqrt{1+4x^7}-1}{6x}$ /можно ли доопределить функцию так, чтобы она стала непрерывной всюду?/;

6. $y=\frac{1}{1+2^{\frac{x-3}{x+3}}}$.

Задание 8. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

ВАРИАНТ I

ЧАСТЬ I

I. Найти $Re\,z$; $Im\,z$; $|z|$, если $z=3-2i-(1-2i)(3+i)$.

2. Решить уравнение, отметить полученные решения на комплексной плоскости, записать корни в тригонометрической и показательной формах: $z^2+3=0$.

3. Изобразить множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию $|z|\le 3$

4. Представить число $2+2\sqrt{3}\,i$ в тригонометрической и показательной формах.

ЧАСТЬ 2.

I. Решить уравнение, отметить решения на комплексной плоскости, записать корни в тригонометрической и показательной формах:

$$z^2+2z+2=0.$$

2. Найти $Re\,z$; $Im\,z$; $|z|$; если

а) $z=\frac{1+2i}{1-2i}$; б) $z=(1-i)^5$.

3. Изобразить множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию:

а) $-2<Im\,z\le 1$; б) $|z+2|\ge 3$.

ЧАСТЬ 3.

I. Найти все корни уравнения, записать их в тригонометрической и показательной формах:

а) $z^2+4z+8=0$; б) $z^4-16=0$.

2. Вычислить:

а) $W=\dfrac{(1+i)^9}{(1-i)^7}$; б) $W=|z|^2-z\cdot\bar{z}$.

3. Какие множества точек комплексной плоскости удовлетворяют следующим условиям ? Постройте эти множества.

а) $|z-i|^2-|z-1|^2=2$; б) $\lg|z+i|\leq 1$.

ВАРИАНТ 2

ЧАСТЬ I.

I. Найти $Re\, z$; $Im\, z$; $|z|$, если $z=3+2i-(1-3i)(2+i)$.

2. Решить уравнение, отметить полученные решения на комплексной плоскости, записать корни в тригонометрической и показательной формах: $z^2+2=0$.

3. Изобразить множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию $|z|>4$.

4. Представить число $3+3i$ в тригонометрической и показательной формах.

ЧАСТЬ 2.

I. Решить уравнение, отметить решения на комплексной плоскости, записать корни в тригонометрической и показательной формах:

$$z^2+2\sqrt{3}z+4=0 .$$

2. Найти $Re\, z$; $Im\, z$; $|z|$; если

а) $z=\dfrac{2+i}{2-i}$; б) $z=(i-1)^5$.

3. Изобразить множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию:

а) $\dfrac{\pi}{4}<\arg z<\dfrac{\pi}{2}$; б) $|z-3i|=2$.

ЧАСТЬ 3.

I. Найти все корни уравнения, записать их в тригонометрической и показательной формах:

а) $z^2+4\sqrt{3}\,z+16=0$; б) $z^3-1=0$.

2. Вычислить:

а) $W=\left(\dfrac{\sqrt{3}i+1}{i-1}\right)^6$; б) $W=\dfrac{|z|^2}{z\cdot\bar{z}}$.

3. Какие множества точек комплексной плоскости удовлетворяют сле-

дующим условиям ? Постройте эти множества.

а) $(1-i)\bar{z}=(1+i)z$; б) $\ln|z-i|>1$.

ВАРИАНТ 3.

ЧАСТЬ I.

I. Найти $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, $|z|$, если $z=2+3i-(3-2i)(5+i)$.

2. Решить уравнение, отметить полученные решения на комплексной плоскости, записать корни в тригонометрической и показательной формах: $z^2+1=0$.

3. Изобразить множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию $|z|=5$.

4. Представить число $4\sqrt{3}+4i$ в тригонометрической и показательной формах.

ЧАСТЬ 2.

I. Решить уравнение, отметить решения на комплексной плоскости, записать корни в тригонометрической и показательной формах:

$$z^2-2z+4=0.$$

2. Найти $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, $|z|$, если

а) $z=\dfrac{1-3i}{1+3i}$; б) $z=(1+i)^5$.

3. Изобразить множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию:

а) $-1\le \operatorname{Re} z<3$; б) $|z-2i|<1$.

ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ:

Задание I.

ВАРИАНТ I.

ЧАСТЬ I. I. $0; 6$. 2. $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$. 3. $[0;+\infty)$. 4. $(0;+\infty)$.
5. $(-\infty;\frac{4}{5})\cup(\frac{4}{5};+\infty)$. 6. $(2;+\infty)$. 7. $(-\infty;\frac{5}{2})$ 8. $(-\infty;1)\cup(1;2)\cup(2;+\infty)$.
9. $(-\infty;1]\cup[3;+\infty)$.

ЧАСТЬ 2. I. 3 ; 1 ; 9 . 2. $(-\infty;4)\cup(4;5)\cup(5;+\infty)$.
3. $(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$. 4. $(\frac{2}{5};+\infty)$. 5. $[1;2]$. 8. нечетная.
9. $y=-\sqrt{x+1}$; $(-1;+\infty)$. I0. $(0;3)\cup(3;4)$. II. $[2;5]$.
I2. $(2\pi n;(2n+1)\pi)$; $n\in\mathbb{Z}$. I4. 4 .

ЧАСТЬ 3. I. $-\frac{7}{12}\pi$. 3. $(-2;0)\cup(0;2)\cup(2;3)$. 4. $(-\infty;-4]\cup[3;+\infty)$.

5. $(-1;0)\cup(0;1)\cup(1;5]$. 6. нечетная. 9. $\frac{\pi}{4}$. 10. $\frac{1}{4}tgx$; $(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2})$.
11. $(3-2\pi;3-\pi)\cup(3;4]$. 14. $f^{-1}(y)=2-\sqrt{y-3}$; $x\in(-\infty;2]$; $y\in[3;+\infty)$.

ВАРИАНТ 2.

<u>ЧАСТЬ 1</u>. 1. -1; -3. 2. $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$. 3. $[0;+\infty)$.
4. $(0;+\infty)$. 5. $(-\infty;3)\cup(3;+\infty)$. 6. $(\frac{2}{3};+\infty)$. 7. $(-\infty;\frac{3}{5}]$.
8. $(-\infty;-2)\cup(-2;1)\cup(1;+\infty)$. 9. $(-\infty;2]\cup[3;+\infty)$.

<u>ЧАСТЬ 2.</u> 1. 9; -2; -1. 2. $(-\infty;1)\cup(1;12)\cup(12;+\infty)$.
3. $(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$. 4. $(\frac{7}{3};+\infty)$. 5. $[\frac{3}{2};2]$. 8. нечетная.
9. $y=\sqrt{4-x}$; $(-\infty;4]$. 10. $(0;1)\cup(1;3)$ 11. $[2;4]$.
12. $\left(\frac{4\pi k-\pi}{2};\frac{4\pi k+\pi}{2}\right)$. 14. $\frac{\pi}{2}$.

ВАРИАНТ 3.

<u>ЧАСТЬ 1.</u> 1. -1; $-\frac{3}{2}$. 2. $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$. 3. $[0;+\infty)$.
4. $(0;+\infty)$. 5. $(-\infty;\frac{2}{3})\cup(\frac{2}{3};+\infty)$. 6. $(4;+\infty)$. 7. $(-\infty;\frac{7}{3}]$.
8. $(-\infty;3)\cup(3;4)\cup(4;+\infty)$. 9. $(-\infty;-10]\cup[2;+\infty)$.

<u>ЧАСТЬ 2.</u> 1. -1; 2; 5. 2. $(-\infty;-5)\cup(-5;4)\cup(4;+\infty)$.
3. $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. 4. $(2;+\infty)$. 5. $[-1;-\frac{1}{2}]$. 8. нечетная.
9. $y=-\frac{1}{3}\sqrt{x-3}$; $[3;+\infty)$ 10. $(0;5)\cup(5;7)$. 11. $(0;6)$.
12. $(\pi n;\frac{2n+1}{2}\pi)$, $n\in Z$. 14. $\frac{\pi}{4}$.

<u>Задание 4</u>.

ВАРИАНТ 1.

<u>ЧАСТЬ 1</u>. 1. 4. 2. $\frac{1}{6}$. 3. -1. 4. $1,5$. 5. $0,5$.
6. $\frac{1}{4}$. 7. 7. 8. а) 0; б) ∞.

<u>ЧАСТЬ 2</u>. 1. 12. 2. $\frac{7}{6}$. 3. 0. 4. 0. 5. $-0,5$.
6. 0. 7. -1. 8. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. 9. $\frac{1}{3}$. 10. $\frac{1}{6}$.

<u>ЧАСТЬ 3</u>. 1. ∞. 2. $\frac{2}{3}$. 3. $3\sqrt{5}$. 4. $\frac{7}{12}$. 5. $-\frac{1}{9}$.
6. 2. 7. 1. 8. ∞. 9. а) $\frac{1}{2}$. б) $-\infty$. 10. 2. 11. 0.

ВАРИАНТ 2.

<u>ЧАСТЬ 1</u>. 1. 2. 2. 6. 3. 3. 4. $\frac{5}{3}$. 5. ∞.
6. $\frac{1}{2}$. 7. $1/8$. 8. а) 0; б) не имеет смысла.
<u>ЧАСТЬ 2</u>. 1. $1/2$. 2. 3. 3. -1 4. 1. 5. -12.

6. ∞. 7. 0. 8. 1. 9. -8. 10. $\frac{1}{4}$.

ВАРИАНТ 3.

ЧАСТЬ I. 1. $\frac{3}{2}$. 2. $-\frac{1}{4}$. 3. 1. 4. $\frac{2}{3}$. 5. 0.
6. $\frac{1}{2}$. 7. -1. 8. а) 0; б) $-\infty$.

ЧАСТЬ 2. 1. $\frac{1}{4}$. 2. $\frac{3}{5}$. 3. $\frac{79}{8}$. 4. ∞. 5. $\frac{3}{2}$.
6. $\frac{1}{2}$. 7. $\frac{1}{2}$. 8. 7. 9. 1. 10. -3.

Задание 5.

ВАРИАНТ 1.

ЧАСТЬ I. 1. 2. 2. $\frac{-3}{7}$. 3. 3. 4. e^{7}. 5. e^{6}.
6. $\frac{1}{2}$. 7. $\frac{1}{2}$.

ЧАСТЬ 2. 1. $\frac{3}{5}$. 2. $\frac{1}{2}$. 3. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. 4. $-\frac{1}{2}$. 5. $\sqrt[3]{e}$.
6. $\frac{1}{e}$. 7. 3. 8. e^{-4}.

ЧАСТЬ 3. 1. k. 2. $\frac{\pi}{2}$. 3. $2\cos a$. 4. $\frac{3}{2}$. 5. $\frac{2}{\pi}$.
6. $\frac{2}{9}$. 7. e^{2}. 8. e. 9. e^{-3}. 10. $e^{\frac{1}{2}}$. 11. e^{2}.

ВАРИАНТ 2.

ЧАСТЬ I. 1. $\frac{1}{2}$. 2. $\frac{7}{8}$. 3. 4. 4. $\sqrt[3]{e}$. 5. e^{5}.
6. $\frac{1}{2}$. 7. $-\frac{5}{3}$.

ЧАСТЬ 2. 1. $\frac{3}{5}$. 2. x. 3. $\frac{\pi}{4}$. 4. 4. 5. $\sqrt[3]{e^{2}}$.
6. e^{4}. 7. 1. 8. e.

ВАРИАНТ 3.

ЧАСТЬ I. 1. $\frac{5}{3}$. 2. 5. 3. $\frac{1}{3}$. 4. e^{6}. 5. e^{-2}.
6. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. 7. $\frac{1}{3}$.

ЧАСТЬ 2. 1. $\frac{5}{3}$. 2. $\frac{1}{4}$. 3. -3. 4. $\frac{7}{\pi}$. 5. e^{-1}.
6. e^{2}. 7. 4. 8. e^{2}.

Задание 6.

ВАРИАНТ 1.

ЧАСТЬ I. 1. $\alpha(x)=O(\beta(x))$. 2. $\frac{5}{7}$. 3. $\frac{1}{6}$. 4. 0.
5. -20. 6. ∞. 7. -10. 8. 0.

ЧАСТЬ 2. 1. $V_n=O(U_n)$. 2. 0. 3. -10. 4. -1. 5. -1. 6. $-2/\pi$. 7. -6.

ЧАСТЬ 3. 1. $x=2$. 2. $\alpha(x)=O(\beta(x))$ 3. $\frac{5}{4}$. 4. $-\frac{3}{5}$ 5. ∞. 6. -1 7. $k=\frac{1}{8}$.

В А Р И А Н Т 2.

ЧАСТЬ I. I. $\alpha(x)=O(\beta(x))$. 2. 5. 3. $\frac{7}{8}$. 4. K.

5. 0. 6. 0. 7. 2. 8. ∞.

ЧАСТЬ 2. I. $V_n=o(U_n)$. 2. $-\frac{3}{5}$. 3. -15. 4. 10.

5. ∞. 6. $\frac{2}{\pi}$. 7. 6

В А Р И А Н Т 3.

ЧАСТЬ I. I. $\alpha(x)=O(\beta(x))$. 2. $\frac{2}{3}$. 3. 0. 4. ∞.

5. $-\frac{3}{2}$. 6. -9. 7. $-\frac{9}{2}$. 8. -2.

ЧАСТЬ 2. I. $V_n=o(U_n)$. 2. -28. 3. 0. 4. -2.

5. ∞. 6. 6. 7. $-\frac{1}{2}$.

Задание 7.

В ответах указаны: промежутки непрерывности; точки разрыва; характер разрыва.

В А Р И А Н Т I.

ЧАСТЬ I. I. $(-\infty;\infty)$ 2. $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$; x = I; 2 рода/бесконечный/.
3. $[-1;1]$; нет. 4. $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$; x = 0; устранимый.
5. $(-\infty;3)\cup(3;\infty)$; X = 3; I рода, $\Delta=\pi$. 6. $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$; X = 0, 2 рода /бесконечный/.

ЧАСТЬ 2. I. $(-\infty;\infty)$. 2. $\alpha=\frac{26}{\pi}$. 3. $(-\infty;-3)\cup(-3;3)\cup(3;\infty)$; $x=\pm3$; 2 рода /бесконечный/. 4. $(-\infty;-1)\cup(-1;\infty)$; X = -I; I рода, $\Delta=1$.
5. $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$; X = 0, устранимый.
6. $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$; x = 0, I рода, $\Delta=2$.

ЧАСТЬ 3. I. $(-\infty;-2)\cup(-2;\infty)$. 2. $(-\infty;-6)\cup(-6;6)\cup(6;\infty)$ x = -6, I рода; x = 6, 2 рода /бесконечный/. 3. $[-1;1]$; нет.
4. $(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$; x = -I, 2 рода /бесконечный/; x = I, I рода, $\Delta=6{,}5$. 5. $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$; x = -I, I рода, $\Delta=2$.
6. $x\in(-\infty;-9)\cup(-2;-1)\cup(1;+\infty)$.

В А Р И А Н Т 2.

ЧАСТЬ I. I. $(-\infty;+\infty)$. 2. $(-\infty;-1)\cup(-1;\infty)$; 2 рода, x = -I /бесконечный/. 3. $(-\infty;\infty)$; нет. 4. $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$; x = 0, устранимый. 5. $(-\infty;-2)\cup(-2;+\infty)$; x = -2, I рода, $\Delta=\pi$.
6. $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$; x = 0, 2 рода /бесконечный/.

ЧАСТЬ 2. I. $(-\infty;+\infty)$. 2. $b=9a$. 3. $(-\infty;-4)\cup(-4;4)\cup(4;\infty)$; $x=\pm4$,

2 рода /бесконечный/. 4. $(-\infty;-1)\cup(-1;\infty)$; x = -I, I рода, $\Delta=1$.
5. $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$; x = 0, устранимый. 6. $(-\infty;2)\cup(2;\infty)$;
x = 2, 2 рода /бесконечный/.

ВАРИАНТ 3.

<u>ЧАСТЬ I.</u> I. $(-\infty;\infty)$. 2. $(-\infty;2)\cup(2;\infty)$; x = 2, 2 рода /бесконечный/. 3. $(-\infty;\infty)$; нет. 4. $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$; x = 0, 2 рода /бесконечный/. 5. $(-\infty;-2)\cup(-2;\infty)$; x = -2, I рода, $\Delta=\pi$.
6. $(-\infty;0)\cup(0,\infty)$; x = 0, I рода, $\Delta=1$.

<u>ЧАСТЬ 2.</u> I. $(-\infty;\infty)$ 2. $b=-a$ 3. $(-\infty;0)\cup(0;1)\cup(1;\infty)$; x = 0 и x = I; 2 рода /бесконечный/. 4. $(-\infty;\frac{\pi}{2})\cup(\frac{\pi}{2};\infty)$; $x=\frac{\pi}{2}$; I рода, $\Delta=\pi$. 5. $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$; x = 0, устранимый.
6. $(-\infty;-3)\cup(-3;\infty)$; x = -3, I рода, $\Delta=1$

Задание 8.

ВАРИАНТ I.

<u>ЧАСТЬ I.</u> I. $\operatorname{Re} z=-2,\ \operatorname{Im} z=3,\ |z|=\sqrt{13}$.
2. $z_1=\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$; $z_2=\sqrt{3}\left(\cos(-\frac{\pi}{2})+i\sin(-\frac{\pi}{2})\right)=\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}$.
4. $z=4\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)=4e^{i\frac{\pi}{3}}$.
<u>ЧАСТЬ 2.</u> I. $z_1=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)=\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i}$; $z_2=\sqrt{2}\left(\cos(-\frac{3\pi}{4})+i\sin(-\frac{3\pi}{4})\right)=\sqrt{2}e^{-\frac{3\pi}{4}i}$.
2.а) $\operatorname{Re} z=-\frac{3}{5},\ \operatorname{Im} z=\frac{4}{5},\ |z|=1$; б) $\operatorname{Re} z=-4,\ \operatorname{Im} z=4,\ |z|=4\sqrt{2}$.
<u>ЧАСТЬ 3.</u> I.а) $z_1=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}\,e^{\frac{3\pi}{4}i}$;
$z_2=2\sqrt{2}\left(\cos(-\frac{3\pi}{4})+i\sin(-\frac{3\pi}{4})\right)=2\sqrt{2}\,e^{-\frac{3\pi}{4}i}$.
б) $z_1=2(\cos 0+i\sin 0)=2e^{0i}$; $z_2=2\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)=2e^{\frac{\pi}{2}i}$;
$z_3=2(\cos\pi+i\sin\pi)=2e^{\pi i}$; $z_4=2\left(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}\right)=2e^{\frac{3\pi}{2}i}$.
2.а) 2. б) 0 . 3.а) прямая y x-I; б) круг радиуса I0 с центром в точке i без этой точки.

ВАРИАНТ 2.

<u>ЧАСТЬ I.</u> I. $\operatorname{Re} z=-2,\ \operatorname{Im} z=7,\ |z|=\sqrt{53}$.
2. $z_1=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)=\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{2}i}$; $z_2=\sqrt{2}\left(\cos(-\frac{\pi}{2})+i\sin(-\frac{\pi}{2})\right)=\sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{2}i}$.
4. $z=3\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)=3\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$
<u>ЧАСТЬ 2.</u> I. $z_1=2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)=2e^{\frac{5\pi}{6}i}$; $z_2=2\left(\cos(-\frac{5\pi}{6})+i\sin(-\frac{5\pi}{6})\right)=2e^{-\frac{5\pi}{6}i}$.
2.а) $\operatorname{Re} z=\frac{3}{5},\ \operatorname{Im} z=\frac{4}{5},\ |z|=1$; б) $\operatorname{Re} z=4,\ \operatorname{Im} z=-4,\ |z|=4\sqrt{2}$.

ЧАСТЬ 3. 1.а) $z_1=4(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})=4e^{\frac{5\pi}{6}i}$;

$z_2=4(\cos(-\frac{5\pi}{6})+i\sin(-\frac{5\pi}{6}))=4e^{-\frac{5\pi}{6}i}$.

б) $z_1=\cos 0+i\sin 0=e^{0i}$; $z_2=\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$;

$z_3=\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}=e^{\frac{4\pi}{3}i}$.

2.а) $-8i$; б) 1. 3.а) прямая $y=-x$; б) часть плоскости вне круга радиуса e с центром в точке i.

ВАРИАНТ 3.

ЧАСТЬ I. 1. $Re\,z=-15$; $Im\,z=10$; $|z|=\sqrt{325}=5\sqrt{13}$.

2. $z_1=\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}=e^{\frac{\pi}{2}i}$; $z_2=(\cos(-\frac{\pi}{2})+i\sin(-\frac{\pi}{2}))=e^{-\frac{\pi}{2}i}$.

4. $z=8(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})=8e^{\frac{\pi}{6}i}$.

ЧАСТЬ 2. 1. $z_1=2(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})=2e^{\frac{\pi}{3}i}$; $z_2=2(\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3}))=2e^{-\frac{\pi}{3}i}$.

2.а) $Re\,z=\frac{-4}{5}$, $Im\,z=-\frac{3}{5}$, $|z|=1$. б) $Re\,z=-4$, $Im\,z=-4$, $|z|=4\sqrt{2}$.

Составители: Людмила Георгиевна Бурнаева,
Лилия Григорьевна Зубрина,
Ольга Михайловна Карпилова,
Людмила Вадимовна Коломиец,
Ия Павловна Родионова,
Ольга Геннадьевна Савельева,
Вячеслав Анатольевич Сторожик,
Лидия Алексеевна Усольцева,
Юрий Львович Файницкий,
Юлия Николаевна Храмова

ДИДАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ ПО НАЧАЛЬНЫМ ГЛАВАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Подписано в печать 15.06.89г. Формат 60х84 1/16.
Бумага оберточная белая. Печать оперативная.
Усл. п. л. 2,1. Уч.-изд.л. 2,0. Т. 70 экз.
Заказ № 49. Бесплатно.

Участок оперативной полиграфии, г.Куйбышев,
ул.Ульяновская, 18.