

Государственный комитет Российской Федерации
по высшему образованию

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королева

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Методические указания к лабораторной работе

САМАРА 1994

Составитель А.М. Д а н и л и н

УДК 621.372 (075)

Гармонический анализ непериодических сигналов:
Метод. указания к лаб. работе / Самар. гос. аэрокосм.
ун-т; сост. А.М. Д а н и л и н. Самара, 1994. 22 с.

Приводятся краткие теоретические сведения о представлении непериодических сигналов рядом Фурье: даются понятия спектральной плотности сигнала, прямого и обратного преобразования Фурье. Приводится описание для пользователя программы вычисления АЧХ и ФЧХ спектральных плотностей: приведены начальные сведения и требования к домашним заданиям и отчетам, контрольные вопросы для самоподготовки и самопроверки.

Методические указания предназначены для студентов специальности 1905, изучающих курс "Анализ и преобразование сигналов", а также могут быть полезны студентам специальности 2301 и 2303. Подготовлены на кафедре радиотехники.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева

Рецензент проф. В.Д. К у з е н к о в

Из теории математического анализа известно, что любую кусочно-непрерывную функцию $S(t)$, суть детерминированный сигнал, для которой выполняется условие

$$\int_a^b |S(t)|^2 dt < \infty, \quad (1)$$

можно представить в виде суммы ортогональных функций

$$S(t) = C_0 \varphi_0(t) + C_1 \varphi_1(t) + \dots + C_n \varphi_n(t), \quad (2)$$

где $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_n(t)$ - система ортогональных функций. Функции $\varphi_n(t)$ называются ортогональными на отрезке (t_1, t_2) , если эта совокупность функций удовлетворяет условию

$$\int_{t_1}^{t_2} \varphi_i(t) \varphi_k(t) dt = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq k \\ \|\varphi_i\|^2 & \text{при } i = k \end{cases}, \quad (3)$$

где $i = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, m$,

$$\|\varphi_i\| = \sqrt{\int_{t_1}^{t_2} \varphi_i^2(t) dt} \quad - \text{ есть норма функции.}$$

Коэффициенты C_n ряда (2) определяются выражением

$$C_n = \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \int_{t_1}^{t_2} S(t) \varphi_n(t) dt. \quad (4)$$

Ряд (2), в котором коэффициенты C_n определены выражением (4), называется обобщенным рядом Фурье по конкретной системе ортогональных функций $\varphi_n(t)$.

Если система функций принимает комплексные значения, то приведенные выше определения обобщаются следующим образом:

условие ортогональности

$$\int_{t_1}^{t_2} \varphi_n(t) \varphi_m^*(t) dt = 0$$

при $m \neq n$, (5)

квадрат нормы функции

$$\|\varphi_n\|^2 = \int_{t_1}^{t_2} \varphi_n(t) \varphi_n^*(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} |\varphi_n(t)|^2 dt, \quad (6)$$

коэффициенты обобщенного ряда Фурье

$$C_n = \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \int_{t_1}^{t_2} S(t) \varphi_n^*(t) dt. \quad (7)$$

В выражениях (5)-(7) $\varphi^*(t)$ - есть функция комплексно сопряженная функции $\varphi(t)$.

Выбор наиболее рациональной ортогональной системы функций зависит от цели, преследуемой при разложении сложной функции в ряд. Так, например, для точного разложения сигнала на простейшие ортогональные функции наибольшее распространение получила система тригонометрических функций - синусов и косинусов.

Это объясняется тем, что гармоническое колебание является единственной функцией времени, сохраняющей свою форму при прохождении через любую линейную цепь с постоянными параметрами. Изменяются только амплитуда и фаза колебания.

Итак, при разложении периодического сигнала $S(t)$ в ряд Фурье по тригонометрическим функциям в качестве ортогональной системы берут $1, \cos \omega_0 t, \sin \omega_0 t, \cos 2\omega_0 t, \sin 2\omega_0 t, \dots, \cos n\omega_0 t, \sin n\omega_0 t$.

Или в комплексной экспоненциальной форме:

$$\dots e^{-j2\omega_0 t}, e^{-j\omega_0 t}, 1, e^{j\omega_0 t}, e^{j2\omega_0 t} \dots$$

Интервал ортогональности в этом случае совпадает с периодом функции $S(t)$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}.$$

Тогда любую функцию $S(t)$ на интервале $(t; t+T)$ можно представить рядом

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t - b_n \sin n\omega_0 t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n). \quad (8)$$

Коэффициенты $\frac{a_0}{2}$, a_n , b_n определяются с помощью выражения (4), пределы интегрирования задаются периодом T :

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) dt; \quad (9)$$

$$a_n = \frac{\int_{-T/2}^{T/2} S(t) \cos n\omega_0 t dt}{\int_{-T/2}^{T/2} \cos^2 n\omega_0 t dt} = \quad (10)$$

$$= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \cos n\omega_0 t dt;$$

$$b_n = \frac{\int_{-T/2}^{T/2} S(t) \sin n\omega_0 t dt}{\int_{-T/2}^{T/2} \sin^2 n\omega_0 t dt} = \quad (11)$$

$$= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \sin n\omega_0 t dt.$$

Амплитуда n -й гармоники определяется выражением

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} . \quad (12)$$

Фаза n -й гармоники

$$\theta_n = -a \operatorname{arctg} \frac{b_n}{a_n} . \quad (13)$$

Распределение значений амплитуд по оси частот называется амплитудно-частотным спектром, а распределение фаз - фазочастотным спектром сигнала $S(t)$.

При использовании в качестве ортогональной системы комплексных экспоненциальных функций ряд Фурье записывается в следующей форме:

$$S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} . \quad (14)$$

Коэффициенты C ряда Фурье - комплексные величины, и они определяются с помощью выражения (7)

$$C_n = \frac{\int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{jn\omega_0 t} dt}{\int_{-T/2}^{T/2} e^{-jn\omega_0 t} e^{jn\omega_0 t} dt} = \quad (15)$$

$$= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = C_{nc} - jC_{ns} .$$

Модуль значения

$$|C_n| = \sqrt{C_{nc}^2 + C_{ns}^2}$$

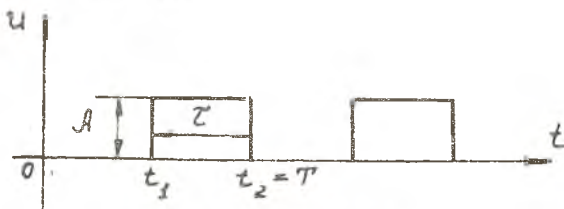
определяет амплитудно-частотный спектр, а аргумент

$$\theta_n = -\alpha \arctg \frac{C_{ns}}{C_{nc}}$$

определяет фазочастотный спектр сигнала.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Необходимо рассчитать и построить амплитудно-частотные и фазочастотные спектры периодических последовательностей видеосигналов (см. рисунок) для следующих случаев:



1. $A = A_1$; $t_1 = 1,5 T$; $F = F_1$;
2. $A = A_2$; $t_1 = T$; $F = F_1$;
3. $A = A_3$; $t_1 = 0,5 T$; $F = F_1$;
4. $A = A_4$; $t_1 = 0,25 T$; $F = F_1$;
5. $A = A_1$; $t_1 = 1,5 T$; $F = 0,5 F_1$;
6. $A = A_2$; $t_1 = T$; $F = 0,5 F_1$;
7. $A = A_3$; $t_1 = 0,5 T$; $F = 0,5 F_1$;
8. $A = A_4$; $t_1 = 0,25 T$; $F = 0,5 F_1$;
9. $A = A_1$; $t_1 = 1,5 T$; $F = 0,25 F_1$;
10. $A = A_2$; $t_1 = T$; $F = 0,25 F_1$;
11. $A = A_3$; $t_1 = 0,5 T$; $F = 0,25 F_1$;
12. $A = A_4$; $t_1 = 0,25 T$; $F = 0,25 F_1$;

В табл. I приведены значения длительности импульса, частоты повторения сигнала F и амплитуды A .

Номер варианта домашнего задания определяется преподавателем индивидуально для каждого студента.

Т а б л и ц а I

№ п/п	τ , мкс	F_0 , кГц	A, В
1	1	500	1
2	10	50	2
3	50	10	4
4	100	5	6
5	500	1	8
6	1000	0,5	10

Выполненное домашнее задание служит допуском к выполнению экспериментальной части лабораторной работы и должно содержать расчеты, а также построенные на отдельных графиках и в одинаковом масштабе фазочастотный спектр и нормированный амплитудно-частотный спектр. Расчеты и построения проводить в диапазоне частот от 0 до значения частоты $2/\tau$.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Лабораторная работа поставлена и выполняется на ЭВМ типа IBM. Для того, чтобы войти в программу выполнения работы, необходимо войти в директорию *DAN*, затем выбрать файл "*furie.exe*", который является запускающим. Запустить программу, для чего нажать на клавишу "*enter*".

Если директория и запускающий файл выбраны правильно, то на экране дисплея появится заставка с краткой характеристикой программы, ознакомившись с информацией которой можно входить непосредственно в программу лабораторной работы (нажать клавишу "*enter*").

Высвечивается окно со следующими надписями:

Load file - установочный файл;
Select sids - выбор сигнала;
Furie - преобразование Фурье;
Options - опции (установки);
Quit - выход из программы.

Клавишами (←), (→) (перемещение курсорного окна) можно выбрать любой из перечисленных режимов. Режимы включаются нажатием клавиши "enter".

"load file" - предусматривает загрузку из отдельно сформированных специализированных файлов.

"Select sids" - в этом режиме вашему вниманию предлагается 6 различных типов видеопульсов:

1. Одиночный импульс.
2. Последовательность униполярных прямоугольных импульсов.
3. Последовательность биполярных прямоугольных импульсов.
4. Последовательность треугольных униполярных импульсов.
5. Последовательность биполярных пилообразных импульсов.
6. Последовательность трапецидальных униполярных импульсов.

Набрав на клавиатуре номер необходимой последовательности видеопульсов, нажать клавишу "enter", после чего программа переходит в режим задания временных характеристик импульсов.

В силу того, что программа Фурье-анализа выполнена на основе дискретного преобразования Фурье (ДПФ), временные параметры видеопульсов задаются количеством точек преобразования, а не в реальном временном масштабе. Для примера рассмотрим описание временных характеристик униполярных прямоугольных видеопульсов для случая

$$\tau = 1 \text{ мкс}; F_1 = 500 \text{ кГц.}$$

Определим период последовательности $T_1 = 1/F_1 = 2 \text{ мкс.}$

В режиме "Options" устанавливаются длина сигнала T в диапазоне (10...2000) точек дискретизации, например, 100.

Отметим, что выбранный масштаб - это соотношение между длиной сигнала и периодом. Он должен соблюдаться при выполнении всех пунктов лабораторной работы.

Определяем длительность импульса, выраженную в количестве точек дискретизации

$$t_{\tau} = \frac{\tau T}{T_1}; \left(t_{\tau} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 100}{2 \cdot 10^{-6}} = 50 \right).$$

После того, как найдены количественные характеристики последовательности видеоимпульсов, необходимо их с клавиатуры ввести в компьютер.

"Options" - в этом режиме устанавливаются параметры ДИФ и задаются некоторые сервисные функции.

После того, как курсорное окно установлено на режим "Options", нажатие клавиши "enter" приводит к запуску этого режима.

На экране монитора появляется список параметров, которые оператор по своему желанию может установить:

- частота дискретизации: 1,00000...Гц;
- длина сигнала [для режима "Select sids"] : 10...2000;
- вывод спектра : xor ;
- вывод фазы: xor ;
- вывод фазы: Да.

Для того, чтобы задать параметры ДИФ, необходимо клавишами "↑", "↓" курсорное окно подвести на нужный Вам параметр. Например, курсорным окном выбрали режим "длина сигнала", нажатие клавиши "enter" высвечивает подокно: Длина сигнала [10...2000]:500. Клавишей "←" "Забой" стирают старое значение и вводят с клавиатуры новое, после чего нажатием клавиши "enter" новая установка оказывается выполненной. Аналогично поступают с остальными параметрами ДИФ.

К сервисным возможностям программного обеспечения относятся: "вывод спектра", "вывод фазы" - в обычном или нормализованном виде.

Если оператор хочет получить спектральную диаграмму процесса в нормализованном виде, то необходимо установить курсорное окно на "вывод спектра" и нажатием клавиши "enter" высветить подокно, затем выбрать режим "normal" и снова нажать "enter".

Аналогичные операции выполняются с нормализацией вывода фазы. Кроме этого, чтобы не загромождать спектральную диаграмму графиками распределения фазы, оператор в режиме "вывод фазы" - "Да", "Нет" может отказаться от вывода графика фазы на экран монитора.

После того, как будут установлены все требуемые параметры, необходимо выйти из режима "Options", подведя курсорное окно на "выход в основное меню" и, нажав клавишу "enter", выйти из режима "Option".

"*Furie*" - этот режим обеспечивает выполнение ДЦФ над выбранной и описанной последовательностью импульсов.

Для того, чтобы войти в этот режим, необходимо курсорное окно подвести к "*Furie*" и нажать клавишу "*enter*". После этого на экране монитора формируется окно, в котором сверху изображен заданный оператором сигнал, в нижнюю часть окна выводится спектральная диаграмма и графики фазовых распределений.

Повторное нажатие клавиши "*enter*" видоизменяет содержимое окна - в верхней части появляются надписи:

"*print of numbers*" - [*Space*], которая напоминает, что распечатать на принтере параметры выбранной гармоникой можно, нажав клавишу [*Space*] - пробел;

"*print of grafics*" - [*F4*], которая напоминает, что распечатать графики сигнала, спектральную диаграмму и графики фазы можно, нажав клавишу [*F4*];

"*main menu*" - [*F5C*], которая напоминает, что выход в предыдущее подменю выполняется нажатием клавиши [*ESC*].

Под перечисленными выше надписями формируется табл. 2.

Т а б л и ц а 2

N n/n	Fzequency		Amplitude		Phase		
	$f/F_{устр}$	H_2	A/A_{max}	dB	рад	P_i	degzu

В нее выводятся количественные значения номера гармоникой, частоты гармоникой, ее амплитуды и фазы. Под таблицей располагается спектральная диаграмма и фазовая характеристика. нажимая клавишу (\leftarrow), (\rightarrow), и тем самым подводя курсорную линию на спектральной диаграмме к требуемой гармоникой, можно просмотреть все гармонические составляющие спектра, а в таблице прочитать ее параметры.

После того, как работа со спектральной диаграммой и таблицей значений гармонических составляющих закончена, нажатие клавиши " *enter* " переводит программу к изначальному окну.

Перемещение курсорного окна на " *Quit* " и нажатие клавиши " *enter* " позволяет выйти полностью из программы Фурье-анализа.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. По варианту домашнего задания составить описание последовательности прямоугольных импульсов в параметрах ДИФ.

2. Войти в программу лабораторной работы и ввести рассчитанные параметры последовательности импульсов.

3. Сравнить результаты домашнего расчета с компьютерными (форма спектра, частоты гармонических составляющих, их соотношение с постоянной составляющей или первой гармоникой, ФЧХ).

4. Получить спектральные диаграммы для случаев:

4.1. $A = A_1$, $t_1 = T$, $F = F_1$;

4.2. $A = A_1$, $t_1 = 2T$, $F = F_1$;

4.3. $A = A_1$, $t_1 = T$, $F = 2F_1$;

4.4. $A = 2A_1$, $t_1 = 3T$, $F = F_1$;

4.5. $A = A_1$, $t_1 = T$, $F = 3F_1$.

Получить распечатку спектральной картины. Сделать выводы о влиянии на спектр сигнала изменения частоты импульсов, их длительности и амплитуды.

5. Выбрать импульсную последовательность двуполярных импульсов и для варианта домашнего задания (имеется в виду F , A) рассчитать параметры этой последовательности и ввести их в компьютер. Затем повторить п.4.

6. Выбрать последовательность треугольных импульсов. Для варианта домашнего задания рассчитать ее параметры для ДИФ и ввести в компьютер. Затем повторить п. 4. Кроме этого, искажая симметричную форму треугольных импульсов, оценить влияние несимметрии треугольного импульса на спектр сигнала.

7. Выбрать последовательность пилообразных импульсов. Для варианта домашнего задания рассчитать ее параметры для ДИФ и ввести в компьютер. Затем повторить п. 4. Кроме этого, варьируя характерными временными отметками, оценить влияние вертикальной асимметрии импульсов на спектр сигнала.

8. Выбрать последовательность трапецидальных импульсов. Для варианта домашнего задания рассчитать ее параметры для ДИФ и ввести в компьютер. Затем повторить п.4.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Цель работы.
2. Результаты домашнего расчета.
3. Таблицы или распечатки спектральных диаграмм.
4. Выводы о полученных результатах, сопоставление их с теорией.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

I. Вопросы для устных ответов

- I.1. Какая система базисных функции называется ортогональной, ортонормальной?
- I.2. Как определяется норма сигнала и какой физический смысл имеет это понятие?
- I.3. Приведите обобщенный ряд Фурье по системе ортогональных функций и прокомментируйте его.
- I.4. Как определяются коэффициенты обобщенного ряда Фурье?
- I.5. Приведите равенство Парсеваля и объясните его физический смысл.
- I.6. Какими свойствами обладают спектры периодических сигналов?
- I.7. Как влияет изменение длительности импульса и периода повторения на спектр периодической последовательности прямоугольных видеопульсов?
- I.8. Как отразится на спектре периодического сигнала изменение полжония начала отсчета?
- I.9. Приведите и сравните спектры периодической последовательности униполярных импульсов и периодической последовательности знакопеременных импульсов.
- I.10. Приведите распределение мощности по спектру периодического сигнала.

- 1.11. Как изменится сигнал, если спектр сдвинуть по оси частот?
- 1.12. Изменяется ли ширина спектра периодического сигнала при изменении частоты повторения импульсов при неизменной длительности импульсов?
- 1.13. Как определить полосу частот, в которой заключена заданная часть энергии сигнала?

2. Вопросы для самопроверки

К каждому вопросу необходимо правильно выбрать аналитическое выражение.

- 2.1. Каково условие ортогональности функций?
- 2.2. Выражение обобщенного ряда Фурье.
- 2.3. Ряд Фурье в тригонометрической форме.
- 2.4. Ряд Фурье в комплексной форме.
- 2.5. Коэффициенты обобщенного ряда Фурье.
- 2.6. Коэффициенты тригонометрического ряда Фурье.
- 2.7. Коэффициенты комплексного ряда Фурье.
- 2.8. Мощность периодического сигнала через коэффициенты ряда Фурье.
- 2.9. Выражение свертки.
- 2.10. Обратное преобразование Фурье.

Аналитические выражения

$$2.11 \quad S(t) = \frac{1}{2} \sum_{k \neq 1} C_k e^{j k \Omega t}$$

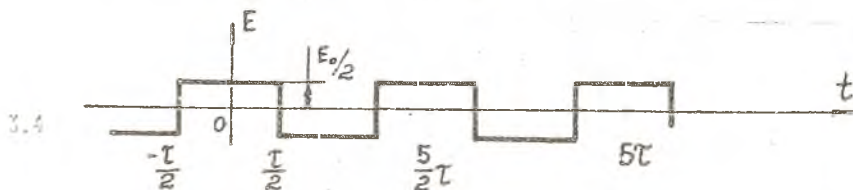
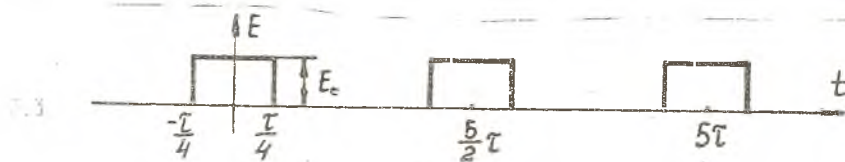
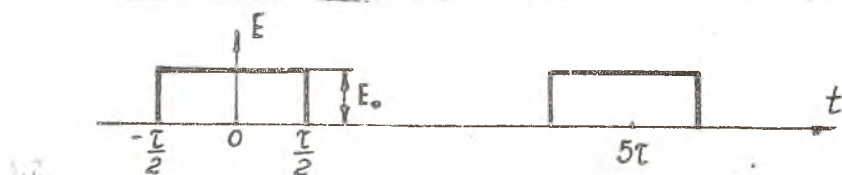
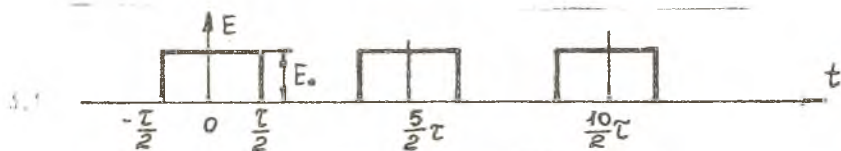
$$2.12 \quad \frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_0^T S(t) dt; \quad a_k = \frac{2}{T} \int_0^T S(t) \cos k \Omega t dt;$$

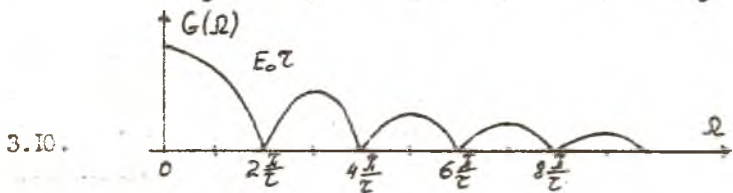
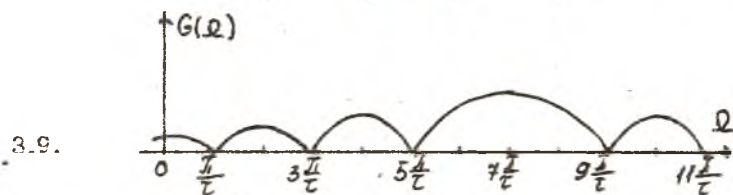
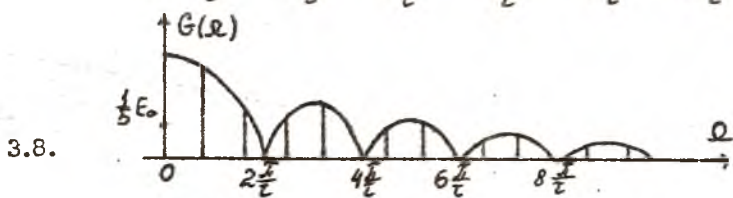
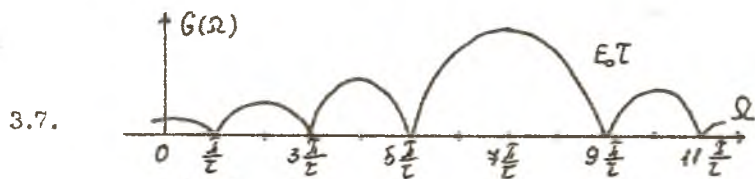
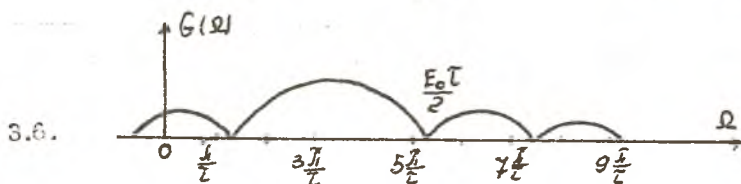
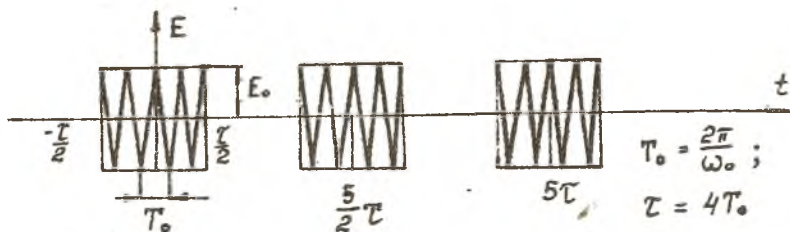
$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T S(t) \sin k \Omega t dt.$$

$$2.21 \quad A_k = \frac{2}{T} \int_0^T S(t) e^{-jk\Omega t} dt$$

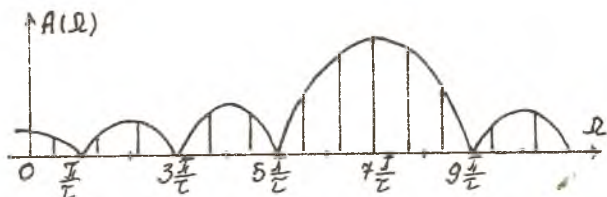
3. Графические вопросы для самопроверки

Ниже приведены пронумерованные эпюры периодических сигналов. К каждому из них нужно правильно выбрать соответствующий спектр.

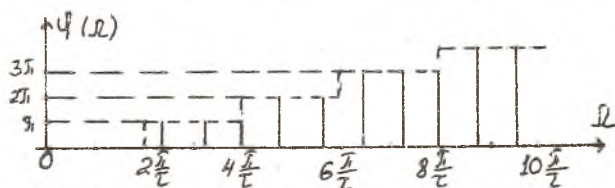




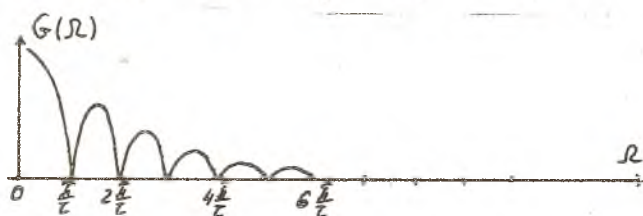
3.11



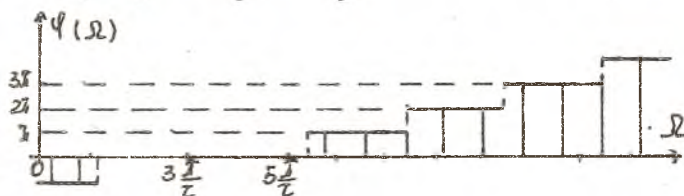
3.12



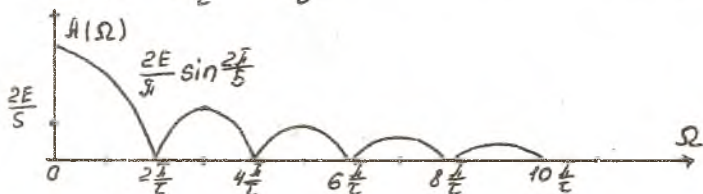
3.13



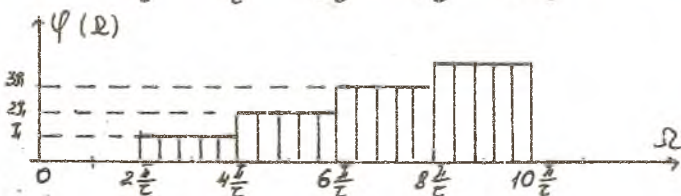
3.14



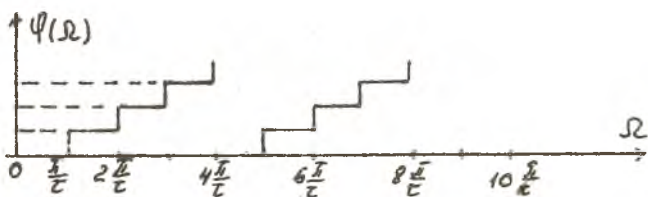
3.15



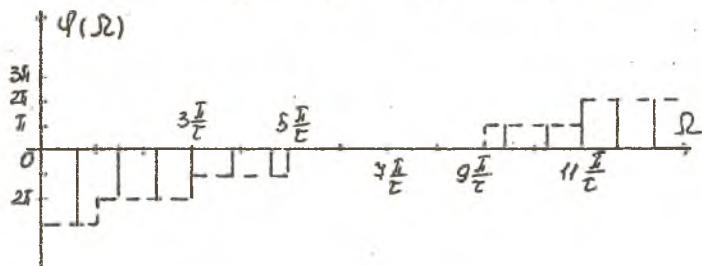
3.16



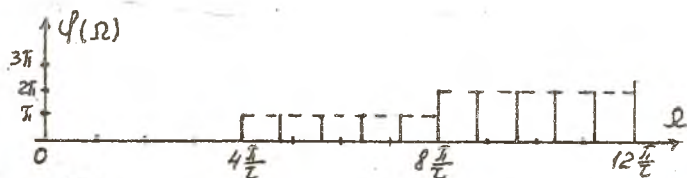
3.17



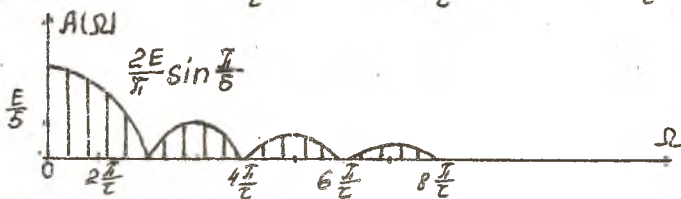
3.18



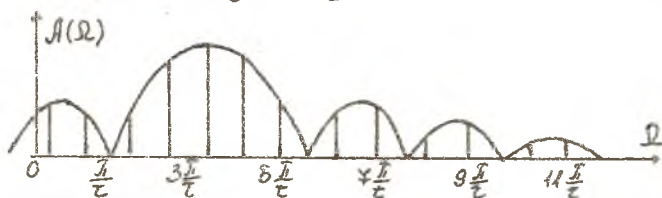
3.19

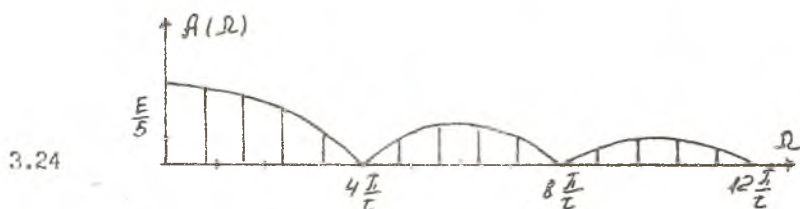
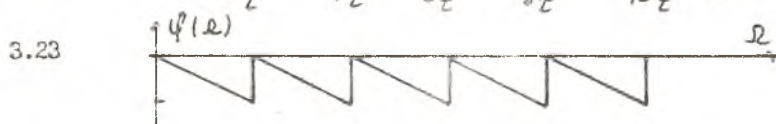
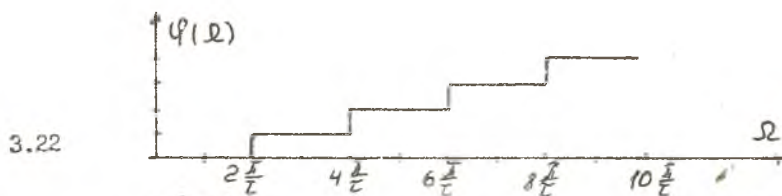


3.20



3.21





РЕКОМЕНДУЕМЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы; Учебник для вузов. 4-е изд. М.: Радио и связь, 1986.

Баскаков С.М. Радиотехнические цепи и сигналы; Учебник для вузов. 2-е изд. М.: Высш. шк., 1988.

Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов /Под ред. К.А. Самойло. М.: Радио и связь, 1982.

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Составитель Д а н и л и н Александр Иванович

Редактор Т.И. К у з н е ц о в а

Техн. редактор Н.М. К а л е н ю к

Корректор Н.С. К у п р и я н о в а

Подписано в печать 7.06.94. Формат 60x84 1/16

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,16. Усл. кр.-отт. 1,28. Уч.-изд. л. 1,15.

Тираж 100 экз. Заказ 215. Арт. С-72 мр/94.

Самарский государственный аэрокосмический университет
им. академика С.П. Королева.

443086 Самара, Московское шоссе, 34.

ИПО Самарского государственного аэрокосмического универси-
тета им. академика С.П. Королева.

443001 Самара, ул. Ульяновская, 18.