

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени академика С.П.Королева

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭВМ
ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ВЛИЯНИЯ
РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА КРИТЕРИИ
МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ

Утверждено
редакционно-издательским
советом института
в качестве
методических указаний
для студентов

Куйбышев 1988

Рассматривается задача исследования влияния геометрии образца и некоторых факторов внешнего воздействия на величину критерия механики разрушения джей-интеграла. При практической реализации задачи использованы методы теории планирования эксперимента. Для обработки результатов эксперимента используется ЭВМ.

Методические указания предназначены для студентов, специализирующихся в области прочности авиационных конструкций.

Составитель Б.А. Л а в р о в

Рецензенты:

доц.кафедры механики деформируемого
твёрдого тела Куйбышевского госуниверситета
Е.Н.К о ж е в н и к о в,
канд.техн.наук, доц. А.В.С о л о в о в

ВВЕДЕНИЕ

В механике разрушения рассматриваются тела (конструкции) с дефектами, как правило, в виде трещин.

Для оценки трещиностойкости таких тел используются различные критерии (константы) – силовые, деформационные, энергетические. В случае хрупкого разрушения, т.е. при малых пластических деформациях в устье трещины (в рамках линейной механики разрушения – ЛМР), в основном применяется силовой критерий – коэффициент интенсивности напряжений K_{Ic} , когда начинается нестабильное разрушение за счет запаса упругой энергии. В условиях развитой пластической деформации при разрушении критерий K_{Ic} неприменим и используются деформационный или энергетические критерии. В качестве энергетического критерия вязкости разрушения применяется джей-интеграл (J_c) Черепанова-Райса, экспериментальное определение величины которого наиболее разработано /4/.

При нестабильном разрушении (момент страгивания трещины), когда изменениями энтальпии тела ΔH и кинетической энергией ΔK можно пренебречь, получим следующее энергетическое уравнение:

$$\Delta A = \Delta U + \Delta Y, \quad (I)$$

где ΔA – приращение работы внешних сил; ΔU – изменение упругой энергии; ΔY – энергия, расходуемая на нестабильное разрушение.

Расходиться может только потенциальная энергия \mathcal{E} . Поэтому – $\Delta Y = \Delta \mathcal{E}$ и $U - A = \mathcal{E}$. Энергия, расходуемая на продвижение трещины, может быть представлена криволинейным интегралом по пути, окружающему вершину трещины (рис.1), в линейно- и нелинейно-упругом теле в виде:

$$J = \int_{\Gamma} [U_{\epsilon_{ij}} dx_j - \sigma_{ij} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) n_j dS], \quad (2)$$

где Γ – путь по контуру, окружающему трещину; пределы интегрирования лежат на берегах трещины;

Джей-интеграл характеризует скорость уменьшения потенциальной энергии с ростом длины трещины, т.е. $J = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial l}$ в условиях плоской задачи.

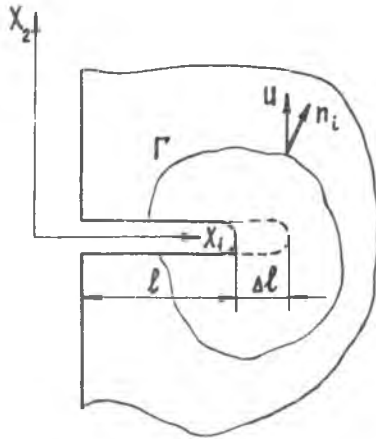


Рис. I. К определению J -интеграла

Все величины, входящие в уравнение (2), отнесены к слою единичной толщины.

Доказано, что джей-интеграл не зависит от Γ , а это значит, что он характеризует и состояние концевой зоны трещины.

Первый член подынтегрального выражения - плотность внутренней энергии $U_{\epsilon_{ij}} = \int \sigma_{ke} \cdot d\epsilon_{ke}$; второй член - удельная работа внешних сил; σ_{ij} и u_i - составляющие тензора напряжений и вектора смещений на поверхности тела; n_i - направляющие косинусы; $dX_2 = n_i \cdot dS$, где dS - элемент контура Γ .

В нелинейной механике разрушения (НЛМР) пользуются независимостью выбора контура Γ и в качестве критериального значения J , характеризующего разрушение, используют критическое значение, т.е. J_c .

Отмечено, что значение J_c зависит от внутренних и внешних факторов (геометрии тела и трещин, давления, температуры и т.д.).

В данной лабораторной работе ставится задача исследования влияния геометрии образца, длины трещины, давления и температуры на величину J_c .

С целью оптимизации применяются методы теории планирования эксперимента.

В связи с обработкой большого количества данных необходимо использовать ЭВМ.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \mathcal{J}_c

Величина джей-интеграла \mathcal{J} определяется с использованием диаграммы разрушения (нагрузка-смещение) специально подготовленных образцов по формуле

$$\mathcal{J} = \left[\frac{\Delta_i}{W} P_k \cdot q_k - \left(\frac{\Delta_i}{W} - \frac{2}{B} \right) A_k \right] \frac{1}{W - \ell} \quad (3)$$

Здесь $\Delta_i = \psi' \left(\frac{\ell}{W} \right) \cdot \psi \left(\frac{\ell}{W} \right)$ — коэффициент, зависящий от функции податливости $\psi \left(\frac{\ell}{W} \right)$ и ее производной ψ' ; W, B, ℓ — ширина, толщина образца и длина трещины соответственно;

P_k, q_k — конечные величины нагрузки и перемещения;

A_k — площадь под диаграммой разрушения.

Значения функции податливости и ее производной определяются заранее для данного материала и образца и должны быть известны.

Критическое значение \mathcal{J}_c равно величине джей-интеграла в момент старта трещины в процессе нагружения. Как правило, этот момент трудно определить, особенно для пластичных материалов. Поэтому согласно рекомендациям /4/ предлагается для определения момента стартования трещины (старта) использовать не менее четырех образцов с одинаковой длиной трещины.

Образцы из этой серии поочередно нагружаются до различных уровней нагрузки (рис.2б), а затем разгружаются. В каждом образце фиксируется фронт трещины, после чего образец доламывается и на поверхности разрушения (излома) измеряется длина трещины ℓ и величина ее подрастания $\Delta \ell$. Измерения проводятся на инструментальном микроскопе БМИ-1 с точностью до 0,005 мм (рис.2в).

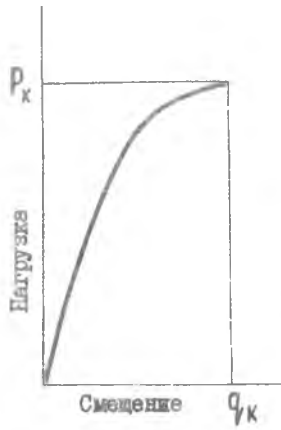
С использованием кривых сопротивления разрушению (\mathcal{J}_R -кривые) определяется критическое значение \mathcal{J}_c . Известно, что на начальном участке \mathcal{J}_R -кривая описывается зависимостью

$$\mathcal{J}_R = 2\sigma_T \cdot \Delta \ell \quad (4)$$

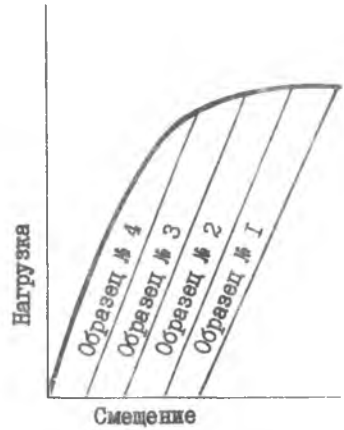
где σ_T — предел текучести материала. На участке подрастания трещины возможна аппроксимация \mathcal{J}_R -кривой уравнением

$$\mathcal{J}_R = a_0 + a_1 \cdot \Delta \ell \quad (5)$$

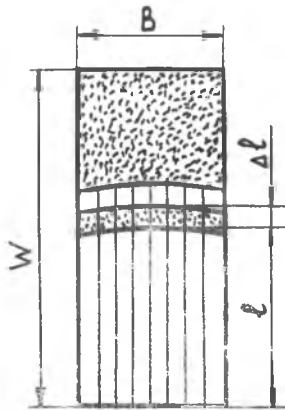
Коэффициенты этого уравнения находятся методом наименьших квадратов (МНК) по результатам эксперимента. Точка пересечения прямой (5) с зависимостью (4) определяет величину \mathcal{J}_c (рис.2г).



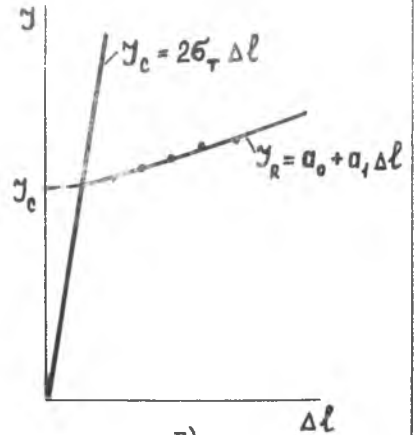
а)



б)



в)



г)

Рис. 2. Определение величины Y_c с помощью Y_R -кривых

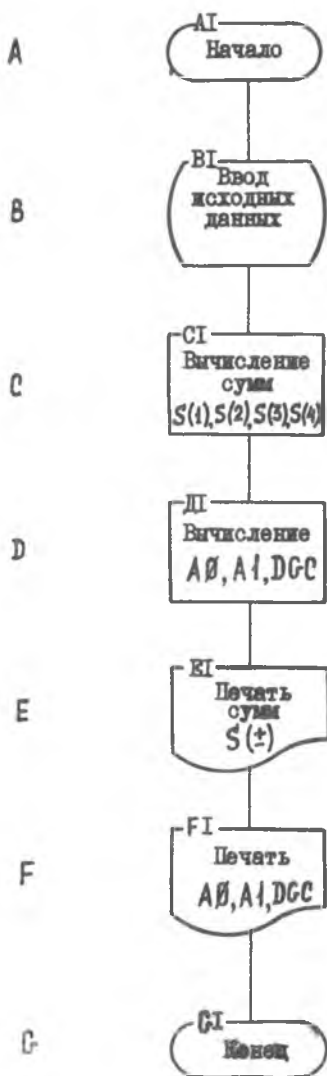


Рис.3. Блок-схема программы JC

По экспериментальным данным коэффициенты уравнения (5) МНК находят по формулам

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^N \gamma_{Ri} \cdot \sum_{i=1}^N (\Delta \ell_i)^2 - \sum_{i=1}^N \gamma_{Ri} \cdot \Delta \ell_i \cdot \sum_{i=1}^N \Delta \ell_i}{N \cdot \sum_{i=1}^N (\Delta \ell_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^N \Delta \ell_i \right)^2}, \quad (6)$$

$$a_1 = \frac{N \sum_{i=1}^N \gamma_{Ri} \Delta \ell_i - \sum_{i=1}^N \gamma_{Ri} \cdot \sum_{i=1}^N \Delta \ell_i}{N \sum_{i=1}^N \Delta \ell_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N \Delta \ell_i \right)^2}, \quad (7)$$

где N - количество образцов, испытываемых для определения γ_R -кривой (рис.2б); γ_{Ri} и $\Delta \ell_i$ - значения величины γ_R и подрастание трещины $\Delta \ell$ для каждого образца.

Величина γ_c , как точка пересечения, найдется по формуле:

$$\gamma_c = \frac{2\sigma_T \cdot a_0}{2\sigma_T - a_1}. \quad (8)$$

Используя формулы (6), (7), (8) и блок-схему вычисления γ_c (рис.3), можно составить и реализовать программу γ_c .

Рекомендуемые идентификаторы программы γ_c :

X - $\Delta \ell_i$

YR - γ_{Ri}

SGMT - σ_T

A0 - a_0

A1 - a_1

DGC - γ_c

2. ОБРАЗЦЫ ДЛЯ ИСПЫТАНИЙ

При испытаниях на трехточечный изгиб применяются плоские образцы с боковой трещиной. Для этого в середине боковой стороны образца делается надрез с радиусом в вершине 0,4 мм, из которого вырастает усталостная трещина (рис.4).

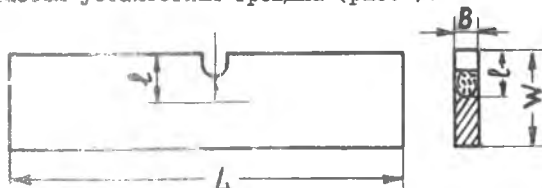


Рис.4. Образец

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Испытания проводятся на промышленной установке ИМАШ-20-75 с помощью специального приспособления для нагружения при трехточечном изгибе (рис.5).

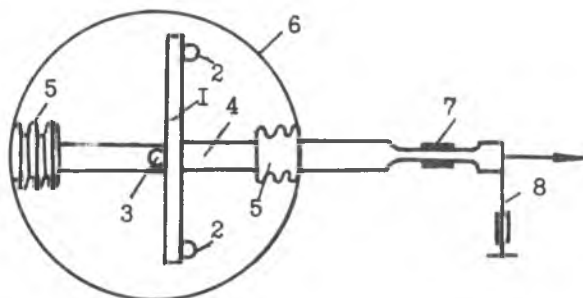


Рис.5. Схема нагружения образца

Образец I устанавливается между опорами 2 и нагружающим роликом 3. Нагружающий ролик жестко закреплен на тяге 4, соединяющей сильфонные вводы 5 вакуумной камеры 6. Один из сильфонных вводов связан с нагружающей системой установки. Опоры 2 жестко прикреплены к дну вакуумной камеры.

При нагружении образца на штатном двухкоординатном самописце установки автоматически строится график зависимости прогиба образца от нагрузки (диаграмма разрушения). Датчики усилия и перемещения (тензодатчики) наклеены соответственно на динамометре 7 и упругой пластине малой жесткости 8. Перед испытанием датчики тарируются. Измерение температуры осуществляется термопарой, приваренной к образцу вблизи трещины.

В установке имеется специальная система нагрева (до 423 К) и регистрации температуры.

4. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Так как ставится задача исследования геометрии образца и внешних условий, т.е. исследование влияния многих факторов, то перед проведением эксперимента требуется выбрать модель и сос-

тавить матрицу планирования. Модель эксперимента (функция отклика) для пяти факторов имеет вид

$$y = Y_c = b_0 + \sum_j b_j X_j + \sum_{i,j} b_{ij} X_i X_j + \dots + b_{12345} X_1 X_2 X_3 X_4 X_5, \quad (9)$$

где X_j - факторы (переменные), влияние которых необходимо оценить, а $b_0, b_j, b_{ij}, b_{ijk}$ и т.д. - коэффициенты, определяющие степень влияния не только отдельных факторов, но и их совместного воздействия (двойного, тройного и т.д.).

Для оценки всех коэффициентов уравнения (9) необходимо провести полный факторный эксперимент (ПФЭ) типа 2^k , где k - число факторов.

В нашем случае в таблице I представлены факторы и их характеристики.

Таблица I

Факторы

| № п/п | Название | Размерность | Область определения | Точность | Примечание |
|-------|-----------------------------|-------------|---------------------|----------|------------|
| 1 | Толщина образца | мм | 4 ... 10 | 0,01 | X_1 |
| 2 | Ширина образца | мм | 15 ... 40 | 0,01 | X_2 |
| 3 | Относительная длина трещины | б.р. | 0,3...0,7 | 0,05 | X_3 |
| 4 | Давление | Па | -3 ... +5 | 1% | X_4 |
| 5 | Температура | К | 293...423 | 1 | X_5 |

Для упрощения записи условий проведения эксперимента и обработки результатов эксперимента факторы кодируют. В таблице 2 приведены кодированные значения факторов.

Таблица 2

Кодировка факторов

| Факторы | Уровни | | | Интервал | Размерность |
|---------|--------|------|-----|----------|-------------|
| | - I | 0 | + I | | |
| X_1 | 4 | 7 | 10 | 3 | мм |
| X_2 | 15 | 27,5 | 40 | 12,5 | мм |
| X_3 | 0,3 | 0,5 | 0,7 | 0,2 | б.р. |

Таблица 2 (продолжение)

| | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|----|----|
| X_4 | -3 | I | 5 | 4 | Па |
| X_5 | 293 | 358 | 423 | 65 | К |

5. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

5.1. После построения матрицы планирования с использованием таблицы случайных чисел определить последовательность проведения отдельных опытов.

5.2. Закрепить образец в установке, закрыть вакуумную камеру и вывести установку на режим, соответствующий условию одного опыта.

5.3. Провести эксперимент и получить диаграмму разрушения.

5.4. После проведения всех параллельных (повторных) опытов определить значение σ_c в каждой строке матрицы планирования.

5.5. Провести анализ результатов.

6. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

При определении коэффициентов модели (9) проводится предварительная статистическая обработка результатов с целью подтверждения гипотезы об однородности результатов.

Только в случае подтверждения однородности результатов возможно определение коэффициентов $\delta_j, \delta_{ij} \dots$ и регрессионный анализ.

Предварительная обработка заключается в нахождении среднего значения повторных опытов и проверке однородности дисперсий.

После проверки однородности дисперсий находится дисперсия эксперимента (дисперсия функции отклика).

Статистическая обработка проводится по схеме:

6.1. Определяются средние значения (математическое ожидание) и дисперсии по строкам матрицы.

6.2. По статистическим критериям проверяется однородность дисперсий.

6.3. Если дисперсии однородны, вычисляется дисперсия эксперимента.

6.4. МНК вычисляются коэффициенты модели (9).

7. АЛГОРИТМ И БЛОК-СХЕМА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

7.1. Среднее значение

$$\bar{y}_c = \frac{1}{n} \sum_1^n y_i,$$

где n - число повторных опытов в строке.

7.2. Дисперсия среднего значения в строке

$$S_i^2 = \frac{1}{n} \sum_1^n (\bar{y}_c - y_i)^2. \quad (10)$$

7.3. Провести проверку однородности дисперсий по критерию Кохрена:

$$G_{\text{эксп}} = \frac{S_{i \text{ max}}^2}{\sum_1^N S_i^2}, \quad (11)$$

где N - число экспериментов (строк) в матрице планирования.

7.4. Если $G_{\text{эксп}} < G_{\text{т}}$ при заданном уровне значимости, то гипотеза об однородности дисперсий не отвергается и определяется дисперсия функции отклика:

$$\{S^2\} = \frac{1}{N} \sum_1^N S_i^2. \quad (12)$$

7.5. Вычисляются коэффициенты уравнения (9) по формулам:

$$b_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{y}_{ci} X_{ij}; \quad b_{j\ell} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{y}_{ci} \cdot X_{ij} \cdot X_{i\ell}$$

$$b_{j\ell k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{y}_{ci} \cdot X_{ij} \cdot X_{i\ell} \cdot X_{ik} \quad \text{и т.д.}$$

$$j = 1, 2, 3, \dots$$

$$\ell = 1, 2, 3, \dots \quad \text{и т.д.}$$

В программе МПТ определяются средние дисперсии в строках, находятся $S_{i \text{ max}}^2$, $\sum S_i^2$, экспериментальное значение критерия Кохрена $G_{\text{эксп}}$, дисперсия функции отклика. Блок-схема программы МПТ приведена на рис.6.

Идентификаторы

DY, DYS - S_i^2 - дисперсия среднего значения

SUM - $\sum_1^N S_i^2$

MAXD - $S_{i \text{ max}}^2$

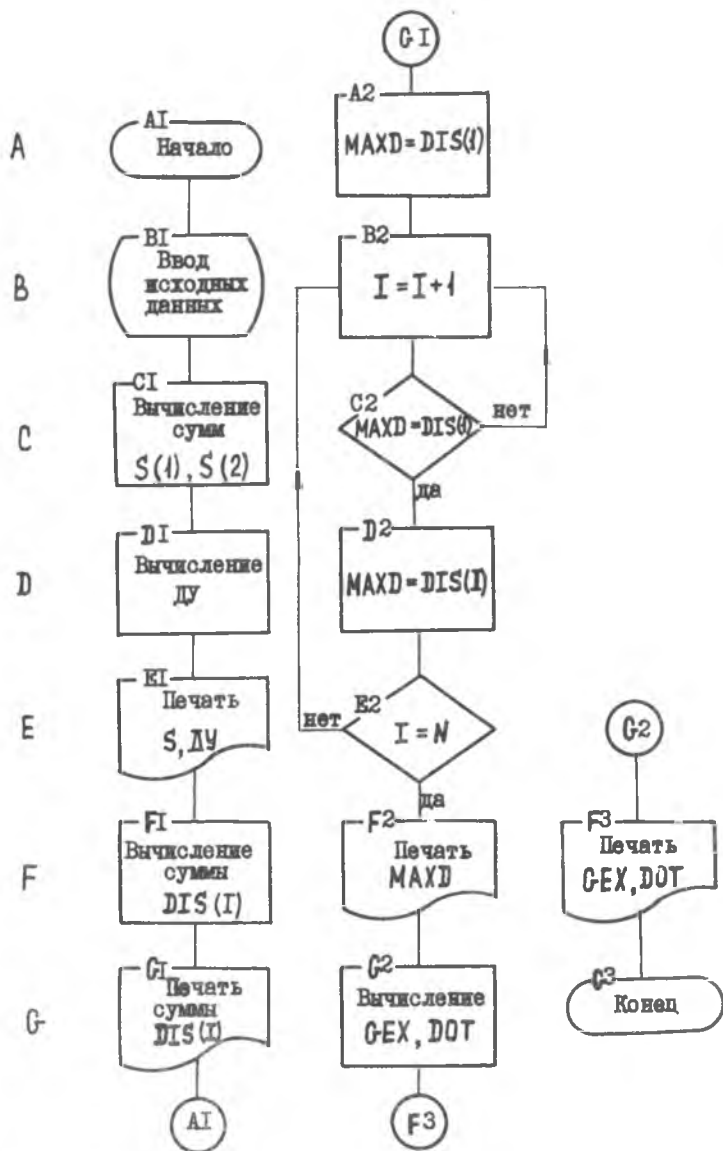


Рис. 6. Блок-схема программы MIT

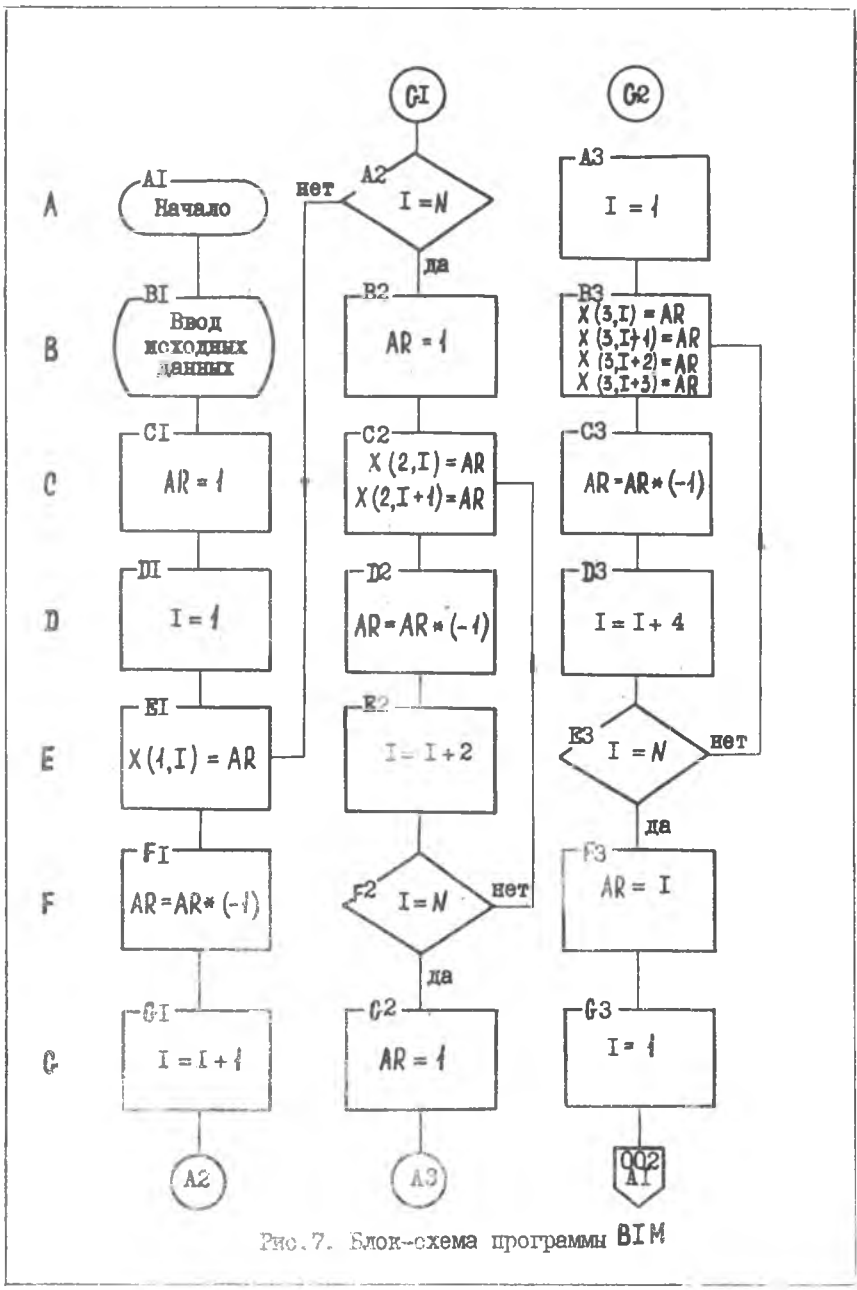
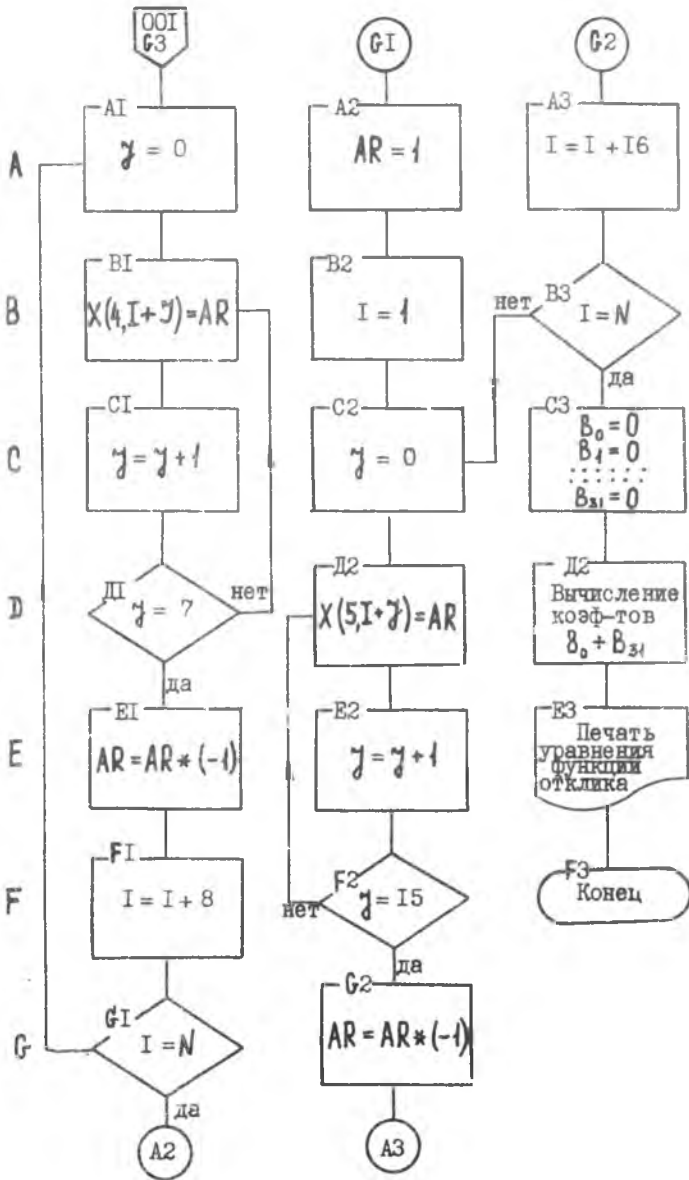


Рис. 7. Блок-схема программы BIM



СЕХ - $C_{\text{ЭКСП}}$
DOT - $\{S^2\}$

По программе ВМ, блок-схема которой показана на рис.7, определяются коэффициенты b_0 ; b_1 ... b_5 ; b_{12} ... b_{45} ; b_{123} ... b_{345} и т.д. Всего 32 коэффициента. Вначале программа организует матрицу планирования, а затем, используя МНК, проводит вычисление коэффициентов " b ".

Идентификаторы

$Y - y$ - J_c - функция отклика

$X - X_i$ - факторы

$B0 - b_0$

$B1 - b_1$

..... коэффициенты

.....

$B31 - b_{12345}$

8. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Вначале определяется значимость коэффициентов " b ". Затем проверяется адекватность модели и делаются выводы о степени влияния отдельных факторов и их взаимодействии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф.Грунд. Программирование на языке ФОРТРАН IV.-М.: Мир, 1979. - 178 с.
2. ФОРТРАН ЕС ЭВМ / З.С.Брич, Д.В.Кашелевич, С.Ю.Котин.- М.: Статистика, 1968. - 264 с.
3. Инструкция к работе на ЭВМ СМ-4.
4. Расчеты и испытания на прочность. Определение характеристик вязкости разрушения (трещиностойкости) при статическом нагружении. - М.: Госстандарт, 1983. - 51 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| Введение | 3 |
| 1. Экспериментальное определение величины | 5 |
| 2. Образцы для испытаний | 8 |
| 3. Экспериментальная установка | 9 |
| 4. Планирование эксперимента | 9 |
| 5. Порядок проведения эксперимента | II |
| 6. Статистическая обработка результатов эксперимента | II |
| 7. Алгоритм и блок-схема статистической обработки | I2 |
| 8. Анализ результатов | I6 |
| Литература | I7 |

Автор-составитель

Борис Александрович Л а в р о в

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭВМ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ВЛИЯНИЯ
РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА КРИТЕРИИ МЕХАНИКИ
РАЗРУШЕНИЯ

Редактор Л. М. К а р п о в а

Подписано в печать 25.01.1988 г.

Формат 60x84 1/16.

Оперативная печать. Усл. п.л. 1,1.

Уч.-изд. л. 1,0. Т. 300 экз.

Заказ № 3585. Бесплатно.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени академика С.П.Королева
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

Тип. им. В.Л.Мяги, Куйбышевского полиграфического
объединения. 443099, г. Куйбышев, ул. Венцека, 60.