

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

КУЙЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ
ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА
ПРИ СПУСКЕ
В АТМОСФЕРЕ ПЛАНЕТЫ
С ПОМОЩЬЮ ЭЦВМ

Утверждено
редакционно-издательским
советом института
в качестве методических указаний
к лабораторной работе

КУЙЫШЕВ 1984

Указания содержат рекомендации к выполнению лабораторной работы по курсам «Динамика полета» и «Теория полета летательных аппаратов», которая включает в себя элементы научного исследования и предполагает активное использование ЭЦВМ. Здесь рассматривается решение типовой задачи механики полета, связанной с математическим моделированием движения ЛА при спуске в атмосфере.

Предназначаются студентам старших курсов.

Составители: к. т. н., доцент В. М. Белокопов,
к т н., доцент И. В. Белоконов

Рецензенты: к. т. н., доцент А. И. Минаков,
к. т. н., доцент Л. П. Юмашев.

Цель работы: изучение основных летных характеристик движения центра масс спускаемого летательного аппарата (ЛА) с малым аэродинамическим качеством, входящего в атмосферу с космической скоростью; привитие навыков использования ЭЦВМ и численных методов для моделирования движения ЛА.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомление с физической постановкой задачи. Составление математической модели движения при спуске в атмосфере планеты. Изучение метода Рунге-Кутты 4 порядка для численного интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. Изучение программы решения задачи, написанной на алгоритмическом языке Фортран.

3. Выбор исходных данных согласно коду варианта задания и запись их на фортранном бланке в форме, пригодной для пробивки на перфоленте.

4. Передача исходных данных на вычислительный центр кафедры и решение задачи на ЭЦВМ.

5. Приближенный расчет начального участка траектории вручную с помощью микрокалькуляторов.

6. Построение графиков зависимостей параметров траектории.

7. Анализ полученных результатов решения и основные выводы о свойствах движения.

8. Подготовка отчета по лабораторной работе на стандартном бланке.

9. Сдача зачета по лабораторной работе.

Продолжительность лабораторной работы составляет 4 часа: первые два часа отводятся на выполнение пунктов 1—5, вторые два часа — на выполнение пунктов 6—9.

1. ФИЗИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И СОСТАВЛЕНИЕ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ЛА В АТМОСФЕРЕ

Физическая постановка задачи

Рассматривается ЛА сферической или сегментально-конической (осесимметричной) формы (рис. 1).

Аппараты сферической формы в потоке испытывают только лобовое сопротивление, не имеют подъемной силы, их аэродинамическое качество равно нулю.

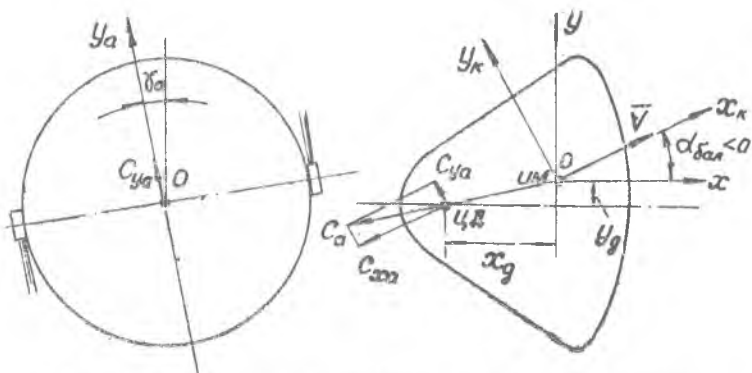


Рис. 1. Схема сил, действующих на спускаемый аппарат

Аппараты сегментально-конической формы, если их центр масс лежит на оси симметрии, также имеют нулевое аэродинамическое качество.

Если же центр масс аппарата сегментально конической формы сместить от оси симметрии, то аппарат будет создавать в полете на балансировочном угле атаки $\alpha_{бал}$ подъемную силу и обладать малым аэродинамическим качеством. Аппараты последнего типа должны иметь газодинамические органы управления, предотвращающие его вращение вокруг вектора скорости и обеспечивающие в полете нулевой угол крена.

Исследуется спуск ЛА в атмосфере планеты (Земля, Венера, Марс), начиная с границы плотной атмосферы. $H_a = H_{вх}$, до поверхности планеты, $H = 0$, (рис. 2). Полет совершается в вертикальной плоскости, поле притяжения планеты считается центральным (планета — сферической), вращением атмосферы вместе с планетой пренебрегаем, плотность атмосферы приближенно определяется экспотенциальным законом изменения от высоты.

Требуется определить все кинематические характеристики дви-

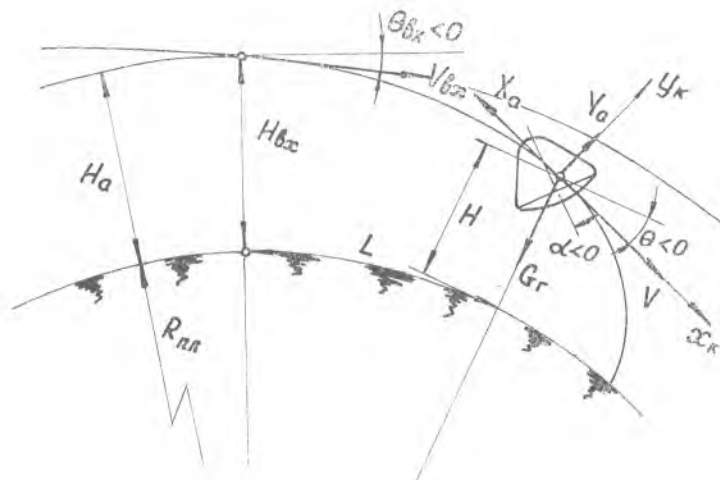


Рис. 2. Схема спуска ЛА в атмосфере планеты

жения центра масс: скорость V , угол Θ наклона траектории к местному горизонту, высоту H и дальность L по поверхности планеты в любой момент полета, а также основные летные характеристики ЛА: скоростной напор, перегрузки и тепловой поток в передней критической точке (рис. 1), как в любой момент полета, так и их максимальные (расчетные) значения.

Составим математическую модель полета, которая является совокупностью следующих элементов:

- | | |
|--|---|
| 1) уравнения движения и кинематические соотношения, | } Основная математическая модель |
| 2) численный метод их интегрирования, | |
| 3) параметры гравитационного поля, атмосферы и аэродинамические характеристики ЛА, | } Исходные характеристики математической модели |
| 4) характеристики двигательной установки ЛА, | |
| 5) законы управления. | |

Уравнения движения. Векторное уравнение движения центра масс ЛА относительно инерциальной плането-центральной системы отсчета имеют вид:

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{R}_A + \vec{G}, \quad (1)$$

где \vec{R}_A — аэродинамическая сила, \vec{G} — гравитационная сила,

Составим дифференциальные уравнения движения ЛА в проекциях на оси траекторной системы координат, с началом в центре масс ЛА.

Проекции ускорения на ось OX_k , касательную к траектории, и на ось OY_k , нормальную к траектории, равны

$$W_{xk} = W_\tau = \frac{dV}{dt}; \quad W_{yk} = W_n = V^2/R_{кр} = \omega \cdot V,$$

где $\omega_k = \dot{\Theta} - V \cos \Theta / (R_{пл} + H)$ — угловая скорость касательной к траектории, $R_{кр}$ — радиус кривизны траектории, $R_{пл}$ — радиус планеты, V — скорость ЛА, Θ — угол наклона траектории.

Проектируя (1) на оси OX_k и OY_k , получим дифференциальные уравнения движения:

$$m \frac{dV}{dt} = -X_a - mg \sin \Theta; \quad (2)$$

$$m V \frac{d\Theta}{dt} = Y_a - mg \cos \Theta + \frac{m V^2 \cos \Theta}{R_{пл} + H}.$$

где $X_a = c_{xa} S \frac{\rho V^2}{2}$ — сила лобового сопротивления,

$Y_a = c_{ya} S \frac{\rho V^2}{2}$ — подъемная сила,

S — характерная (миделева) площадь,

$\rho(H)$ — плотность атмосферы планеты,

$g(H)$ — гравитационное ускорение планеты,

$R_{пл}$ — средний радиус планеты.

После деления первого уравнения системы (2) на массу, а второго на произведение $m V$, дифференциальные уравнения движения получают вид:

$$\frac{dV}{dt} = -\sigma \rho V^2 - g \sin \Theta; \quad (3)$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = K \sigma \rho V - \frac{g}{V} \cos \Theta + \frac{V \cos \Theta}{R_{пл} + H}.$$

Здесь введены обозначения:

$\sigma = \frac{c_{xa} S}{2m}$ — баллистический коэффициент,

$K = c_{ya}/c_{xa}$ — аэродинамическое качество.

Для полного описания движения ЛА необходимо добавить кинематические уравнения, описывающие изменение высоты H и дальности L по поверхности планеты (рис. 1):

$$\frac{dH}{dt} = V \sin \Theta; \quad \frac{dL}{dt} = \frac{R_{пл}}{R_{пл} + H} V \cos \Theta. \quad (4)$$

Исходные характеристики математической модели

Гравитационное поле представляется зависимостью ускорения от высоты, характерное для сферической формы планеты

$$g = \mu / (R_{\text{пл}} + H),$$

где μ — гравитационная постоянная планеты.

Параметры атмосферы планеты задаются законом изменения плотности, соответствующим изотермической атмосфере

$$\rho = \rho_0 \exp(-\beta H),$$

где ρ_0 — плотность у поверхности планеты,
 β — логарифмический градиент плотности.

Аэродинамические характеристики ЛА. При исследовании движения ЛА в атмосфере вводятся проектные параметры, включающие аэродинамические характеристики:

$K = \frac{C_{ya}}{C_{xa}}$ — аэродинамическое качество ЛА, характеризующее несущую способность его аэродинамической формы;

$\sigma = \frac{C_{xa} S}{2m}$ — баллистический коэффициент ЛА, характеризующий его тормозящие свойства.

K и σ являются функциями угла атаки α и числа Маха M . Обычно полет ЛА происходит на постоянном, балансировочном угле атаки, зависящем от центровки, при очень больших гиперзвуковых скоростях, когда C_{ya} и C_{xa} слабо зависят от M . Поэтому K и σ будем считать постоянными, которые задаются при исследовании.

Характеристики двигательной установки

При спуске в атмосфере маршевая двигательная установка не требуется. Для поддержания нулевого угла крена аппарата сегментально-конической формы используется газореактивная двигательная установка малой тяги с весьма незначительным расходом рабочего тела, массой которого будем пренебрегать. Поскольку сопла этой установки действуют попарно и создают момент вокруг продольной оси аппарата, то влиянием двигательной установки на движение центра масс пренебрегаем.

Закон управления. Полагаем, что система управления действует идеально и обеспечивает нулевой угол крена во все время движения.

Математическое моделирование движения. Математическое моделирование полета есть процесс получения решения системы нелинейных дифференциальных уравнений движения

ЛА (3) и (4), которая может быть проинтегрирована одним из численных методов.

При исследовании спуска в атмосфере планеты обычно определяют интегралы уравнений движения (4), (3), то есть зависимости $V(t)$, $\Theta(t)$, $H(t)$, $L(t)$.

Кроме того, определяют основные летные характеристики:

$$q = \frac{\rho V^2}{2}, \quad \text{Н/м}^2 \text{ — скоростной напор,}$$

$$n_{xk} = \frac{X_a}{mg} = \frac{2 \sigma q}{g} \text{ — тангенциальная перегрузка,}$$

$$n_{yk} = \frac{Y_a}{mg} = \frac{2 K \sigma q}{g} \text{ — нормальная перегрузка,}$$

$$n_{\Sigma} = \sqrt{n_{xk}^2 + n_{yk}^2} \text{ — суммарная перегрузка,}$$

$\dot{Q}_T = 3,944 \cdot 10^{-7} \left(\frac{\rho}{r_{кр}} \right) V^3$ — удельный тепловой поток, подводимый к единице площади в секунду в передней критической точке на лобовой части ЛА, имеющей радиус кривизны $r_{кр}$.

Для численного интегрирования на ЭЦВМ система дифференциальных уравнений (3) и (4) дополняется «машинным» уравнением $(dt/dt) = 1$ и записывается в общем виде:

$$\frac{dy_i}{dt} = f_i(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5), \quad i = \overline{1, n}, \quad n = 5, \quad (5)$$

где $y_1 = t$, $y_2 = V$, $y_3 = \Theta$, $y_4 = H$, $y_5 = L$, f_i , $i = \overline{1, 5}$, функции, составляющие правые части уравнений (5).

Начальные условия для переменных системы (5) заданы:

$$y_{10} = y_1(t_0) = t_0 = 0; \quad y_{20} = y_2(t_0) = V_{1x}; \quad y_{30} = y_3(t_0) = \Theta_{1x}; \\ y_{40} = y_4(t_0) = H_{вх}; \quad y_{50} = y_5(t_0) = 0. \quad (6)$$

Математическая задача формулируется как задача Коши: проинтегрировать систему обыкновенных дифференциальных уравнений (5) первого порядка при известных начальных условиях (6) и заданном условии прекращения решения $y_4(t_k) = 0$.

Для решения задачи Коши необходимо выбрать метод численного интегрирования, шаг интегрирования h , составить функцию выхода $g_1(t) = y_4(t) - y_4(t_k)$. При смене знака функции выхода с плюса на минус решение задачи прекращается.

Метод решения уравнений движения

Численное интегрирование системы (5) выполняется методом Рунге—Кутты 4 порядка с постоянным шагом интегрирования h по формуле:

$$y_{k+1, i} = y_{ki} + \frac{1}{6} \cdot k_{1i} + \frac{1}{3} \cdot k_{2i} + \frac{1}{3} \cdot k_{3i} + \frac{1}{6} \cdot k_{4i}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned}k_{1i} &= hf_i(y_{k1}, \dots, y_{kn}); \\k_{2i} &= h_i \left(y_{k1} + \frac{k_{11}}{2}, \dots, y_{kn} + \frac{k_{1n}}{2} \right); \\k_{3i} &= hf_i \left(y_{k1} + \frac{k_{21}}{2}, \dots, y_{kn} + \frac{k_{2n}}{2} \right); \\k_{4i} &= hf_i(y_{k1} + k_{31}, \dots, y_{kn} + k_{3n}).\end{aligned}$$

Алгоритм метода и его геометрическую интерпретацию удобно рассмотреть на примере решения одного дифференциального уравнения:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \quad y = y_0, \quad \text{при } t = t_0. \quad (8)$$

Идея большинства методов численного интегрирования состоит в том, что весь интервал интегрирования разбивается на малые отрезки величиной h , равные шагу интегрирования. В пределах каждого интервала h уравнение (8) можно проинтегрировать, сделав определенное предположение об изменении предынтегральной функции $f(t, y)$ на интервале $(t_k, t_k + h)$:

$$\int_{y_k}^{y_{k+1}} dy = \int_{t_k}^{t_k+h} f(t, y) dt,$$

откуда получаем

$$y_{k+1} = y_k + \int_{t_k}^{t_k+h} f(t, y) dt. \quad (9)$$

Методы численного интегрирования отличаются точностью учета истинного характера изменения производной (или правой части дифференциального уравнения $f(t, y)$) на интервале шага интегрирования.

Так, если $f(t, y)$ на интервале $(t_k, t_k + h)$ полагается постоянной и равной $f(t, y) \cong f(t_k, y_k)$, то получается схема метода Эйлера:

$$y_{k+1} \cong y_k + f(t_k, y_k) h.$$

Аппроксимация, принятая в методе Эйлера, является весьма грубой, и высокой точности интегрирования достигнуть не удастся даже при малом шаге за счет прогрессирующего накопления ошибок.

В методе Рунге-Кутты 4 порядка закон изменения $f(t, y)$ аппроксимируется квадратичной параболой, построенной специальным образом в интервале шага интегрирования.

Алгоритм метода Рунге-Кутты проиллюстрирован на рис. 3 и содержит следующие шаги*:

1) шаг интегрирования делится пополам, и через середину проводится прямая;

2) в точке $A (t_k, y_k)$ определяется значение производной $f(t_k, y_k) = f_A$, которое наносится на рис. 3,а;

3) из точки A проводится прямая линия под углом, тангенс которого равен f_A (рис. 3,б);

4) определяется точка пересечения этой прямой с вертикальной линией, лежащая на середине интервала интегрирования

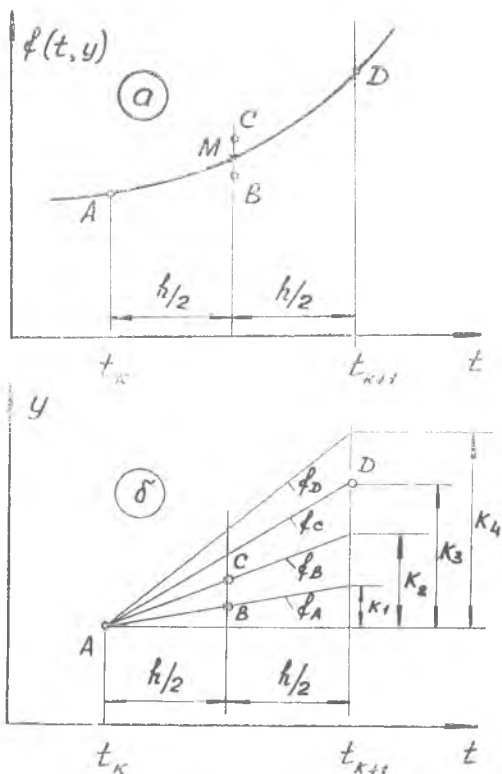


Рис. 3. Графическая иллюстрация метода Рунге-Кутты 4 порядка: а — параболическая аппроксимация функции $f(t, y)$ на интервале (t_k, t_{k+1}) ; б — схема определения точек A, B, C, D

* Остославский И. В., Стражева И. В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1969.

$$B \left(t_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2} f_k \right);$$

5) в точке B определяется значение производной $f \left(t_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2} f_k \right) = f_B$, которое наносится на рис. 3,а;

6) из точки A на рис. 3,б проводится прямая под углом, тангенс которого равен f_B ;

7) определяется точка пересечения этой прямой с вертикальной линией, лежащая на середине интервала интегрирования

$$C \left(t_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2} f_B \right);$$

8) в точке C определяется значение производной $f \left(t_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2} f_B \right) = f_C$, которое отмечается на рис. 3,а;

9) из точки A проводится прямая под углом, тангенс которого равен f_C (см. рис. 3,б);

10) определяется точка пересечения этой прямой с вертикальной линией, проведенной из конечной точки интервала интегрирования — точка $D : D(t_k + h, y_k + hf_k)$;

11) в точке D определяется значение производной $f_D = f(t_k + h, y_k + hf_k)$, которое наносится на график (см. рис. 3,а);

12) чтобы получить более точное значение производной в середине интервала интегрирования, осредним полученные значения f_B и f_C и получим новую точку M (см. рис. 3,а): $f_M = \frac{f_B + f_C}{2}$.

13) по найденным значениям производных в начале f_A , в середине f_M и в конце f_D интервала интегрирования проводим параболу, то есть аппроксимируем аналитически закон изменения производной $f(t, y)$ на интервале (t_k, t_{k+1}) квадратичной параболой (см. рис. 3,а).

После вычисления интеграла в формуле (9) и приведенных преобразований получим

$$\begin{aligned} y_{k+1} &= y_k + \frac{1}{6} [f_A + 2(f_B + f_C) + f_D] h = \\ &= y_k + \frac{1}{6} k_1 + \frac{1}{3} (k_2 + k_3) + \frac{1}{6} k_4, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$k_1 = hf_A; \quad k_2 = hf_B; \quad k_3 = hf_C; \quad k_4 = hf_D.$$

Таким образом, для того, чтобы найти y_{k+1} в момент $t_{k+1} = t_k + h$ при известных t_k, y_k , необходимо вычислить правые части дифференциального уравнения (8) четыре раза (f_A, f_B, f_C, f_D) и воспользоваться формулой (10) метода Рунге-Кутты.

Эти операции повторяются последовательно по шагам, начиная от t_0 на всем промежутке интегрирования до появления сигнала о прекращении решения задачи, поступающего от функции выхода.

Полученная формула (10) может быть распространена на вычисление n неизвестных функций y_i системы (5) (см. формулы (7)).

2. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА ТРАЕКТОРИИ

Программа расчета движения ЛА на ЭВМ составлена на языке Фортран-ИФВЭ*.

Программа состоит из основной программы *SPUSK2* и трех подпрограмм, к которым происходит обращение в основной программе:

подпрограмма *RK*, реализующая алгоритм численного интегрирования методом Рунге-Кутты 4 порядка;

подпрограмма *PRSPU2* вычисления правых частей системы дифференциальных уравнений, вызывается подпрограммой *RK*;

подпрограмма *FVSPU2* вычисления функций выхода и летных характеристик, вызывается подпрограммой *RK*.

Подпрограмма *RK* имеет следующее описание: *RK (HRK, LL, CALCY, CALCFI, N, M)*. Формальные параметры, стоящие в скобках расшифровываются следующим образом:

HRK — шаг интегрирования;

LL — служебная метка программы;

CALCY — имя подпрограммы вычисления правых частей дифференциальных уравнений;

CALCFI — имя подпрограммы вычисления функции выхода;

N — число дифференциальных уравнений;

M — число функций выхода, обеспечивающих конец счета.

Блок-схемы основной программы и подпрограмм с пояснениями приведены на рис. 4—6.

Следует тщательно разобраться в основной программе *SPUSK2* и в подпрограммах *PRSPU2* и *FVSPU2* и объяснить любой оператор, стоящий в них. Подпрограмма *RK* является стандартной для интегрирования системы дифференциальных уравнений до 16-го порядка с произвольными правыми частями и пятью возможными функциями выхода, поэтому изучать ее не требуется.

Для облегчения программирования и чтения программы и подпрограммы идентификаторы переменных программы полностью соответствуют символам величин в формулах. Наименования греческих букв пишутся латинскими буквами (например, σ —*SIGMA*, β —*BETA*, ρ —*RO* и т. п.). Исключения составляют обозначения, начинающиеся с латинских букв *I, J, K, L, M, N*, которые

* Белоконов И. В. Особенности программирования на Фортране-ИФВЭ. Куйбышев: КуАИ, 1981.

Используемые
операторы
PROGRAM

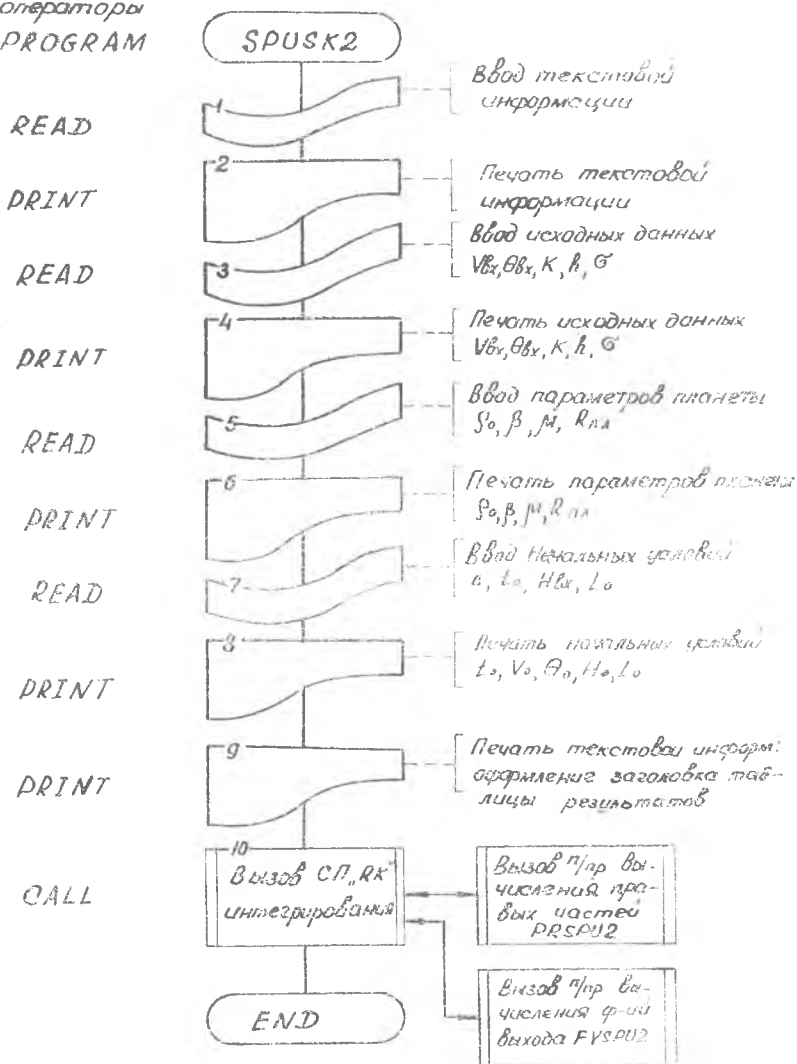


Рис. 4. Блок-схема основной программы

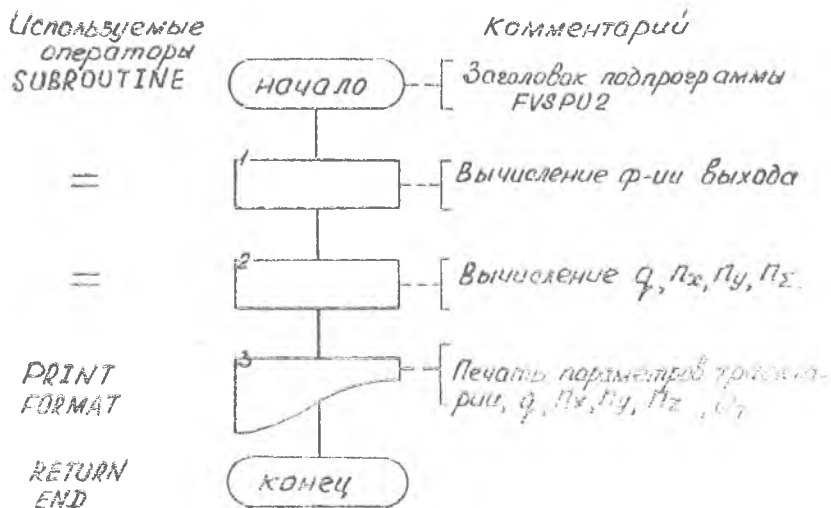


Рис. 5. Блок-схема подпрограммы функций выхода

используются в Фортране для обозначения целых переменных (INTEGER).

Для обозначения действительных переменных (REAL), начинающихся с этих букв, впереди добавлена буква A. Например, число μ имеет идентификатор AMU, проекция перегрузки n_x имеет идентификатор ANX и т. п.

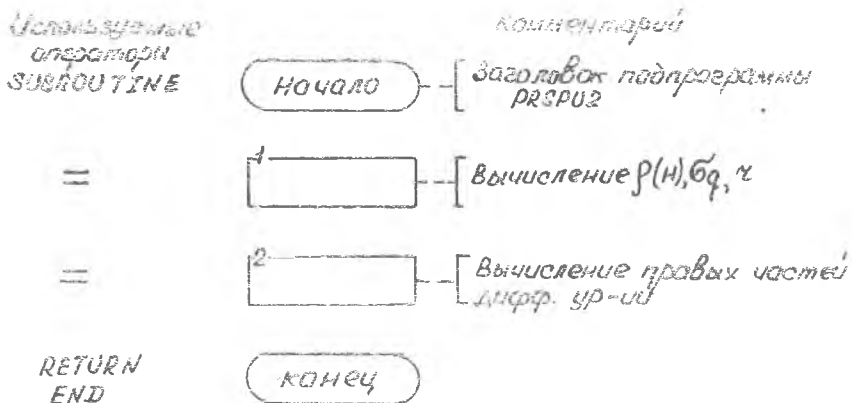


Рис. 6. Блок-схема подпрограммы расчета правых частей дифференциальных уравнений

В программе используются массивы (см. табл. 1):
 $Y(5)$ — массив текущих значений фазовых координат;
 $D(5)$ — массив для вычисления правых частей;
 $G(5), H(5)$ — массивы для организации функций выхода.

Таблица 1

Переменная	t	V	Θ	H	L	t	V	$\dot{\Theta}$	H	L	H	H
Идентификатор	$Y(1)$	$Y(2)$	$Y(3)$	$Y(4)$	$Y(5)$	$D(1)$	$D(2)$	$D(3)$	$D(4)$	$D(5)$	$H()$	$G(1)$

3. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Исходные данные разделяются на две группы:

1) физические характеристики планет Земля, Венера, Марс приведены в табл. 2;

2) варианты исходных данных, включающие варьируемые проектные параметры (σ и K) и начальные условия движения ($V_{вх}$ и $\Theta_{вх}$), приведены в табл. 3.

Таблица 2

Физические характеристики планет

Планеты	$R_{пл}$, км	μ , m^3/c^2	H_a , км	ρ_0 , kg/m^3	β , 1/м
Земля	6371	$3,9860 \cdot 10^{14}$	90	1,225	$0,141 \cdot 10^{-3}$
Венера	6050	$3,2423 \cdot 10^{14}$	125	63,1	$0,190 \cdot 10^{-3}$
Марс	3395	$4,2828 \cdot 10^{13}$	100	0,0160	$0,080 \cdot 10^{-3}$

Таблица 3

Варианты исходных данных

Планета	№ варианта	σ , m^2/kg	$V_{вх}$, м/с	$\Theta_{вх}$, град	K
Земля	1	0,00025	7800	-1°	0
	2	0,001	8000	-2°	0,10
	3	0,0025	8200	-3°	0,25
	4	0,005		-4°	0,50
	5	0,025		-5°	0,75

Планета	№ варианта	σ , м ² /кг	$V_{вх}$, м/с	$\Theta_{вх}$, град	K
Венера	1	0,001	7200	-1°	0
	2	0,0025	7400	-2°	0,10
	3	0,005	7600	-3°	0,25
	4			-4°	0,50
	5			-5°	0,75
Марс	1	0,010	3500	-1°	0
	2	0,020	3600	-2°	0,10
	3	0,050	3700	-3°	0,25
	4			-4°	0,50
	5			-5°	0,75

Кодировка задания производится наименованием планеты и четырехзначным числом. Первая цифра определяет номер варианта по баллистическому коэффициенту, вторая — номер варианта по скорости входа в атмосферу, третья — номер варианта по углу входа в атмосферу, четвертая — номер варианта по аэродинамическому качеству.

Пример: варианту «Земля 2134» соответствуют следующие исходные данные: $R_{пл} = 6371$ км, $\mu = 3,9860 \cdot 10^5$ км³/с², $H_a = H_{вх} = 90$ км, $\rho_0 = 1,225$ кг/м³, $\beta = 0,141 \cdot 10^{-3}$ 1/м; $\sigma = 0,001$ м²/кг, $V_{вх} = 7800$ м/с, $\Theta_{вх} = -3^\circ$, $K = 0,5$.

4. ПОДГОТОВКА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ЭЦВМ

В соответствии с выданным преподавателем вариантом исходных данных каждому студенту необходимо выписать данные на фортранный бланк, расположив их в четырех зонах и отведя на каждую зону одну строку.

В первой зоне, длиной в 18 позиций, указываются номер группы и вариант задания. (Например, GR □ 1312 □ □ VAR □ Z2134.).

Во второй зоне помещаются начальные условия входа, проектные параметры ЛА и шаг интегрирования в следующей последовательности и форматах:

$V_{вх}$ (м/с), F6.1; $\Theta_{вх}$ (град), F6.2; K , F6.2;

$H_{итт}$ (с), F6.2; σ (м²/кг), F7.5.

В третьей зоне записываются физические параметры планеты, все в формате E 12.5, в следующей последовательности:

$$\rho_0 \text{ (кг/м}^3\text{)}; \beta \text{ (1/м)}; \mu \text{ (м}^3\text{/с}^2\text{)}; R_{\text{пл}} \text{ (м)} .$$

В четвертую вносятся конечная высота (условие окончания расчета) и остальные начальные условия движения, каждая величина в формате E 12.5, в такой последовательности:

$$y_k \text{ (м)}; t_0 = 0; H_{\text{вх}} = H_a \text{ (м)}; L = 0.$$

Заполненный бланк подписывается студентом и сдается для перфорации в вычислительный центр.

5. ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ НАЧАЛЬНОГО УЧАСТКА ТРАЕКТОРИИ ВРУЧНУЮ

С целью освоения метода численного интегрирования Рунге-Кутты и получения контрольного результата для проверки правильности работы программы, каждому студенту необходимо с помощью микрокалькулятора самостоятельно, в порядке подготовки ко второй части лабораторной работы, выполнить расчет одного шага интегрирования начального участка траектории. Шаг интегрирования должен совпадать с шагом, задаваемым для расчета на ЭЦВМ.

Результаты интегрирования на одном шаге, находящиеся в правом нижнем углу таблицы, необходимо сравнить с результатом, полученным на ЭЦВМ. При отсутствии ошибок в ручном счете и ошибок в программе счета на ЭЦВМ должно получиться совпадение результатов.

6. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ДЛЯ ТРАЕКТОРНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Сначала необходимо произвести расшифровку результатов решения на ЭЦВМ, выданных на печатающем устройстве ЭЦВМ (АЦПУ).

В первых четырех строках напечатаны исходные данные, которые были введены в машину.

Далее выводятся 10 столбцов цифр, определяющих результаты интегрирования в следующей последовательности:

T (с); V (м/с); Θ (град); $y = H$ (м); L (м) — время и интегралы уравнений движения — переменные состояния (скорость, угол наклона траектории, высота и дальность по поверхности планеты);

$$q \text{ (Н/м}^2\text{)}; n_x \text{ (—)}; n_y \text{ (—)}; n_z \text{ (—)}; \dot{Q}_{\text{ТЕ}} \text{ (кДж/м}^2\text{с)} —$$

— летные характеристики (скоростной напор, касательная,

нормальная и суммарная перегрузки, единичный тепловой поток в передней критической точке для $r_{\text{кр}} = 1$ м). Значения в столбцах, располагающиеся на одной горизонтали, соответствуют переменным в фиксированный момент времени.

По результатам расчета, в соответствии с требованиями ЕСКД, строятся графики на миллиметровой бумаге с горизонтальным расположением формата А4: на первом формате строятся графики координат состояния $V(t)$; $\Theta(t)$; $H(t)$; $L(t)$, на втором — графики летных характеристик $q(t)$; $n_z(t)$; $\dot{Q}_{\text{ТЕ}}(t)$.

7. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ О СВОЙСТВАХ ДВИЖЕНИЯ

При анализе результатов моделирования при спуске необходимо:

определить время и дальность спуска;

выделить локальные и глобальные максимумы скоростного потока, суммарной перегрузки и теплового потока, зафиксировать высоты и скорости, при которых реализуются глобальные максимумы;

установить число рикошетов, на каких рикошетах достигаются глобальные максимумы перегрузки и теплового потока;

дать оценку характеру изменения угла наклона траектории и определить высоту, с которой резко возрастает крутизна траектории $|\dot{\Theta}^\circ| \geq 10^\circ$;

ответить на вопрос: какие можно сделать допущения для получения приближенных аналитических решений уравнений спуска.

Кроме того, с использованием результатов, полученных другими студентами бригады или смежных бригад, необходимо сделать качественные выводы о влиянии основных параметров — угла входа $\Theta_{\text{вх}}$, аэродинамического качества K и баллистического коэффициента σ на максимальные значения перегрузок и тепловых потоков.

8. ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется на специальном бланке, с заполнением всех его разделов:

1. **Постановка задачи.** Кратко описывается математическая модель движения и оформляется рисунок с указанием характерных параметров и углов, приложенных к ЛА сил.

2. **Метод решения.** Приводятся формулы Рунге-Кутты и дается графическая интерпретация метода для одного дифференциального уравнения.

3. **Исходные данные.** Выписываются все исходные дан-

Таблица 4

i	d				1	2	3	4
	t				t_K	$t_K + \frac{h}{2}$	$t_K + \frac{h}{2}$	$t_K + h$
1	V_K	$V_K + \frac{K_{11}}{2}$	$V_K + \frac{K_{21}}{2}$	$V_K + K_{31}$	V_{Bx}	-----	-----	-----
2	Θ_K	$\Theta_K + \frac{K_{12}}{2}$	$\Theta_K + \frac{K_{22}}{2}$	$\Theta_K + K_{32}$	Θ_{Bx}	-----	-----	-----
3	H_K	$H_K + \frac{K_{13}}{2}$	$H_K + \frac{K_{23}}{2}$	$H_K + K_{33}$	H_{Bx}	-----	-----	-----
4	L_K	$L_K + \frac{K_{14}}{2}$	$L_K + \frac{K_{24}}{2}$	$L_K + K_{34}$	0	-----	-----	-----
	$f = p_0 \exp(-\beta H)$ $\sin \theta$ $\cos \theta$ $1/(R_{DM} + H)$ $g = \frac{M}{(R_{DM} + H)^2}$				-----	-----	-----	-----
1	$V = -\sigma \rho V^2 - g \sin \theta$				-----	-----	-----	-----
2	$\Theta = K \sigma \rho V - g \frac{\cos \theta}{V} + \frac{V \cos \theta}{R_{DM} + H}$				-----	-----	-----	-----
3	$H = V \sin \theta$				-----	-----	-----	-----
4	$L = \frac{R_{DM} V \cos \theta}{R_{DM} + H}$				-----	-----	-----	-----
1	$K_{j1} = \dot{U}(y_j) h$				-----	-----	-----	-----
2	$K_{j2} = \Theta(y_j) h$				-----	-----	-----	-----
3	$K_{j3} = H(y_j) h$				-----	-----	-----	-----
4	$K_{j4} = L(y_j) h$				-----	-----	-----	-----
1	$V_{K+1} = V_K + \frac{K_{11} + K_{21}}{6} + \frac{K_{31} + K_{31}}{3}$				$V_K + \frac{K_{11}}{6}$	① + $\frac{K_{21}}{3}$	② + $\frac{K_{31}}{3}$	③ + $\frac{K_{31}}{6}$
2	$\Theta_{K+1} = \Theta_K + \frac{K_{12} + K_{22}}{6} + \frac{K_{32} + K_{32}}{3}$				$\Theta_K + \frac{K_{12}}{6}$	① + $\frac{K_{22}}{3}$	② + $\frac{K_{32}}{3}$	③ + $\frac{K_{32}}{6}$
3	$H_{K+1} = H_K + \frac{K_{13} + K_{23}}{6} + \frac{K_{33} + K_{33}}{3}$				$H_K + \frac{K_{13}}{6}$	① + $\frac{K_{23}}{3}$	② + $\frac{K_{33}}{3}$	③ + $\frac{K_{33}}{6}$
4	$L_{K+1} = L_K + \frac{K_{14} + K_{24}}{6} + \frac{K_{34} + K_{34}}{3}$				$L_K + \frac{K_{14}}{6}$	① + $\frac{K_{24}}{3}$	② + $\frac{K_{34}}{3}$	③ + $\frac{K_{34}}{6}$

ные, вводимые в ЭЦВМ в виде, подготовленном для нанесения на перфоленту.

4. Блок - схема. Изображается блок-схема основной программы с комментариями и с указанием используемых программ.

5. Соответствие переменных задачи идентификаторам. Приводится таблица соответствия для всех переменных, используемых во всех частях программы, за исключением подпрограммы.

6. На отдельном листе приводится расчет в табличной форме численного интегрирования вручную (табл.4) и сравнение с результатами расчета на ЭЦВМ.

7. Графическое представление результатов. Строятся графики в соответствии с п.6 инструкции.

8. Выводы. Анализируются полученные результаты и делаются краткие выводы в соответствии с указаниями п.7 инструкции.

К отчету прилагаются распечатки результатов расчета и программы (одной на бригаду). Текст основной программы должен быть разделен на части согласно имеющейся блок-схеме. Справа от текста программы и подпрограммы (за исключением программы *РК*) необходимо дать комментарии к каждому оператору (или группе операторов) о характере выполняемых им действий. В распечатке результатов расчета должны быть выделены строки, соответствующие локальным и глобальным максимумам перегрузок и тепловых потоков, а также рикошетам.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Понятие математической модели движения и ее составные элементы.

2. Графическое изображение схемы сил, действующих на ЛА в полете.

3. Завись дифференциальных уравнений движения ЛА при спуске в атмосфере планеты.

4. Понятия баллистического и планирующего спуска.

5. Понятие баллистического коэффициента аэродинамического качества.

6. Запись выражений для определения скоростного напора, удельного теплового потока, перегрузки (суммарной, нормальной, тангенциальной).

7. Математическая формулировка задачи.

8. Описание алгоритма метода Рунге-Кутты 4 порядка (на примере численного интегрирования одного дифференциального уравнения) и его графическая интерпретация.

9. Структура программы и назначение каждой части (подпрограммы).

10. Запись блок-схем основной программы и подпрограмм.

11. Влияние параметров задачи (σ , K , $V_{вх}$, $\Theta_{вх}$) на характер траектории спуска.

12. Что достигается раньше при баллистическом спуске: максимальная величина скоростного напора или максимальная величина теплового потока?

13. Характерные отличия траекторий при баллистическом и планирующем спуске.

14. Какие можно сделать допущения для получения приближенных аналитических решений уравнений спуска?

Составители: *Виталий Михайлович Белоконов,*
Игорь Витальевич Белоконов

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО
АППАРАТА ПРИ СПУСКЕ В АТМОСФЕРЕ ПЛАНЕТЫ
С ПОМОЩЬЮ ЭЦВМ

Редактор О. Б. Хнырева
Техн. редактор Н. М. Каленюк
Корректор В. П. Петрова

Сдано в набор 21.06.84 г. Подписано в печать 4.09.84 г.
Формат 60×84 1/16. Бумага оберточная белая.
Бисолая печать. Литературная гарнитура.
Усл. в. л. 1,16. Ул.-пзд. л. 0,93. Т. 600 экз.
Заказ 536. Бесплатно.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени академика С. П. Королева,
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

Тип. УЭЗ КуАИ, г. Куйбышев, ул. Ульяновская, 18