

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР
КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени академика С.П.КОРОЛЕВА

УДК 539.3

Горлач Б.А., Ефимов Е.А., Орлов Н.Н., Шевцов Г.А.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
ДЕТАЛЕЙ ТИПА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПАНЕЛЕЙ.

Куйбышев, 1985

На базе вариационного уравнения Лагранжа, определяющих соотношений, связывающих тензор напряжения Коши с тензором деформаций Альманси, а также нелинейных геометрических соотношений между тензором Альманси и вектором перемещения строится замкнутая система уравнений, описывающая поведение панели в процессе ее формообразования.

Учтена возможность деформирования панели в пространстве, ограниченном жесткой матрицей и дальнейшего движения точек поверхности панели по границе матрицы.

Программа решения задачи, основанная на методе конечных элементов (МКЭ), позволяет проводить машинный эксперимент на ЭВМ по отладке технологических процессов изгиба панелей.

Приводятся примеры решения задач одномерного изгиба панелей.

Для построения математической модели процесса формообразования панели в качестве базового рассматривается вариационное уравнение Лагранжа, которое для конечного равновесного состояния тела записано в виде /I/:

$$\int_V \Sigma : \nabla \delta U dv - \int_T P_N : \delta U dT = 0. \quad (I)$$

Здесь Σ - тензор напряжения Коши; P_N - вектор напряжений на поверхности T тела с единичной нормалью N ; δU - вариация вектора перемещения U ; ∇ - векторный оператор Гамильтона; V - объем тела. Точками, стоящими между буквами, обозначено скалярное произведение тензорных функций.

Для решения задач вариационное уравнение (I) преобра-

зовывается к метрике некоторого, в общем случае неравновесного промежуточного состояния. Преобразование производится в предположении, что функции, характеризующие конечное состояние, выражаются через сумму функций промежуточного состояния (ниже эти функции записываются строчными буквами соответствующими вышеприведенным обозначениям) с их приращениями. Кроме того, при преобразовании используется условие сохранения массы тела и известное соотношение между элементарными поверхностями двух конфигураций деформируемого тела /2/.

В результате преобразований вариационное уравнение (I) приводится к виду:

$$\int_V [k \bar{I} \nabla u \cdot I + \mu \nabla u + \mu (\nabla u)^T - 2\mu \Lambda (\nabla u)^T] : \delta \delta - \frac{1}{2} \nabla u : \delta + \frac{1}{2} (\nabla u)^T : \delta - \frac{1}{2} \delta : (\nabla u + (\nabla u)^T)] : \nabla \delta u \, dV = \int_{\frac{t}{t_0}} P_n \cdot \delta u \, dt - \int_V \delta : \nabla \delta u \, dV, \quad (2)$$

где

$$\Lambda = \frac{2\mu}{\frac{2}{3} \sigma_T^2 (2\mu + \eta) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \bar{I}_a} a : \delta + \frac{2}{3} \sigma_T \frac{\partial \sigma_T}{\partial \bar{I}_a} \right) a : \delta};$$

$$P_n = Pn; \quad \delta = (\nabla x)^T \cdot (2\mu d' - \eta a) \cdot \nabla x; \quad \bar{I}_a = \frac{1}{2} a : a;$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \delta : \delta - \frac{1}{3} \sigma_T^2; \quad \sigma_T = \sigma_T(\bar{I}_a); \quad \eta = \eta(\bar{I}_a);$$

$\bar{I} \nabla u$ - первый инвариант градиента вектора перемещения ∇u ;

I - единичный тензор; ∇x - тензор-градиент места; \bar{I}_a -

второй инвариант тензора пластических деформаций Альманси a ;

d' - девиатор упругих деформаций Альманси d ;

δ - тензор активных напряжений; ζ - функция нагружения;

k, μ - постоянные; σ_T, η - функции, характе-

ризирующие физико-механические свойства материала. Индекс "т" обозначает операцию транспонирования.

Уравнение (2) записано в виде, удобном для решения его итерационным методом. Если конфигурация деформированного тела соответствует его равновесному состоянию, то правая часть уравнения (2) обращается в нуль и решение задачи является искомым. В противном случае "невязка" решения (левая часть уравнения) дает возможность определить приращение перемещений на очередной итерации, а также скорректировать перемещения, конфигурацию тела и другие функции. Для сходящегося процесса "невязка" решения стремится к нулю.

Решение ведется шаговым методом по нагрузке. Приращение нагрузки выбирается настолько малым, чтобы сходился итерационный процесс и с достаточной точностью, требуемой теорией течения, прослеживался путь нагружения.

Дополнительная трудность решения задач деформирования в пространстве, ограниченном жесткой матрицей, заключается в разработке алгоритма вывода точек тела на поверхность матрицы и дальнейшего скольжения его границы по этой поверхности. Момент пересечения граничных точек с поверхностью матрицы, задаваемой уравнением

$$f(x) = 0, \quad (3)$$

определяется из совместного решения уравнения для вектора перемещения "m"-той узловой точки частицы тела, записанного в параметрической форме

$$x_{m+1} = x_m + U_m \eta, \quad (4)$$

и уравнения (3). В выражении (4) x_m - вектор места "m"

- той точки границы тела в момент, предшествующий очередному шагу нагружения.

Запись уравнения (2) в символах прямого тензорного исчисления облегчает задачу сведения его к матричному виду, соответствующему МКЭ. Для ее осуществления выбран изопараметрический конечный элемент, для которого основные переменные, описывающие конфигурацию тела и поля перемещений, аппроксимируются одними и теми же функциями формы.

На основании описанного алгоритма решения составлена программа решения задачи на алгоритмическом языке ПЛ/1. Эта программа позволяет проводить на ЭВМ машинный эксперимент по отработке технологических процессов изгиба панели.

Для плоской в начальном состоянии панели (рис. I) $\delta/\delta_0 = 80$, нагруженной равномерно распределенным нормальным давлением, исследовалось напряженно-деформированное состояние в геометрически и физически нелинейной постановках при различных условиях закрепления края.

Геометрические параметры,
характеризующие начальное состояние
пластины.

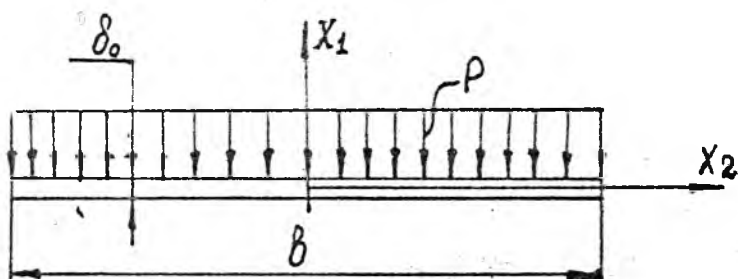


Рис. I

На рис.2 показаны изменения наибольших прогибов при увеличении нагрузки жесткозаземленной цилиндрической панели. Кривая 1 построена для геометрически нелинейной задачи, кривая 2 - для физически нелинейной.

Изменение наибольшего прогиба
при увеличении нагрузки жесткозаземленной
цилиндрической панели

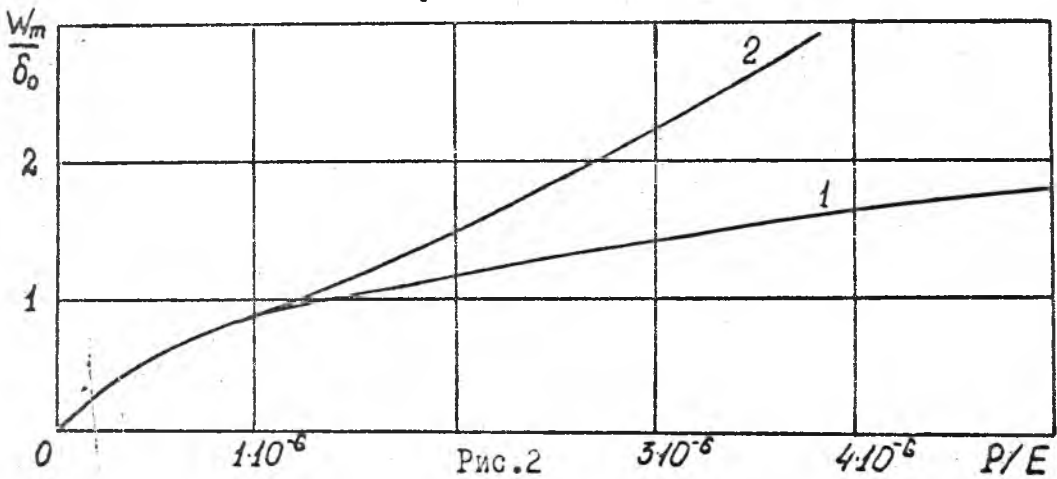


Рис.2

На рис.3 показано развитие зон пластичности при увеличении нагрузки для жесткозаземленной цилиндрической панели.

Развитие зон пластичности

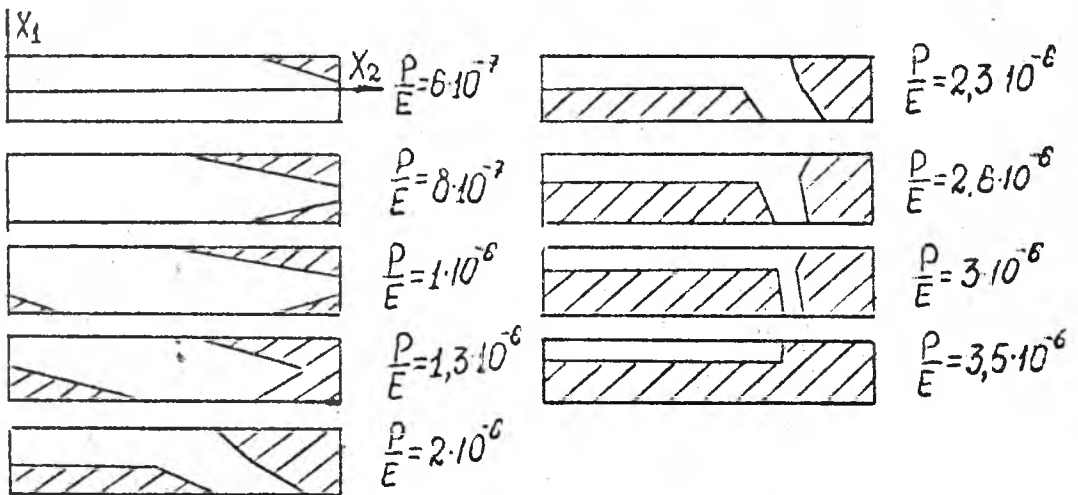


Рис.3

На рис.4 показано изменение наибольшего прогиба цилиндрической панели подсчитанное в геометрически нелинейной постановке задачи при шарнирно-неподвижном опирании двух краев панели.

Изменение наибольшего прогиба
при увеличении нагрузки

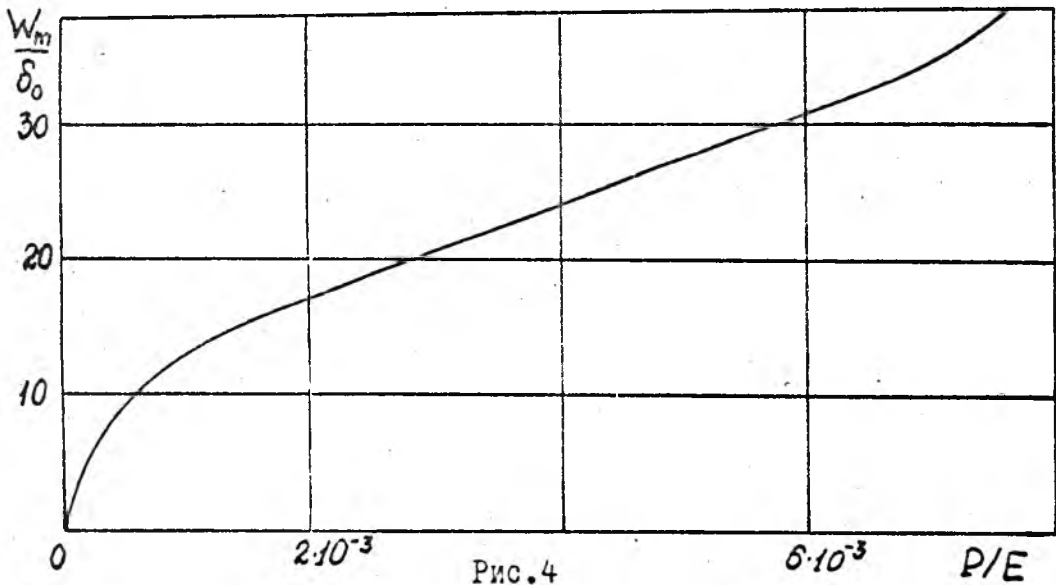


Рис.4

На рис.5 показаны геометрические параметры, характеризующие процесс формообразования панели, выполненной из материала АМгЗМ, в жесткую матрицу.

Схема нагружения

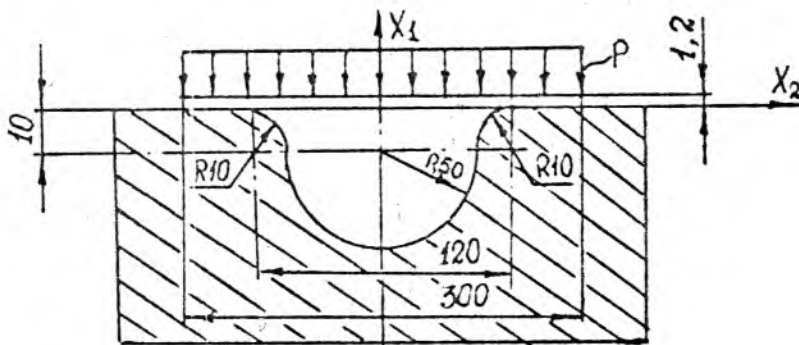


Рис.5

На рис.6 прослеживается путь нагружения панели, на рис.7 показано пружинение детали после снятия нагрузки.

Изменение наибольшего прогиба при увеличении нагрузки.

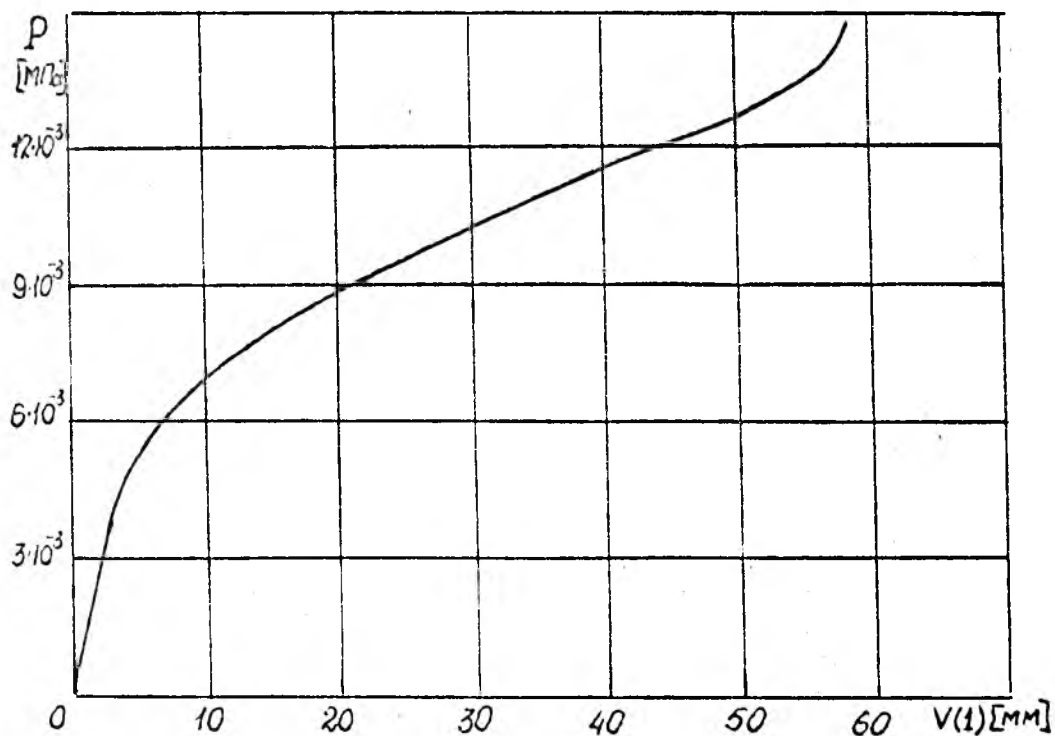


Рис.6

Геометрия детали после снятия нагрузки.

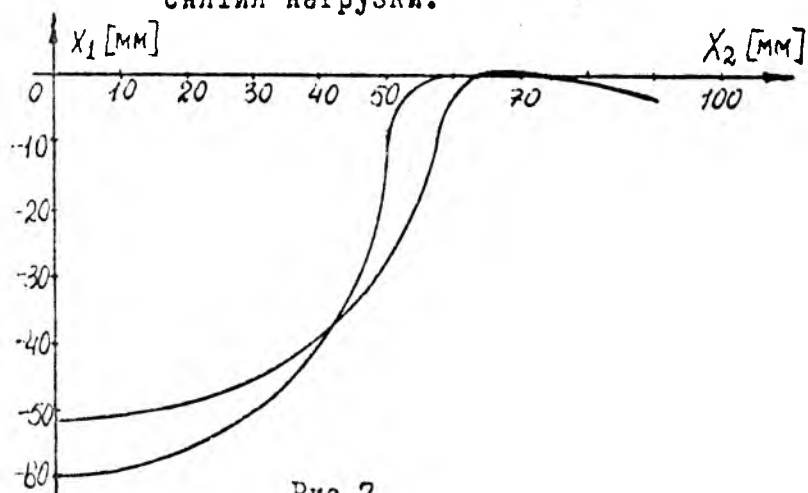


Рис.7

Литература

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т.1 - М.: Наука, 1970. - 492 с.
2. Лурье А.И. Теория упругости. - М.: Наука, 1970. - 940 с.

Печатается в соответствии с решением
редакционно-издательского Совета Куйбышевского
ордена Трудового Красного Знамени авиационного
института имени академика С.П.Королева от
11 ноября 1984 года.

В печать 13.03.85

Тир. /

Цена

11 руб

Зак.

32792

Производственно-издательский комбинат БИНИТИ
Льберци, Октябрьской пр., 403
