

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО
КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
имени академика С. П. КОРОЛЕВА

ИЗГИБ. УСТОЙЧИВОСТЬ

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ
ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ

Приведены лабораторные работы по сопротивлению материалов, относящиеся к темам «Изгиб и устойчивость». Изложена методика проведения работ, даны схемы установок, протоколы испытаний, контрольные вопросы.

Лабораторные работы предназначены для студентов всех специальностей дневного и вечернего отделений, изучающих курс сопротивления материалов.

Составители: *С. И. Иванов, В. М. Ермолаев, С. М. Лежин,
Г. Ф. Мальков, Л. И. Павлович, С. Н. Янский*

Рецензенты: *В. В. Мышкина, М. В. Зацепина, В. Д. Щеголеватых*

Утверждены редакционно-издательским советом института

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ

Цель работы — опытное определение деформаций и напряжений балки при изгибе и сопоставление опытных данных с расчетными значениями, найденными по формулам сопротивления материалов.

ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Испытуемая балка представляет собой часть лонжерона хвостового оперения самолета ТУ-154, поперечное сечение которого показано на рис. 1. Балка установлена на двух опорах и нагружена сосредоточенной силой в середине пролета (рис. 2). Сечение, в котором измеряются деформации, отстоит от правой опоры на расстояние s . Нормальные напряжения определяются в крайних волокнах $y = \pm h/2$ и на нейтральной оси $y = 0$, касательные напряжения — на нейтральной оси.

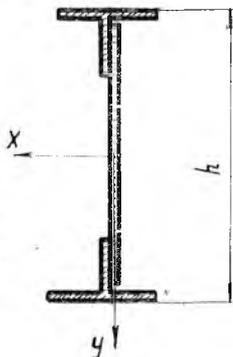


Рис. 1. Поперечное сечение балки

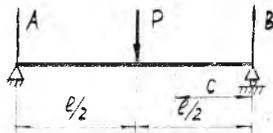


Рис. 2. Расчетная схема балки

Нагружение балки осуществляется на универсальной испытательной машине. Опоры балки находятся на подвижной траверсе, силу на балку передает нож, закрепленный в неподвижной траверсе.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ.

Нормальные напряжения балки при прямом изгибе определяют по формуле

$$\sigma = \frac{M}{I_x} y, \quad (1)$$

где M — изгибающий момент в данном сечении балки;

I_x — момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси;

y — ордината точки, в которой определяют напряжение.

Касательные напряжения вычисляют по формуле Журавского

$$\tau = \frac{Q S_x^{\text{от}}}{I_x b(y)}, \quad (2)$$

где Q — поперечная сила в данном сечении балки;

$S_x^{\text{от}}$ — статический момент отсеченной части поперечного сечения балки относительно нейтральной оси;

I_x — момент инерции всего поперечного сечения относительно нейтральной оси;

$b(y)$ — ширина сечения на уровне точки, в которой вычисляют напряжение.

Значения поперечной силы и статического момента, взятые по абсолютной величине, подставляют в формулу (2). Направление касательного напряжения совпадает с направлением поперечной силы.

Например, для балки двутаврового поперечного сечения эпюры напряжений σ и τ , построенные по формулам (1) и (2), имеют следующий вид (рис. 3).

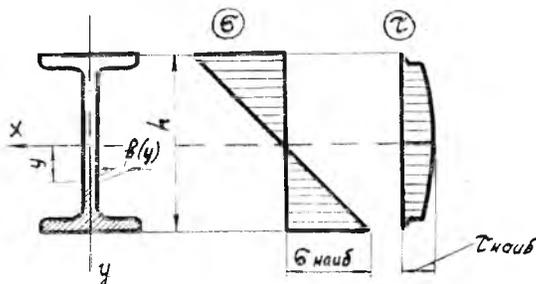


Рис. 3. Эпюры напряжений в балке двутаврового сечения

ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ И НАПРЯЖЕНИИ

Деформации измеряют проволочными или фольговыми тензорезисторами. Схема установки тензорезисторов приведена на рис. 4. Для перевода показаний прибора, подключенного к тензорезисторам, в величины относительных линейных деформаций используют либо тарировочный график, либо цену деления прибора, полученную в результате предварительно проведенной тарировки (см. лаб. работу № 2).

Опытное определение нормальных напряжений при изгибе, проводят на основании закона Гука, в котором используют измеренные величины относительных продольных деформаций. В данной работе напряжения находят в наиболее удаленных от нейтральной оси точках сечения *I* и *II*, испытывающих линейное напряженное состояние, и в точке *III* на нейтральной оси, испытывающей чистый сдвиг.

В случае линейного напряженного состояния закон Гука выражается зависимостью

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (3)$$

где E — модуль продольной упругости материала балки;

ε — относительная линейная деформация в направлении напряжения σ .

Следовательно, для точек сечения *I*, *II* нормальные напряжения можно определить, измерив линейную деформацию ε вдоль оси балки и применив формулу (3).

В точках на нейтральной оси материал балки испытывает деформацию чистого сдвига. При этом главные напряжения $\sigma_1 = \tau_{\text{наиб}}$, $\sigma_3 = -\tau_{\text{наиб}}$ действуют на площадках под углом 45° к оси балки, а $\sigma_2 = 0$ (рис. 5).

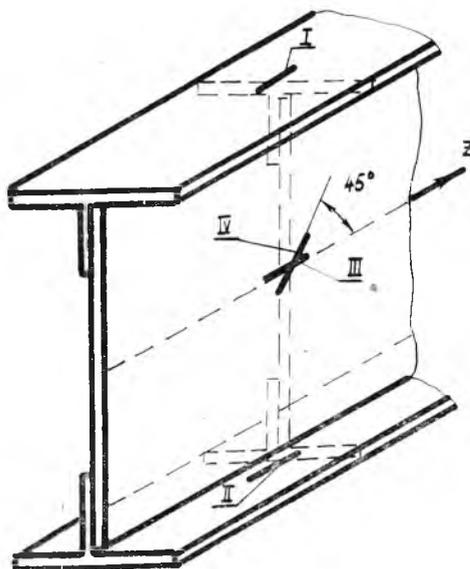


Рис. 4. Схема установки тензорезисторов

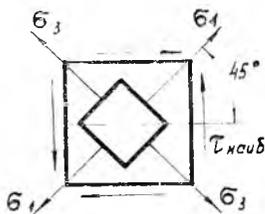


Рис. 5. Напряженное состояние в точках нейтральной оси

Тогда из обобщенного закона Гука следует, что

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1 + \mu}{E} \tau_{\text{наиб}}, \quad (4)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E} = -\frac{1 + \mu}{E} \tau_{\text{наиб}}.$$

Из этих выражений получается формула для вычисления опытного значения касательного напряжения:

$$\tau_{\text{наиб}} = \frac{E}{1 + \mu} \varepsilon_1 = -\frac{E}{1 + \mu} \varepsilon_3. \quad (5)$$

Следовательно, опытное значение касательного напряжения $\tau_{\text{наиб}}$ в точке на нейтральной оси можно найти, ограничившись измерением линейной деформации по направлению одного из главных напряжений под углом 45° к оси балки.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

2. Для заданной нагрузки P по формулам (1) и (2) определить теоретические значения нормальных σ_T и касательных τ_T напряжений в исследуемых точках, вычислив предварительно I_x , $S_x^{\text{от}}$ сложного поперечного сечения лонжерона.

2. Нагрузить балку небольшой предварительной силой и записать начальные показания прибора, подключенного к тензорезисторам, в протокол испытания; догрузить балку заданной силой P и записать конечные показания.

3. По средним из 3-х опытов приращением показаний прибора, переведенных в величины деформаций, с помощью формул (3) и (5) вычислить опытные значения напряжений $\sigma_{\text{оп}}$, $\tau_{\text{оп}}$.

4. Провести сопоставление опытных и теоретических значений напряжений путем вычисления расхождений по формулам

$$\frac{|\tau_T - \tau_{\text{оп}}|}{|\tau_T|} 100\%; \quad \frac{|\sigma_T - \sigma_{\text{оп}}|}{|\sigma_T|} 100\%.$$

5. Опытные и теоретические результаты занести в протокол и таблицу результатов.

Таблица 1

Протокол испытания

№ опыта	Нарузка Р, кН	Верхние волокна			Нижние волокна			Средние волокна						
		A_I , дел.	ΔA_I , дел.	ΔA_I ср, дел.	A_{II} , дел.	ΔA_{II} , дел.	ΔA_{II} ср, дел.	A_{III} , дел.	ΔA_{III} , дел.	ΔA_{III} ср, дел.	A_{IV} , дел.	ΔA_{IV} , дел.	ΔA_{IV} ср, дел.	
1														
2														
3														

Таблица 2

Результаты исследования

Верхние волокна			Нижние волокна			Средние волокна								
σ_t , МПа	$\sigma_{оп}$, МПа	Рас- хождение, %												

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Расчетная схема балки.
2. Схема расположения тензорезисторов.
3. Поперечное сечение лонжерона с вычислением необходимых геометрических характеристик.
4. Расчет теоретических и опытных значений напряжений.
5. Протокол испытаний и таблица результатов исследования.
6. Общий вывод.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В каком случае брус испытывает прямой изгиб?
2. По каким формулам вычисляются напряжения в балке?
3. Как определить напряжения в балке опытным путем?
4. Как распределены нормальные и касательные напряжения в поперечном сечении лонжерона?
5. Как доказать, что в точках нейтральной оси балки главные напряжения имеют значения $\sigma_1 = \tau_{\text{наиб}}$, $\sigma_2 = -\tau_{\text{наиб}}$?
6. Как расположены главные площадки в балке при изгибе на уровне нейтральной оси и в точках, наиболее удаленных от этой оси?

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОГИБА БАЛКИ С ПОДАТЛИВЫМ ЗАКРЕПЛЕНИЕМ

Цель работы — опытное определение прогиба балки с податливым закреплением и сопоставление полученной величины с теоретическим значением, найденным по формулам сопротивления материалов.

ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

В работе рассматривается прогиб конца трубки обратного клапана самолета МИГ, вызванный силой P (рис. 1).

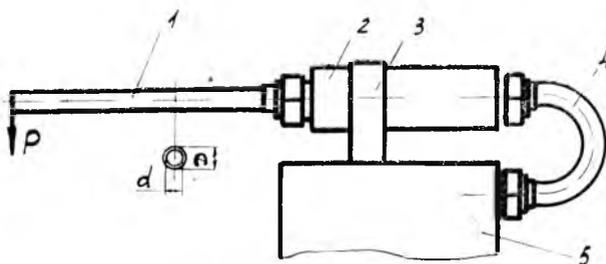


Рис. 1. Трубка обратного клапана гидросистемы самолета МИГ

Трубка 1 присоединена к обратному клапану 2, который с помощью хомутка 3 и трубки подвода гидросмеси 4 крепится к основанию 5, заменяющему лонжерон крыла самолета. Расчетной схемой трубки 1 является консольная балка с податливо закрепленным правым концом (рис. 2).

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

Для определения линейных и угловых перемещений балок при изгибе используют дифференциальное уравнение изогнутой оси балки, имеющее вид

$$E I y'' = M. \quad (1)$$

В случае консольной балки, нагруженной на свободном конце силой P (рис. 2), уравнение (1) запишется как

$$E I y'' = -P (l - z). \quad (2)$$

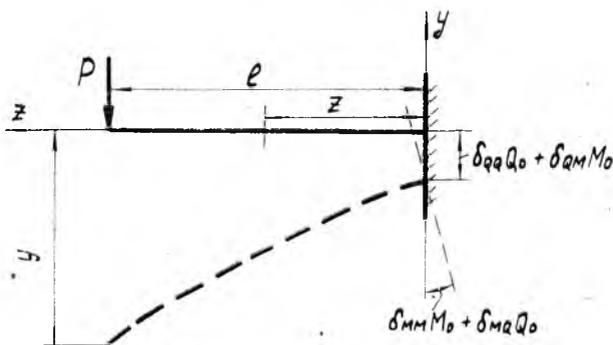


Рис. 2. Расчетная схема трубки

После интегрирования этого уравнения получим следующие выражения для углов поворота поперечных сечений и прогибов:

$$E I y' = -P \left(lz - \frac{z^2}{2} \right) + C, \quad (3)$$

$$E I y = -P \left(\frac{lz^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) + Cz + D. \quad (4)$$

Постоянные интегрирования C и D находим из граничных условий, которые для рассматриваемой балки состоят в том, что при $z = 0$ $y' = y_0'$, $y = y_0$, где y_0' и y_0 — соответственно угол поворота и прогиб в месте податливого закрепления трубки. Используя эти условия, найдем:

$$C = E I y_0', \quad D = E I y_0. \quad (5)$$

Для балок с неподатливым закреплением $y_0' = 0$, $y_0 = 0$, в связи с чем равны нулю и постоянные интегрирования C и D . Когда закрепление податливо, эти величины отличны от нуля, значения y_0' , y_0 приходится определять через найденные опытным путем податливости закрепления.

Податливость δ представляет величину перемещения, вызванного действием единичной нагрузки. При обозначении податливости используют два индекса, например δ_{QQ} или δ_{QM} . Первый индекс обозначает направление перемещения, второй — единичную нагрузку, вызывающую это перемещение. Так, δ_{QM} обозначает перемещение (прогиб) по направлению поперечной силы, вызванное действием единичной пары сил.

Закрепление (опора) характеризуется главными и побочными податливостями. Для рассматриваемой опоры типа защемления главными будут податливости δ_{MM} и δ_{QQ} , а побочными — δ_{MQ} и δ_{QM} (рис. 3), причем на основании теоремы о взаимности перемещений $\delta_{MQ} = \delta_{QM}$.

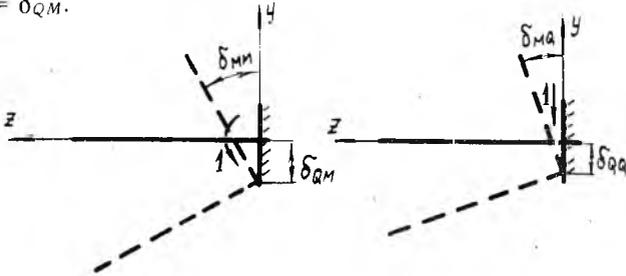


Рис. 3. Схема податливостей места закрепления трубки

Если учесть, что в опорном сечении рассматриваемой балки действуют поперечная сила Q_0 и изгибающий момент M_0 , то угол поворота и прогиб на опоре можно определить по следующим формулам:

$$y_0' = \delta_{MM} M_0 + \delta_{MQ} Q_0, \quad (6)$$

$$y_0 = \delta_{QQ} Q_0 + \delta_{QM} M_0. \quad (7)$$

После подстановки этих выражений в зависимости (5), а затем в (3), (4) получим формулы для определения перемещений трубки в любом сечении

$$E I y' = -Pz \left(l - \frac{z}{2} \right) + E I (\delta_{MM} M_0 + \delta_{MQ} Q_0), \quad (8)$$

$$E I y = -\frac{Pz^2}{2} \left(l - \frac{z}{3} \right) + E I (\delta_{MM} M_0 + \delta_{MQ} Q_0) z + E I (\delta_{QQ} Q_0 + \delta_{QM} M_0). \quad (9)$$

ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДАТЛИВОСТЕЙ И ПРОГИБА

Податливости опор, как правило, определяют опытным путем. В нашем случае для этого следует использовать нагружения силой P в сечениях A и B (рис. 4). Индикаторы служат для определения: 1 и 2 — угла поворота опорного сечения, 3 — вертикального перемещения опоры, 4 — измерения прогиба конца трубки.

Если приращения показаний индикаторов при нагружениях силой P в сечениях A и B обозначить через ΔA_i , ΔB_i соответственно, то главная линейная податливость будет

$$\delta_{QQ} = \frac{\Delta B_3}{P}. \quad (10)$$

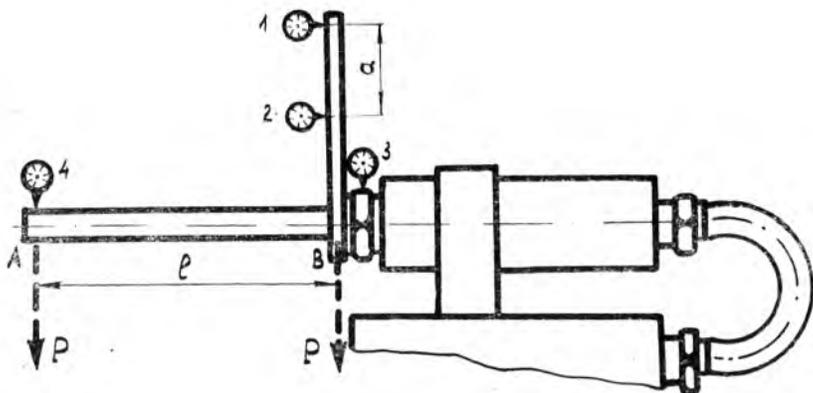


Рис. 4. Схема расположения индикаторов для определения податливостей закрепления и прогиба трубки

При определении главной угловой податливости δ_{MM} нужно учесть, что поворот опоры $\frac{\Delta A_1 - \Delta A_2}{a}$ вызван не только парой сил M_0 , но и силой Q_0 . Вычтя из указанного выражения перемещение от действия силы, равное $\frac{\Delta B_1 - \Delta B_2}{a}$, получим:

$$\delta_{MM} = \frac{(\Delta A_1 - \Delta A_2) - (\Delta B_1 - \Delta B_2)}{Pl a}. \quad (11)$$

На основании аналогичных соображений можно получить формулу для побочной податливости:

$$\delta_{Q_Q} = \delta_{M_Q} = \frac{\Delta A_3 - \Delta B_3}{Pl}. \quad (12)$$

Исследуемый прогиб конца трубки определяем как

$$y_{оп} = -\Delta A_4. \quad (13)$$

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Нагрузить трубку заданной силой P в сечении A , а затем в сечении B и определить при этом перемещения ΔA_i , ΔB_i . Нагрузку и снятие показаний с приборов осуществлять в два этапа: сначала дать небольшую предварительную нагрузку, а затем догрузить конструкцию заданной силой P .

2. Вычислить главные и побочную податливости по формулам (10)—(12) и опытный прогиб по формуле (13).

3. Вычислить прогиб конца трубки y_T по формуле (9), подставив в нее $z = l$.

4. Сравнить теоретическое и опытное значения прогибов путем вычисления расхождения по формуле

$$\frac{|y_{\text{т}}| - |y_{\text{оп}}|}{|y_{\text{т}}|} 100\%$$

5. Расчетные и опытные данные занести в протоколы (табл. 1; 2, 3).

Таблица 1

Нагружение в сечении А

№ опыта	Нагрузка P, Н	Показания индикаторов, мм				Приращения показаний, мм				Средние значения, мм			
		A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	Δ A ₁	Δ A ₂	Δ A ₃	Δ A ₄	Δ A ₁	Δ A ₂	Δ A ₃	Δ A ₄
1													
2													
3													

Таблица 2

Нагружения в сечении В

№ опыта	Нагрузка P, Н	Показания индикаторов, мм			Приращения показаний, мм			Средние значения, мм		
		B ₁	B ₂	B ₃	Δ B ₁	Δ B ₂	Δ B ₃	Δ B ₁	Δ B ₂	Δ B ₃
1										
2										
3										

Таблица 3

Податливости закрепления

$\delta_{QQ}, \frac{\text{мм}}{\text{Н}}$	$\delta_{QM}, \frac{1}{\text{Н}}$	$\delta_{MM}, \frac{1}{\text{Н} \cdot \text{мм}}$

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схема установки и расположения индикаторов.
2. Схема перемещений трубки и места ее закрепления.
3. Протоколы опытов.
4. Расчеты, относящиеся к определению податливостей и прогиба трубки.
5. Общий вывод.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимают под податливостью?
2. Какая разница между главными и побочными податливостями?
3. Как вывести формулы (6), (7), выражающие перемещения трубки в месте закрепления?
4. Как вывести формулы (10)—(12), используемые для подсчета податливостей?
5. Как доказать, что прогиб δ_{QM} и угол поворота δ_{MQ} имеют одинаковую размерность?
6. Как иным путем определить побочную податливость $\delta_{MQ} = \delta_{QM}$?
7. Каково влияние (в процентах) податливости закрепления на исследуемый прогиб трубки?

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Цель работы — ознакомление с теорией измерения остаточных напряжений и опытное определение остаточных напряжений пластины.

ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

В любой детали еще до ее нагружения действуют так называемые остаточные напряжения, возникающие в результате неравномерных пластических деформаций или объемных изменений при обработке давлением, резанием, химико-термической обработке, обработке поверхностным пластическим деформированием (ППД).

Остаточные напряжения оказывают значительное влияние на сопротивление усталости: растягивающие снижают, а сжимающие повышают предел выносливости детали. В связи с этим при изготовлении деталей, особенно в авиационной, применяют ППД, например обдувку дробью, после которой в поверхностном слое детали возникают сжимающие остаточные напряжения.

В лабораторной работе определяют остаточные напряжения пластины, образовавшиеся после ППД (обдувки дробью). Исследованию подвергают полоску, вырезанную из пластины, например из лопатки компрессора авиационного газотурбинного двигателя (рис. 1).

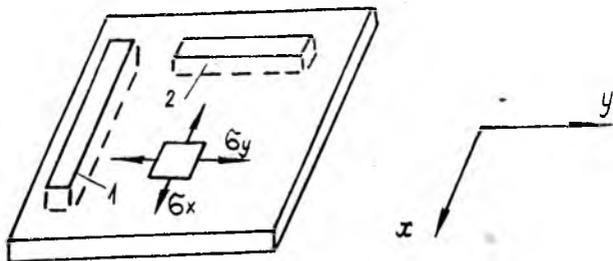


Рис. 1. Схема вырезки полосок из пластины

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

При определении остаточных напряжений в детали типа пластины из нее вырезают две полоски 1 и 2 (рис. 1). Оси полосок после вырезки в силу самоуравновешенности остаточных напряжений остаются прямыми. Затем удаляют продольные слои полосок и измеряют возникающие при этом прогибы, которые образуются за счет освобождения остаточных усилий.

Для установления связи между остаточными напряжениями и прогибами полоски рассмотрим нагружение полоски 1, эквивалентное удалению слоя толщиной a (рис. 2). По торцам зоны удаления

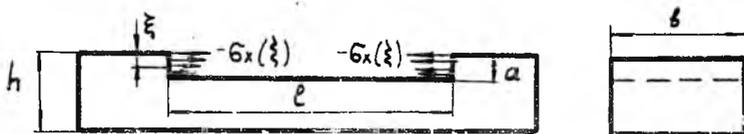


Рис. 2. Нагружение полоски, эквивалентное удалению слоя

слоев действуют остаточные напряжения σ_x , взятые с обратным знаком, так как удаление слоев эквивалентно разгрузке торцов от остаточных напряжений, т. е. нагружению остаточными напряжениями противоположного знака.

Расчетная схема полоски показана на рис. 3. Практическое значение имеют остаточные напряжения в тонком поверхностном слое ($a = 50 - 100$ мкм), в связи с чем выражение для момента пары сил $M(a)$ можно записать как

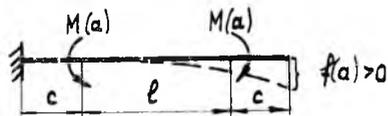


Рис. 3. Расчетная схема полоски

$$M(a) = b \frac{h}{2} \int_0^a \sigma_x(\xi) d\xi. \quad (1)$$

Выражение для прогиба $f(a)$, которое можно получить интегрированием дифференциального уравнения изогнутой оси полоски или способом Верещагина, имеет следующий вид:

$$f(a) = \frac{M(a)l(l+2c)}{2EI}. \quad (2)$$

При вычислении момента инерции поперечного сечения изменением размеров сечения можно пренебречь и считать, что $I = \frac{bh^3}{12}$.

Из выражений (1) и (2) следует, что

$$\int_0^a \sigma_x(\xi) d\xi = \frac{EI}{3l(l+2c)} f(a). \quad (3)$$

Продифференцировав выражение (3) по a , получим:

$$\sigma_x(a) = \frac{E h^2}{3l(l+2c)} \cdot \frac{df(a)}{da}. \quad (4)$$

При удалении слоев полоски освобождаются не только напряжения σ_x , но также и σ_y . Влияние σ_y на прогиб $f(a)$ обусловлено поперечной деформацией от этих напряжений, которая связана с продольной деформацией зависимостью $\epsilon_{\text{поп}} = -\mu\epsilon$. В связи с этим в левую часть формулы (4) необходимо добавить $-\mu\sigma_y(a)$, т. е.

$$\sigma_x(a) - \mu\sigma_y(a) = \frac{E h^2}{3l(l+2c)} \cdot \frac{df(a)}{da}. \quad (5)$$

По результатам исследования второй полоски получим

$$\sigma_y(a) - \mu\sigma_x(a) = \frac{E h^2}{3l(l+2c)} \frac{df(a)}{da}. \quad (6)$$

С помощью двух зависимостей (5) и (6) определим напряжения σ_x и σ_y . При $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$, что наблюдается после обдужки дробью, формула для определения остаточных напряжений пластины принимает следующий вид:

$$\sigma(a) = \frac{E h^2}{3(1-\mu)l(l+2c)} \cdot \frac{df(a)}{da}. \quad (7)$$

При использовании формул (5) — (7) возникает необходимость определять производную опытной функции $f(a)$, представленной таблично или графически. Здесь следует воспользоваться известными приближенными формулами, содержащими приращения функции:

для внутренних точек

$$\frac{df}{da}(a_i) = \frac{f(a_{i+1}) - f(a_{i-1}))}{a_{i+1} - a_{i-1}}, \quad (8)$$

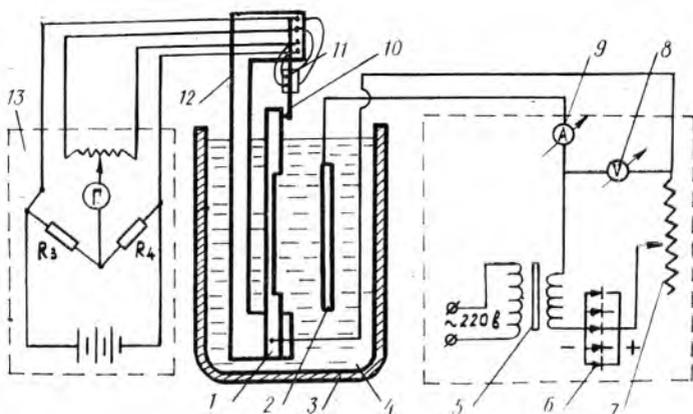
для крайних точек

$$\frac{da}{df}(0) = \frac{f(a_1)}{a_1}; \quad \frac{df}{da}(a_n) = \frac{f(a_n) - f(a_{n-1}))}{a_n - a_{n-1}}. \quad (9)$$

ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПЛАСТИНЫ

Для определения остаточных напряжений устанавливают опытным путем прогибы полоски в зависимости от толщины удаленного слоя. Схема установки для удаления слоев полоски электрохимическим способом и измерения прогибов изображена на рис. 4.

Исследуемую полоску 1 закрепляют в приспособлении 12 и погружают в ванну 3 с электролитом. Против полоски устанавливают свинцовую пластину — катод 2. К образцу и свинцовой пластине



Р и с. 4. Схема установки

подводят от выпрямителя постоянный ток, который вызывает анодное растворение поверхности исследуемой полоски, т. е. непрерывное удаление слоев. Возникающие при этом прогибы полоски измеряют с помощью балочки 10 с наклеенными на нее тензорезисторами 11. Слои полоски можно удалять и химическим способом без тока, если удастся подобрать достаточно активный травитель.

В связи с тем, что травление происходит практически равномерно, толщину удаленного слоя измеряют лишь после окончания опыта.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Произвести обмер полоски.
2. Поверхности полоски, которые не должны подвергаться травлению, защитить хлорвиниловым лаком.
3. Установить полоску в приспособлении так, чтобы измерительная балочка опиралась на нее с некоторым натягом.
4. Приспособление поместить в ванну с электролитом и приступить к травлению (удалению слоев).
5. Через равные промежутки времени регистрировать показания прибора, которые в дальнейшем перевести в величины прогибов полоски.
6. После окончания травления определить толщину удаленного слоя и скорость удаления слоев, необходимую для перехода от зависимости $f(t)$ к $f(a)$.
7. Вычислить по формулам (7)—(9) остаточные напряжения $\sigma = \sigma(a)$ и построить эпюру этих напряжений.
8. Опытные и расчетные данные занести в протокол.

Протокол испытаний и результаты исследования

Время травления, мин	Показания прибора A , дел.	Приращ. показаний ΔA , дел.	Прогиб образца, мкм	Толщина удаленного слоя a , мкм	$\frac{\partial f}{\partial a}$	σ , МПа

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Эскиз полоски с эквивалентными нагрузками и расчетная схема.
2. Схема установки для удаления слоев полоски и измерения прогибов.
3. Протокол испытаний и результаты исследования.
4. График прогибов и эпюра остаточных напряжений.
5. Расчеты, связанные с определением остаточных напряжений.
6. Общий вывод.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Каковы причины образования остаточных напряжений?
2. Как остаточные напряжения влияют на прочность деталей?
3. Почему при выводе формулы для момента освободившихся при удалении слоя остаточных сил считают, что все силы имеют одинаковое плечо?
4. Как получить формулу (2), связывающую прогиб полоски при удалении слоев и момент освободившихся остаточных сил?
5. Почему прогиб полоски связан не только с напряжением σ_x , но и с напряжением σ_y ?
6. Как удаляют слои полоски при определении остаточных напряжений?
7. Как измеряют прогибы полоски при удалении слоев?
8. Как осуществить переход от зависимости прогиб — время к зависимости прогиб — толщина удаленного слоя?

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ БАЛКИ

Цель работы — опытное определение прогиба и угла поворота поперечного сечения статически неопределимой балки и сопоставление полученных величин с теоретическими значениями, найденными по формулам сопротивления материалов.

ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

В качестве балки используется стрингер стабилизатора хвостового оперения самолета, выполненный из алюминиевого сплава Д16Т и имеющий двутавровое поперечное сечение Пр-125-1 (рис. 1). Балка одним концом закреплена и, кроме того, имеет в промежуточном сечении опору, которую можно считать шарнирно-подвижной. Нагружение осуществляется грузом P на свободном конце балки.

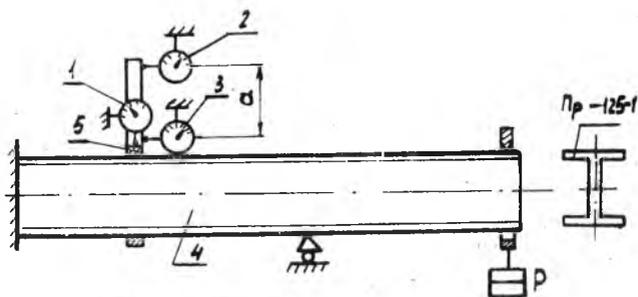


Рис. 1. Исследуемая балка — стрингер

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

Перемещения балки при изгибе характеризуются двумя величинами: прогибом y и углом поворота поперечного сечения Θ (рис. 2). Поскольку рассматриваемая балка является один раз

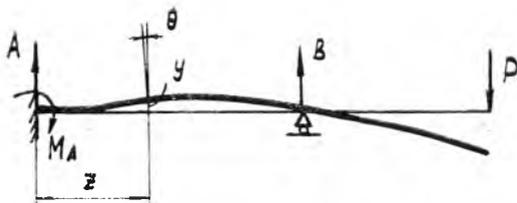


Рис. 2. Схема перемещений балки

статически неопределимой, то определению перемещений должно предшествовать раскрытие ее статической неопределимости, что осуществляется методом сил. За лишнее неизвестное можно принять реакцию на правой опоре $B = X_1$, величина которой находится с помощью канонического уравнения

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0, \quad (1)$$

где δ_{11} — перемещение в основной системе сечения B от действия единичной силы, соответствующей X_1 (рис. 3);

Δ_{1P} — перемещение в основной системе сечения B от действия активной силы (силы P) (рис. 4).

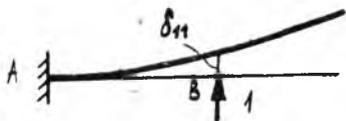


Рис. 3. Единичное нагружение основной системы

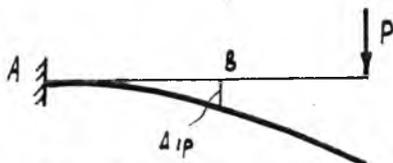


Рис. 4. Нагружение основной системы активными силами

Основной является система, полученная после снятия всей нагрузки и отбрасывания лишних связей, т. е. связей, в которых действуют неизвестные усилия, принятые за лишние.

Для вычисления δ_{11} и Δ_{1P} следует применить формулу Верещагина

$$\Delta = \frac{\sum \Omega_i M_{1ci}}{EI}, \quad (2)$$

где Ω_i — площадь слагаемого основной эпюры изгибающих моментов;

M_{1ci} — изгибающий момент от действия единичного силового фактора, соответствующего искомому перемещению, под центром тяжести площади Ω_i .

Исследуемые перемещения балки y , Θ определяются также с помощью формулы (2), при этом используется эквивалентная система (рис. 5).

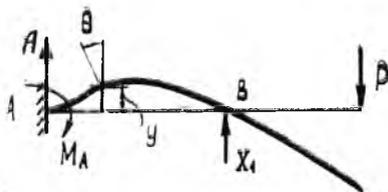


Рис. 5. Эквивалентная система

ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОГИБА И УГЛА ПОВОРОТА ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Для определения перемещений опытным путем используются индикаторы часового типа (см. рис. 1). Прогиб балки измеряется индикатором 1, угол поворота поперечного сечения — индикаторами 2 и 3, которые фиксируют перемещения рычага 5, закрепленного на балке 4. Если через ΔA_i обозначить приращения показаний индикатора i , то искомые перемещения будут

$$y = \Delta A_1, \quad \Theta = \frac{\Delta A_2 - \Delta A_3}{a}, \quad (3)$$

где a — расстояние между ножками индикаторов 2 и 3.

Положение рычага и индикаторов вдоль оси балки можно изменять, что позволяет измерять перемещения в различных сечениях.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Вычислить перемещения δ_{11} , Δ_{1P} и определить лишнее неизвестное X_1 по формуле (1), используя заданное значение силы P .

2. Вычислить перемещения y_T и Θ_T в заданном сечении балки по формуле (2), используя эквивалентную систему. При этом единичные силовые факторы следует направить так, чтобы знаки теоретических и опытных перемещений были одинаковыми.

3. Нагрузить балку заданной силой P и определить возникающие при этом приращения показаний индикаторов ΔA_i . Нагружение и снятие показаний с приборов осуществлять в два этапа: сначала дать небольшую предварительную нагрузку, а потом догрузить конструкцию заданной силой P .

Вычислить опытные значения перемещений $y_{оп}$, $\Theta_{оп}$ по формулам (3).

4. Сравнить теоретические и опытные значения перемещений путем вычисления расхождений по формулам

$$\frac{|y_T| - |y_{оп}|}{|y_T|} 100\%; \quad \frac{|\Theta_T - \Theta_{оп}|}{|\Theta_T|} 100\%.$$

5. Теоретические и опытные данные занести в протокол испытания.

Протокол испытания

№ опыта	Абсцисса сечения z, мм	Нагрузка P, Н	Показания индикаторов, мм									Прогиб, мм			Угол поворота, рад				
			A ₁	Δ A ₁	Δ A _{1 ср}	A ₂	Δ A ₂	Δ A _{2 ср}	A ₃	Δ A ₃	Δ A _{3 ср}	y _T	y _{оп}	Расх., %	Θ _T	Θ _{оп}	Расх., %		
1																			
2																			
3																			

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схема установки и расположения индикаторов.
2. Расчетная схема балки с обозначением исследуемых перемещений.
3. Протокол опыта.
4. Рисунки и расчеты, относящиеся к определению перемещений.
5. Общий вывод.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В каком случае брус испытывает прямой (плоский) изгиб?
2. Какие величины определяют перемещения балки при изгибе?
3. Какие балки относятся к статически неопределимым?
4. Что называют основной и эквивалентной системами?
5. Каков физический смысл канонического уравнения метода сил и входящих в него величин?
6. Какой будет основная система, если за лишнее неизвестное принять M_A или A , и можно ли так сделать?
7. Как устроен и работает индикатор часового типа?

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПЛОСКОЙ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ

Цель работы — опытное определение деформаций и напряжений плоской статически неопределимой рамы и сопоставление их с результатами, полученными по формулам сопротивления материалов.

ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

В лабораторной работе с помощью тензорезисторов определяют деформации и напряжения проставочного кольца авиационного турбореактивного двухконтурного двигателя (рис. 1). Кольцо 1 установлено на опоре 2 и нагружено в нижнем сечении грузом 3. На наружной поверхности кольца в окружном направлении наклеены тензорезисторы 4 для измерения деформаций.

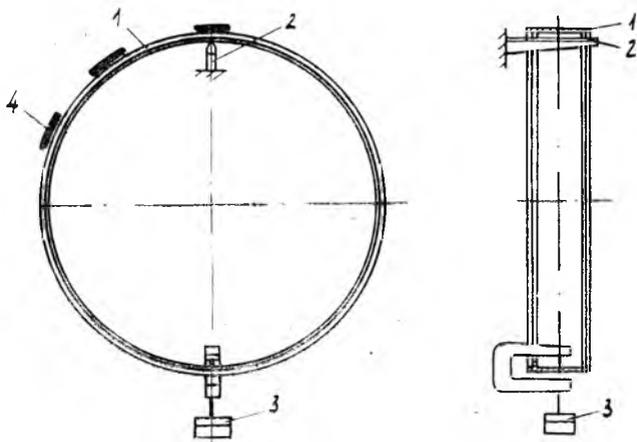


Рис. 1. Проставочное кольцо

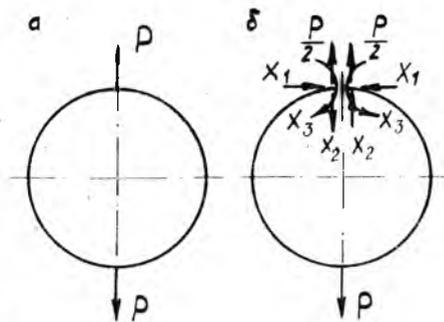


Рис. 2. Расчетная схема кольца

На рис. 2,а изображена расчетная схема кольца, нагруженного растягивающими силами P . На рис. 2,б показана эквивалентная система, в соответствии с которой рассматриваемое кольцо является три раза статически неопределимой плоской рамой. Канонические уравнения метода сил, с помощью которых определяют неизвестные усилия X_1, X_2, X_3 имеют в данном случае следующий вид:

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1P} &= 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2P} &= 0; \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3P} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Благодаря симметрии, уравнения (1) можно упростить. Из условий равновесия половины кольца (рис. 3), следует, что $X_1 = 0$. Обе половины кольца, изображенные на рис. 3, в силу симметрии должны находиться в одинаковых условиях нагружения, т. е., например, верхние силы X_2 для обеих половин должны иметь одинаковое направление. В то же время по закону взаимодействия половин кольца эти силы должны иметь противоположное направление, как это показано на рис. 3. Выполнение указанных двух условий возможно лишь при $X_2 = 0$. Следовательно, только одно неизвестное X_3 отличается от нуля, а система (1) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \delta_{13}X_3 + \Delta_{1P} &= 0; \\ \delta_{23}X_3 + \Delta_{2P} &= 0; \\ \delta_{33}X_3 + \Delta_{3P} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

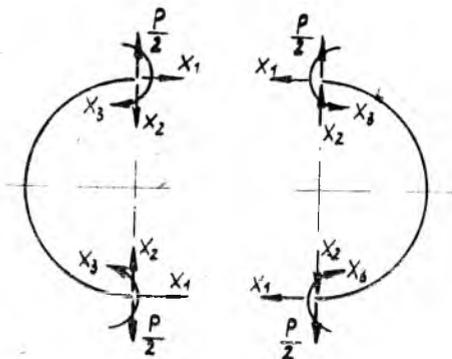


Рис. 3. Нагружение половины кольца

Каждое из этих уравнений, если коэффициенты отличны от нуля, можно использовать для определения X_3 .

Коэффициенты и свободные члены вычисляются по формулам

$$\delta_{ik} = \int_L \frac{M_i M_k}{EI} ds, \quad \Delta_{kp} = \int_L \frac{M_p M_k}{EI} ds. \quad (3)$$

На рис. 4 показаны нагружения основной системы, которым соответствуют M_1, M_2, M_3, M_p .

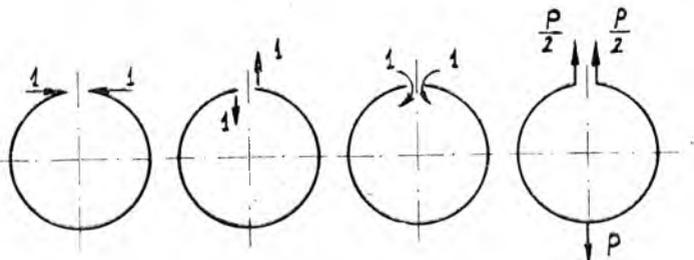


Рис. 4. Нагружение основной системы

После того, как раскрыта статическая неопределенность, т. е. найдено значение X_3 , определяют изгибающий момент M и нормальную силу N в сечениях, где установлены тензорезисторы, используя при этом эквивалентную систему (рис. 2,б). Нормальные напряжения кольца вычисляют по формуле

$$\sigma = \frac{M}{I_y} x + \frac{N}{F}, \quad (4)$$

где x — координата волокна, на котором находится тензорезистор (рис. 5). Ось x следует направить в сторону растянутых волокон.

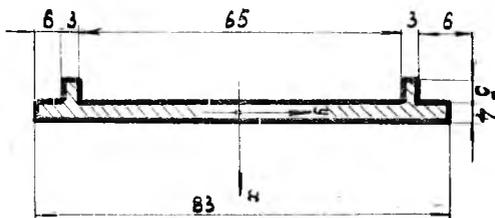


Рис. 5. Поперечное сечение кольца

ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ КОЛЬЦА

С помощью тензорезисторов, наклеенных на наружную поверхность кольца, определяют окружные деформации ϵ в заданных сечениях. При этом для перехода от показаний измерительного прибора к деформациям используют результаты тарировки прибора с тензорезистором или паспортную цену деления прибора с соответствующей поправкой на фактическую характеристику тензорезистора. Заданные растягивающие силы P создают навешиванием в нижнем сечении кольца сменных грузов.

Для перехода от деформаций к напряжениям используют закон Гука.

$$\sigma = E \epsilon. \quad (5)$$

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Дать предварительную нагрузку на кольцо и произвести отсчеты по прибору, подключенному к тензорезисторам.

2. Увеличить нагрузку на заданную величину и вновь произвести отсчет по прибору.

3. По приращению показаний прибора ΔA определить деформации внешней поверхности кольца $\epsilon_{оп}$ в исследуемых сечениях.

4. Вычислить опытные значения напряжений $\sigma_{оп}$ по формуле (5).

5. Вычислить теоретические значения напряжений $\sigma_{т}$ по формуле (4), предварительно раскрыв статическую неопределимость кольца.

6. Сопоставить опытные и теоретические значения напряжений путем вычисления расхождений по формуле

$$\frac{|\sigma_{т} - \sigma_{оп}|}{|\sigma_{т}|} \cdot 100\%.$$

7. Опытные и расчетные данные занести в протоколы (табл. 1 и 2, см. с. 27).

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Расчетная схема кольца с указанием использованных данных.
2. Поперечное сечение кольца с указанием размеров.
3. Расчеты, связанные с раскрытием статической неопределенности и определением напряжений.
4. Протоколы испытаний и результатов.
5. Общий вывод.

Таблица 1

Протокол тензометрирования

№ опыта	Р, Н	Показания прибора, дел				Приращения показаний прибора, дел							
		A_1	A_2	A_3	A_4	ΔA_1	ΔA_{1cp}	ΔA_2	ΔA_{2cp}	ΔA_3	ΔA_{3cp}	ΔA_4	ΔA_{4cp}
1													
2													
3													

Таблица 2

Напряжения, МПа

Сечение 1			Сечение 2			Сечение 3			Сечение 4		
σ_T	$\sigma_{оп}$	Расхождение, %	σ_T	$\sigma_{оп}$	Расхождение, %	σ_T	$\sigma_{оп}$	Расхождение, %	σ	$\sigma_{оп}$	Расхождение, %

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие стержневые системы относят к плоским, плоскопространственным и пространственным рамам?
2. Как определить степень статической неопределимости рамы?
3. Как записываются канонические уравнения метода сил?
4. Какой физический смысл имеют коэффициенты и свободные члены канонических уравнений?
5. Какой физический смысл имеет каждое каноническое уравнение?
6. Любые ли неизвестные можно принять за лишние?
7. Что называют основной и эквивалентной системами?
8. Как осуществляется генеральная проверка результатов раскрытия статической неопределимости рамы?

ПОТЕРЯ УСТОЙЧИВОСТИ СЖАТЫМ СТЕРЖНЕМ

Цель работы — изучение явления потери устойчивости сжатыми стержнями, опытное определение критических сил и сопоставление их с результатами, полученными по формулам сопротивления материалов.

ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Испытанию подвергаются стержни из авиационного алюминиевого профиля, схема нагружения которых показана на рис. 1.

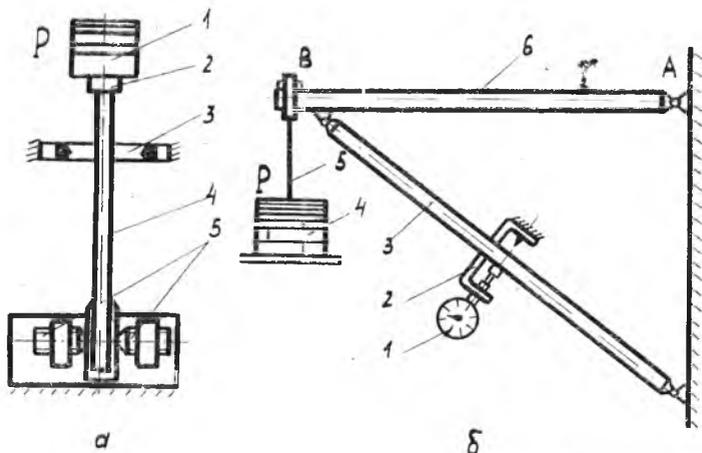


Рис. 1. Установки для изучения потери устойчивости

Установка, изображенная на рис. 1,а, включает испытуемый стержень 4, установленный в вертикальном положении, нижний конец которого зашкелен упорами 5. Нагружение осуществляется сменными грузами 1, прикладываемыми к верхней части стержня через наконечник 2. Для предотвращения разрушения стержня

после потери устойчивости в установке предусмотрено ограничивающее устройство 3.

Во второй установке (рис. 1, б) испытуемый стержень 3 является подкосом кронштейна, нагружаемого сменными грузами 4 через подвеску 5, установленную в точке В горизонтального стержня 6. В ограничителе перемещений 2 закреплен индикатор часового типа 1 для измерения поперечных перемещений.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

При сжатии достаточно длинного стержня можно наблюдать внезапное выпучивание — быстрое нарастание перемещений в направлении, перпендикулярном оси стержня. Силу, при которой возникает выпучивание или, иначе говоря, потеря устойчивости, называют критической и обозначают $P_{кр}$.

При $P < P_{кр}$ устойчивой является прямолинейная форма равновесия стержня, так как упругие силы сопротивления, возникающие в искривленном стержне, превышают сжимающие силы P . При $P \geq P_{кр}$ сжимающие силы сравниваются с упругими силами сопротивления искривленного стержня и, следовательно, происходит потеря устойчивости.

Для вычисления критической силы применяют формулу Эйлера

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E I_{мин}}{(\mu l)^2}, \quad (1)$$

где E — модуль продольной упругости материала стержня;

$I_{мин}$ — минимальный главный центральный момент инерции поперечного сечения стержня;

μ — коэффициент приведения длины;

l — длина стержня.

Формула Эйлера применима до напряжения, равного пределу пропорциональности $\sigma_{пл}$ материала стержня, т. е. при $\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{F} \leq \sigma_{пл}$. Это условие выполняется для достаточно длинных стержней, у которых

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{пл}}}, \quad (2)$$

где $\lambda = \frac{\mu l}{i_{мин}}$ — гибкость стержня;

$i_{мин}$ — минимальный главный центральный радиус инерции поперечного сечения стержня.

ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ СИЛ

На установке, изображенной на рис. 1,а, определяют критическую силу стержня 4 с заземленным нижним концом. Увеличивают с помощью грузов сжимающую силу и каждый раз отводят стержень до упора, а затем освобождают. Критической будет та сила, начиная с которой стержень после освобождения и затухания колебаний не возвращается в прямолинейное положение, оставаясь на упоре.

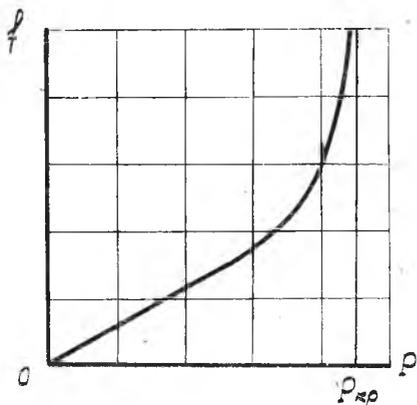


Рис. 2. Определение критической нагрузки кронштейна

кронштейна, используя метод сечений, находят критическую силу $N_{кр}$ стержня 3.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Путем навешивания грузов установить опытные значения критических сил $P_{кр}^{оп}$. Для стержня 3 (рис. 1,б) определить $N_{кр}^{оп}$, используя метод сечений.

2. Установить продольные и поперечные размеры испытуемых стержней, геометрические характеристики поперечных сечений.

3. Вычислить гибкости стержней по формуле (2) и убедиться в возможности применения формулы Эйлера.

4. Вычислить по формуле (1) теоретические значения критических сил $P_{кр}^т$ и $N_{кр}^т$.

5. Сопоставить опытные и теоретические значения критических сил путем вычисления расхождений по формулам

$$\frac{|P_{кр}^т - P_{кр}^{оп}|}{P_{кр}^т} 100\%; \quad \frac{|N_{кр}^т - N_{кр}^{оп}|}{N_{кр}^т} 100\%.$$

6. Опытные и расчетные данные занести в протокол.

Тип установки	Геометрические характеристики стержня			Гибкость стержня, λ	$\sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{крит}}}}$	Расчетное значение критической силы, Н	№ опыта	Опытное значение критической силы, Н	Среднее значение, Н	Расхождение, %
	l , см	I_{min} , см ⁴	i_{min} , см							
а							1			
							2			
							3			
б							1			
							2			
							3			

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Расчетные схемы и поперечные сечения испытуемых стержней с указанием размеров.
2. Расчеты и графики, относящиеся к определению опытных и теоретических значений критических сил.
3. Протокол испытаний и результатов.
4. Общий вывод.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем заключается явление потери устойчивости сжатым стержнем?
2. Какую величину сжимающей силы называют критической?
3. Для всех ли стержней можно применять формулу Эйлера?
4. Как учитывают условия закрепления стержня при определении критической силы?
5. Какая форма поперечного сечения сжатого стержня является рациональной с точки зрения устойчивости?

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Лабораторная работа 6</i>	
Определение деформаций и напряжений при изгибе	1
<i>Лабораторная работа 7</i>	
Определение прогиба балки с податливым закреплением	7
<i>Лабораторная работа 8</i>	
Определение остаточных напряжений	13
<i>Лабораторная работа 9</i>	
Определение перемещений статически неопределимой балки	18
<i>Лабораторная работа 10</i>	
Определение деформаций и напряжений плоской статически неопределимой рамы	23
<i>Лабораторная работа 11</i>	
Потеря устойчивости сжатым стержнем	28

Составители:

*Станислав Иванович Иванов
Виктор Михайлович Ермолаев
Сергей Михайлович Лежин
Геннадий Федорович Мальков
Людмила Ивановна Павлович
Станислав Николаевич Янский*

ИЗГИБ, УСТОЙЧИВОСТЬ

Лабораторные работы
по сопротивлению материалов

Редактор М. И. Логунова
Техн. редактор Н. М. Каленюк
Корректор Н. С. Куприянова

Сдано в набор 18.04.83 г. Подписано в печать 15.06.83 г.
Формат 60×84 1/16. Бумага оберточная белая.
Высокая печать. Литературная гарнитура.
Усл. п.-л. 1,9. Уч.-изд. л. 2,0. Заказ 389. Т. 2000 экз.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени С. П. Королева,
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

Тип. УЭЗ КуАИ, г. Куйбышев, ул. Ульяновская, 18.