

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

**Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени акад.С.П.Королева**

Лабораторная работа № 6-М

**ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ
ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА
С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА**

**Утверждено редакционным
советом института в ка-
честве методических ука-
заний к лабораторной ра-
боте № 6-М для студентов**

Куйбышев 1988

Лабораторная работа № 6-М

ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО
ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Методические указания к лабораторной работе содержат методические и инструктивные материалы, необходимые для выполнения работы по курсу "Механика".

В работе рассматриваются основные закономерности вращательного равноускоренного движения твердого тела, экспериментально определяют зависимости углового ускорения от момента силы для вращательного движения маятника Обербека.

Работа состоит из введения, краткой теории рассматриваемых вопросов, описания экспериментальной установки, порядка проведения эксперимента, обработки полученных результатов, контрольных вопросов, списка литературы.

Составители: Б.П.Дьяченко, В.В.Рышков.

Рецензенты: А.Н.Бекренев, В.Г.Шахов.

Цель работы: определение зависимости углового ускорения от момента силы для вращающегося твердого тела экспериментальным и расчетным путем.

Приборы и принадлежности: маятник Обербека, миллисекундомер, штангенциркуль, набор грузов.

ВВЕДЕНИЕ

При вращательном движении все точки твердого тела движутся по окружности, центры которой лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения. Для описания вращательного движения достаточно задать положение в пространстве оси вращения и угловую скорость тела в каждый момент времени.

Элементарное угловое перемещение твердого тела при плоском движении (например качение цилиндра по плоскости) всегда можно представить как поворот вокруг некоторой оси, называемой мгновенной осью вращения. Эта ось может лежать в пределах тела либо вне его.

В случае катящегося цилиндра мгновенная ось совпадает с линией касания цилиндра с плоскостью и перемещается как по плоскости, так и по поверхности цилиндра.

Для характеристики вращательного движения важными являются понятия угловой скорости и углового ускорения.

Векторная величина

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt},$$

где Δt - время, за которое совершается поворот $\Delta \varphi$, называется угловой скоростью тела. Угловая скорость $\vec{\omega}$ направлена вдоль оси, вокруг которой вращается тело, в сторону, определяемую правилом правого винта. Вращение с постоянной угловой скоростью называется равномерным.

Приращение вектора угловой скорости за время

$$\vec{\epsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

характеризуется величиной, которую называют угловым ускорением. Движение тела с постоянным угловым ускорением называется равнопеременным. Вектор углового ускорения совпадает по направлению с вектором угловой скорости, если приращение $\Delta\omega > 0$ и имеет противоположное направление, если $\Delta\omega < 0$.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ ВОПРОСА

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси имеет вид

$$I\vec{\xi} = \vec{M}, \quad (1)$$

где I — момент инерции тела относительно оси вращения;
 $\vec{\xi}$ — вектор углового ускорения тела;
 \vec{M} — результирующий вектор моментов сил, действующих на тело.

В проекции на ось вращения твердого тела (например, x) (1) можно представить

$$I\xi_x = M_x, \quad (2)$$

где ξ_x — проекция углового ускорения на ось x ;
 M_x — проекция вектора \vec{M} на ось x .

Для упрощения записи в дальнейшем будем опускать индекс "x".

Важным при рассмотрении вопросов, связанных с вращением, является понятие момента инерции тела.

В механике моментом инерции тела относительно данной оси называется величина I , равная сумме произведений элементарных масс на квадраты их расстояний до этой оси

$$I = \sum_{i=1}^n m_i R_i^2. \quad (3)$$

Суммирование производится по всем элементарным массам m_i , на которые можно разбить тело. Или в общем виде

$$I = \int_V R^2 dm. \quad (4)$$

В (4) интегрирование производится по всему объему тела V .

Из определения (3) видно, что момент инерции есть величина аддитивная. Это означает, что момент инерции тела равен сумме моментов инерции его частей.

Из сопоставлений основных законов динамики поступательного ($\vec{F} = m\vec{a}$) и вращательного ($\vec{M} = I\vec{\epsilon}$) движений видно, что момент инерции является массовой характеристикой и определяет инертность тела при вращательном движении тела.

Каждое тело, независимо от того, движется оно или находится в покое обладает определенным моментом инерции относительно произвольной оси вращения, подобно тому, как тело обладает массой независимо от того, движется оно или покоится.

Нахождение моментов инерции тела относительно произвольной оси существенно облегчается, если воспользоваться теоремой Штейнера, которая формулируется следующим образом (рис.1): момент инерции тела I относительно произвольной оси $O'-O'$ равен сумме момента инерции I_0 , относительно оси $O-O$, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния " ρ " между этими осями

$$I = I_0 + m\rho^2 \quad (5)$$

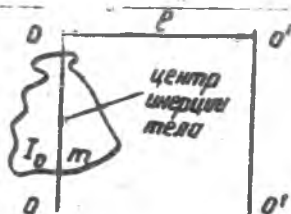


Рис.1

Получим расчетные формулы для определения моментов сил, действующих на маятник Обербека (рис.2), углового ускорения и его момента инерции относительно оси z .

На маятник Обербека действуют: сила натяжения нити \vec{F}_H , силы трения в опорах, силы трения скольжения нити о шкивы I_0 и I_2 .

Пренебрегая силами трения из-за их малости, запишем момент сил, действующих на маятник (рис.2)

$$M = F_H \frac{D}{2}, \quad (6)$$

где D - диаметр шкива I2.

Для нахождения силы натяжения нити запишем уравнение динамики для груза m , в проекции на направление его движения (ось X) в следующем виде

$$m, g - F_H - m, \alpha, \quad (7)$$

где $\alpha = 2h/t^2$ - ускорение движения груза m , h - расстояние, пройденное грузом за время t .

После подстановки (6), (7) и значения ускорения движения груза в (2) для величины момента сил получим выражение

$$M = m, \left(g - \frac{2h}{t^2} \right) \frac{D}{2}. \quad (8)$$

Ускорение α движения груза m , является тангенциальным ускорением движения наружных точек шкива I2, лежащих на диаметре D , отсюда угловое ускорение шкива определяется в виде.

$$\varepsilon = \frac{2\alpha}{D} \quad \text{или} \quad \varepsilon = \frac{4h}{Dt^2}. \quad (9)$$

Момент инерции маятника Обербека зависит от положения четырех грузов на стержнях и с использованием свойства аддитивности моментов инерции можно записать

$$I = I_0 + 4I_m, \quad (10)$$

где I_0 - момент инерции крестовины с валом;

I_m - момент инерции грузов m .

На основании теоремы Штейнера примем

$$I_m = I_{m_0} + m\ell^2, \quad (11)$$

где I_{m_0} - момент инерции груза относительно оси, проходящей через его центр инерции параллельно оси вращения x .

После подстановки (II) в (IO) имеем

$$I = I_0 + 4I_{m_0} + 4m\ell^2 \quad (12)$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Маятник Обербека состоит из крестовины, по четырем взаимно перпендикулярным стержням которой могут перемещаться грузы m . На горизонтальной оси крестовины имеется двухступенчатый шкив, на который наматывается нить. Один конец нити прикреплен к шкиву, а на втором конце нити подвешен груз. При движении груза вниз, нить разматывается со шкива и вызывает вращательное равномерно ускоренное движение крестовины. Изменением расстояния перемещаемых грузов от оси вращения крестовины можно регулировать величину углового ускорения маятника.

Общий вид установки изображен на рис.2.

На вертикальной колонне 1, установленной на основании 2 прикреплены два кронштейна: нижний неподвижный 3 и верхний подвижный 4, а так же две неподвижные втулки: нижняя 5 и верхняя 6.

Основание снабжено регулирующими винтами 7, обеспечивающими горизонтальную установку прибора. На верхней втулке 6 с помощью основания 8 закреплен подшипниковый узел блока 9 и сам блок 10.

На последний одета нить II. Один конец нити прикреплен к двухступенчатому шкиву 12, а на втором конце закреплены грузы 13.

На нижней втулке 5 с помощью основания 14 прикреплен тормозной электромагнит 15, который после подключения к нему напряжения, удерживает с помощью фрикционной муфты систему крестовина - подвижные грузы в состоянии покоя.

Подвижный кронштейн 4 можно перемещать вдоль колонны и фиксировать его в любом положении, задавая таким образом длину перемещения грузов.

Для отсчета величины перемещения на колонне нанесен миллиметровая шкала 16. На подвижном кронштейне 4 закреплен фотоэлектрический датчик I 17, служащий задатчиком начала отсчета времени движения груза m .

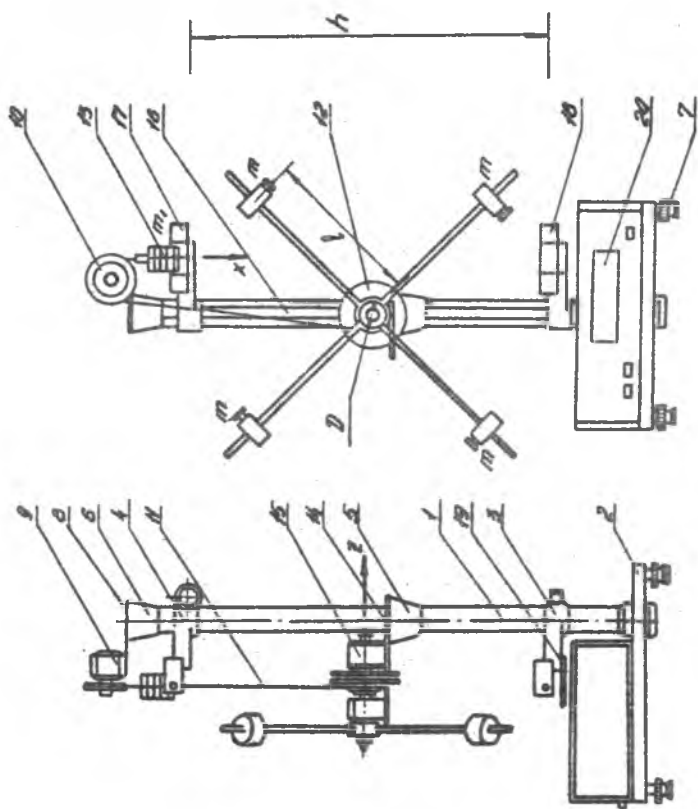


Рис. 2

На неподвижном кронштейне 3 закреплен фотоэлектрический датчик № 2 ИВ, вырабатывающий электрический импульс для отключения миллисекундомера и включающий тормозной электромагнит в конце движения груза m_1 . К кронштейну 3 прикреплен кронштейн И9 с резиновыми амортизаторами, ограничивающими движение грузов. На основании прибора укреплен миллисекундомер 20, к гнездам которого подключены соответственно фотоэлектрические датчики № 1 и № 2.

Кроме механических элементов в состав прибора входят несколько элементарных систем, обеспечивающих работу секундомера, фотоэлектрических датчика и электромагнита.

Особой осторожности требует работа с миллисекундомером.

На лицевой панели миллисекундомера расположены элементы управления, имеющие следующие назначения:

1. Сеть - включатель сети - нажатие клавиши вызывает подачу напряжения и автоматическое отключение прибора (все индикаторы высвечивают цифру нуль и горят лампочки фотоэлектрических датчиков).
2. Сброс- обнуление измерителя - нажатие клавиши вызывает обнуление индикации миллисекундомера;
3. Пуск - управление электромагнитом - нажатие клавиши вызывает освобождение электромагнитом нити И1 и выдачу электрического импульса, разрешающего измерение.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Измерить штангенциркулем диаметры D_1 , большого шкива и D_2 малого шкива. Результаты измерения, а так же значения масс m , указанные на установке, занести в таблицу.

Таблица I

Номер измерения	Данные установки				Измерения		Расчет	
	D_1	D_2	m	m_1	h	t	M_i	E_i
	мм	мм	кг	кг	м	с	Н·м	с ⁻²

2. Грузы m закрепить примерно на серединах стержней на одинаковом расстоянии от оси вращения. Небольшими перемещениями грузов добиться, чтобы маятник был сбалансированным, т.е. находился в положении безразличного равновесия. Последнее проверяется приведением маятника несколько раз в движение. Маятник должен каждый раз останавливаться в различных положениях. Значение записать в таблицу I.

3. Растормозить маятник и намотать нить на большой шкив. Подвесить к нити грузы m_1 и записать в таблицу значение массы, указанное на грузах. Установить нижний край грузов точно по черте на корпусе верхнего фотоэлектрического датчика.

4. Снять по шкале I6 значение расстояний и записать его в таблицу I.

5. Нажать клавишу "Пуск".

6. Сосчитать измеренное значение времени падения грузов на расстоянии h со шкалы миллисекундомера и записать его в таблицу I, и нажать клавишу "Сброс".

7. Повторить операции, указанные в п.3,4,5,6 еще два раза.

8. Выполнить три раза операции, указанные в п.3,4,5,6 наматывая нить на малый шкив.

9. Выполнить все предыдущие операции (п.3...8) еще с двумя значениями грузов m_1 .

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Рассчитать по формулам (8) и (9) для каждого эксперимента момент силы M_i и угловое ускорение δ_i .

2. Построить график $\mathcal{E} = f(M)$ для первого цикла измерений (когда грузы m находятся на расстоянии ρ_1 от оси вала) и такой же график для второго цикла измерений (когда грузы m находятся на расстоянии ρ_2 от оси вала). Наличие линейной зависимости подтверждает качественно уравнение (8) основного закона динамики вращательного движения твердого тела.

3. Используя график $\mathcal{E} = f(M)$, определить моменты инерции маятника Обербека I_1 и I_2 как котангенс угла наклона этих линий к оси M . Для этого вычислить отношение длин отрезков AB и CB , взятых с учетом масштаба по осям \mathcal{E} и M (рис.3).

4. Оценить погрешность момента инерции по формуле

$$\delta = \frac{I_T - I_Э}{I_T} 100\%,$$

где I_T - теоретический момент инерции, определяемый по формуле (12); $I_Э$ - экспериментальный момент инерции, определяемый по п.3.

5. Используя построенные графики, определить момент сил трения и оценить его влияние на результат экспериментов.

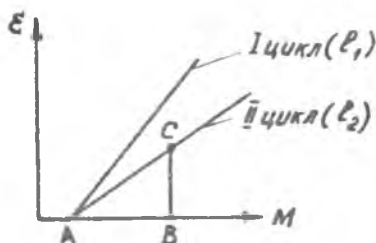


Рис. 3

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дать определение момента силы, момента инерции, углового ускорения.
2. Сформулировать теорему Штейнера.
3. Сформулировать основной закон динамики вращательного движения твердого тела.
4. Получить формулу для расчета момента силы, действующей на маятник Обербека.
5. Как определяется в данной работе угловое ускорение маятника?
6. Какие систематические погрешности имеют место при определении момента инерции по приведенным выше формулам?
7. Показать, что момент инерции тела относительно произвольной оси является мерой его инертности при вращении вокруг этой оси.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. I. - М: Наука, 1970.
2. Руководство к лабораторным работам по физике. (Под ред. Гольдина Л.Л.) - Наука ГРЭМЛ.: М., 1973, 687с.
3. Эксплуатационная документация маятника Обербека ГРМ-06. - Электронный завод Эльвро: Вроцлав, 1987, 25с.

Подписано в печать 16.01.89г. . Формат 60x84 1/16.
Бумага белая офсетная. Печать офсетная. Усл.печ.л. 0,75 .
Уч-изд.л. 0,75 . Тираж 100 экз. Заказ № 58 .
Бесплатно. Участок оперативной полиграфии КуАИ, Куйбышев,
ул.Ульяновская, 18.