

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ, ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ  
И ТЕХНИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САМАРСКИЙ ордена ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ им. АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА

# КУРСОВАЯ РАБОТА ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Учебные задания

САМАРА 1992

Составители: А. А. Авраменко, В. В. Архипов, С. М. Аверкиев, Н. З. Балухов, В. А. Иванов

УДК 531.8

**Курсовая работа по теоретической механике:** Учебные задания / Сост. А. А. Авраменко, В. В. Архипов, С. М. Аверкиев, Н. З. Балухов, В. А. Иванов. Самар. авиац. ин-т. Самара, 1992. 50 с.

Приводятся варианты заданий для курсовой работы по теоретической механике, основные требования к ее содержанию и оформлению, а также пример выполнения работы.

Учебные задания предназначены для студентов 2-го курса факультетов летательных аппаратов и двигателей летательных аппаратов. Разработаны на кафедре теоретической механики Самарского авиационного института.

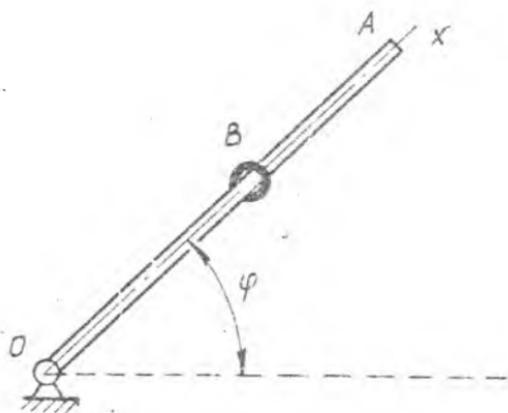
Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского ордена Трудового Красного Знамени авиационного института имени академика С. П. Королева

Рецензент: А. И. Шулелов

ЗАДАНИЯ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ  
ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

В а р и а н т I

Механическая система (рис. 1) состоит из стержня  $OA$ , вращающегося вокруг горизонтальной оси  $O$ , и кольца  $B$ , скользящего по стержню без трения. Длина стержня  $l_{OA}$ , его масса  $m_1$ . Масса кольца  $m_2$ , размерами его можно пренебречь. В начальный момент времени система покоилась, причем стержень составлял с горизонтальной осью угол  $\varphi$  кольцо  $B$  находилось на расстоянии  $x_0$  от оси  $O$ .



Р и с. I

Рассмотреть движение данной системы на двух этапах.

1. Под действием внешнего момента стержень начал вращаться с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$ .

2. С момента времени  $t_1$  движение системы продолжается под действием только силы тяжести.

Определить:

закон движения кольца по стержню и силу давления на стержень на первом этапе;

закон изменения внешнего момента  $M = M(t)$ , обеспечивающего постоянную угловую скорость стержня;

закон движения системы на втором этапе до того момента времени, когда кольцо соскочит со стержня;

величину и направление реакции, возникающей в опоре  $O$ ;

проверить правильность полученных результатов, пользуясь интегралом энергии.

Числовые значения всех величин взять в табл. I.

Т а б л и ц а I

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$l_{OA}$	м	1,0	1,0	0,8	0,5	0,6
$m_1$	кг	0,5	0,5	1,0	0,4	0,5
$m_2$	кг	0,05	0,1	0,1	0,05	0,05
$x_0$	м	0,2	0,4	0,3	0,2	0,2
$\varphi_0$	рад	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0
$\omega_1$	рад/с	$2\pi$	$5\pi$	$\pi$	$2\pi$	$2\pi$
$t_1$	с	0,25	0,2	0,3	0,25	0,5

В а р и а н т 2

Механическая система (рис. 2) состоит из стержня  $OA$ , вращающегося вокруг горизонтальной оси  $O$ , и кольца  $B$ , скользящего по стержню без трения. Длина стержня  $l_{OA}$ , его масса  $m_1$ . Масса кольца  $m_2$ , размерами его можно пренебречь. Кольцо связано с осью пружиной с жесткостью  $C$ . В начальный момент времени система покоилась, причем стержень составлял с горизонтальной осью угол  $\varphi$ , кольцо  $B$  находилось на расстоянии  $x$  от точки  $O$ , пружина в этом положении не деформирована.

Рассмотреть движение данной системы на двух этапах:

1. Под действием внешнего момента стержень начал вращаться с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$ .

2. С момента времени  $t_1$  движение системы продолжается под действием только силы тяжести.

Определить:

закон движения кольца по стержню и силу давления на стержень на первом этапе;

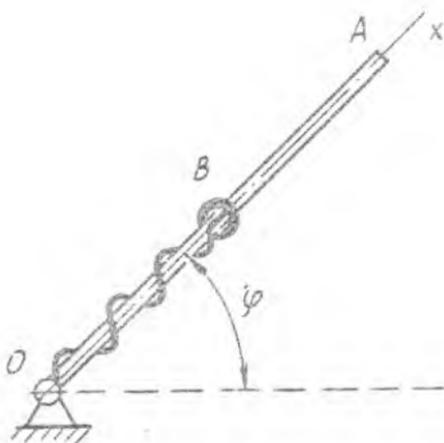
закон изменения внешнего момента  $M = M(t)$ , обеспечивающего постоянную угловую скорость стержня;

закон движения системы на втором этапе до момента времени  $t_2$ ; величину и направление реакции, возникающей в опоре O;

проверить правильность полученных результатов, пользуясь интегралом энергии.

Числовые значения всех величин взять в табл. 2.

Таблица 2



Р и с. 2

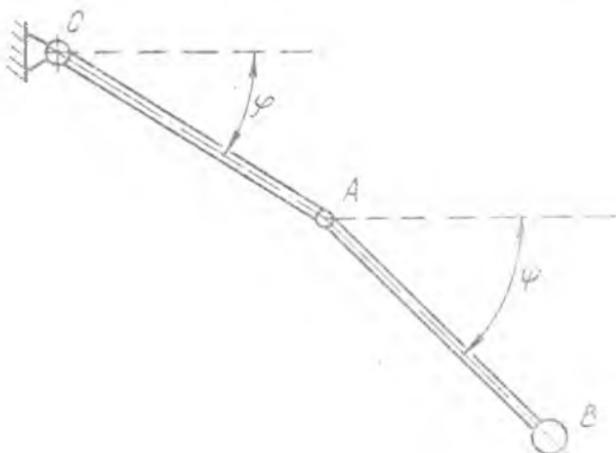
Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$l_{OA}$	м	1,0	1,0	0,8	0,5	0,3
$m_1$	кг	0,5	0,5	1,0	0,4	0,5
$m_2$	кг	0,05	0,1	0,1	0,05	0,05
$x_0$	м	0,2	0,4	0,3	0,2	0,2
$\varphi_0$	рад	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0
$\omega_1$	рад/с	$2\pi$	$5\pi$	$\pi$	$2\pi$	$2\pi$
$c$	Н/м	20	2	5	30	10
$t_1$	с	0,25	0,2	0,5	0,25	0,3

### В а р и а н т 3

Механическая система (рис. 3) состоит из двух стержней  $OA$  и  $AB$ , вращающихся в горизонтальной плоскости. Стержни связаны между собой цилиндрическим шарниром  $A$ . На конце стержня  $AB$  прикреплен шарик  $B$ . Длины стержней  $l_{OA} = l_{AB} = l$ , масса стержня  $OA$   $m_1$ . Стержень  $AB$  считается невесомым. Масса шарика  $m_2$ , размерами его можно пренебречь. В начальный момент времени система покоилась, причем стержни занимали такое положение, при котором  $\varphi = \varphi_0$ ,  $\psi = \psi_0$ .

Рассмотреть движение данной системы на двух этапах:

1. Под действием внешнего момента стержень  $OA$  начал вращаться с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$ .
2. С момента времени  $t_1$  движение системы продолжается под действием только силы тяжести.



Р и с. 3

Определить:

закон движения стержня  $AB$  и силу давления в шарнире  $A$  на первом этапе;

закон изменения внешнего момента  $M = M(t)$ , обеспечивающего постоянную угловую скорость стержня  $OA$  ;  
 закон сдвига системы на втором этапе, начиная с момента времени  $t_2$  ;  
 величину и направление реакции, возникающей в опоре  $O$  ;  
 проверить правильность полученных результатов, пользуясь интегралом энергии.

Числовые значения всех величин взять в табл. 3.

Т а б л и ц а 3

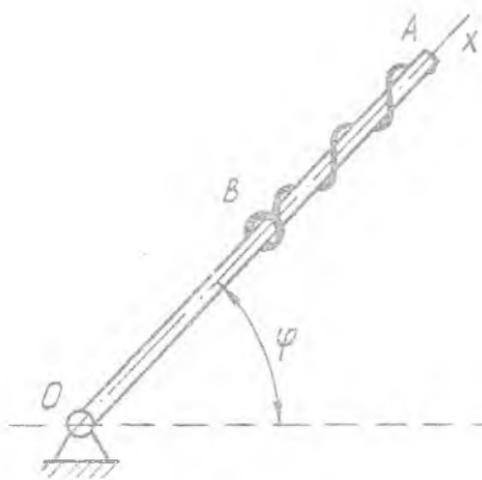
Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$l$	м	1,0	1,0	0,8	0,5	0,6
$m_1$	кг	0,5	0,5	1,0	0,4	0,5
$m_2$	кг	0,05	0,1	0,1	0,05	0,05
$\varphi_0$	рад	0	$\pi/4$	0	$\pi/4$	$\pi/2$
$\varrho_0$	рад	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0
$\omega_1$	рад/с	$2\pi$	$5\pi$	$\pi$	$2\pi$	$2\pi$
$t_1$	с	0,25	0,2	0,5	0,25	0,5
$t_2$	с	0,5	0,5	1,0	0,5	1,0

В а р и а н т 4

Механическая система (рис. 4) состоит из стержня  $OA$ , вращающегося вокруг горизонтальной оси  $O$ , и кольца  $B$ , скользящего по стержню без трения. Длина стержня  $l_{OA}$ , его масса  $m_1$ . Масса кольца  $m_2$ , размерами его можно пренебречь. Кольцо связано с точкой  $A$  пружиной с жесткостью  $C$ . В начальный момент времени система покоилась, причем стержень составлял с горизонтальной осью угол  $\varphi_0$ , кольцо  $B$  находилось на расстоянии  $\varrho_0$  от оси  $O$ , пружина в этом положении не деформирована.

Рассмотреть движение данной системы на двух этапах:

1. Под действием внешнего момента стержень начал вращаться с постоянной угловой скоростью  $\omega$ .



Р и с. 4

2. С момента времени  $t_1$  движение системы продолжается под действием только силы тяжести.

Определить:

закон движения кольца по стержню и силу давления на стержень на первом этапе;

закон изменения внешнего момента  $M = M(t)$ , обеспечивающего постоянную угловую скорость стержня;

закон движения системы на втором этапе до момента времени  $t_2$  :

величину и направление реакции, возникающей в опоре O;

проверить правильность полученных результатов, пользуясь интегралом энергии.

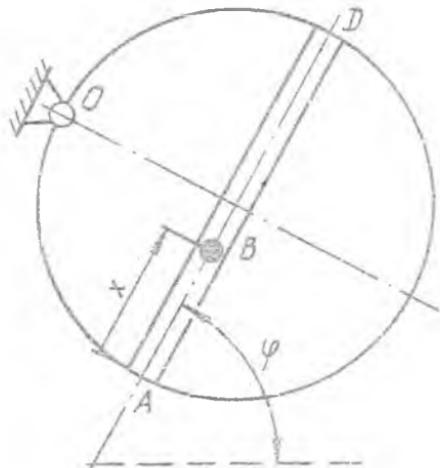
Числовые значения всех величин взять в табл. 4.

Т а б л и ц а 4

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$l_{0A}$	м	1,0	1,0	0,8	0,5	0,6
$m_1$	кг	0,5	0,5	1,0	0,4	0,5
$m_2$	кг	0,05	0,1	0,1	0,05	0,05
$C$	Н/м	10	5	20	25	10
$z_0$	м	0,2	0,4	0,3	0,2	0,2
$\varphi_0$	рад	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0
$\omega_1$	рад/с	$2\pi$	$5\pi$	$\pi$	$2\pi$	$2\pi$
$t_1$	с	0,25	0,2	0,5	0,25	0,5
$t_2$	с	0,5	0,5	1,0	0,5	1,0

## В а р и а н т 5

Механическая система (рис.5) состоит из диска, вращающегося вокруг горизонтальной оси  $O$ , и шарика  $B$ , перемещающегося в канале  $AD$  без трения. Диаметр диска  $d$ , его масса  $m_1$ . Масса шарика  $m_2$ , размерами его можно пренебречь. В начальный момент времени система покоилась, причем канал  $AD$  составлял угол  $\varphi_0$  с горизонтальной плоскостью, шарик  $B$  находился на расстоянии  $z_0$  от точки  $A$ .



Р и с. 5

1. Под действием внешнего момента диск  $OA$  начал вращаться с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$ .

2. С момента времени  $t_1$  движение системы продолжается под действием только силы тяжести.

Ср $\ddot{u}$ д $\ddot{u}$ датель:

закон движения шарика и силу давления шарика на стенки на первом этапе;

закон изменения внешнего момента  $M = M(t)$ , обеспечивающего постоянную угловую скорость диска;

закон движения системы на втором этапе до того момента времени, когда шарик выскочит из диска;

величину и направление реакции, возникающей в опоре  $O$ ;

проверить правильность полученных результатов, пользуясь интегралом энергии.

Исходные значения всех величин взять в табл. 5.

Таблица 5

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$d$	м	1,0	1,0	0,8	0,5	0,6
$m_1$	кг	0,5	0,5	1,0	0,4	0,5
$m_2$	кг	0,05	0,1	0,1	0,05	0,05
$x_0$	м	0,2	0,4	0,3	0,2	0,2
$\varphi_0$	рад	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0
$\omega_1$	рад/с	$2\pi$	$5\pi$	$\pi$	$2\pi$	$2\pi$
$t_1$	с	0,25	0,2	0,5	0,25	0,5

## В а р и а н т 6

Механическая система (рис. 6) состоит из стержня  $CD$  длиной  $l$  и массой  $m_c$ , трубки  $MN$  длиной  $(l_1 + l_2)$  и массой  $m_{тр}$ , шарика  $F$  массой  $m_w$ , приклепленного к пружине  $MF$  с жесткостью  $C$ . В начальный момент система находилась в покое, причем шарик занимал в трубке положение  $x_0$ . На шарик действует постоянная сила, проекция которой на ось  $x$  имеет величину  $F_x$ . Коэффициент трения скольжения  $f = 0,1$ .

Исследовать поведение системы на двух интервалах движения:

I. Интервал  $0 - t_1$ . Трубка вращается с постоянной угловой скоростью под действием внешнего момента  $M = M(t)$ .

Определить:

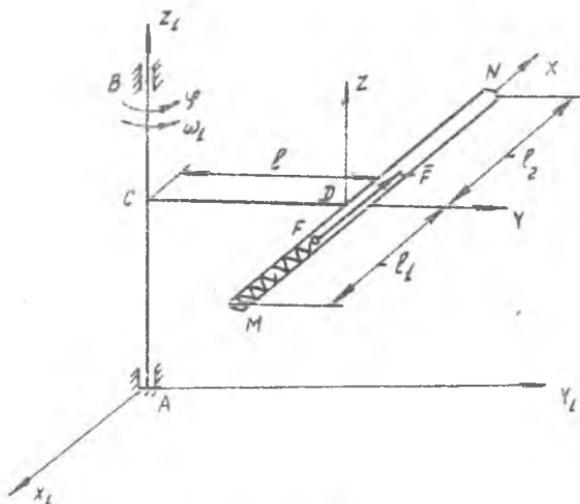
закон движения шарика в трубке  $x = x(t)$ ;

закон изменения силы давления шарика на стенку трубки  $N = N(t)$ , а также величину силы при  $t = t_1$ ;

закон изменения величины внешнего момента, обеспечивающего постоянную угловую скорость трубки;

кинетическую энергию системы в момент времени  $t_1$ ;

закон изменения величин реакций в опорах  $A$  и  $B$  в проекции на оси неподвижной системы координат  $Ax_1y_1z_1$ , а также величины названных реакций в момент времени  $t_1$ .



Р и с. 6

2. Интервал  $t_1 - t_2$ . Действие внешнего момента прекращается. На этом этапе:

составить дифференциальные уравнения движения системы;  
найти закон движения системы.

Трубку принять за стержень длиной  $(l_1 + l_2)$ .

Необходимые данные приведены в табл. 6.

Т а б л и ц а 6

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$l$	м	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
$l_1$	м	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
$l_2$	м	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0
$m_0$	кг	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
$m_{тр}$	кг	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0
$m_{ш}$	кг	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$F_{ш}$	Н	5,0	10,0	-10,0	-5,0	0

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$\alpha_0$	м	0	0,2	-0,2	0,4	-0,4
$\omega_1$	рад/с	$\pi$	$-\pi$	$-2\pi$	$-2\pi$	$10\pi$
$t_1$	с	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$AB$	м	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
$AC$	м	0,5	1,5	2,0	1,0	4,0
$c$	Н/м	100	150	400	200	250

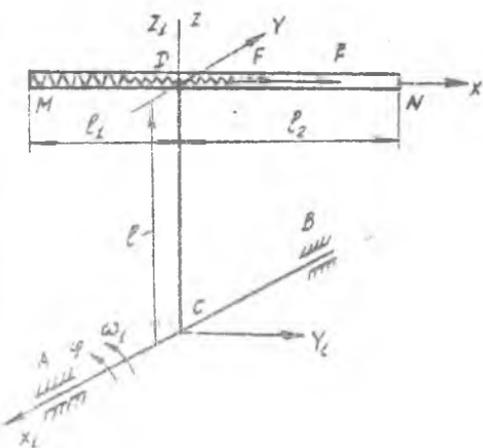
## В а р и а н т 7

Механическая система (рис.7) состоит из стержня  $CD$  длиной  $l$  и массой  $m_c$ , трубки  $MN$ , длиной  $l_1+l_2$  и массой  $m_{TP}$ , шарика  $F$  массой  $m_{ш}$ , прикрепленного к двум последовательно расположенным пружинам с жесткостями  $c_1$  и  $c_2$ . В начальный момент система находилась в покое. Шарик в этот момент времени занимал положение  $\alpha_0$ . На шарик действует постоянная сила  $\vec{F}$ , проекция которой на ось  $x'$  имеет величину  $F_2$ . Коэффициент трения скольжения  $f = 0,15$ .

Исследовать поведение системы на двух интервалах движения:

1. Интервал  $0-t_1$ .

Трубка вращается с постоянной угловой скоростью под действием внешнего момента  $M = M(t)$ .



Р и с. 7

На этом интервале определить:

закон движения шарика в трубке  $y=y(t)$  ;

закон изменения силы давления шарика на стенку трубки  $N=N(t)$ ,  
а также величину этой силы при  $t=t_1$  ;

закон изменения величины внешнего момента, обеспечивающего  
постоянную угловую скорость трубки;

кинетическую энергию системы в момент времени  $t_1$  ;

закон изменения величин реакций в опорах  $A$  и  $B$  в проекции на ось неподвижной системы координат  $Ox_1, y_1, z_1$ , а также величины названных реакций в момент времени  $t_1$ .

2. Интервал  $t_1-t$ . Действие внешнего момента  $M$  прекращается.

На этом интервале:

составить дифференциальные уравнения движения системы;

найти закон движения системы.

Примечание. трубку  $MN$  принять за однородный стержень.

Необходимые данные приведены в табл. 7.

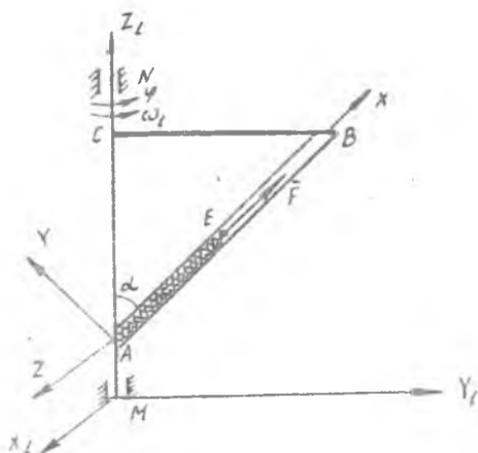
Таблица 7

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$l$	м	0,1	0,5	0,3	0,2	0,1
$l_1$	м	3,0	5,0	4,0	2,0	3,0
$l_2$	м	4,0	5,0	3,0	4,0	5,0
$m_0$	кг	0,5	0,2	0,1	1,0	0,6
$m_{тр}$	кг	1,0	0,5	2,0	0,1	1,5
$m_{ш}$	кг	0,1	0,01	0,05	0,2	0,15
$F_x$	Н	2,0	1,0	-1,0	-2,0	3,0
$y_0$	м	0,1	-0,05	0,05	-0,1	0
$AB$	м	2,0	1,0	1,5	0,5	0,5
$AC$	м	0,5	0,5	1,0	1,0	2,0
$\omega_1$	рад/с	2,0	1,0	-1,0	-2,0	0,5
$t_1$	с	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
$G_1$	Н/м	300	200	100	500	100
$G_2$	Н/м	150	120	400	200	300

## В а р и а н т 8

Механическая система (рис. 8) состоит из трубки  $AB$ , стержня  $CB$  и шарика  $E$ , прикрепленного к двум параллельным пружинам с жесткостями  $C_1$  и  $C_2$ .

Длина трубки  $l$ . Масса трубки  $m_{тр}$ , стержня  $m_{ст}$ , шарика  $m_{ш}$ . Трубка образует с вертикальной осью угол  $\alpha$ . В начальный момент система находилась в покое, шарик занимал положение  $x_0$ . На шарик действует постоянная сила  $\vec{F}$ , проекция которой на ось  $x$  имеет величину  $F_x$ . На первом интервале движения трубка вращается с постоянной угловой скоростью под действием внешнего момента  $M = M(t)$ .



Р и с. 8

На втором участке действие момента прекращается. Коэффициент трения скольжения  $f = 0,2$ .

На первом участке движения определить:

закон относительного движения шарика по трубке;

положение и скорость шарика в трубке в момент времени  $t_1$ ;

закон изменения силы давления шарика на стенку трубки;

величину силы давления при  $t = t_1$ ;

закон изменения величины внешнего момента, обеспечивающего постоянство угловой скорости;

кинетическую энергию системы в момент времени  $t_1$ ;

закон изменения величины реакций в опорах  $M$  и  $N$  в проекции на неподвижные оси координат;

величины названных реакций в момент времени  $t_1$ .

На втором участке:

составить дифференциальные уравнения движения системы;

найти закон движения системы.

П р и м е ч а н и е. Трубку принять за стержень.

Необходимые данные приведены в табл. 8.

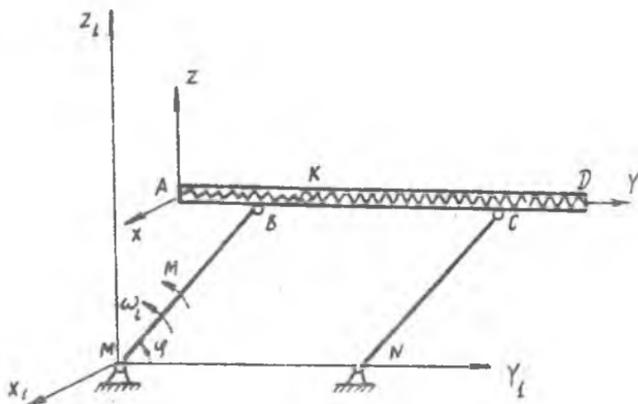
Т а б л и ц а 8

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$\ell$	м	4,0	8,0	6,0	10,0	12,0
$m_{ст}$	кг	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
$m_{тр}$	кг	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
$m_{ш}$	кг	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$F_x$	Н	1,0	-1,0	2,0	-2,0	3,0
$x_0$	м	0,5	4,0	2,0	5,0	3,0
$\alpha$	рад	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$-\pi$	$5\pi/6$
$\omega_1$	рад/с	2,0	-1,0	1,0	-2,0	0,5
$AM = NC$	м	1,0	1,5	2,0	0,5	1,0
$t_1$	с	1,0	0,15	0,25	0,4	0,2
$C_1$	Н/м	500	400	300	200	100
$C_2$	Н/м	100	200	300	400	500

В а р и а н т 9

Механическая система (рис. 9) состоит из трубки  $AD$ , стержня  $MB$  и  $NC$  ( $MB=NS$ ;  $MB \parallel NC$ ), шарика  $K$ , прикрепленного к пружинам  $AK$  и  $KD$  с жесткостями  $C_1$  и  $C_2$ . Длина пружины  $AK$  в недеформированном состоянии  $\ell_0 = 0,1$  м. Масса трубки  $m_{то}$ , стержня  $m_{ст}$ , шарика  $m_{ш}$ . Длина стержня  $\ell$ . В начальный момент система находилась в покое. Под действием момента  $M = M(t)$  стержень начинает вращаться с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$ . По истечении момента времени  $t_1$  момент  $M$  прекращает свое действие. Коэффициент трения скольжения  $f = 0,2$ .

На первом участке движения ( $0 < t < t_1$ ) определить:  
закон относительного движения шарика по трубке;  
положение и скорость шарика в момент времени  $t_1$  :



Р и с. 9

закон изменения силы давления шарика на стенку трубки;  
 величину силы давления при  $t = t_1$  ;  
 кинетический момент системы относительно оси  $Z$  в момент времени  $t_1$  ;

закон изменения величины внешнего момента;

работу  $A = A(t)$  момента  $M = M(t)$ ;

На втором участке ( $t > t_1$ ) :

составить дифференциальные уравнения движения системы;

найти закон движения системы.

П р и м е ч а н и е. Трубку принять за стержень.

Необходимые данные приведены в табл. 9.

Т а б л и ц а 9

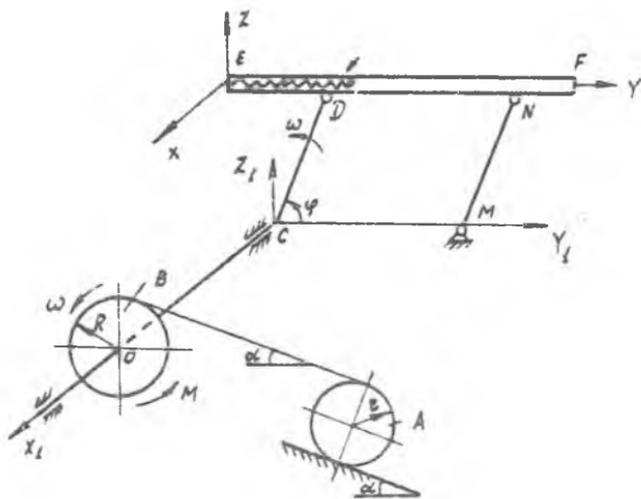
Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$l$	м	1,0	1,5	2,0	0,5	0,2
$BC = l_1$	м	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$AB = CD = l_2$	м	0,5	1,0	1,5	0,1	2,0
$m_{ст}$	кг	1,0	2,0	0,5	3,0	4,0

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$m_{TP}$	кг	10,0	5,0	1,0	4,0	2,0
$m_{ш}$	кг	0,1	0,01	0,05	0,2	0,15
$\omega_1$	рад/с	1,0	2,0	0,1	-2,0	-0,1
$t_1$	с	1,0	0,5	0,4	0,7	0,1
$C_1$	Н/м	100	150	200	250	300
$C_2$	Н/м	350	400	450	500	550

## В а р и а н т 10

Механическая система (рис.10) состоит из однородного катка  $A$ , блока  $B$ , закрепленного на валу  $OC$ , стержней  $BC$  и  $MN(BC=MN:DC \parallel MN)$ , трубки  $EF$ , в которой находится шарик  $K$ , прикрепленный к пружине, длина которой в недеформированном состоянии равна  $\ell_0$ . В начальный момент система находилась в покое. Затем на первом интервале движения под действием внешнего момента  $M=M(t)$  блок  $B$  начал вращаться с угловой скоростью  $\omega$ . Через интервал времени  $t_1$  момент  $M$  прекращает свое действие и система движется под воздействием сил тяжести. Масса катка  $m_A$ , блока  $m_B$ , стержней  $m_{BC}$ ,  $m_{MN}$ , трубки  $m_{TP}$ , тарика  $m_{ш}$ , коэффициент трения качения  $f_k = 0,002$ , коэффициент трения скольжения шарика о стенку трубки  $f = 0,3$ .

Для первого интервала движения определить:  
 закон относительного движения шарика;  
 скорость и положение шарика при  $t = t_1$ ;  
 закон изменения силы давления шарика на стенку трубки;  
 величину силы давления при  $t = t_1$ ;  
 кинетический момент системы относительно оси  $Oz_1$  в момент времени  $t_1$ ;  
 закон изменения величины внешнего момента;  
 работу внешнего момента за время  $t_1$ ;  
 натяжение нити.



Р и с. 10

На втором интервале движения:  
составить дифференциальные уравнения движения системы;  
найти закон движения системы.

Трубку принять за стержень длиной  $EF$ ,  $R/r = 2$ .

Необходимые данные приведены в табл. 10.

Т а б л и ц а 10

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$CD=MN$	м	1,0	0,5	0,3	0,75	0,6
$ED=NF$	м	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$DN$	м	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0
$R$	м	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$L_0$	м	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5

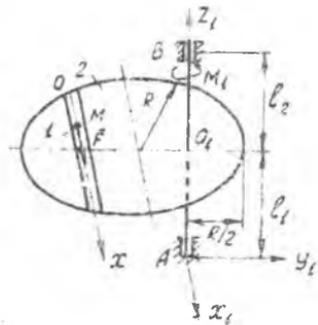
Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$m_A$	кг	10	15	20	25	10
$m_B$	кг	2	3	4	5	6
$m_{CD} = m_{MN}$	кг	1	1,5	2	1	2
$m_{ш}$	кг	0,1	0,15	0,05	0,2	0,1
$m_{гр}$	кг	1,0	1,5	0,5	0,1	2,0
$b$	н/м	10	8	6	1	5
$\alpha$	град	30	45	60	45	30
$\varphi_0$	град	0	30	45	60	90
$\omega$	град/с	2,0	1,0	1,5	0,5	3,0
$t_f$	с	0,1	0,2	0,05	0,15	0,2

## В а р и а н т II

Варик  $M$  массой  $m_1$  (рис. II), рассматриваемый как материальная точка, перемещается по цилиндрическому каналу в однородном диске с массой  $m_2$ . На варик действует постоянная сила, проекция которой на ось  $Ox$  имеет постоянную величину  $F_x$ . В начальный момент времени система находилась в покое.

Исследовать движение системы на двух интервалах времени.

Интервал  $0-t_f$ . Диск вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$  под действием внешнего момента  $M_1 = M_1(t)$ .



Р и с. II

Определить:

закон относительного движения шарика в канале  $x = x(t)$ .

изменение силы давления шарика на стенки канала  $N = N(t)$ ,  
а также величину силы  $N(t_1)$ ;

изменение внешнего момента, обеспечивающего постоянную угловую скорость диска;

изменение величины реакций в опорах  $A$  и  $B$  в проекциях на подвижные оси координат  $Ax_1, y_1, z_1$ , а также величины этих реакций при  $t = t_1$ ;

определить кинетическую энергию системы в момент времени  $t_1$ .

Интервал  $t_1 - t$ . Действие внешнего момента прекращается;

составить дифференциальные уравнения движения системы;

найти закон движения системы.

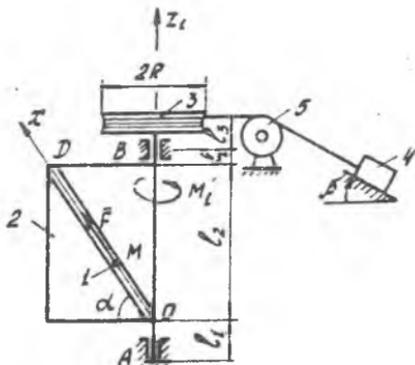
Необходимые для выполнения задания данные приведены в табл. II.

Т а б л и ц а II

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		I	2	3	4	5
$l_1$	м	0,5	1,0	1,2	1,6	1,8
$l_2$	м	1,5	2,0	1,5	2,0	2,5
$R$	м	1,0	1,0	1,5	2,0	2,5
$m_1$	кг	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
$m_2$	кг	3,0	5,0	6,0	7,0	8,0
$z_0$	м	0,15	0,1	0,2	0,3	0,4
$F_2$	Н	30	25	35	40	50
$\alpha$	рад	$\frac{1}{12} \pi$	$\frac{2}{3} \pi$	$\frac{3}{4} \pi$	$\frac{5}{6} \pi$	$\frac{11}{12} \pi$
$\omega_1$	рад/с	$-\pi$	$\pi$	$2\pi$	$3\pi$	$4\pi$
$t_1$	с	0,2	0,1	0,3	0,4	0,5

В а р и а н т 12

Шарик  $M$  массой  $m_1$  (рис.12) рассматриваемый как материальная точка, под действием постоянной силы  $F_{zx}$  перемещается по цилиндрическому каналу однородной прямоугольной пластины массой  $m_2$ , вращающейся вокруг оси  $Az_1$ . Момент  $M_1$  приложен к однородному диску 3 массой  $m_3$  и радиусом  $R$ . Диск 3 с помощью нити перекидывается вверх по гладкой плоскости груза 4 массой  $m_4$ . В начальный момент времени система находилась в покое. Массой нити и блока 5 пренебречь.



Р и с. 12

Исследовать движение системы на двух интервалах времени.

Интервал  $0 - t_1$ . Пластина вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$  под действием внешнего момента  $M_1 = M_1(t)$ .

Определить:

1. Закон относительного движения шарика в канале  $x = x(t)$ .
2. Скорость шарика в момент его вылета из канала (в точке  $D$ ).
3. Закон изменения силы давления шарика на стенки канала

$N = N(t)$ , а также величину силы  $N(t_1)$ .

4. Закон изменения внешнего момента, обеспечивающего постоянную угловую скорость пластины.

5. Кинетическую энергию системы в момент времени  $t_1$ .

6. Изменение величин реакций в опорах  $A$  и  $B$  с проекциях на оси подвижной системы координат  $Ax_1, y_1, z_1$ , а также величину этих реакций при  $t = t_1$  (без учета груза 4).

Интервал  $t_1 - t$ . Действие момента  $M_1(t)$  прекращается.

7. Составить дифференциальные уравнения движения системы.

8. Найти закон движения системы.

Необходимые для выполнения задания данные приведены в табл. 12.

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$l_1$	м	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$l_2$	м	1,0	0,8	0,6	1,2	1,4
$l_3$	м	0,1	0,2	0,4	0,3	0,2
$R$	м	0,05	0,03	0,1	0,1	0,2
$m_1$	кг	0,1	0,2	0,3	0,4	0,3
$m_2$	кг	0,3	0,5	0,7	0,8	1,0
$m_3$	кг	0,2	0,1	0,3	0,4	0,5
$m_4$	кг	0,5	0,4	0,6	0,8	1,0
$F_x$	Н	5	10	15	25	20
$x_0$	м	0,1	0,15	0,05	0,2	0,3
$\alpha$	рад	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/6$	$\frac{5}{12}\pi$	$\pi/3$
$\beta$	рад	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/6$	$\pi/3$
$\omega_1$	рад/с	$\pi$	$2\pi$	$-\pi$	$3\pi$	$\pi$
$t_1$	с	0,4	0,1	0,15	0,05	0,2

## В а р и а н т 13

Механическая система (рис. 13) состоит из шарика 1, барабанов 2 и 5, конических колес 3 и 4 и груза 6. Шарик перемещается по прямолинейному каналу, находящемуся в одной плоскости с осью барабана 2. Барабаны рассматривать как сплошные однородные цилиндры, моменты инерции колес даны в табл. 13. В подшипниках барабана 5 при подъеме груза 6 возникает постоянный момент сопротивления  $M_{тр}$ . В начальный момент времени система находилась в покое.

Исследовать движение системы на двух интервалах времени.

Интервал  $0-t_1$ . Цилиндр вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$  под действием внешнего момента  $M_1 = M_1(t)$ .

Определить:

1. Закон относительного движения шарика в канале  $x = x(t)$ .

2. Скорость шарика в момент достижения оси вращения.

3. Изменение силы давления шарика на стенки канала  $N = N(t)$ , а также величину силы  $N(t_1)$ .

4. Момент пары сил, действующей со стороны конического колеса 4 на колесо 3.

5. Закон изменения внешнего момента, обеспечивающего постоянную угловую скорость барабана (влиянием тела 4 на колесо 3 пренебречь).

6. Определить кинетическую энергию системы в момент времени  $t_1$ .

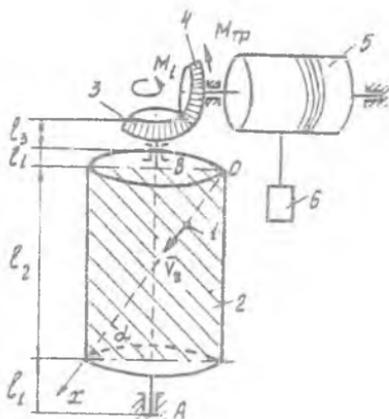
7. Изменение величины реакций в опорах  $A$  и  $B$  в проекциях на подвижные оси координат  $Ax, y, z$ , а также эти силы при  $t = t_1$  (без учета влияния колеса 4 на тело 3).

Интервал  $t_1 - t$ . Действие переменного момента  $M_1(t)$  прекращается.

8. Составить дифференциальные уравнения движения системы.

9. Найти закон движения системы.

Необходимые для выполнения задания данные приведены в табл. 13.



Р и с. 13

Т а б л и ц а 13

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$l_1$	м	0,1	0,05	0,1	0,05	0,15
$l_2$	м	0,6	0,4	0,5	0,4	0,6
$l_3$	м	0,05	0,07	0,05	0,04	0,07

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$R_3^{CP}$	м	0,05	0,15	0,1	0,06	0,1
$R_4^{CP}$	м	0,1	0,15	0,15	0,1	0,12
$R_5$	м	0,16	0,12	0,1	0,06	0,1
$m_1$	кг	2	3	3	2	3
$m_2$	кг	20	15	20	10	16
$m_3$	кг	8	6	10	8	4
$m_5$	кг	8	12	10	15	10
$m_6$	кг	15	25	30	20	35
$J_3$	кг м <sup>2</sup>	0,08	0,05	0,1	0,15	0,2
$L_4$	кг м <sup>2</sup>	0,12	0,1	0,15	0,12	0,2
$M_{TP}$	Нм	—	5	2	4	5
$\alpha$	рад	$\pi/4$	$\frac{5}{12}\pi$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/3$
$\omega_1$	рад/с	$-3\pi$	$-2\pi$	$3\pi$	$2\pi$	$\frac{2}{3}\pi$
$x_0$	м	0,08	0,04	0,05	0,03	0,07
$t_1$	с	0,25	0,15	0,20	0,1	0,15

В а р и а н т 14

В эпиллицическом механизме (рис. 14) бегающая однородная шестеренка 2 радиуса  $r$  и массы  $m$  насажена на кривошип 3, вращающийся вокруг оси неподвижной шестеренки 4 радиуса  $R$  под действием момента  $M_1$ . Шарик  $M$  массой  $m_1$ , рассматриваемый как материальная точка, перемещается по цилиндрическому каналу в шестеренке 2. Момент инерции кривошипа равен  $J$ , участок  $O_1O_2$  звена 3 имеет массу  $m_3$ , участок  $AO_1$  — массу  $m_4$ . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. В начальный момент времени сис-

тема находилась в покое, угол  $\varphi = \varphi_0 = 0$ , ось  $Ox$  была горизонтальной.

Исследовать движение системы на двух интервалах времени.

Интервал  $0 - t_1$ . Кривошип вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_3$  под действием внешнего момента  $M_1 = M_1(t)$ .

Определить:

1. Закон движения подвижной шестеренки.

2. Закон относительного движения шарика в канале  $x = x(t)$ .

3. Изменение силы давления шарика на стенки канала  $N = N(t)$ , а также величину силы  $N(t_1)$ .

4. Скорость шарика в момент вылета его из канала.

5. Изменение величин реакций в опорах  $A$  и  $B$  в проекциях на подвижные оси координат  $Ax, Ay, z_1$  (телом I пренебречь).

6. Кинетический момент и приведенный момент инерции системы относительно неподвижной оси  $Oz$  (без учета тела I).

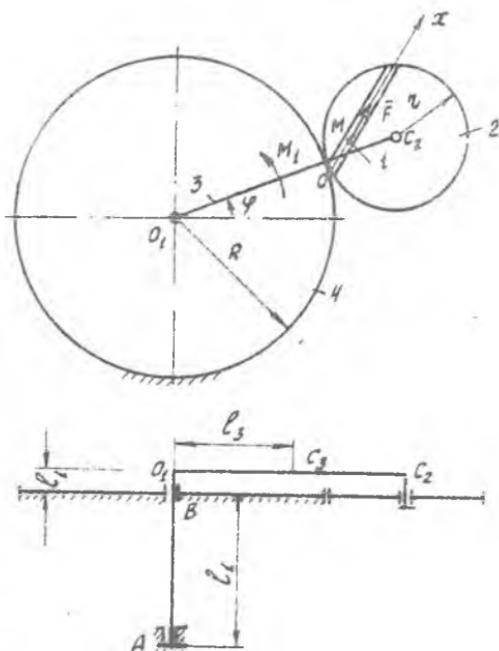
7. Определить кинетическую энергию системы в момент времени  $t_1$ .

Интервал  $t_1 - t$ . Действие переменного момента  $M_1(t)$  прекращается, к кривошипу прикладывается постоянный момент  $M$ .

8. Составить дифференциальные уравнения движения системы.

9. Найти закон движения системы.

Необходимые для выполнения задания данные приведены в табл. 14.



Р и с. 14

Т а б л и ц а 14

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$l_1$	м	0,3	0,35	0,2	0,3	0,4
$l_2$	м	0,07	0,06	0,05	0,04	0,05
$l_3$	м	0,2	0,25	0,15	0,2	0,25
$r$	м	0,15	0,2	0,15	0,17	0,2
$R$	м	0,3	0,4	0,3	0,35	0,4
$m_1$	кг	0,2	0,15	0,2	0,3	0,25
$m_2$	кг	4,0	3,5	2,0	1,5	3,0
$m_3$	кг	3	2	1	4	5
$m_4$	кг	5	2	1	3	4
$x_0$	м	0,02	0,04	0,01	0,02	0,03
$F_x$	Н	20	15	25	20	30
$J$	кг·м <sup>2</sup>	0,1	0,08	0,05	0,06	0,07
$M$	Нм	10	15	20	30	40
$\alpha$	рад	$\frac{7}{12} \pi$	$\frac{5}{8} \pi$	$\frac{2}{3} \pi$	$\frac{3}{4} \pi$	$\frac{2}{3} \pi$
$\omega_3$	рад/с	$\frac{7}{2} \pi$	$\pi$	$2\pi$	$\frac{5}{2} \pi$	$3\pi$
$t_1$	с	0,09	0,08	0,05	0,06	0,07

## В а р и а н т 15

В планетарном механизме (рис. 15) радиусы колес 2 и 4 одинаковы, колесо 2 неподвижно. По цилиндрическому каналу в колесе 4 под действием пружины и силы инерции перемещается шарик 1, рассматриваемый как материальная точка. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Колеса - сплошные однородные диски, кривошип 5 считается невесомым. В начальный момент времени система находилась в покое.

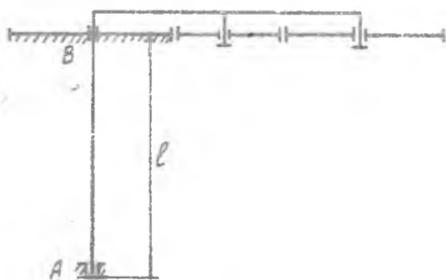
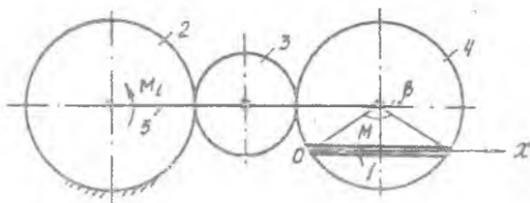
Исследовать движение системы на двух интервалах времени.

Интервал  $0 - t_1$ .

Кривошип вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_5$  под действием внешнего момента  $M_1 = M_1(t)$ .

Определить:

1. Закон движения колеса 3.
2. Закон относительного движения шарика в канале  $x = x(t)$ .
3. Скорость шарика в момент выхода его из канала колеса 4 и время его движения в канале.
4. Изменение силы давления шарика на стенки канала  $N = N(t)$ , а также величину силы  $N(t_1)$ .



Р и с. 15

5. Закон изменения внешнего момента, обеспечивающего постоянную угловую скорость вращения кривошипа.

6. Изменение величины реакций в опорах  $A$  и  $B$  в проекциях на подвижные оси координат  $Ax_1, y_1, z_1$  для произвольного момента времени, а также эти силы при  $t = t_1$ .

7. Определить кинетическую энергию системы в момент времени  $t_1$ .

Интервал  $t_1 - t$ . Действие переменного момента  $M_1(t)$  прекращается, к кривошипу прикладывается постоянный момент  $M$ .

8. Составить дифференциальные уравнения движения системы.

9. Найти закон движения системы.

Необходимые для выполнения задания данные приведены в табл. 15.

Т а б л и ц а 15

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$m_1$	кг	0,4	0,6	0,5	0,7	0,6
$m_3$	кг	10	15	10	20	8
$m_4$	кг	20	25	20	30	20
$R_2, R_4$	м	0,35	0,4	0,3	0,45	0,3
$R_3$	м	0,15	0,2	0,2	0,25	0,15
$l$	м	1,1	0,7	1,0	0,9	0,8
$l_0$	Н/м	12	15	20	10	8
$l_0$	м	0,3	0,2	0,25	0,4	0,25
$x_0$	м	0,12	0,08	0,1	0,09	0,05
$M$	Н·м	15	20	25	30	35
$\beta$	град	$\frac{5}{8}\pi$	$\frac{7}{12}\pi$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{2}{3}\pi$
$\omega_5$	рад/с	$\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$2\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$3\pi$
$t_1$	с	0,8	0,9	0,1	0,15	0,05

В а р и а н т 16

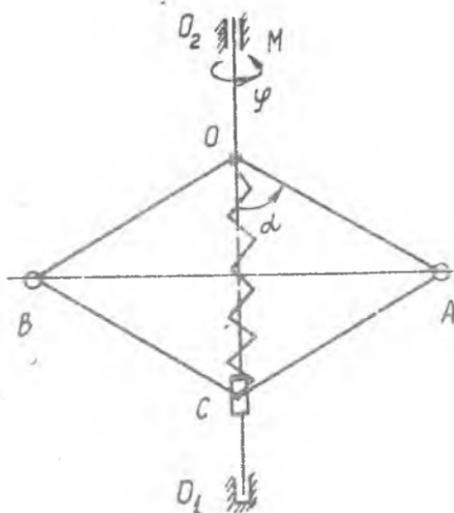
Центробежный регулятор (рис. 16) вращается под действием момента  $M$  вокруг вертикальной оси  $O_1O_2$ . Однородные стержни  $OA, OB, AC$  и  $BC$  имеют одинаковую  $l$  и массу  $m_1$ . Масса каждого шара  $A$  и  $B$  равна  $m_2$ , а масса муфты  $C$  —  $m_3$ . Муфта связана с шариком  $O$  пружиной, жесткость которой равна  $C$ . Естественная длина пружины равна  $2l$ . Положение системы определяется двумя обобщенными координатами:  $\varphi$  — угол поворота регулятора и  $\alpha$  — угол отклонения стержня  $OA$  от оси  $O_1O_2$ . Значения всех величин приведены в табл. 16.4.

Определить угловую скорость стержня  $OA$  в зависимости от угла поворота  $\alpha$ , считая при этом, что регулятор не вращается, и

вся масса стержня сосредоточена в точке  $A$ . Определить также максимальное напряжение на ось  $O$ . Начальные условия приведены в табл. 16.1.

2. Решить предыдущую задачу с учетом того, что регулятор вращается по закону  $\varphi = \varphi(t)$ . Закон вращения взять из табл. 16.2.

3. Предполагая, что регулятор не вращается, а стержень  $OA$  вращается вокруг горизонтальной оси  $O$  по закону  $\alpha = \alpha(t)$  (см. табл. 16.3), определить вертикальную реакцию в подшипнике в момент времени  $t_1 = 1/c$ .



Р и с. 16

Т а б л и ц а 16.1

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$\alpha$	рад	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	0	$\pi/3$
$\omega$	рад/с	с	2	с	8	-с

Т а б л и ц а 16.2

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$\varphi$	рад	$5t$	$-8t$	$10t$	$2t$	$15t$

Таблица 16.3

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$\alpha$	рад	$\frac{\pi}{4} t$	$\frac{\pi}{3} (t^2 - t)$	$\frac{\pi}{6} (t - t^2)$	$\frac{\pi}{6} t$	$\frac{\pi}{4} t^2$

4. Центробежный регулятор получает начальную угловую скорость  $\omega_0 = 12$  рад/с. В начальный момент времени система находилась в покое. Определить угловую скорость регулятора, когда стержень  $OA$  будет составлять с осью  $\alpha = \pi/3$  рад. Начальное значение  $\alpha_0$  взять из табл. 16.4.

Таблица 16.4

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$m_1$	кг	0	0,1	0,1	0	0,2
$m_2$	кг	0,5	0,5	0,3	0,2	0,3
$m_3$	кг	0,2	0,1	0,2	0,5	0,1
$l$	м	0,25	0,5	0,3	0,25	0,5
$M$	Нм	3	$3t$	5	$2t^2$	$8t$
$C$	Н/м	8	12	15	10	16
$\varphi_0$	рад	0	$\pi/2$	0	$\pi/3$	0
$\dot{\varphi}_0$	рад/с	0	12	3	4	10
$\alpha_0$	рад	$\pi/6$	$\pi/10$	$\pi/5$	$\pi/4$	$\pi/6$
$\dot{\alpha}_0$	рад/с	0	-2	1	0	0
Определяемая реакция		$R_0$	$Z_{01}$	$R_0$	$Z_{01}$	$R_0$

5. Определить угловую скорость стержня  $OA$  как функцию угла поворота  $\alpha$ , предполагая, что регулятор не вращается.

6. Составить дифференциальные уравнения движения системы.

7. Определить положение устойчивого относительного равновесия в зависимости от угловой скорости регулятора  $\varphi = \omega = const$ . Найти собственные частоты.

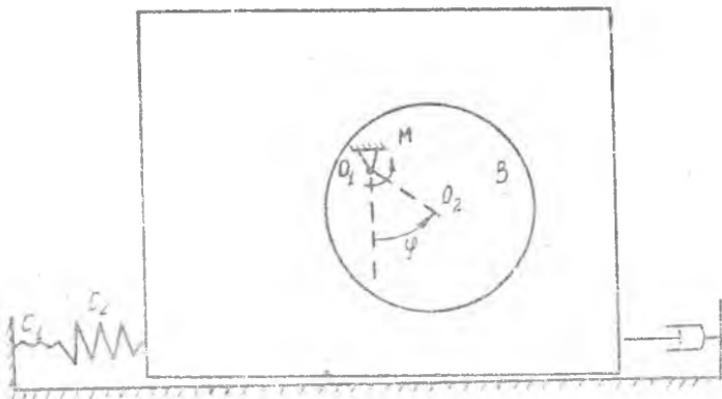
8. Численно проинтегрировать уравнения движения системы.

9. Найти первые интегралы уравнений движения.

10. Определить реакции, указанные в табл. 16.4.

### В а р и а н т 17

При сборке электромотора (рис. 17) его ротор  $B$  был эксцентрично насажен на ось вращения  $O_1$  на расстоянии  $O_1 O_2 = \alpha$ , где  $O_1$  — центр масс статора, а  $O_2$  — центр масс ротора  $B$ . Электромотор удерживается на гладком горизонтальном фундаменте двумя последовательно соединенными пружинами, жесткости которых соответственно равны  $C_1$  и  $C_2$ , и демпфером, коэффициент сопротивления которого равен  $\mu$ . Ротор представляет собой однородный цилиндр массы  $m_2$  и радиуса  $r$ . Масса статора равна  $m_1$ . К ротору мотора приложена пара сил, момент которой равен  $M$ . Положение системы определяется углом поворота ротора  $\varphi$  и координатой  $x$  (удлинение эквивалентной пружины). Значения заданных величин приведены в табл. 17.3.



Р и с. 17

Определить:

1. Закон движения мотора по горизонтальной плоскости, считая ротор неподвижным.

2. Закон движения центра ротора при условии, что кожух мотора движется по закону  $x = x(t)$  (см. табл. I7.1), а масса ротора сосредоточена в точке  $C_2$ .

Т а б л и ц а I7.1

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		I	2	3	4	5
$x(t)$	м	$3t^2$	$t^2$	$-2t^2 + t$	$-1,5t^2$	$2t^2$

3. Закон движения статора мотора, считая что ротор вращается с постоянной угловой скоростью,  $\varphi = \omega_1 = const$ .

Т а б л и ц а I7.2

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		I	2	3	4	5
$\omega_1$	рад/с	10	6	15	10	20

Т а б л и ц а I7.3

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		I	2	3	4	5
$a$	м	0,01	0,01	0,02	0,1	0,05
$r$	м	0,1	0,2	0,3	0,4	0,3
$m_1$	кг	4	5	2	7	4
$m_2$	кг	6	5	3	3	2
$C_1$	Н/м	3000	1250	1000	3500	600
$C_2$	Н/м	1500	5050	1000	1000	400
$C_0$	м	0,1	0,15	0,05	0,2	0,3

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$x_0$	м/с	0,2	0	0,1	0,3	0
$\varphi_0$	рад	$\pi/3$	0	0	$\pi/3$	0
$\dot{\varphi}_0$	рад/с	0	0	10	0	20
$\mu$		0	160	100	20	120
$M$	Нм	0,6	0,5	$0,2\varphi$	$-2\varphi$	$0,5\varphi$

4. Считая статор неподвижным, определить угловую скорость ротора как функцию угла поворота  $\omega = \omega(\varphi)$ . Определить также давление на ось  $C_1$  как функцию угла поворота.

5. Считая  $\mu = 0$ ,  $M = 0$ , определить интеграл энергии.

6. Составить дифференциальные уравнения движения системы.

7. Принимая, что  $M = 0$ , определить для малых движений системы около положения устойчивого равновесия собственные частоты.

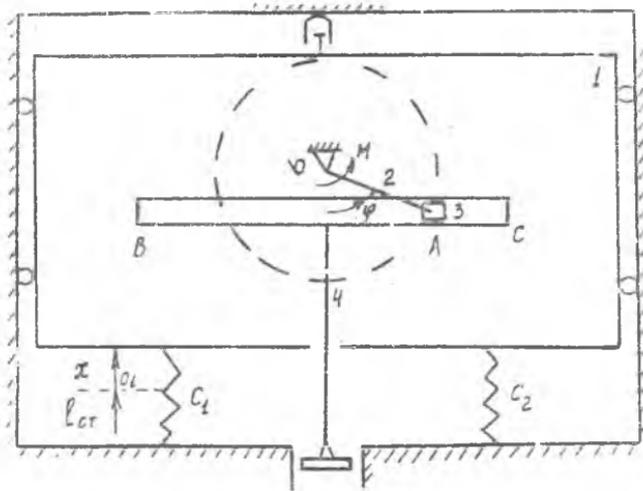
8. Численно проинтегрировать уравнения движения.

9. Определить максимальное давление мотора на фундамент.

10. Определить давление ротора на ось вращения.

#### В а р и а н т 18

Поршневой насос (рис. 18) установлен на двух амортизаторах, жесткости которых соответственно равны  $C_1$  и  $C_2$ . Масса корпуса насоса равна  $m_1$ , масса кривошипа  $OA$   $m_2$ , его длина  $l$ , масса ползуна  $A$   $m_3$ , масса кулисы  $BC$   $m_4$ . К кривошипу приложен момент  $M$ . На корпус насоса со стороны демфера  $D$  действует сила сопротивления, пропорциональная скорости корпуса, коэффициент пропорциональности равен  $\mu$ . Положение системы определяется двумя обобщенными координатами:  $\varphi$  — углом поворота кривошипа и  $x$  — положением корпуса мотора (отсчитывается от положения статического равновесия). Данные взять из табл. 18.3.



Р и с. 13

Определить:

1. Закон движения кожуха мотора, считая кривошипно-кулисный механизм неподвижным.
2. Давление ползуна  $A$  на кулису  $BC$ , считая, что кривошип вращается по закону  $\varphi_1 = \varphi_1(t)$  (табл. 18.1). Массой кривошипа пренебречь, корпус насоса считать неподвижным.

Т а б л и ц а 18.1

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$\varphi(t)$	рад	$\pi t$	$\frac{\pi}{2} t^2$	$\pi(t - \frac{t^2}{2})$	$\pi(t^2 - t)$	$\frac{\pi}{4} t$

3. Закон движения корпуса насоса в вертикальных направляющих, считая, что кривошип вращается равномерно,  $\dot{\varphi}_2 = \omega_2 = const$ . Определить, при каких значениях  $\omega$  наступает резонанс.

Таблица 18.2

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$\varphi_0$	рад	0	$\frac{\pi}{4}$	$\pi$	$\pi$	$-\frac{\pi}{3}$
$\omega_0$	рад/с	20	-5	1	0	0
$\varphi_k$	рад	$\frac{\pi}{3}$	0	0	$\frac{\pi}{4}$	0

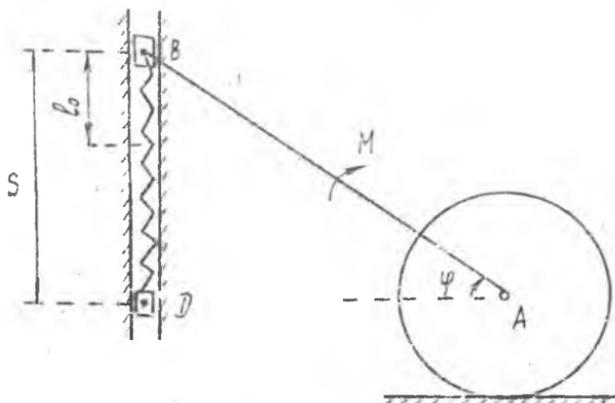
Таблица 18.3

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$l$	м	0,2	0,3	0,5	0,4	0,5
$m_1$	кг	3	2	7	5	5
$m_2$	кг	0,7	0,8	1,5	1,0	2,0
$m_3$	кг	0,3	0,2	0,5	1,0	1,0
$m_4$	кг	1,0	2,0	3,0	5,0	2,0
$c_1$	Н/м	200	220	100	180	800
$c_2$	Н/м	50	330	500	170	260
$x_0$	м	0	0	0,08	-0,08	0,01
$\dot{x}_0$	м/с	5	10	0	2	0
$\varphi_0$	рад	0	$\pi/3$	0	0	$\pi/6$
$\dot{\varphi}_0$	рад/с	2	0	0	4	2
$\mu$		10	5	10	8	5
$M$	Н·м	10	$10\varphi$	$75-\varphi^2$	$-28\varphi$	$5(1-\varphi)$

4. Угловую скорость кривошипа  $OA$ , считая, что корпус насоса неподвижен, а движение происходит под действием силы тяжести (для этого принять, что  $M = 0$  с момента, когда  $\varphi = \varphi_k$ ). Определить вертикальное давление на ось вращения  $O$  как функцию угла поворота  $\varphi$  и угловой скорости  $\omega$ . Начальные условия взять из табл. 18.2.
5. Составить дифференциальные уравнения движения системы.
6. Принимая, что  $M = 0$ , определить для малых движений системы около положения устойчивого равновесия собственные частоты.
7. Численно проинтегрировать дифференциальные уравнения движения.
8. Определить максимальное давление корпуса насоса на фундамент.
9. Определить реакцию в подшипнике  $O$ .

### В а р и а н т 19

Однородный диск массы  $m_1$  катится без скольжения (рис. 19) по горизонтальной плоскости. К центру диска шарнирно прикреплен стержень  $AB$  длиной  $l$ . К стержню приложен момент  $M$ . В точке  $B$  стержень шарнирно соединен с ползуном массы  $m_2$ , который движется в вертикальных направлениях. К ползуну с помощью пружины, коэффициент жесткости которой равен  $C$ , подвешен груз  $D$  массой  $m_3$ . Естественная длина пружины равна  $l_0$ . Положение системы определяется координатами  $\varphi$  (углом поворота стержня  $AB$ ) и  $S$ . Значения всех величин приведены в табл. 19.1.



Р и с. 19

Таблица 19.1

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$F_c$	Н	$0,2 \text{ д}^2$	$20 \text{ д}$	$500 \text{ д}$	$2 \text{ д}$	$140 \text{ д}$

1. Считая ползун неподвижным, определить скорость ползуна  $D$  в вертикальных направляющих как функцию его перемещения  $f(s)$ , если кроме сил тяжести и силы упругости пружины на ползун  $D$  действует сила трения  $F_c$  (табл. 19.1).

2. Считая, что ползун  $B$  движется по закону  $x = x(t)$ , определить движение ползуна  $D$  относительно  $B$  (табл. 19.2).

Таблица 19.2

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$x$	м	$\sin 10t$	$\cos 20t$	$t^2$	$\cos 10t$	$-10t^2$

3. Стержень  $AB$  движется по закону  $\varphi = \varphi(t)$ . Определить давление катка на плоскость, считая пружину абсолютно жесткой при  $t_1 = 1 \text{ с}$  (табл. 19.3).

Таблица 19.3

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$\varphi$	рад	$\frac{\pi}{3}t$	$-\frac{\pi}{3}t^2$	$\frac{\pi}{4}(t - \frac{t^2}{2})$	$\frac{\pi}{8}t$	$\frac{\pi}{4}t^2$

4. Считая момент  $M = \text{const}$  и пружину абсолютно жесткой, определить угловую скорость стержня  $AB$  как функцию угла поворота  $\varphi$ , если при  $t = 0$   $\varphi = 0$ ,  $\dot{\varphi} = 0$ .

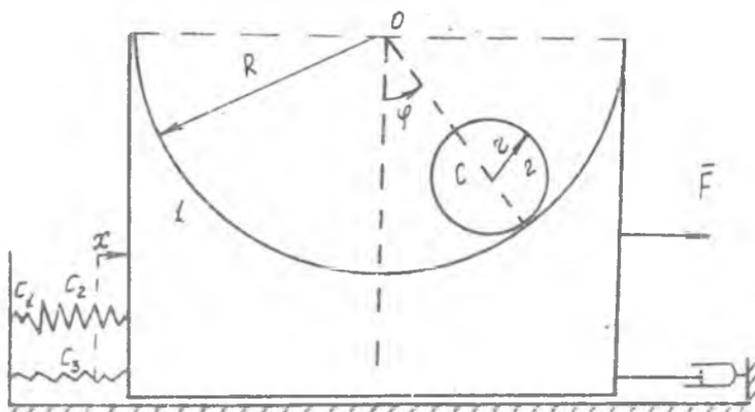
5. Составить дифференциальные уравнения движения системы.
6. Определить положение устойчивого равновесия системы и найти собственные частоты для малых движений.
7. Численно проинтегрировать дифференциальные уравнения движения.
8. Определить реакцию в шарнире  $A$ .

Т а б л и ц а 19.4

Обозначение	Размерность	Номер гармоника				
		1	2	3	4	5
$l$	м	1,0	1,0	0,5	0,5	1,5
$l_0$	м	0,5	0,6	0,8	0,5	0,4
$m_1$	кг	3	3	10	7	2
$m_2$	кг	1	2	6	3	4
$m_3$	кг	2	1	4	7	4
$c$	Н/м	200	50	160	700	800
$s_0$	м	0,5	0,7	0,3	0,2	0,1
$\dot{s}_0$	м/с	0	2	0	-3	5
$\varphi_0$	рад	0	$\pi/3$	0	$\pi/6$	0
$\dot{\varphi}_0$	рад/с	2	0	10	-2	0
$M$	Н·м	$30-0,1\dot{\varphi}$	$15-\dot{\varphi}^2$	$50-\dot{\varphi}$	$25-\dot{\varphi}^2$	$120-\dot{\varphi}^2/2$

В а р и а н т 20

В бруске массы  $m_1$  сделана (рис. 20) цилиндрическая выемка радиуса  $R$ , в которой катится без скольжения однородный круглый цилиндр массы  $m_2$  и радиуса  $r$ . Оси выточки и цилиндра параллельны. Брус движется по горизонтальной плоскости под действием силы  $F$  и сил упругости пружин, жесткости которых соответственно равны  $c_1, c_2$  и  $c_3$ . Брус соединен с демпфером, со стороны которого действует сила сопротивления, пропорциональная скорости



Р и с. 20

бруса, коэффициент сопротивления равен  $\mu$ . Положение системы определяется координатами  $x$  (удалением пружины) и углом  $\varphi$ . Значения всех величин приведены в табл. 20.3.

1. Найти закон движения бруса  $x(t)$ , пренебрегая массой цилиндра.

2. Принимая цилиндр за материальную точку, определить скорость точки относительно бруса как функцию угла  $\varphi$ , если брус движется по закону  $x(t)$ . Коэффициент трения скольжения бруса о поверхность бруса равен  $f$  (табл. 20.1).

Т а б л и ц а 20.1

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$x(t)$	м	$t^2$	$0,5t^2$	$-t^2$	$2t^2$	$-t^3$
$f$	—	0,1	0	0,2	0,1	0

3. Центр цилиндра движется по закону  $\varphi = \varphi(t)$  относительно бруса. Определить закон движения бруса  $x = x(t)$ , предполагая, что сила  $F = 0$  (табл. 20.2).

Т а б л и ц а 20.2

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$\varphi$	рад	$-t + \frac{\pi}{3}$	$4t$	$t - \frac{\pi}{6}$	$-2t$	$t$

4. Предполагая брус неподвижным, определить скорость центра масс цилиндра как функцию угла  $\varphi$ , если коэффициент трения качения цилиндра по брусу  $f_k$  равен 0,001 м. Определить также силу сцепления цилиндра с бруском.

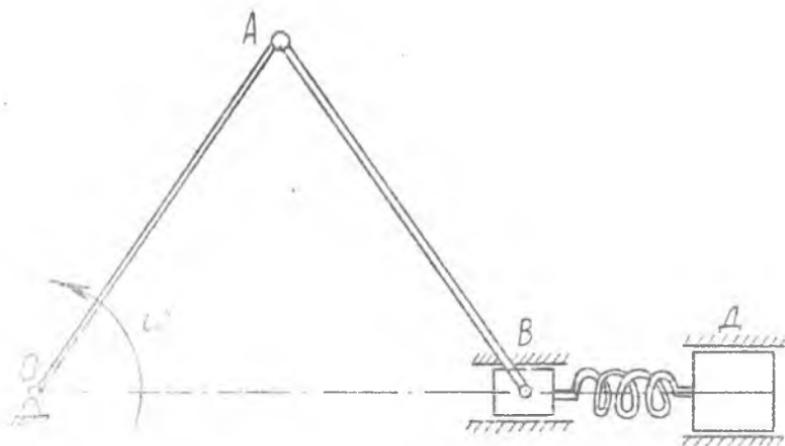
Т а б л и ц а 20.3

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$R$	м	0,2	0,5	0,4	0,3	0,2
$r$	м	0,05	0,1	0,1	0,05	0,1
$m_1$	кг	1	2	3	2	6
$m_2$	кг	5	3	6	4	3
$C_1$	Н/м	200	40	0	100	200
$C_2$	Н/м	50	0	0	100	0
$C_3$	Н/м	0	40	60	0	5
$F$	Н	$400 \sin t$	$t - 0,1x$	$300 \cos \pi t$	$10 \cos 5t$	$50 \sin 13t$
$x_0$	м	0	0,1	0	0	0,3
$\dot{x}_0$	м/с	0	0	5	2	-3
$\varphi_0$	рад	$\pi/3$	0	$-\pi/6$	$\pi/6$	$\pi/4$
$\dot{\varphi}_0$	рад/с	0	5	0	-2	2
$f$	Нс/м	10	0	0,6	5	4

5. Считая, что  $F = 0$  и  $\mu = 0$ , определить интеграл энергии.
6. Составить дифференциальные уравнения движения системы в общем случае.
7. Определить положение устойчивого равновесия системы и найти собственные частоты для малых движений (принимая  $F = 0$ ).
8. Численно проинтегрировать дифференциальные уравнения движения.
9. Определить максимальное давление бруса на плоскость, максимальное давление цилиндра на брус и максимальное удлинение пружины.

### В а р и а н т 2I

Механическая система (рис. 2I) состоит из кривошипно-ползунного механизма, к ползуну которого прикреплено через пружину тело  $D$ , скользящее по горизонтальным направляющим.



Р и с. 2I

Система начинает движение из состояния покоя, при этом  $\varphi = 0$ . До момента  $t_0$  кривошип вращается с постоянной угловой скоростью

(табл. 2Г). С момента времени  $t_2$  на кривошип начинает действовать момент  $M$ .

Рассмотреть движение системы на двух этапах:

Этап I (до момента времени  $t_2$ ). Определить:

закон движения тела  $D$ , силу давления на горизонтальные направляющие;

величину кинетического момента механической системы относительно точки  $O$ ;

величину момента, действующего на кривошип в момент времени

$t_1$  (пружину считать абсолютно жесткой);

величину и направление реакций, возникающих в опорах  $O$ ,  $B$  и

$D$ .

Этап II (с момента времени  $t_2$ ). Определить:

угловую скорость кривошипа  $OA$  в момент времени  $t_2$ ;

закон движения механической системы.

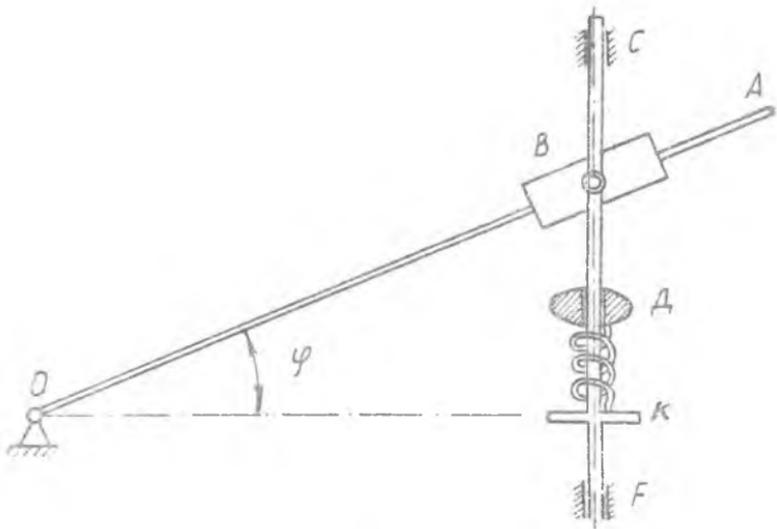
Т а б л и ц а 2Г

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$m_{OA}$	кг	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0
$m_{AB}$	кг	1	1	2	4	2
$m_B$	кг	0,5	0,5	1,0	0	2,0
$m_D$	кг	0,5	0,25	2	1	3
$c$	Н/м	1	2	10	2	20
$\omega$	рад/с	1	-	-	-	-
$l_0$	м	0,2	0,25	0,3	0,5	0,6
$OA$	м	1,0	2,0	2,5	1,5	1,0
$AB$	м	1,0	2,0	2,5	2,0	3,0
$t_1$	с	0,25	1	2	1	0,5
$t_2$	с	0,5	1,5	3,0	3,0	4,0
$M$	Н·м	25	10	20	50	100
$f_{ок}$	-	0	0,1	0,3	0,1	0,4

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$x_0$	м	0	0,1	0,2	0,3	0,4
$\dot{x}_0$	м/с	0	2	5	15	30

## В а р и а н т 22 .

Механическая система (рис. 22) состоит из кулисного механизма. На кулисе находится ползун  $B$ , шарнирно связанный со стержнем  $CF$ . На стержень одето тело  $D$ . Между полочкой « $K$ » стержня и телом  $D$  находится пружина.



Р и с. 22

В начальный момент механическая система находилась в покое.  
Рассмотреть движение системы на двух этапах.

Этап I.  $OA$  вращается с постоянной угловой скоростью (табл. 22) до момента времени  $t_2$ . Определить:  
закон движения тела  $D$ ;

величину кинетического момента механической системы относительно точки "O" в момент времени  $t_1$ ;

величину момента, действующего на " $OA$ " в момент времени  $t_1$ ;

величину и направление реакций, возникающих в опорах.

Этап II. С момента времени  $t_2$  на кулису действует момент  $M$ .  
Определить:

угловую скорость " $OA$ ";

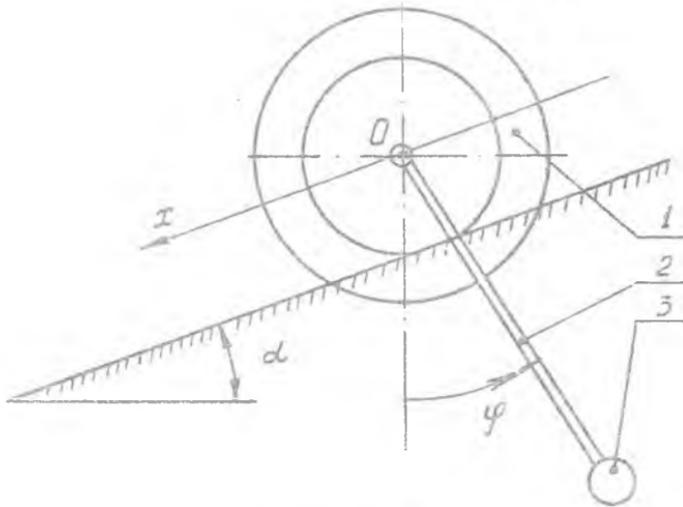
закон движения механической системы.

Т а б л и ц а 22

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$m_{OA}$	кг	1,0	2,0	1,5	3,0	4,0
$m_D$	кг	0,5	1,0	0,7	1,5	2,0
$m_D$	кг	1,0	0,5	0,35	1,0	1,0
$m_{CF}$	кг	2,0	2,0	1,5	0	4,0
$\omega$	рад/с	-	-	-	-	-
$C$	Н/м	1	0,5	10	2	5
$l_0$	см	20	30	60	20	50
$M$	Н·м	2	10	100	35	60
$t_1$	с	0,25	1	10	2	1
$t_2$	с	0,5	2	15	5	10
$OA$	см	100	60	50	40	150
$OK$	см	60	20	30	30	80
$x_0$	см	0	0	20	10	30
$\dot{x}_0$	м/с	0	2	0	10	5
$\varphi_0$	град	0	30	0	45	60

Механическая система (рис. 23) состоит из диска I, стержня 2 и шара 3. Стержень и диск связаны между собой шарниром O. Шар жестко прикреплен к стержню.

В начальный момент механическая система находилась в покое. Рассмотреть движение данной системы на двух этапах.



Р и с. 23

Этап I. Центр колеса I движется по заданному закону до момента времени  $t_2$  (табл. 23). Определить:

закон движения шарика B ;

величину кинетического момента системы относительно центра

диска в момент времени  $t_1$  ;

величину и направление реакции, возникающей в шарике O в момент времени  $t_1$  ;

величину и направление реакции наклонной поверхности в момент времени  $t_1$  .

Этап II. С момента времени  $t_2$  к стержню прикладывается момент  $M$ , при этом движение центра диска по закону  $x = x(t)$  прекращается. Определить:

угловую скорость колеса I;

закон движения механической системы.

Т а б л и ц а 23

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$m_1$	кг	4	3	10	2	7
$m_2$	кг	0	0,5	1	0	2
$m_3$	кг	1,5	1,5	5,0	1,0	3
$x$	—	$4t^2$	$2t^3$	$t-2t^2$	$2t^2$	$t^3$
$\alpha$	град	30	60	45	30	60
$z$	см	5	20	10	7	10
$\rho$	см	10	27	14	13	15
$OA$	см	30	20	40	50	70
$t_1$	с	0,25	1	5	2	3
$t_2$	с	1	2	7	5	7
$M$	Н·м	2	4	50	20	10
$\varphi_0$	град	90	45	0	-45	90

В а р и а н т 24

Механическая система (рис. 24) состоит из однородного диска I, ползуна B, стержня 3 и шарика A. Диск I через нерастяжимую нить связан с ползуном 2. Ползун B и стержень 3 соединены шарниром. Система начинает движение из состояния покоя.

Рассмотреть движение системы на двух этапах.

Этап I. Диск I вращается с угловой скоростью  $\omega$  (табл. 24) по момента времени  $t_2$ . Определить:

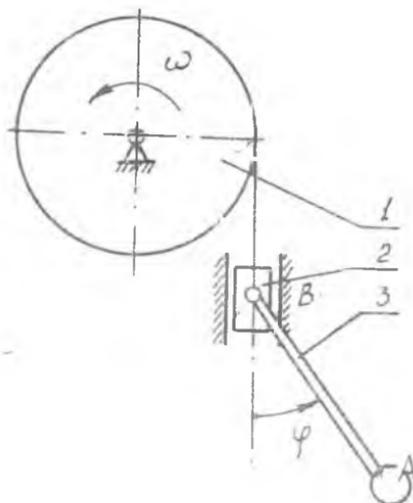
закон движения шарика  $A$  ;  
 величину кинетического мо-  
 мента системы;

величину и направление ре-  
 акций в шарнире  $B$  и  $O$ .

Этап II. С момента времени  
 $t_2$  к стержню прикладывается  
 момент  $M$ . Угловая скорость  
 диска не известна. Определить:

закон движения механичес-  
 кой системы;

угловую скорость диска I.



Р и с. 24

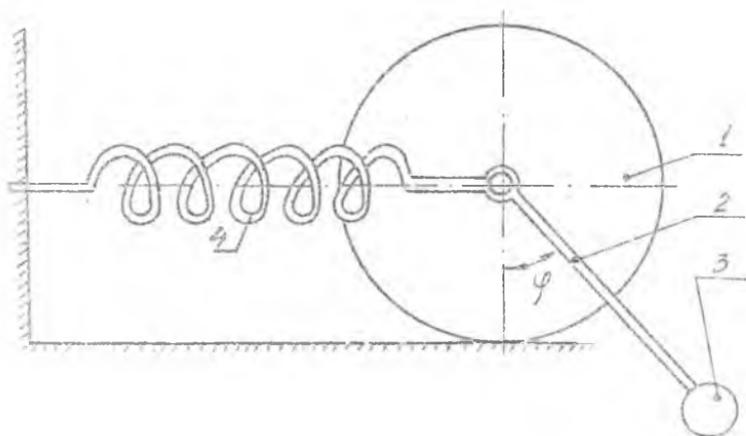
Т а б л и ц а 24

Обозначе- ние	Размер- ность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$m_1$	кг	3	4	5	10	8
$m_2$	кг	1,5	2	2,5	5	4
$m_3$	кг	0	1	2	4	2
$m_A$	кг	2	3	3	2	3
$z$	см	40	50	20	30	60
$AB$	см	50	60	100	80	70
$\omega$	рад/с	$\pi$	$-\pi$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$
$t_1$	с	0,25	1	2	3	1,5
$t_2$	с	1	2	8	5	4
$M$	Н·м	2	10	10	50	100
$\varphi_0$	град	0	90	30	45	60

## В а р и а н т 25

Механическая система состоит (рис. 25) из однородного диска 1, стержня 2, шарика 3 и пружины 4.

Диск 1 через шарнир 0 связан со стержнем 2. На стержне жестко насажен шарик 3. Пружина, один конец которой закреплен в вертикальной стене, а другой прикреплен к оси диска 1, расположена в горизонтальной плоскости. В начальный момент система находилась в покое. Пружина в этом положении не деформирована.



Р и с . 25

Рассмотреть движение данной системы на двух этапах:

Этап I. Центр колеса 1 движется по заданному закону (табл.25) до момента времени  $t_2$ . Определить:

закон движения шарика A ;

величину кинетического момента системы в момент времени  $t_1$  ;

величину и направление реакции, возникающей в шарике 0;

величину и направление реакции горизонтальной поверхности в

момент времени  $t_1$ .

Этап II. С момента времени  $t_2$  к стержню прикладывается момент  $M = const$ , при этом движение центра диска по закону  $x = x(t)$  прекращается. Определить:

закон движения механической системы;  
угловую скорость колеса I.

Таблица 25

Обозначение	Размерность	Номер варианта				
		1	2	3	4	5
$m_1$	кг	4	10	5	2	8
$m_2$	кг	0	0	0,5	2	1
$m_3$	кг	1,5	3	2	0,5	3
$x$	-	$4t^2$	$t-3t^2$	$2t^3-4t^2$	$4t^3-t^2$	$2t^2$
$OA$	см	30	40	100	50	60
$l_0$	см	100	50	60	80	50
$c$	Н/м	1	10	2	3	20
$t_1$	с	0,25	1	2	1,5	3
$t_2$	с	1	5	3	4	5
$M$	Н·м	2	50	20	10	100
$z$	см	50	20	30	40	25
$\varphi_0$	град	0	90	30	45	-45

КУРСОВАЯ РАБОТА  
ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Составители: А в р а м е н к о Александр Алексеевич,  
А р х и п о в Валерий Рикторович,  
А в е р к и е в Сергей Михайлович,  
Б а л у х о в Николай Зиновьевич,  
И в а н о в Владимир Алексеевич

Редактор А.Я.Ч е г о д а е в а  
Техн.редактор Г.А.У с а ч е в а  
Корректор Т.К.К р е т и н и н а

Подписано в печать 1.04.92. формат 60x84<sup>I</sup>/<sub>16</sub>.  
Бумага оберточная. Печать офсетная.  
Усл.п.л. 2,8. Усл.кр.-отт. 2,9. Уч.-изд.л. 2,7.  
Т. 200 экз. Заказ № 102. Бесплатно.

Самарский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт имени академика С.П.Королева.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Участок оперативной полиграфии  
Самарского авиационного института.  
443001 Самара, ул. Ульяновская, 18.