

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО  
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

КУМБЫШЕВСКИЙ ордена ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА

# ЛАЗЕРНАЯ ТЕХНИКА

Утверждено  
редакционно-издательским  
советом института  
в качестве  
методических указаний  
для студентов

Авторы-составители: *О. А. Журавлев, И. В. Баранов,  
В. П. Захаров, А. В. Кислицев,  
А. В. Кривоустов*

УДК 621.375.826(075)

*Лазерная техника. Задание 6: Метод. указания к лаборатор. работам /Сост. О. А. Журавлев, И. В. Баранов, В. П. Захаров и др. Куйбыш. авиац. ин-т, 1989. 22 с.*

Лабораторные работы (задание 6) предназначены для студентов, специализирующихся в области проектирования и эксплуатации энергетических установок, а также инженерно-технических работников предприятий, проходящих переподготовку по лазерной технике на ФПК ИТР и обучающихся на сесифакультете по специальности «Лазерная техника и технология».

В сборник вошли две лабораторные работы, связанные с обработкой интерферограмм осесимметричных фазовых объектов и численным моделированием энерговыклада в газовый разряд атмосферных  $\text{CO}_2$ -лазеров. Каждой работе предшествует краткая теоретическая часть. Выявление работ производится на ЭВМ типа ДВК-2М и ЕС 1045.

Лабораторная работа № 2-4 поставлена доцентом Журавлевым О. А. при участии инженера Баранова И. В. В постановке лабораторной работы 2-3 участвовали доценты Захаров В. П., Кислицев А. В., а также инженеры Баранов И. В. и Кривоустов А. В.

Рецензенты: *И. Д. Быстров, И. Л. Ключац*

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМА ВВОДА ЭНЕРГИИ В ГАЗОВЫЙ РАЗРЯД АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ

Цель работы: изучение условий формирования объемного разряда в плотных газах, оптимизация режимов ввода энергии в разрядную камеру  $CO_2$ —лазера; ознакомление с системой уравнений для описания развития одномерного разряда; изучение программы численного расчета энерговклада; обработка и анализ результатов численного моделирования условий энерговклада.

Возбуждение объемного разряда в электроразрядных (ЭР)  $CO_2$ —лазерах атмосферного давления достигается несколькими способами:

малой длительностью разряда по сравнению с длительностью формирования искрового канала;

ограничением плотности разрядного тока в степени, достаточной для предотвращения контрагирования;

предварительной ионизацией рабочей среды, что значительно повышает устойчивость объемного разряда.

Наибольшее распространение получил способ, заключающийся в предыонизации газа УФ-излучением вспомогательного разряда с последующей подачей импульсного напряжения на основной разрядный промежуток. На рис. 1 приведена типовая электрическая схема формирования объемного разряда, в которой предыонизация смеси газов, движущихся со скоростью  $V$ , обеспечивается УФ-излучением искровых каналов И, возникающих при закорачивании емкости  $C_1$  с помощью тиратрона  $T$ , так как  $C_2 \ll 0,4C$  и промежуток И в несколько раз короче основного межэлектродного промежутка.

Для оптимизации режимов ввода энергии в  $CO_2$ —лазер атмосферного давления необходимо согласовать характеристики системы электронитания и газоразрядной камеры с параметрами объемного самостоятельного разряда. Для этого необходимо провести моделирование процесса развития самостоятельного разряда, основываясь на совместном решении системы уравнений, характеризующей процессы в электрической цепи питания лазера, и системы уравнений, описывающей плазму разряда.

## ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Исходная система уравнений, описывающая динамику самостоятельного разряда, обычно включает уравнения переноса для заряженных частиц, уравнение Пуассона для электрического поля и в одномерном приближении имеет вид [1]:

$$\begin{cases} \frac{dn_e}{dt} + \frac{d}{dx} v_e n_e = \alpha v_e n_e - \beta n_e n_i, \\ \frac{dn_i}{dt} - \frac{d}{dx} v_i n_i = \alpha v_e n_e - \beta n_e n_i, \\ \frac{dE}{dx} = 4\pi e (n_i - n_e). \end{cases} \quad (1)$$

Здесь катод находится в точке  $x = 0$ ; анод — в точке  $x = d$ ,  $n_e$ ,  $n_i$  — концентрации электронов и ионов;  $v_e$ ,  $v_i$  — дрейфовые скорости электронов и ионов;  $\alpha$  и  $\beta$  — коэффициенты ионизации и рекомбинации.

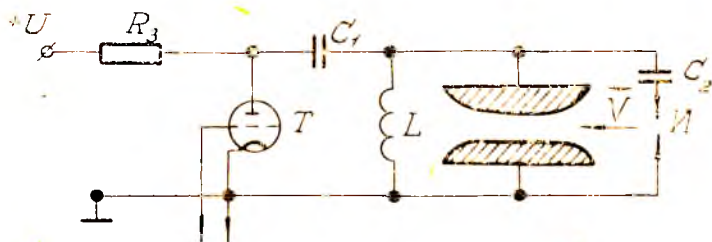


Рис. 1. Электрическая схема импульсно-периодического разряда:  $C_1$  — рабочая емкость;  $C_2$  — емкость вспомогательного разряда;  $T$  — тиратрон ТГИИ-1000/25;  $R_3$  — зарядное сопротивление;  $L$  — индуктивность;  $H$  — искровой предвыключатель

Система (1) дополняется уравнениями для источника питания разряда и рассматривается при определенных начальных и граничных условиях. Для описания источника питания разряда необходимо составить эквивалентную электротехническую цепь с сосредоточенными параметрами. Для случая на рис. 1 такая цепь представляет собой  $RLC$  — контур (рис. 2), состоящий из накопительного конденсатора  $C_n$ , активного сопротивления цепи  $R$ , сопротивления плазмы  $R_p$  и конструктивной индуктивности  $L$ , которая складывается из собственной индуктивности конденсатора  $L_c$ , индуктивности кабельных линий  $L_k$  и индуктивности вводов и соединений  $L_b$ . Обычно при конструировании лазеров обеспечивается выполнение условия

$$L_k, L_b \ll L_c, R \ll R_p, \quad (2)$$

и, следовательно, в расчете можно пренебречь электрическими параметрами рассредоточенных подводящих контуров. Тем не менее необходимо проверять выполнение условия (2), которое может нарушаться, например, при значительном удалении системы питания от газоразрядной камеры.

В современных лазерах большой апертуры (межэлектродное расстояние  $d > 10$  см) требуются высокие значения импульсных напряжений ( $U > 10^2$  кВ) [2], которые уже невозможно обеспечить с помощью одного конденсатора. Необходимо создавать конденсаторные батареи или генераторы с умножением напряжения [3]. Схема простейшего генератора импульсов напряжения Маркса приведена на рис. 3. Здесь  $n$  конденсаторов, емкость  $C$  каждый, соединяются параллельно и заряжаются от источника

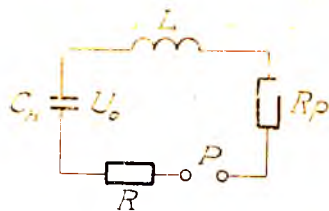


Рис. 2. Эквивалентная электрическая схема:  $C_n$  — эквивалентная емкость;  $U_0$  — ударное напряжение;  $L$  — конструктивная индуктивность;  $R_p$  — сопротивление плазмы разряда;  $R$  — активное сопротивление;  $P$  — разрядник

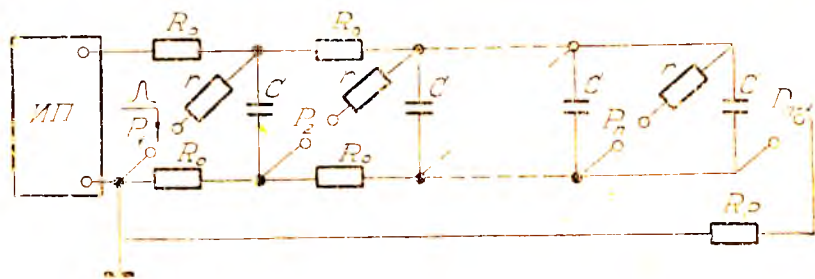


Рис. 3. Принципиальная схема генератора импульсов напряжения Маркса:  $C$  — накопительные конденсаторы;  $P_1 \dots P_{n+1}$  — управляемые разрядники;  $R_0$  — зарядное сопротивление;  $r$  — демпфирующее сопротивление;  $R_p$  — сопротивление нагрузки; ИП — источник напряжения зарядки

питания ИП через зарядные сопротивления  $R_0$  до напряжения  $U_1$ . Далее, подавая на разрядник  $P_1$  управляющий сигнал, производится одновременное срабатывание разрядников  $P_1, \dots, P_{n+1}$ . При этом все конденсаторы соединяются последовательно и на сопротивление нагрузки  $R_p$  (плазма газового разряда) подается импульс напряжения  $U_0 \approx nU_1$ . Схема замещения генератора импульсов напряжения Маркса совпадает с приведенной на рис. 2, где  $C_n = C/n$ ;  $U_0 = nU_1$ ;  $R = nr$ ;  $L = n(L_c + L_p + L_k)$ ;  $L_c, L_p, L_k$  — индуктивности конденсатора, разрядника и кабельных соединений одного звена генератора Маркса. Одновременное включение раз-

рядников  $R_1, \dots, R_{n+1}$  соответствует в эквивалентной схеме включению одного разрядника  $R$ .

Ток разряда  $I$  можно определить через характеристики разрядной плазмы:

$$I = en_e v_e S + en_i v_i S, \quad (3)$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения разряда (как правило, она совпадает с площадью катода). Дрейфовые скорости электронов  $v_e$  и ионов  $v_i$  линейно зависят от приведенной напряженности поля  $E/P$ :

$$v_{e,i} = \mu_{e,i} (E/P), \quad (4)$$

где  $P$  — давление газовой смеси,  $\mu_{e,i}$  — подвижность зарядов;

$$E = U_p/d; \quad (5)$$

$U_p = IR_p$  — напряжение на разрядном промежутке с межэлектродным расстоянием  $d$ . Поскольку подвижность частицы обратно пропорциональна ее массе, то

$$\mu_e \gg \mu_i. \quad (6)$$

Из (6) следует, что в системе (1) члены, содержащие  $v_i$ , можно опустить. Это эквивалентно учету только движения электронов на неподвижном ионном фоне. В самостоятельном газовом разряде с предыонизацией обеспечивается воспроизводство электронов в области, покидаемой ими при дрейфовом движении к аноду, поэтому плазму разряда можно считать квазинейтральной, т. е.  $n_e \approx n_i$ . Кроме того, будем считать предыонизацию разрядного промежутка однородной, тогда сопротивление плазмы разряда определяется выражением

$$R_p = \frac{P d}{e n_e \mu_e S}. \quad (7)$$

Упрощая систему уравнений (1) и применяя законы Кирхгофа к эквивалентной схеме, приведенной на рис. 2, получаем самосогласованную систему уравнений, описывающую вклад энергии  $W$  в ЭР-лазер атмосферного давления:

$$\left\{ \begin{array}{l} dW/dt = I^2 R_p, \\ R_p = Pd/e n_e \mu_e S, \\ dn_e/dt = \alpha \mu_e \frac{E}{P} n_e - \beta n_e^2, \\ L \cdot dl/dt + RI + R_p I = U_c, \\ dU_c/dt = -I/C_n. \end{array} \right. \quad (8)$$

Система уравнений (8) должна быть дополнена начальными условиями: при  $t = 0$   $n_e = n_0$ ,  $U_c = U_0$ ,  $W = 0$ . (9)

Как показывают расчеты, режим ввода энергии слабо зависит от начальной концентрации электронов  $n_0$ , если предыонизатор лазера обеспечивает выполнение условия  $n_0 \gg n_{0\text{кр}} = 10^{13} \dots 10^{14} \text{ м}^{-3}$ .

Значения подвижности  $\mu_k$ , коэффициентов ионизации  $\alpha$  и рекомбинации  $\beta$ , входящих в систему уравнений (8), как правило определяются экспериментально [4—6]. Обработка результатов экспериментов позволила сформулировать следующие эмпирические зависимости:

$$\frac{\alpha}{P} = A \exp \frac{B}{E \cdot P}, \quad (10)$$

$$A = \sum_k A_k D_k, \quad B = \sum_k B_k D_k, \quad (11)$$

$$\mu_k = \sum_k \mu_k D_k, \quad (12)$$

где  $D_k$  — относительные парциальные давления газа «к» в смеси;  $A_k, B_k, \mu_k$  — постоянные, приведены в таблице.

Значения коэффициентов  $A_k, B_k$  и параметра  $\mu_k$

Компонент смеси	$A_k, \text{ м}^{-1} \cdot \text{Па}^{-1}$	$B_k, \frac{B}{\text{м} \cdot \text{Па}}$	$\mu_k, \frac{\text{м}^2 \cdot \text{Па}}{\text{В} \cdot \text{с}}$
$\text{CO}_2$	15	350	$1,18 \cdot 10^4$
$\text{N}_2$	9	257	$10^4$
He	2,2	25,6	$3,8 \cdot 10^3$

Коэффициент рекомбинации  $\beta$  практически не зависит от напряженности электрического поля, давления газа и состава смеси (для относительных парциальных давлений  $D_{\text{CO}_2} \leq 0,35$  и  $0,15 \leq D_{\text{N}_2} < 1,0$ ) и равен  $(0,5 \dots 2) \cdot 10^{-13} \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-1}$ . Наблюдаемые расхождения в экспериментальных значениях  $\beta$  в основном связаны с конкретными условиями эксперимента, степенью чистоты газов, наличием примесей паров воды и кислорода. Однако, как показывают расчеты, изменение коэффициента рекомбинации в два раза по сравнению с  $\beta = 10^{-13} \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-1}$  слабо сказывается на характеристиках лазера. Так, вкладываемая энергия при этом меняется не более чем на 7%. В связи с этим можно считать коэффициент  $\beta$  постоянным для любых режимов работы  $\text{CO}_2$  — лазера.

#### ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ

Система уравнений для определения энерговыклада может быть решена лишь численными методами с помощью ЭВМ. Программа SPARKLE на языке FORTRAN реализует это численное решение.



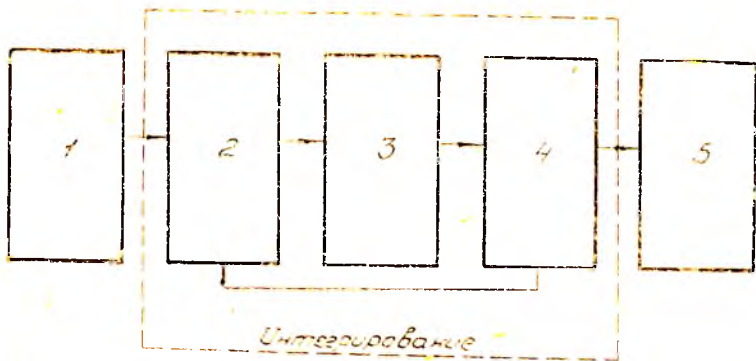


Рис. 4. Блок-схема программы: 1—исходные данные; 2—определение переменного шага; 3—подпрограмма PRMT рассчитывает правые части уравнений системы; 4—подпрограмма QUTP производит численное интегрирование с начальными условиями; 5—печать результатов

Блок-схема приведена на рис. 4. Основой алгоритма является метод Рунге—Кутты для решения систем дифференциальных уравнений первого порядка. Программа работает в диалоговом режиме и реализована на ЭВМ типа ЕС 1045.

Перед работой необходимо подготовить следующие начальные данные:

- $D$  — межэлектродное расстояние, м;
- $S$  — площадь электродов,  $\text{м}^2$ ;
- $R$  — активное сопротивление цепи, Ом;
- $C$  — емкость накопительного конденсатора, Ф;
- $L$  — индуктивность разрядной цепи, Гн;
- $UC$  — зарядное напряжение на конденсаторе, В;
- $EC$  — начальная концентрация электронов,  $\text{м}^{-3}$ ;
- $P$  — давление смеси газа, Па;
- $D1, D2, D3$  — парциальные давления газов  $\text{CO}_2, \text{N}_2, \text{He}$ .

По окончании работы программы на печать выводятся результаты счета в виде таблицы:

- $T$  — текущее время, с;
- $DT$  — шаг интегрирования, с;
- $I$  — ток разряда, А;
- $N$  — концентрация электронов в разряде,  $\text{м}^{-3}$ ;
- $W$  — вкладываемая энергия, Дж;
- $UC$  — напряжение на конденсаторе, В;
- $RP$  — сопротивление плазмы, Ом;
- $E/P$  — напряженность электрического поля  $\frac{\text{В}}{\text{м} \cdot \text{Па}}$ ;
- $W/T$  — скорость изменения вкладываемой энергии, Дж/с.



### ПРИМЕР СЕАНСА РАБОТЫ С ПРОГРАММОЙ

В данном примере строки, отмеченные цифрами в скобках, вводятся студентом. Неотмеченные строки вводит ЭВМ. Пароль на экране не высвечивается.

(1) LOGON имя ВМ

ВВЕДИТЕ ПАРОЛЬ:

(2) ВМ ЗАРЕГИСТРИРОВАНА; 17:00:59 МСК ВТОРНИК  
02/06/88 ПДО ИЗД 02 ИЗМ 24/04/87 10:14:01

G; BP = 0.01/0.01 17:01:07

(3) PROGGO SPARKLE  
OFF  
+++R(0003)+++  
FORTSE SPARKLE

(4) Введите D, S, R, C, L по \* 5 E 10 4 \*

(5) 0.7000E-01, 0.5600E-01 и т.д.

Введите: UC, ED, P по \* 3 E 10 4 \*

(6) 0.1500E+05, 0.1000E+16, 0.1000E+06

Введите: D1, D2, D3

(7) 0.1000E+00, 0.1700E+00, 0.8000E+00

ERASE SPARKLE TEXT

R; T=5.8100 11.21.59

(8) PRINT RESULT

(9) LOGOFF

СЕАНС = 00:23:28

ВМ ЗАВЕРШИЛА РАБОТУ; 17:24:46 МСК ВТОРНИК 02/06/88

- (1) — запуск виртуальной машины;
- (2) — ввод пароля;
- (3) — вызов программы на решение;
- (5) ... (7) — ввод исходных данных;
- (8) — вывод результатов на печать;
- (9) — выход из сеанса.

! Ввод строки осуществляется нажатием клавиши <ВВОД> !

### Задание 1

1. Выполнить расчет параметров плазмы для ЭР  $\text{CO}_2$  — лазера со следующими исходными данными:  $d = 0,12$  м,  $S = 0,12 \times 1,2$  м<sup>2</sup>, состав смеси  $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He} = 1:1:6$ ,  $P = 10^5$  Па,  $n_0 = 10^{15}$  м<sup>-3</sup>,  $C = 0,2$  мкФ,  $L = 0,9$  мкГ,  $U_0 = 250$  кВ.

2. Произвести обработку результатов расчетов. Определить по графикам характерные значения параметров  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$ ,  $W_{\text{макс}}$ ,  $E/P$ ,  $R_p^*$ ,  $n_e^*$  (\* — оптимальный параметр).

### Задание 2

Найти оптимальное значение энергии, вкладываемой в разрядную камеру ЭР  $\text{CO}_2$  — лазера со следующими параметрами:

$d = 0,07$  м,  $S = 0,07 \times 0,8$  м<sup>2</sup>, состав смеси  $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He} = 1:1:8$ ,  $n_0 = 10^{15}$  м<sup>-3</sup>,  $R = 0,1$  Ом,  $C = 0,25$  мкФ,  $L = 1$  мкГ,  $P = 10^5$  Па. Для получения самосогласованного режима работы источника питания выполнить расчеты при значениях напряжения  $U_0 = 110$ ; 120; 130 кВ.

### Задание 3

1. Выполнить расчет параметров плазмы для ЭР  $\text{CO}_2$  — лазера со следующими исходными данными  $d = 0,15$  м,  $S = 0,15 \times 1$  м<sup>2</sup>, состав смеси  $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He} = 1:2:7$ ,  $P = 10^5$  Па,  $n_0 = 10^{14}$  м<sup>-3</sup>,  $C = 0,25$  мкФ,  $U_0 = 250$  кВ для трех значений индуктивности  $L = 0,8$ ; 0,9 и 1 мкГн.

2. Провести обработку результатов расчетов, объяснить влияние индуктивности разрядной цепи на параметры плазмы, длительность разряда.

### АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

На рис. 5 приведены типичные зависимости напряженности поля  $E$ , плотности тока  $j = I/S$ , сопротивления плазмы  $R_p$ , вкладываемой энергии  $W$  и электронной концентрации  $n$  в разряде, получаемые в результате работы программы SPARKLE.

Характер данных кривых позволяет подразделить развитие самостоятельного разряда на три последовательные стадии. Первая стадия ( $0 \leq t \leq \tau_1$ ) характеризуется ростом напряжения на разряде до максимального значения  $E_0 = U_p/d$ , время достижения которого

$$\tau_1 \geq 3L/R_p(0) \approx 10^{-9} \dots 10^{-11} \text{ с} \quad (13)$$

зависит только от начальной концентрации электронов  $n_0$  (т. к.  $R_p(0) \sim n_0^{-1}$ ) и конструктивной индуктивности  $L$ . На второй стадии ( $\tau_1 < t < \tau_2$ ) — стадии формирования самостоятельного разряда — напряженность поля резко падает из-за эффективного размножения электронов проводимости за счет высокой скорости ионизации. Сопротивление плазмы также падает, хотя и остается достаточно высоким. Плотность тока и вкладываемая энергия

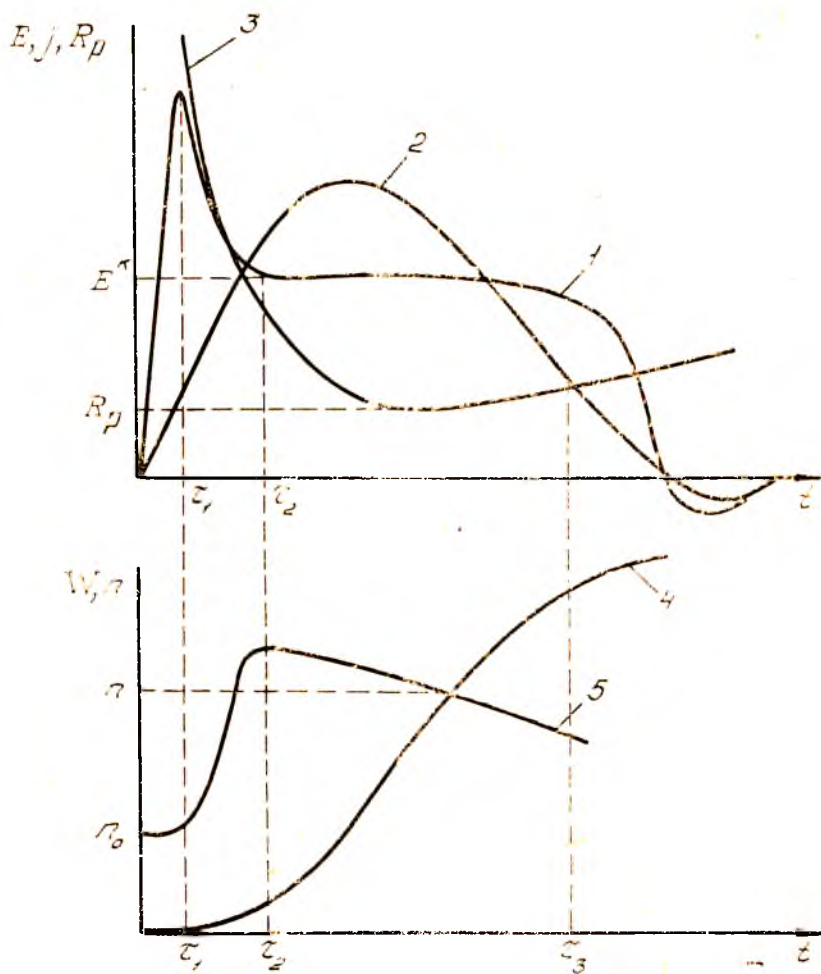


Рис. 5. 1—напряженность поля; 2—плотность тока; 3—сопротивление разряда; 4—вкладываемая энергия; 5—концентрация электронов в разряде

малы. Время  $\tau_2$  зависит от величины  $E_0$  и концентрации  $n_0$  и при низких их значениях может быть достаточно большим ( $\approx 1$  мкс). В этом случае возможен локализованный искровой пробой, так как обычно  $E_0$  превышает пробивное значение напряженности  $E_{кр}$  для данного газа. Третья стадия ( $\tau_2 < t < \tau_3$ ) характеризуется основным вводом энергии в разрядную область. Следует отметить, что квазистационарное значение напряженности  $E^*$ , полученное в расчете по программе SPARKLE, хорошо совпадает с эмпирической экспериментальной зависимостью [7]

$$E^* = \frac{24 (P_{CO_2} + P_{N_2}) + 7 P_{He}}{P_{CO_2} + P_{N_2} + P_{He}}, \quad (14)$$

где  $P_{CO_2}$ ,  $P_{N_2}$ ,  $P_{He}$  — парциальные давления компонент смеси.

Программа SPARKLE позволяет, варьируя параметры  $L$ ,  $C$ ,  $E_0$ , найти «самосогласованный» режим работы источника питания. На рис. 6 приведены качественные зависимости напряжения на

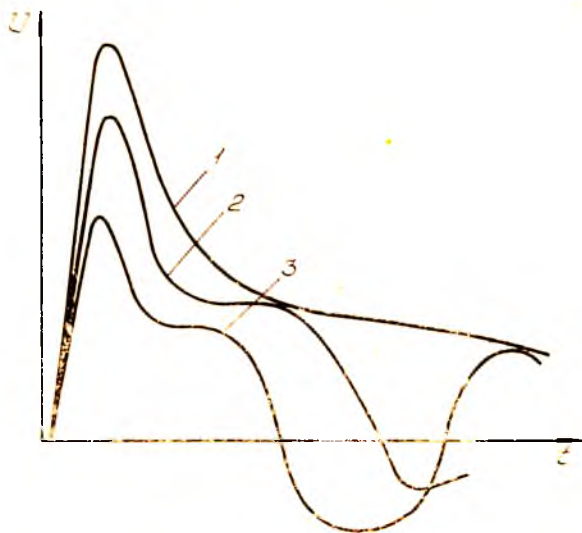


Рис. 6. Режимы вклада энергии: 1 — аперiodический; 2 — согласованный; 3 — колебательный

разряде от времени для разных значений  $U_0$ , задающих аперiodический ( $U_0 < U_{онт}$ ), согласованный ( $U_0 = U_{онт}$ ) и колебательный ( $U_0 > U_{онт}$ ) режимы. При согласованном режиме обеспечивается максимальный вклад энергии за минимальное время  $t_u \approx \pi \sqrt{CL}$  для выбранной конструкции лазера.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите основные способы формирования объемного разряда в плотных газах.
2. Проведите обоснование и получите рабочую систему уравнений для расчета параметров плазмы и оптимизации режимов ввода энергии в разрядную камеру ЭР  $\text{CO}_2$  — лазера.
3. Перечислите требования к элементам системы электропитания ЭР  $\text{CO}_2$  — лазеров атмосферного давления.
4. Объясните принцип работы генератора импульсного напряжения Маркса.
5. Каково влияние параметров  $n_0$  и  $U_0$  на условия энерговклада в разряд?
6. Как определяются параметры  $\mu$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  в условиях разряда в смеси газов?
7. Какова роль емкости  $C_2$  в схеме лазера, приведенной на рис. 1?
8. Каков смысл «самосогласованного» режима работы источника питания лазера?

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Журавлев О. А., Шепеленко Л. А. Газовый разряд в  $\text{CO}_2$  — лазерах / КуАИ. — Куйбышев, 1988. — 59 с.
2. Гейман В. Г., Генкин С. А., Клименко К. А. Особенности формирования самостоятельного объемного разряда в больших межэлектродных промежутках. — Журнал технической физики. 1985. № 12. С. 2347—2353.
3. Месяц Г. А. Генерирование мощных наносекундных импульсов. — М.: Сов. радио, 1974. — 256 с.
4. Браун С. Электромагнитные процессы в плазме газового разряда. — М.: Атомиздат, 1951. — 374 с.
5. Петер Г. Электронные лавины и пробой в газах. — М.: Мир, 1968. — 400 с.
6. Гордиец Е. Ф., Осипов А. И., Шеленин Л. А. Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры. — М.: Наука, 1980. — 510 с.
7. Горячкин Д. А., Игуртанов В. М., Калинин В. П.  $\text{CO}_2$  — лазеры атмосферного и сверхатмосферного давления с самостоятельным разрядом. — Изв. АН СССР. Сер. физ. 1982. № 10. — С. 1877—1885.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ИНТЕРФЕРОГРАММ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ

Цель работы: Изучение метода обработки интерферограмм осесимметричных фазовых объектов; ознакомление с методикой решения интегрального уравнения Абеля; изучение оптической схемы экспериментальной установки; изучение методики обработки интерферограмм газовых потоков с помощью ЭВМ.

Во многих вопросах газовой динамики ставится задача измерения параметров газового потока. Большой частью эти измерения проводятся с помощью датчиков. Измерения с помощью датчиков имеют несомненные достоинства, но и определенные недостатки. Датчики вносят в поток возмущения, меняя в какой-то степени структуру потока. Кроме того с помощью датчиков, очевидно, возможны только локальные измерения. В этом отношении значительные удобства представляют оптические методы измерения: тепловые, интерференционные и др. Вместе с тем, несмотря на ряд преимуществ, оптические методы еще не нашли достаточно широкого применения. Это, по-видимому, связано с трудностями, возникающими при интерпретации полученных результатов. В данной работе рассмотрены вопросы количественной обработки интерферограмм прозрачных сред с неоднородным показателем преломления. С показателем преломления можно связать плотность жидкостей, газов, их температуру, плотность электронов в плазме, концентрацию химических составляющих в реагирующих газах, а также механические напряжения в прозрачных моделях твердых тел.

### АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ АБЕЛЯ

В интерференционных методах диагностики фазовых объектов (прозрачная среда) все измерения сводятся к измерениям показателей преломления по сдвигу полос на интерферограмме. Наиболее распространен осесимметричный фазовый объект в виде реактивных и тепловых струй, пламен, плазменных дуг. Введем координатную систему (рис. 1): ось  $x$  — параллельно направлению падающего света, ось  $z$  — по оси потока;  $R$  — радиус сечения осесимметричной неоднородности. Измерения можно проводить в любой

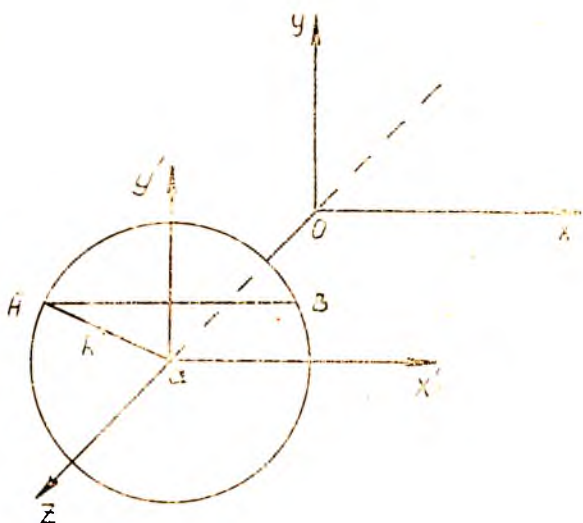


Рис. 1. Расположение систем координат

плоскости с заданной координатой  $z = a$ . В общем случае показатель преломления

$$n = n(x, y, z), \quad (1)$$

а для осесимметричных объектов

$$n = n(r, z), \quad (2)$$

где  $r$  — текущее значение радиуса  $R$ .

Если пренебречь искривлением лучей, то их траектории будут прямыми, параллельными оси  $x$ .

Пусть для одного плеча интерферометра показатель преломления постоянен и равен  $n_0$ , а для другого  $n(x, y, z)$ . Тогда сдвиг интерференционных волс в долях ширины полосы будет равен (см. рис. 1) [1, 2]

$$q(y, a) = 1/\lambda \int_A^B \Delta n dx, \quad (3)$$

где  $\Delta n = n_0 - n$  или  $\Delta n = n - n_0$ . Выбор этих двух выражений определяется просто удобством: удобнее иметь дело с положительными величинами. В цилиндрической системе координат уравнение (3) переходит в интегральное уравнение Абеля [1, 2]

$$q(y, a) = \frac{2}{\lambda} \int_y^A \frac{\Delta n(r, a) r dr}{\sqrt{r^2 - y^2}}. \quad (4)$$



Показатель преломления по смещению полос можно найти с помощью обращенного уравнения Абеля:

$$\Delta n(r, a) = -\frac{\lambda}{\pi} \frac{R}{r} \int_r^R \frac{dq(y, a)}{\sqrt{y^2 - r^2}}. \quad (5)$$

Это решение точное, но, чтобы им воспользоваться, нужно экспериментально определить функцию  $q(y, a)$ . Решение (5) чрезвычайно чувствительно к экспериментальным погрешностям определения функции  $q(y, a)$ , т. е. данная задача относится к классу некорректных задач математики. Поэтому необходимо проводить предварительное «сглаживание» экспериментальных точек  $q(y, a)$ .

Обычно отыскание  $\Delta n(r, a)$  по экспериментальным значениям  $q(y, a)$  проводится численными методами. Их можно разделить на два класса: методы, использующие уравнение (4), и методы, не использующие уравнение (5).

По-видимому, впервые численное решение уравнения (4) для оптических задач было предложено Х. Шардиным. Метод Шардина независимо и для других функций разрабатывался Г. Меккером и др., но более известен как метод Пирса. Обращенное уравнение Абеля (5) использовалось для численного интегрирования [5, 6].

Различные методы расчета отличаются удобством вычисления коэффициентов, трудоемкостью и точностью расчета.

#### МЕТОДИКА ЛИНЕЙНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

В работе изучается простой и наглядный метод численного решения уравнения (4).

Разделим, как обычно, сечение осесимметричной прозрачной неоднородности на  $M$  кольцевых зон (рис. 2).

Будем считать, что в пределах одной зоны показатель преломления изменяется линейно. Легко показать, что в таком случае оптическая разность хода в пределах одной зоны по линии  $K$  будет

$$\delta_i = l_{ik} \Delta n_i$$

где  $\Delta n_i$  — разность показателей преломления для середины  $i$ -й зоны,  $l_{ik}$  — геометрическая длина пути.

Из рис. 2 видно, что  $l_{ik} = 2(AC - BC)$ .

Так как  $OA = \frac{R}{M} i$ ,  $OB = \frac{R}{M} (i-1)$ ,  $OC = \frac{R}{M} K$ ,

то

$$l_{ik} \Delta n_i = \frac{2R \Delta n_i}{M} a_{ik}, \quad (6)$$

где

$$\begin{cases} a_{ik} = \sqrt{i^2 - K^2} - \sqrt{(i-1)^2 - K^2} & \text{при } i > K \\ a_{ik} = 0 & \text{при } i < K. \end{cases} \quad (7)$$

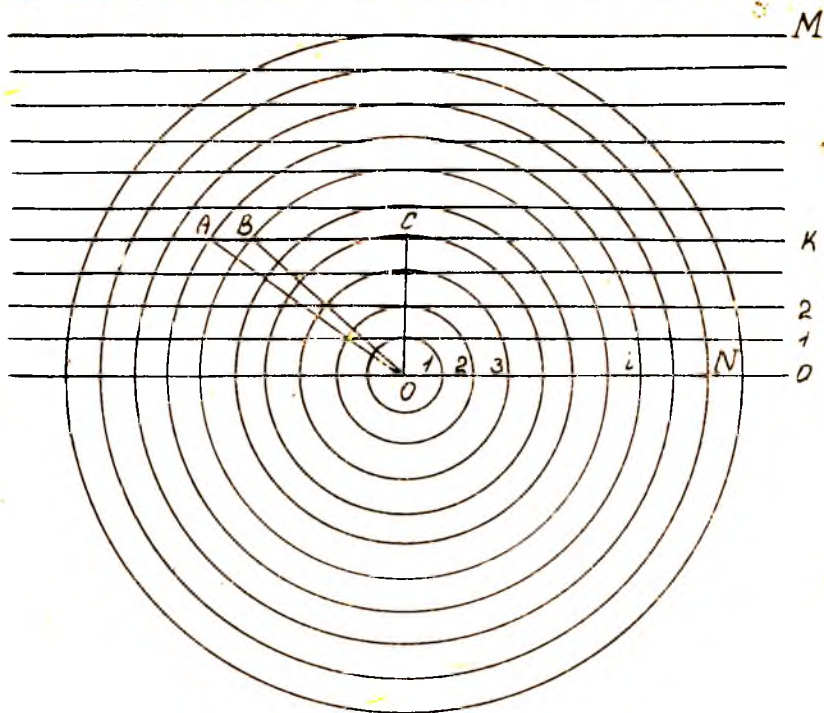


Рис. 2. Кольцевые зоны для вычисления разности хода лучей

В таблице приведены значения коэффициентов  $a_{jk}$ , полученные согласно (7), когда исследуемый объем среды разбит на  $M = 10$  кольцевых зон.

Коэффициенты  $a_{jk}$

K	j									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1		1,732	1,096	1,045	1,026	1,017	1,012	1,009	1,007	1,006
2			2,236	1,228	1,118	1,074	1,051	1,038	1,029	1,023
3				2,646	1,354	1,196	1,128	1,092	1,069	1,054
4					3,000	1,472	1,272	1,184	1,134	1,103
5						3,317	1,582	1,346	1,238	1,177
6							3,606	1,686	1,417	1,292
7								3,873	1,784	1,485
8									4,123	1,877
9										4,359

При наблюдении вдоль прямой, проходящей через центр  $K$ -й зоны, измеряемая величина  $q_k$  может быть представлена как сумма локальных значений  $\Delta n_i$  от  $i = k + 1$  до  $i = M$  с определенными коэффициентами  $a_{ik}$ :

$$q_k = \frac{2R}{M\lambda} \sum_{i=k+1}^M a_{ik} \Delta n_i. \quad (8)$$

Задача нахождения  $\Delta n_i$  сводится к решению системы линейных уравнений (при  $M = 10$ ):

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{1,0} \Delta n_1 + a_{2,0} \Delta n_2 + \dots + a_{10,0} \Delta n_{10} = \frac{M\lambda}{2R} q_0, \\ a_{2,1} \Delta n_2 + \dots + a_{10,1} \Delta n_{10} = \frac{M\lambda}{2R} q_1, \\ \dots \\ a_{10,9} \Delta n_{10} = \frac{M\lambda}{2R} q_9. \end{array} \right. \quad (9)$$

Такая система уравнений иногда называется треугольной из-за своего внешнего вида. Решение системы (9) начинают с последнего уравнения. Найденное значение  $\Delta n_i$  подставляют в предыдущее уравнение и находят  $\Delta n_{i-1}$  и т. д. Обычно этот метод решения называют методом исключения или методом Гаусса [7]. В общем виде система (9) записывается как

$$\sum_{i=\kappa+1}^M a_{i\kappa} \Delta n_i = \frac{M\lambda}{2R} q_\kappa, \quad \kappa = 0, 1, 2, 3, \dots, (M-1). \quad (10)$$

### ПОГРЕШНОСТИ ОБРАБОТКИ ИНТЕРФЕРОГРАММ

При обработке результатов возникают погрешности, которые определяются несколькими факторами: аппроксимацией подынтегральной функции при решении уравнения Абеля с последующим его интегрированием; точностью измерения смещения интерференционных полос; отклонением реальных физических условий от принятых идеализаций (например, отклонением конфигурации исследуемого объекта от осевой симметрии); рефракцией световых лучей, проходящих через оптическую неоднородность. Рассмотрим влияние этих факторов на точность измерения.

Как показывает анализ результатов сравнения различных способов алгебраизации на модульных функциях, аппроксимация ошибки незначительна и составляет примерно 1%. Она может быть оценена в каждом конкретном случае с помощью численного моделирования.

Важной процедурой при обработке интерферограмм является

измерение смещения интерференционных полос. Измерение смещения полос осуществляется либо визуально, либо с помощью компаратов и измерительных микроскопов. Точность увеличивается, если обрабатываются полосы с меньшей относительной шириной. При измерении смещения основная трудность заключается в нахождении середины полосы. Эта задача упрощается при использовании фотометрических методов. Ошибка при измерении смещения полос приводит к существенному возрастанию ошибки в определении распределения показателя преломления. Эта ошибка из-за неточного определения смещения полос возрастает пропорционально  $M^{1/2}$  в то время, как ошибка аппроксимации уменьшается с увеличением зон пропорционально  $M^{-5/2}$ .

В схемах двухлучевых интерферометров точность измерений смещения полос составляет 0,1 ... 0,01.

К существенным ошибкам может привести отклонение луча света в результате преломления в исследуемом объекте. В случае применения интерферометрии для объектов со значительными  $\Delta n$  (плазменный канал) требуется проверять достоверность результатов обработки интерферограмм дополнительными независимыми методами диагностики.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

### Изучение оптической схемы интерферометра

Оптическая схема интерферометра (рис. 3) собрана на скамье голографической установки МИГ—1М с использованием ее юстировочных узлов. Одномодовое излучение лазера 1 (ЛГ52—1) проходит через диафрагму 2 и расширяется объективом 3 (ОКП1—35). С помощью полупрозрачного зеркала 4 излучение разделяется на два пучка 4—5—4' и 4—5'—4'. Интерференционное поле диаметром примерно 60 мм локализуется на матовом стекле 7 и имеет однополосную структуру при расстоянии между полосами примерно 0,3 мм. В плечо 5—4' интерферометра вводится фазовый объект S в виде потока нагретого воздуха, истекающего с малой скоростью (0,5 ... 1 м/с) из дюритовой трубки. Данная модель позволяет полагать, что давление воздуха  $P = \text{const}$  и изменения показателя преломления и плотности воздуха происходят вследствие изменения температуры  $\Delta T$ :

$$\Delta n = K \Delta \rho = \rho \frac{\Delta T}{T}, \quad (11)$$

где  $K$  — коэффициент Гладстона—Дейла ( $K = 2,26 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1}$ );

$\Delta \rho$  — изменение плотности газа;

$T$  — температура холодного воздуха.

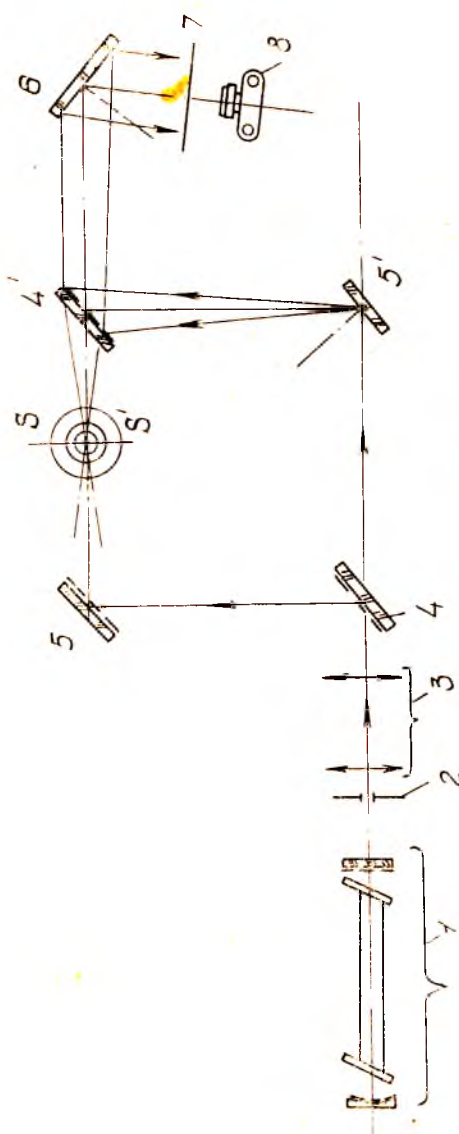


Рис. 3. Оптическая схема интерферометра Маха—Цендера:  
 1 — лазер ЛГ52-1; 2 — диафрагма; 3 — объектив; 4/4' 5.5' — зеркала; 6 — поворотное зеркало; 7 — экран; 8 — фотоаппарат

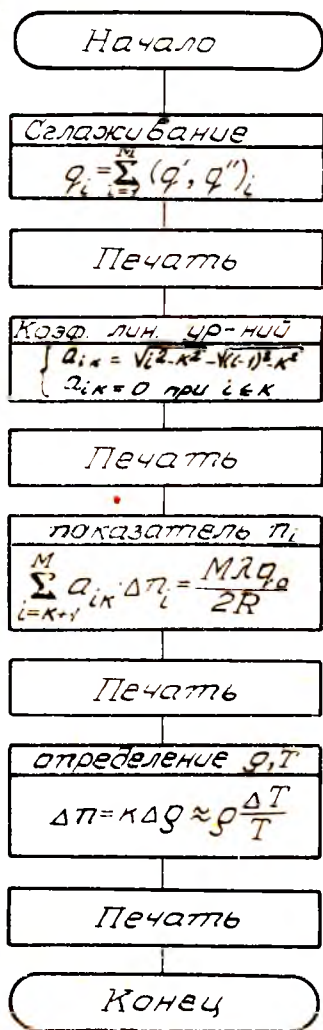


Рис. 4. Блок-схема программы

Подготовка исходных данных для обработки интерферограммы

1. Получить интерферограмму.

2. Определить необходимое для расчета количество зон  $M$

3. Разбить рассматриваемую интерференционную полосу на заданное число зон.

4. Измерить смещение полосы в каждой зоне. Измерения в каждой зоне проводятся дважды: до верхней и нижней границ полосы ( $q'$  и  $q''$ ). Получаем двумерную матрицу смещений  $\{q_1, q_2\}$ , в которой по строкам расположены смещения, соответствующие определенной зоне.

5. Определить по интерферограмме общую протяженность изучаемого участка полосы, которая соответствует размеру неоднородности в изучаемом объекте.

Ввод исходных данных в ЭВМ

Система уравнений (10) для определения показателя преломления решается с помощью ЭВМ типа ДВК—2М. Блок-схема программы приведена на рис. 4. Программа работает в диалоговом режиме. Во время работы программы необходимо ввести следующие начальные данные:

$M$  — количество зон разбиения, шт.;

$QI$  — матрица смещений, мм;

$DLIVOL$  — длина волны, м;

$DLINEO$  — размер неоднородности, мм;



$Z1$  — масштабный размер, мм;

$Z2$  — размер масштабного фактора на интерферограмме, мм;

$M1$  — число компонент газа, шт.;

$VS$  — матрица весового состава, %;

$VGD$  — коэффициенты Гладстона—Дейла,  $m^3/kg$ .

По окончании работы на печать выводятся результаты счета в табличном виде:

$M$  — номер зоны;

$Q$  — сглаженная матрица смещений;

$N$  — показатель преломления;

$\rho$  — плотность, газа,  $kg/m^3$ ;

$T$  — температура,  $^{\circ}C$ .

**ВНИМАНИЕ!** Внимательно следите за вопросами на терминале и правильно отвечайте на них.

### РАБОТА С ЭВМ

1. Загрузка операционной системы проводится только преподавателем.

2. Сигналом готовности терминала к работе является появление точки в левом нижнем углу. После появления точки можно подавать команду управления.

3. Запуск программы на решение осуществляется оператором  $PUN - STUDENT$ .

4. Внимательно следите за вопросами на дисплее.

**ВНИМАНИЕ!** а) Ввод исходных данных осуществляется клавишей  $\langle CR \rangle$ ;

б) стирание неверного символа осуществляется клавишей  $\langle DEL \rangle$ ;

в) перед вводом данных в машину еще раз проверьте их — исправить ошибку в данных легче на этом этапе, чем после ввода их в ЭВМ.

5. Отключение ЭВМ производится только преподавателем.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите известные вам методы исследования оптически прозрачных объектов. В чем преимущество интерференционного метода?

2. Назовите приближенные методы решения уравнения Абеля.

3. Какие виды погрешностей возникают при интерферометрических исследованиях? Методы борьбы с ними.

4. Объясните методику определения величины смещения интерференционных полос.

5. Чем объясняется ширина интерференционных полос на экране?



6. Каково назначение объектива и диафрагмы в оптической схеме интерферометра?

7. Можно ли применять рассмотренный метод обработки интерферограмм для плазменных объектов (электрической дуги, искры)?

8. Какие виды фазовых объектов исследуются с помощью интерферометрии?

9. Как геометрия фазового объекта влияет на методику обработки интерферограмм?

10. Как определить коэффициент Гладстона—Дейла для смеси газов?

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Скотников М. М. Теневые количественные методы в газовой динамике.— М.: Наука, 1976.—159 с.

2. Кузнецова Э. И., Щеглов Д. А. Методы диагностики высокотемпературной плазмы.— М.: Атомиздат, 1974.—159 с.

3. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма.— М.: Изд-во иностр. лит., 1962—369 с.

4. Пирс У. Д. Расчет распределения по радиусу фотонных излучателей в симметричных источниках // Получение и исследование высокотемпературной плазмы: Сб./ Ред. В. А. Фабрикант.— М.: Изд-во иностр. лит., 1962.—221 с.

5. Бабичев Ю. Д., Емельянов В. А., Скотников М. М. Опыт расчетов осесимметричного распределения показателя преломления // Физические методы исследования прозрачных неоднородностей: Сб./ ДНТИ.— М., 1975.— С. 81—86.

6. Васильев Л. А. Теневые методы.— М.: Наука, 1968.—210 с.

7. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на ФОРТРАНе.— М.: Мир, 1977.—584 с.

Составители: *Журавлев Олег Анатольевич,  
Баранов Игорь Владимирович,  
Захаров Валерий Павлович,  
Кислицев Александр Васильевич,  
Кривоустов Александр Викторович*

## ЛАЗЕРНАЯ ТЕХНИКА

### Задание 6

Редактор А. П. Захардьева  
Техн. редактор Н. М. Каленюк  
Корректор Н. С. Куприанова

Сдано в набор 24.11.89 г. Подписано в печать 15.01.90 г.  
Бумага оберточная. Гарнитура литературная.  
Печать высокая. Усл. п. л. 1,37. Уч.-изд. л. 1,36.  
Т. 300 экз. Заказ 1045. Бесплатно.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт имени академика С. П. Королева  
443086, Куйбышев, Московское шоссе, 34.

---

Тип. ЭОЗ Куйбышевского авиационного института,  
443001, Куйбышев, ул. Ульяновская, 18