

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)» (СГАУ)

И. Е. ДАВЫДОВ, Т.А. БАЯНДИНА

ПОСТРОЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Интерактивный лабораторный практикум

Издано в рамках выполнения Программы развития Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва» на 2009-2018 годы

по проекту «Создание и внедрение новых методов исследования устойчивости ракеты-носителя с различной компоновкой головных блоков и разработка методов и средств по её реализации в научных исследованиях и учебном процессе СГАУ»

Соглашение № 2/9 от 3.06.2013 г

САМАРА

2013

УДК 629.78 (075)

ББК 39.6я7

Д 138

Авторы: Давыдов Игорь Евгеньевич
Баяндина Тамара Александровна

Компьютерная вёрстка И. Е. Давыдов

Давыдов И.Е., Построение областей устойчивости [Электронный ресурс]: Интерактивный лабораторный практикум / И.Е. Давыдов, Т.А. Баяндина. М-во образования и науки РФ, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т), - Электрон. текстовые и граф. дан. (0,89 Мбайт). - Самара, 2013. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM). - Систем. требования: ПК Pentium; Windows 98 или выше.

Приведены методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Теория автоматического управления» для обучения студентов старших курсов, магистров и аспирантов по специальностям: 160100.65 «Самолёто- и вертолётостроение» (дисц. «Теория автоматического управления», 3курс, 5 семестр), 160400.65 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов» (дисц. «Системы управления ЛА», 5 курс, 10 семестр), 220305 «Автоматизированное управление жизненным циклом продукции» (дисц. «Теория автоматического управления», 4 курс, 8 семестр), 220306 «Компьютерные системы управления качеством автоматизированных производств» (дисц. «Теория автоматического управления», 4 курс, 8 семестр).

Разработано на кафедре космического машиностроения.

© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2013

ВВЕДЕНИЕ

В учебном пособии излагается методика выполнения работы, целью которой является построение областей устойчивости для различных летательных аппаратов. Данная работа предназначена для выполнения лабораторных и курсовых работ по исследованию областей устойчивости летательного аппарата в плоскости тангажа (рыскания) методом D-разбиения и выбора параметров автомата стабилизации. Данный модуль предназначен для обучения студентов старших курсов, магистров и аспирантов по специальностям: 160100.65 «Самолёто- и вертолётостроение» (дисц. «Теория автоматического управления», 3курс), 160400.65 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов» (дисц. «Системы управления ЛА», 5 курс), 220305 «Автоматизированное управление жизненным циклом продукции» (дисц. «Теория автоматического управления», 4 курс), 220306 «Компьютерные системы управления качеством автоматизированных производств» (дисц. «Теория автоматического управления», 4 курс) по кафедре космического машиностроения.

1. МЕТОДА МОДАЛЬНОГО ФОРМИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СИСТЕМ СО МНОГИМИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМИ МОДАМИ ЖИДКОГО НАПОЛНЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЛАСТЕЙ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПРОЕКТНЫХ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ

1.1. Процедура модального формирования

Задача исследования устойчивости РН рассматривается как задача выбора областей в пространстве проектных параметров, соответствующих устойчивости системы и заданному качеству переходных процессов в каналах управления, и формулируется как задача модального формирования на множестве спектров.

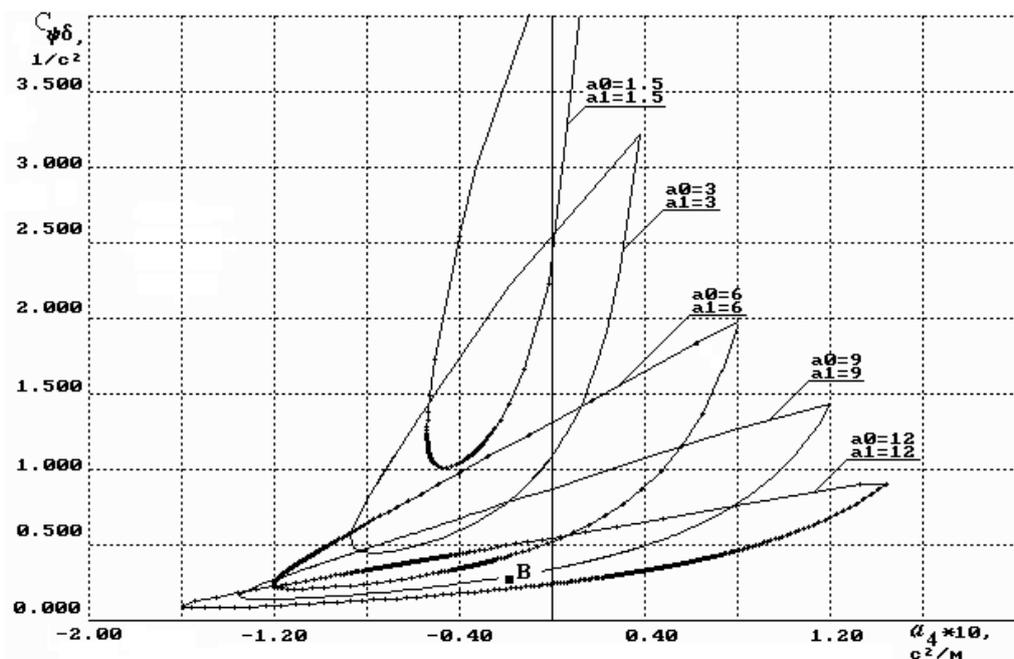


Рис.1.1. Построение областей устойчивости в плоскости контролируемых параметров

Постановка задачи применена к проблеме формирования динамических свойств сложных технических систем, обладающих многими колебательными степенями свободы, а так же с учётом жидкого наполнения баков.

Таким образом, на множестве возможных значений проектных параметров системы "РН – АС" (Р) требуется найти такую область D_p (рис.1.2), которая соответствует устойчивости системы и заданному качеству переходных

процессов системы "РН – АС". Множество допустимых проектных параметров задано совокупностью неравенств вида

$$a_j \leq p_j \leq b_j,$$

где постоянные $a_j, b_j, j = \overline{1, k}$ определяют заданные пределы изменения

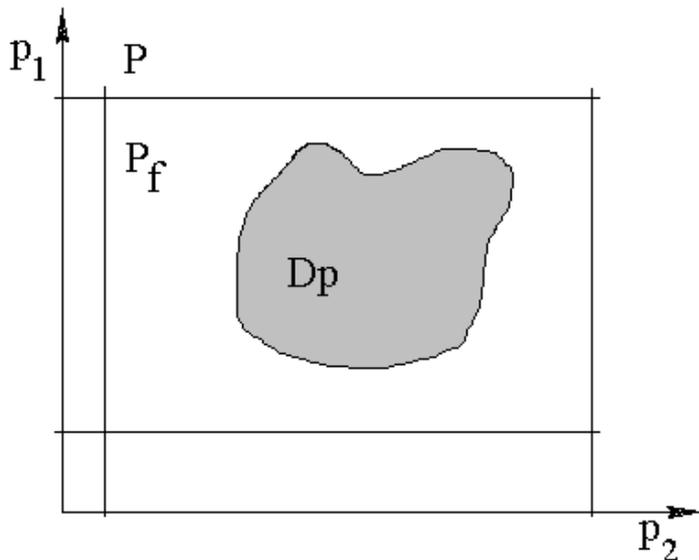


Рис. 1.2. Область D_p на плоскости проектных параметров

параметров.

С другой стороны, заданному качеству реакции системы на внешнее воздействие соответствует определенная область D_s на плоскости комплексной переменной s .

Таким образом, математическая постановка решаемой задачи динамической совместимости формулируется следующим образом: в пространстве допустимых значений коэффициентов автомата стабилизации и проектных параметров системы "РН – АС" требуется найти такую область: $D_p \subset P_f$, для которой

$$Spec_s(A - BP) \in D_s, \forall p_j \in D_p \subset P_f \subset P, \quad j = \overline{1, k}, \quad k > 1,$$

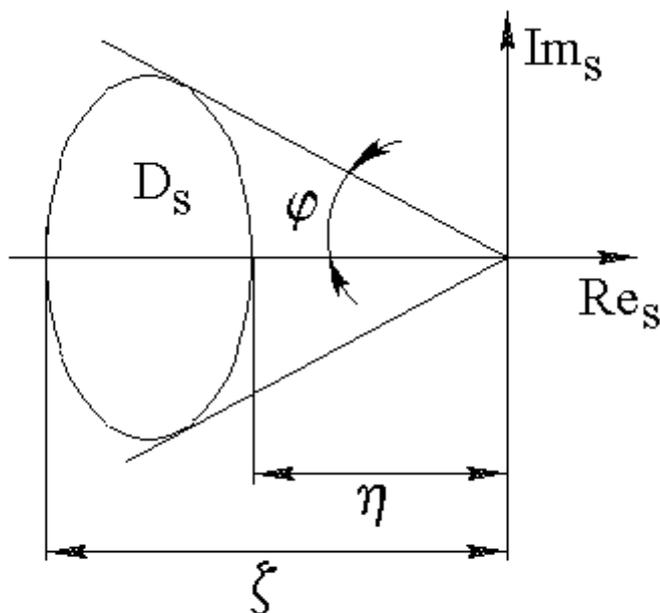


Рис. 1.3. Область D_s на плоскости комплексной переменной s

где D_s - область расположения на плоскости комплексной переменной s спектров совокупности подсистем, обладающих свойством устойчивости по Ляпунову невозмущенного движения и заданным качеством переходных процессов по каналам управления; p_j - элементы k - вектора проектных

(формируемых) параметров системы; P_f - множество допустимых проектных параметров; P - множество проектных параметров системы. Для асимптотической устойчивости линейных систем множество D_s должно располагаться в левой полуплоскости комплексной переменной s и иметь вполне определенную конфигурацию, соответствующую заданным значениям степени быстрогодействия η , колебательности μ и затухания ζ (рис.1.3.).

В силу сложности конфигурации множества D_s , которое в проектных задачах может быть произвольным, что вызывает определенные трудности при получении функционала, определяющего принадлежность спектра полюсов данной области, поставим задачу преобразования множества D_s комплексной переменной s в некоторое другое множество D_q комплексной переменной q .

При этом потребуем, чтобы D_q имело бы более простую структуру и тем самым облегчило задачу построения функционала, определяющего принадлежность спектра системы "РН - АС" области (множеству) D_s . Для преобразования области D_s в D_q будем использовать аппарат функционально - преобразованных (ФП) матриц.

Пусть на плоскости s задана некоторая область D_s , в которой расположены все собственные числа матрицы $\bar{A} = A - BP$. Обозначим

совокупность всех матриц порядка n , спектр которых принадлежит D_s , через \bar{A}_s :

$$\{\bar{A}_s\} = \left\{ \bar{A}_s / \text{Spec}_s \bar{A}_s \in D_s \right\}.$$

С другой стороны, пусть на плоскости переменной q задан круг радиусом r с центром в начале координат. Обозначим через \bar{B}_q совокупность всех матриц порядка n , спектр которых находится внутри круга радиуса $|q_i| < r, i = \overline{1, n}$:

$$\{\bar{B}_q\} = \left\{ \bar{B}_q / \text{Spec}_q \bar{B}_q \in D_q \right\},$$

где D_q - множество точек, лежащих внутри круга радиусом R .

Предположим, что существует оператор L , устанавливающий взаимно однозначное соответствие двух множеств \bar{A}_s и \bar{B}_q . Оператор L , действуя на любую матрицу A_s , выбранную из \bar{A}_s , переводит ее спектр в множество точек, содержащихся в \bar{B}_q . Это означает, что все собственные числа $q_i (i = \overline{1, n})$ матрицы $\bar{B} = L(\bar{A})$ будут принадлежать кругу радиуса R с центром в начале координат. С вычислительной точки зрения необходимо, чтобы структура L была бы наиболее простой.

Задачу о соответствии между множествами можно свести к задаче о соответствии между границами множеств. Для этого необходимо найти аналитическую функцию

$$q = f(s),$$

которая переводит границу множества D_s в границу множества D_q при условии, что

$$\text{Spec}_s \bar{A} \in D_s.$$

Тогда, если спектр \bar{A} расположен внутри D_s , то спектр матрицы \bar{B} в результате функционального преобразования $q = f(s)$ будет располагаться внутри круга радиуса R с центром в начале координат. Преобразование D_s в D_q посредством $q = f(s)$ является конформным.

На основе проведенных рассуждений для того, чтобы найти условия принадлежности спектра $\{s_i\}, i = \overline{1, n}$ области D_s , требуется указать условия нахождения спектра $\{q_i\}, i = \overline{1, n}$ матрицы \bar{B} в круге.

Поэтому задача, в соответствии с теорией модального формирования, заменяется следующей: в пространстве допустимых значений коэффициентов автомата стабилизации и проектных параметров системы "РН – ГБ" требуется найти такую область $D_p \subset P_f$, для которой

$$Spec_q \bar{B} \in D_q, \forall p_j \in D_p \subset P_f \subset P, \quad j = \overline{1, k}; k > 1,$$

где \bar{B} – функционально – преобразованная посредством оператора L матрица $\bar{B} = L(\bar{A})$.

Процедура получения ФП–матрицы заключается в следующем.

Если матрица $\bar{A} \in \bar{A}_s$ и ее спектр $s_i \in D_s$, то необходимо и достаточно, чтобы наибольшее по величине собственное число матрицы \bar{B} было по модулю меньше величины R . Тогда для того, чтобы $s_i \in D_s$, необходимо и достаточно, чтобы удовлетворялось условие

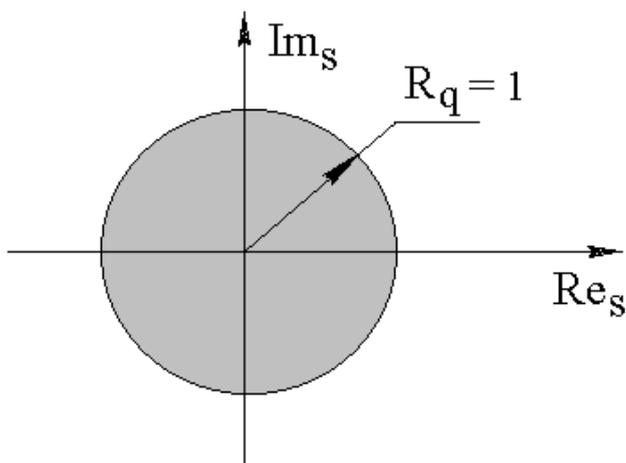
$$Lim_{k \rightarrow \infty} [L(\bar{A})]^k = 0,$$

где 0 – нулевая матрица.

В качестве функционала выберем спектральный радиус матрицы \bar{B} :

$$J = R_q = \max_i |q_i|, i = \overline{1, n},$$

где q_i – собственные числа ФП–матрицы \bar{B} .



Таким образом, если

$$\max_i |q_i| < 1,$$

то оценка выполняется относительно единичного круга с центром в начале координат (рис.1.4).

Рис. 1.4. Единичный круг на плоскости q

Отсюда следует, что $Spec \bar{B} \in D_q$

и значит $Spec \bar{A} \in D_s$.

Аналитическая структура $q = f(s)$ может быть различной и отображать границы области заданного расположения спектра s_i на области, ограниченные кругами или алгебраическими кривыми высших порядков, расположенными внутри круга. Исходим из того, что близкие по динамическим характеристикам системы, отвечающие определенным требованиям, будут иметь близкие по форме спектры. Поэтому область D_s принимается для всех однотипных систем одинаковой, а отличия будут только в размерах и положении этой области на комплексной плоскости s . В настоящей работе при исследовании влияния степени быстродействия η на динамическую совместимость "РН – АС" использовалось функциональное преобразование левой полуплоскости s (с учетом смещения η относительно мнимой оси Im) на внутренность единичного круга с центром в начале координат комплексной плоскости q . При этом мнимая ось, рассматриваемая как окружность бесконечного радиуса, переходила в единичную окружность. При учете остальных критериев качества на основе спектрального анализа, а также с учетом того, что при использовании общепринятой трапецевидной формы существуют зоны с малой вероятностью нахождения там комплексно–сопряженных корней системы (рис. 1.1), предпочтительной является область, ограниченная кривой четвертого порядка. Кроме того, практическое значение кривых четвертого порядка для задач машинного анализа и синтеза автоматических систем состоит в том, что, ограничивая область расположения спектра исходной матрицы \bar{A} определенным замкнутым контуром, они позволяют с помощью относительно простого отображения перевести внутренность контура на единичный круг с центром в начале координат. Такому отображению соответствуют простые по структуре функционально - преобразованные матрицы.

На основе высказанных соображений выбрана алгебраическая кривая

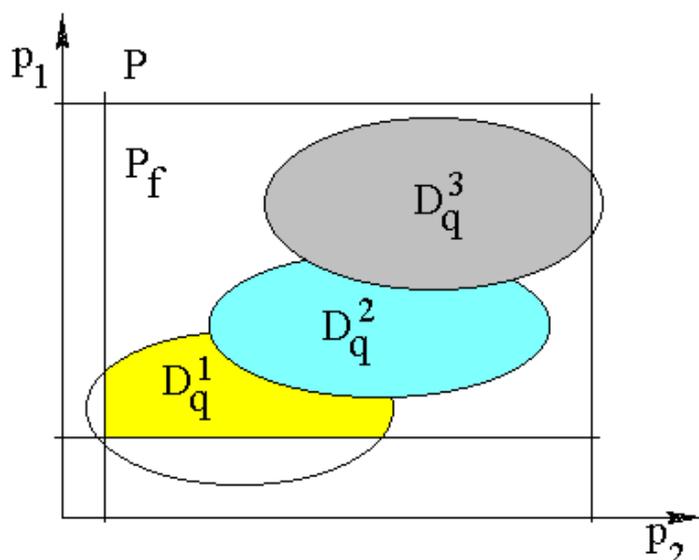


Рис. 1.5. Наложение областей D_p на плоскость проектных параметров P_1, P_2 для различных участков полета

четвертого порядка – овал Кассини (рис. 1.3.).

Поиск области D_p производится путем построения ее границы L_p /28/. В принципе возможно построение некоторой объемной области D_p в пространстве трех проектных параметров, однако это является

малоприемлемым с практической точки зрения, тем более, что для данной конкретной задачи области D_p в пространстве выбранных проектных параметров строятся в нескольких точках траектории (старт, район максимальных скоростных напоров, окончание работы первой ступени и т.д.) (рис. 1.5) с последующим наложением областей.

Поэтому граница L_p строится на плоскости двух выбранных проектных параметров из множества P_f , а остальные параметры либо изменяются по определенному алгоритму, либо остаются постоянными. При этом k -мерное пространство проектных параметров пересекается $k(k-1)/2$ плоскими сечениями, в каждом из которых строится своя граница L_p области D_p . Из комплекса рассматриваемых задач (динамическая совместимость систем "РН – ГБ – АС") каждый раз выбирается конкретная задача (влияние параметров РН, ГБ или АС на совместимость системы), и поэтому реальное число областей D_p

$$\sum_{i=1}^c Dp_i < \frac{k(k-1)}{2}, c \leq k, c > 1,$$

где c – количество доминирующих проектных параметров системы "РН-ГБ-АС", определяющих области D_p в конкретной задаче динамической совместимости.

Так как граница L_p является линией равного значения функционала (1.18, 1.19), то она может быть выделена путем расчета максимального собственного числа ФП-матрицы \bar{B} . Для этой цели используется одна из приближенных оценок спектрального радиуса:

для верхнего приближения

$$R_{\rho m}^B = \sqrt[m]{\|\bar{B}_m\|}, m = 1, 2, \dots;$$

для нижнего приближения

$$R_{\rho m}^H = \sqrt{\frac{1}{n} sp \bar{B}^m}.$$

Здесь m – индекс итерации; n – порядок матрицы \bar{B} . Норма может быть вычислена по любому из следующих соотношений:

l_1 – норма

$$\|\bar{B}\|_{l_1} = \sum_{i,j=1}^n |b_{ij}|;$$

евклидова норма

$$\|\bar{B}\|_e = \left(\sum_{i,j=1}^n |b_{ij}|^2 \right)^{1/2};$$

l_∞ - норма

$$\|\bar{B}\|_{l_\infty} = \max_{\substack{1 \leq i \\ j \leq n}} |b_{ij}|.$$

Расчет внутренней точки области области D_p допустимых значений проектных параметров в выбранном сечении сводится к решению задачи нелинейного программирования для функционала с учетом заданных ограничений. Исследование зависимости функционала от проектных параметров, выполненное на модельных задачах невысокой размерности, показало, что эта зависимость является существенно нелинейной. Для задач высокой размерности при $n > 4$ такой анализ вообще затруднителен. Поэтому для отыскания глобального экстремума предлагается использовать метод случайного поиска с направляющим косинусом. Метод применим как для случая многоэкстремальных задач, так и для случая, когда функционал не

всюду дифференцируем, особенно в точке экстремума. Он может быть также применен для определения экстремума на границе области D_p .

"Центровая" точка в пространстве проектных параметров является точкой глобального минимума функционала. Обозначим ее координаты через $\bar{p} = (p_1, p_2, \dots, p_k)$.

Соответственно на плоскости двух параметров в рассматриваемом сечении $k \binom{k-1}{2}$ возможные координаты "центральной" точки обозначим через $\bar{p} = (p_l, p_m)$. Далее в выбранном сечении через полученную точку формируются сканирующие направления, задаваемые уравнением прямой :

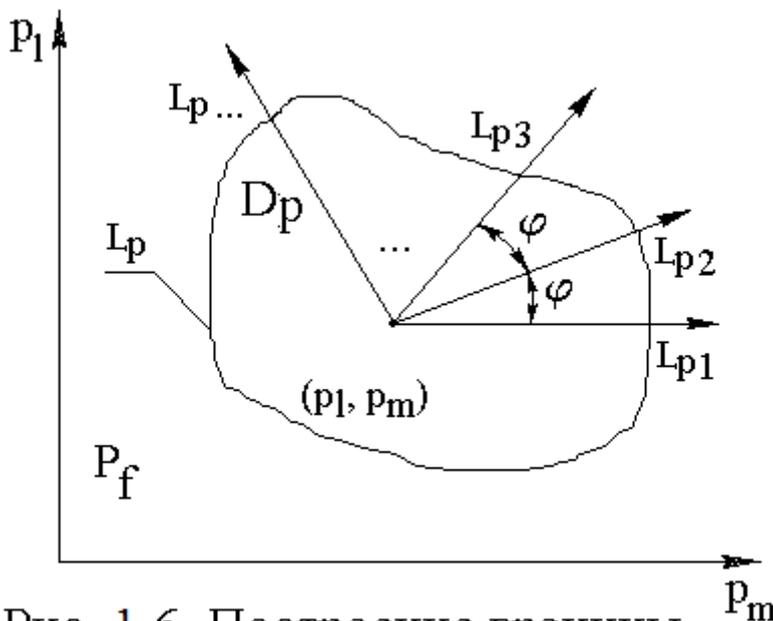
$$p_m - p_m^i = \operatorname{tg} \varphi (p_l^i - p_l),$$


Рис. 1.6. Построение границы L_p области D_p

где угловой коэффициент $\operatorname{tg} \varphi$ варьируется таким образом, чтобы сканирующие лучи равномерно покрывали заданное сечение P_f (например, через $\Delta\varphi=5\dots 10^0$ или более часто, рис. 1.6).

Нахождение граничных точек L_{p1}, L_{p2}, \dots производится

путем вычисления функционала по оценкам вдоль выбранного сканирующего направления с заданным шагом λ . Процесс вычисления функционала вдоль выбранного направления ведется до тех пор, пока выполняется неравенство:

$$\max_i |q_i| < 1, i = \overline{1, n}$$

После того, как $\max_i |q_i|$ станет больше единицы, идет уточнение положения граничной точки L_{pk} до выполнения условия: $\left|1 - \max_i |q_i|\right| \leq \varepsilon$, где ε - назначенная погрешность определения граничной точки.

По изложенному алгоритму производится построение области гарантированного качества проектных параметров D_p в выбранных точках траектории (старт, район максимальных скоростных напоров и т.д.).

1.2. Построение областей устойчивости системы «ракета-носитель – автомат стабилизации» с учётом жидкого наполнения баков

Для исследования областей устойчивости системы «РН – АС» с учётом жидкого наполнения баков матрица собственной динамики системы "РН – АС" дополняется дополнительными элементами, учитывающими влияния жидкого наполнения баков.

Таким образом, для формирования матрицы собственной динамики системы "РН – АС", система уравнений движения РН дополняется уравнениями учёта жидкого наполнения баков.

Система дифференциальных уравнений возмущенного движения РН с учетом подвижности жидкости в баках в плоскости тангажа имеет вид:

$$\ddot{y} + \frac{F_y}{M} = \sum_{e=1}^h U_e \ddot{\beta}_e,$$

$$\ddot{\vartheta} + \frac{M_v}{J_{zz}} = -\sum_{e=1}^h (T_e \ddot{\beta}_e + P_e \beta_e),$$

$$\ddot{\beta}_e + \varepsilon_e \dot{\beta}_e + r_e \beta_e = -t_e \ddot{\vartheta} - r_e \vartheta + u_e \ddot{y} + \sum_{i=1}^m N_{ei} \ddot{S}_i,$$

$$i = 1, 2, \dots, m,$$

$$e = 1, 2, \dots, h,$$

где β_e – параметр, характеризующий деформацию свободной поверхности жидкости в баке с номером e ; F_y, M_v -соответственно внешние сила и момент,

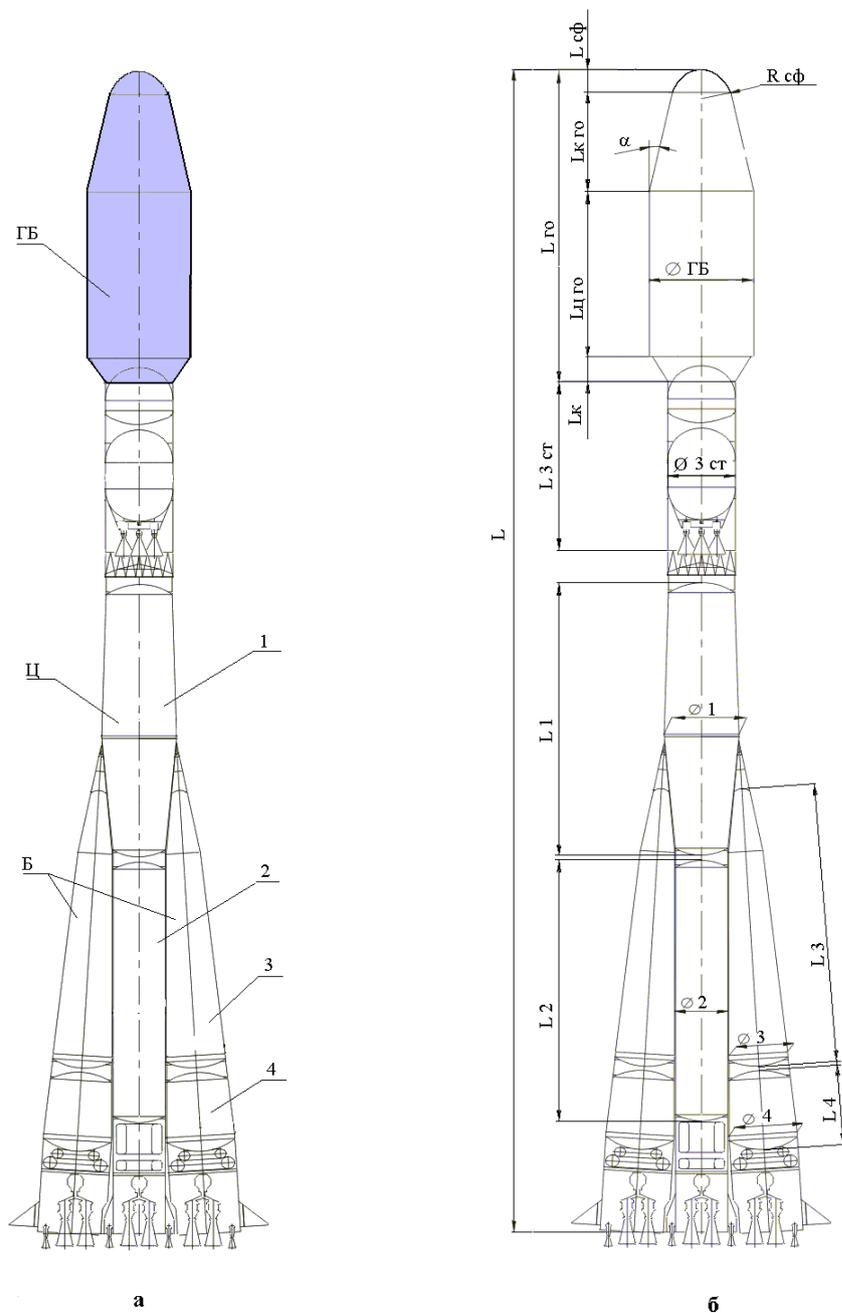


Рис.1. Конструктивно - компоновочная схема РН "Союз"

действующие на РН и не зависящие от упругих свойств конструкции и колебаний жидкости в баках; h - число баков, жидкое наполнение которых участвует в соответствующем движении.

Индексы "e" соответствуют:

1 – баку окислителя, расположенного в верхней части центрального блока РН;

2 – баку горючего, расположенного в нижней части центрального блока "Ц" РН;

3 – баку окислителя, эквивалентному по массе топлива бакам окислителя боковых блоков "Б", расположенным в верхней части блоков "Б" РН;

1.3. Построение областей устойчивости с учётом жидкого наполнения баков

Кроме влияния проектных параметров системы "РН – АС" друг на друга существенное влияние на области динамической совместимости оказывают дополнительные степени свободы, вызванные жидким наполнением баков. Из результатов, приведенных на рис.1.8, видно, что на абсолютные значения области D_p наибольшее влияние оказывает учёт жидкого наполнения топливных баков (рис.1.8). Это является важным фактором при выборе значений расчетной точки А параметров системы "РН – АС". На рис.1.9 представлен фрагмент области допустимых значений проектных параметров АС для РН "Союз" с выбранной расчетной точкой А ($a_0 = 12$, $a_1=15$ с), приведенной на рис.1.8.

На определение значений параметров расчетной точки А, обеспечивающей динамическую совместимость "РН – ГБ" по всей траектории выведения в параметрах АС (a_0 , a_1), существенное влияние оказывают не только дополнительные степени свободы системы (рис. 1.8), но и их изменение по траектории выведения, что подтверждается результатами, представленными на рис.1.9. Поэтому параметры точки А либо выбираются как функции времени, либо задаются постоянными из области допустимых значений проектных параметров, обеспечивающих динамическую совместимость по всей траектории полета (на рис.1.9 эта область закрашена серым цветом).

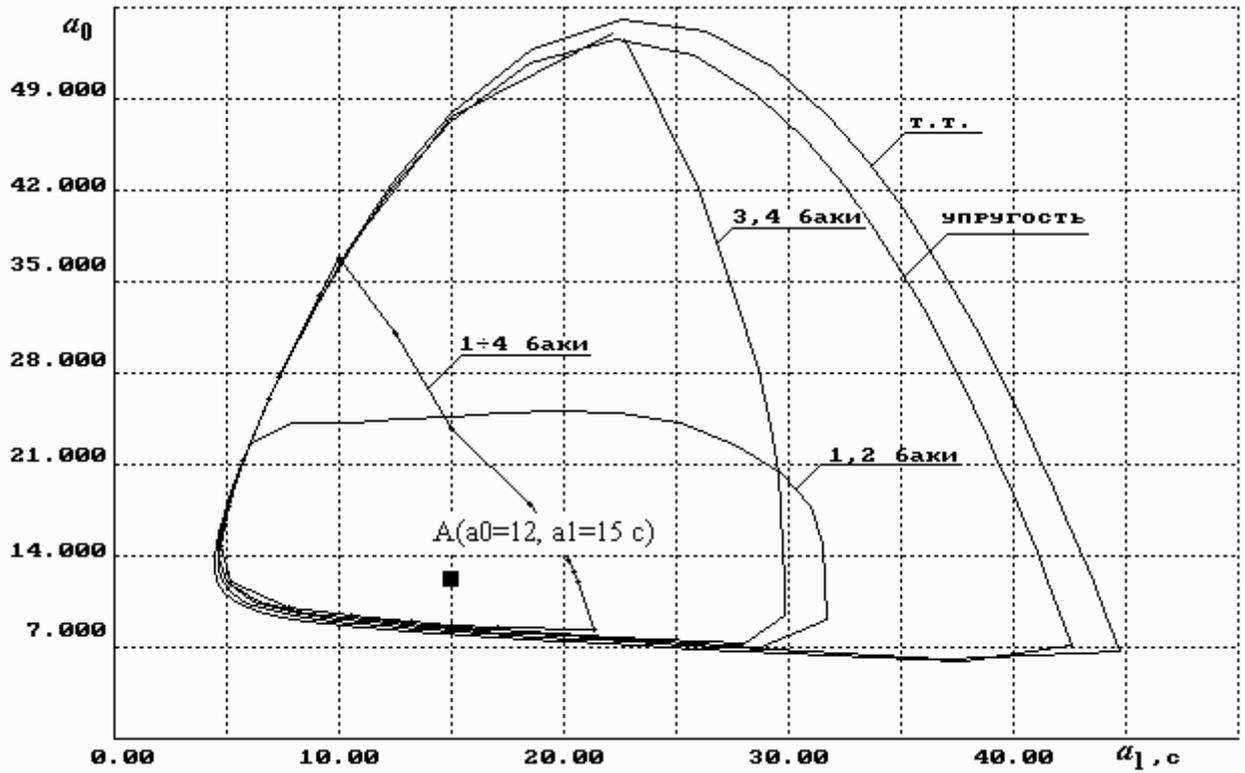


Рисунок 1.8. – Область допустимых проектных параметров в плоскости проектных параметров АС

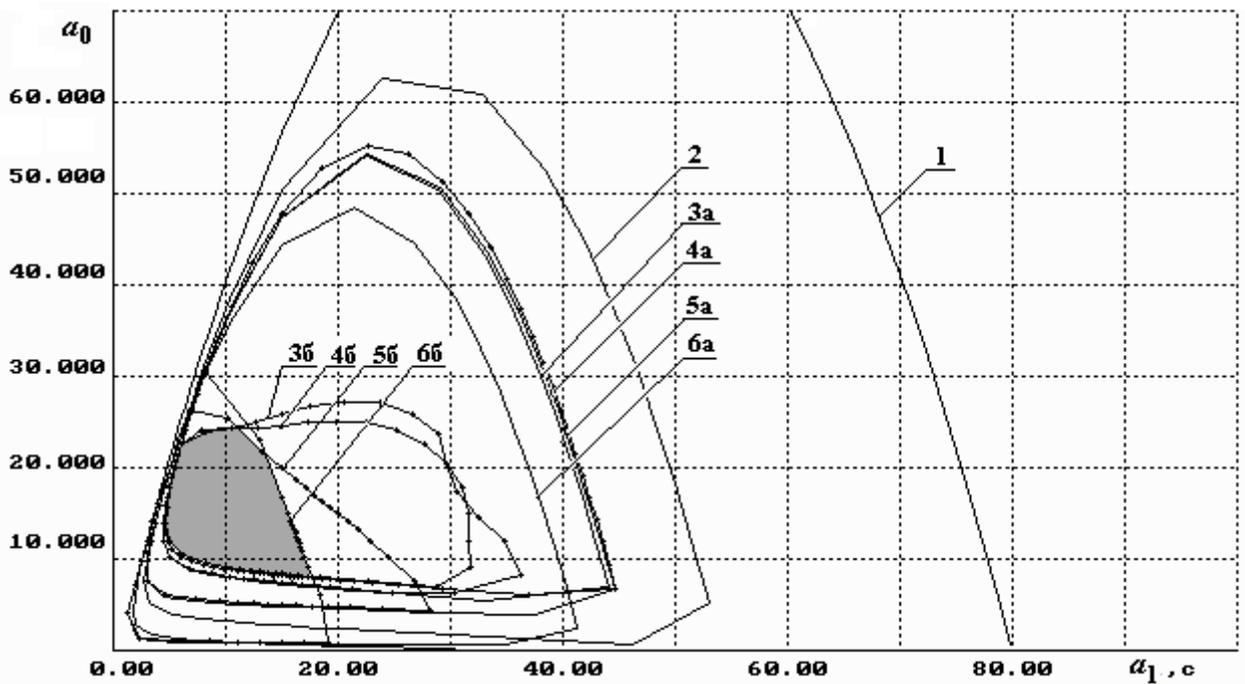


Рисунок 1.9. – Уменьшение область допустимых проектных параметров в плоскости проектных параметров АС за счёт учёта влияния жидкого наполнения баков

1.4. Пример определения областей устойчивости летательного аппарата в плоскости тангажа (рыскания) методом D-разбиения и выбор параметров автомата стабилизации

Устойчивость движения системы «РН-АС» есть его свойство реагировать малыми изменениями кинематических параметров движения на малые возмущения.

При расчете и проектировании автомата стабилизации (АС) ракеты-носителя (РН) обычно исследуют влияние различных конструктивных параметров РН и параметров АС на устойчивость системы «РН – АС». С этой целью строят области устойчивости по двум параметрам при фиксированных значениях остальных параметров (Рис.1.10). Плоскость исследуемых параметров подвергается так называемому D-разбиению с помощью кривой, являющейся границей области, характеристический полином которой имеет корни с отрицательной вещественной частью.

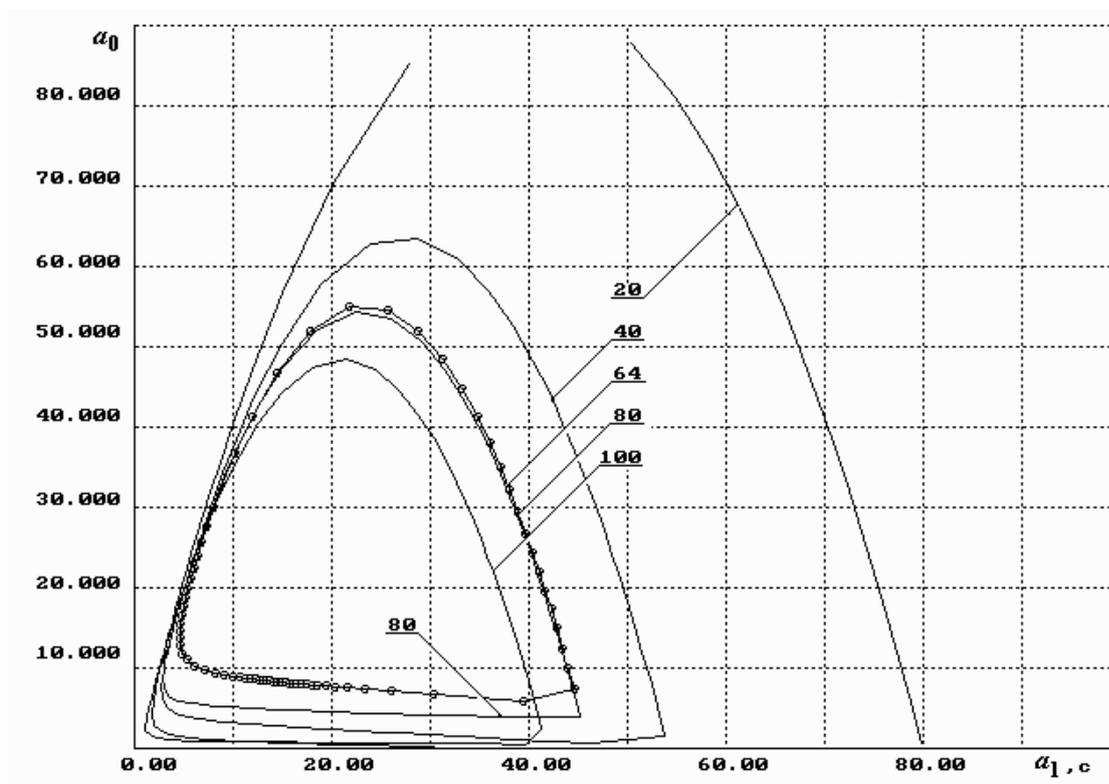


Рисунок 1.10 – Области устойчивости параметров a_0, a_1 АС в функции времени

Рассматривая устойчивость движения РН в плоскости тангажа (рыскания) линеаризованные уравнения возмущенного движения запишем в виде:

$$\begin{aligned}\ddot{y} + C_{Yg}\vartheta + C_{YY}\dot{y} + C_{Y\delta}\delta &= 0, \\ \ddot{\vartheta} + C_{g\vartheta}\vartheta + C_{gY}\dot{y} + C_{g\delta}\delta &= 0\end{aligned}$$

Дополним систему уравнений линеаризованным уравнением АС:

$$\tau_2\ddot{\delta} + \tau_1\dot{\delta} + \delta = a_0\vartheta + a_1\dot{\vartheta} + a_2y + a_3\dot{y}$$

где $C_{Yg}, C_{YY}, C_{Y\delta}, C_{g\vartheta}, C_{gY}, C_{g\delta}$ - коэффициенты, характеризующие собственную динамику ЛА; $\vartheta, \dot{\vartheta}$ - отклонение угла тангажа, угловой скорости от программных значений; y, \dot{y} - линейное отклонение центра масс ЛА и ее скорости от программных значений; δ - угол отклонения управляющих двигателей в плоскости тангажа (рыскания); a_0, a_1, a_2, a_3 - передаточные числа АС по соответствующим входным сигналам; τ_2, τ_1 - коэффициенты, характеризующие динамические свойства АС.

Области устойчивости строятся на плоскости параметров АС a_0 и a_1 на основе метода D-разбиения по характеристическому полиному системы уравнений (6), (7).

Алгоритм расчёта областей устойчивости методом D-разбиения состоит в следующем:

1. На основе уравнений создается матрица замкнутой системы "ЛА – АС" возмущенного движения системы:

$$\begin{vmatrix} (p^2 + pC_{YY}) & C_{Yg} & C_{Y\delta} \\ pC_{gY} & (p^2 + C_{g\vartheta}) & C_{g\delta} \\ (a_2 + pa_3) & (a_0 + pa_1) & (-p^2\tau_2 - p\tau_1 - 1) \end{vmatrix} \equiv 0.$$

2. Вычисляется характеристический полином созданной матрицы:

$$\sum_{i=0}^6 p^i x_i \equiv 0,$$

где x_i - коэффициенты характеристического полинома, равные:

$$x_6 = \tau_2;$$

$$x_5 = \tau_1 + \tau_2 C_{YY};$$

$$x_4 = \tau_1 C_{YY} + \tau_2 C_{g,g} + 1;$$

$$x_3 = \tau_1 C_{YY} + \tau_2 (C_{YY} C_{g,g} - C_{gY} C_{Yg}) + C_{YY} + C_{Y\delta} a_3 + C_{g\delta} a_1;$$

$$x_2 = C_{g,g} + C_{Y\delta} a_2 + \tau_1 (C_{YY} C_{g,g} - C_{gY} C_{Yg}) + C_{g\delta} a_0 - a_1 (C_{gY} C_{Y\delta} - C_{g\delta} C_{YY});$$

$$x_1 = C_{YY} C_{g,g} - C_{gY} C_{Yg} + a_3 (C_{Y\delta} C_{g,g} - C_{g\delta} C_{Yg}) - a_0 (C_{gY} C_{Y\delta} - C_{g\delta} C_{YY});$$

$$x_0 = a_2 (C_{Y\delta} C_{g,g} - C_{g\delta} C_{Yg}).$$

3. Введем подстановку $p = j\omega$ и разрешим уравнение характеристического полинома относительно параметров АС a_0 и a_1 , получим:

$$a_0 S(\omega) + a_1 Q(\omega) + R(\omega) = 0,$$

$$A(\omega) = A_1(\omega) + jA_2(\omega),$$

$$A = S, Q, R,$$

где S, Q, R – элементы характеристического полинома;

4. Приравняв в уравнении нулю отдельно действительную и мнимую части ($A_1(\omega), A_2(\omega)$), вычислим параметрическое уравнение линии D-разбиения в плоскости параметров a_0 и a_1 :

$$\begin{cases} a_0 S_1(\omega) + a_1 Q_1(\omega) + R_1(\omega) = 0; \\ a_0 S_2(\omega) + a_1 Q_2(\omega) + R_2(\omega) = 0; \end{cases}$$

где

$$S_1(\omega) = C_{g\delta} \omega^2;$$

$$S_2(\omega) = \omega (C_{gY} C_{Y\delta} - C_{g\delta} C_{YY});$$

$$Q_1(\omega) = -\omega^2 (C_{gY} C_{Y\delta} - C_{g\delta} C_{YY});$$

$$Q_2(\omega) = C_{g\delta} \omega^3;$$

$$R_1(\omega) = \omega^6 \tau_2 - \omega^4 (\tau_2 C_{g,g} + \tau_1 C_{YY} + 1) + \omega^2 (C_{g,g} + a_2 C_{Y\delta} + C_{YY} + \tau_1 (C_{YY} C_{g,g} - C_{gY} C_{Yg})) + a_2 (C_{g\delta} C_{Yg} - C_{Y\delta} C_{g,g});$$

$$R_2(\omega) = -\omega^5 (\tau_1 + \tau_2 C_{YY}) + \omega^3 (\tau_1 C_{g,g} + a_3 C_{Y\delta} + \tau_2 (C_{YY} C_{g,g} - C_{gY} C_{Yg})) + \omega (C_{YY} C_{g,g} - C_{gY} C_{Yg} + a_3 (C_{Y\delta} C_{g,g} - C_{g\delta} C_{Yg}));$$

5. Запишем систему уравнений в матричной форме:

$$\begin{vmatrix} S_1 & Q_1 & R_1 \\ S_2 & Q_2 & R_2 \end{vmatrix} = 0,$$

тогда:

$$a_0 = \frac{\Delta a_0}{\Delta} = \frac{-R_1 Q_2 + R_2 Q_1}{S_1 Q_2 - S_2 Q_1},$$

$$a_1 = \frac{\Delta a_1}{\Delta} = \frac{-S_1 R_2 + S_2 R_1}{S_1 Q_2 - S_2 Q_1}.$$

6. Изменяя частоту ω , вычисляем значения кривой $(a_0(\omega), a_1(\omega))$;
7. При построении графика области устойчивости по оси абсцисс откладывается a_1 , по оси ординат – a_0 . Далее производится штриховка кривой D-разбиения по следующему правилу. Если при движении по этой кривой в сторону возрастания ω главный определитель системы отрицателен, то кривую штрихуют справа. Замкнутая область покрытая наибольшим числом штриховок, будет областью устойчивости, если таковая в рассматриваемый момент времени имеется;
8. После определения границы области устойчивости производится выбор численных значений параметров АС (a_0, a_1) – значений рабочей точки (a_0, a_1) .
9. Рабочая точка должна находиться в области устойчивости и, при этом, на некотором удалении от границы области устойчивости. Это расстояние определяется как запас устойчивости ($K_{уст}$) по параметрам a_0, a_1 и выражается в % относительно границы области устойчивости. Реально $K_{уст}$ лежит в пределах 10÷30 %. Для исследования устойчивости системы ЛА-АС по времени полета строятся несколько областей устойчивости для нескольких участков полета. После совмещения полученных областей устойчивости определяется область, обеспечивающая устойчивость на заданном участке полета. Внутри которой выбирается рабочая точка (a_0, a_1) .

2. ПОСТРОЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПО КАНАЛУ ТАНГАЖА (РЫСКАНИЯ) В ПАРАМЕТРАХ АВТОМАТА СТАБИЛИЗАЦИИ

Моделирование задачи начинается с выбора численных значений исходных данных. Моделирование областей устойчивости производится для фиксированных моментов времени: t_1 , t_2 и t_3 .

Исследование устойчивости системы ЛА-АС по тангажу (рысканию) производится на ПЭВМ программой Oblast.exe.

При запуске данной программы на экране монитора высвечивается диалоговая панель (Рис.2.1.).

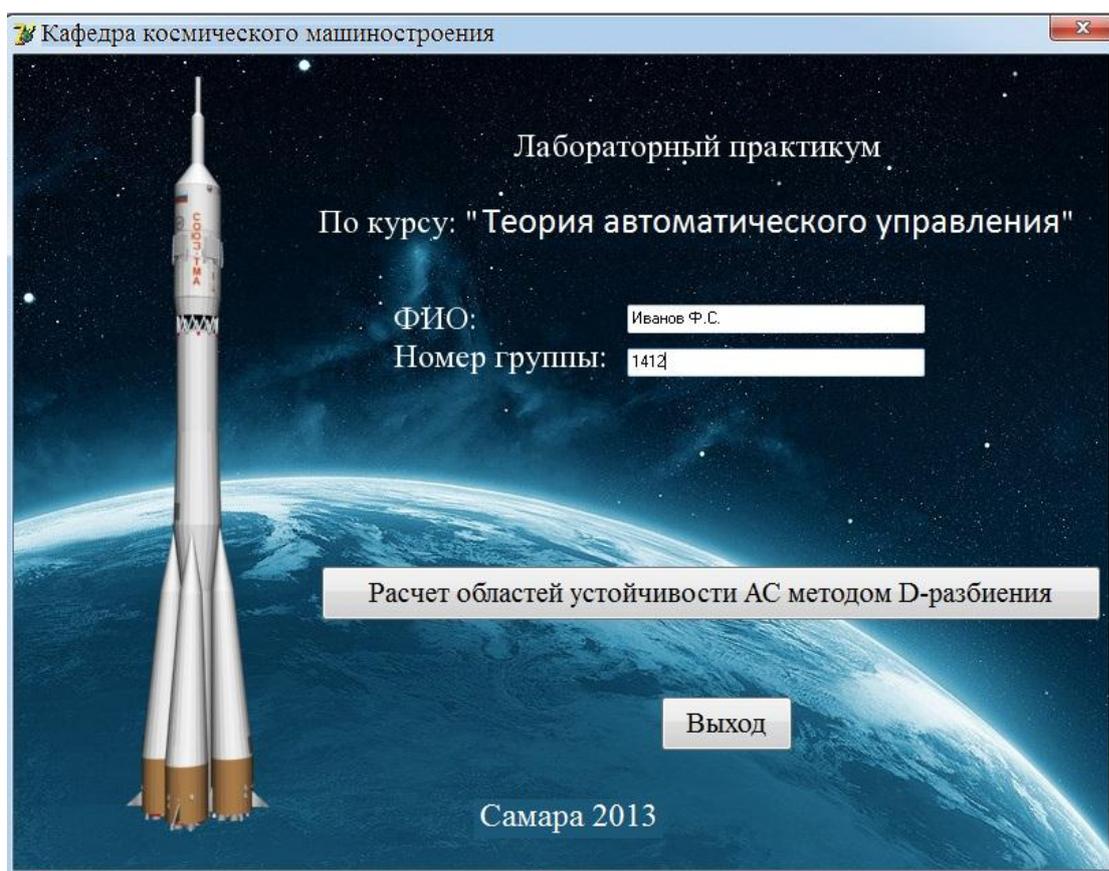


Рисунок 2.1 - Диалоговая панель программы Oblast.Com

Для начала работы необходимо ввести фамилию и номер группы (рис.2.1), далее необходимо нажать на кнопку «Расчет областей устойчивости АС методом D-разбиения». После нажатия данной кнопки открывается диалоговое окно, указанное на рисунке 2.2.

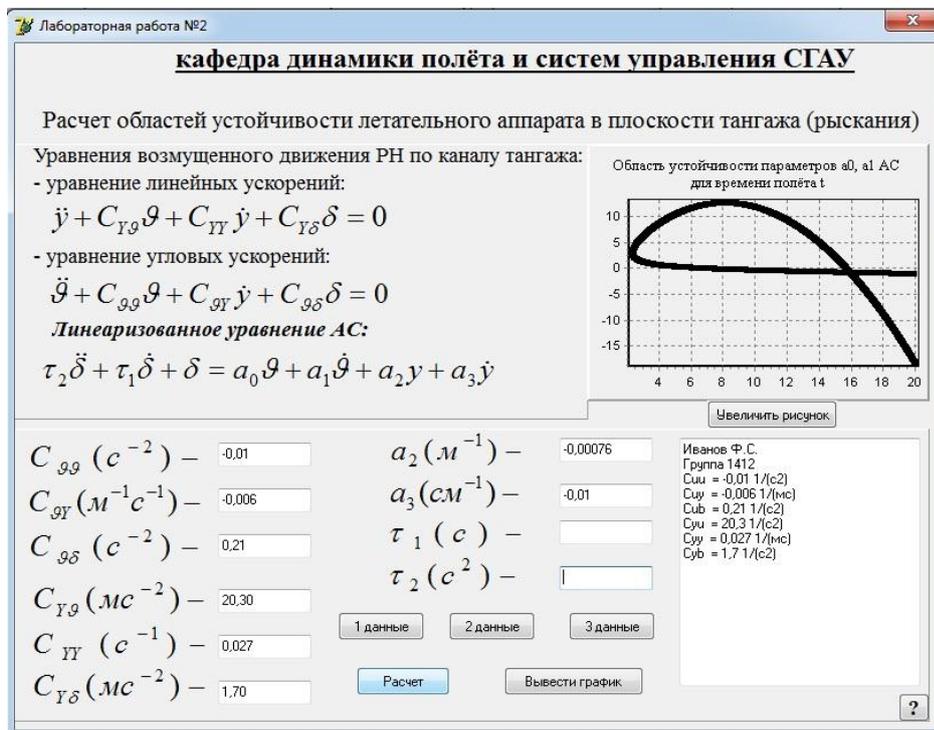


Рисунок 2.2 – Окно ввода данных

После того, как будут введены все исходные данные для выбранного участка полета, необходимо нажать кнопку «Расчёт», программа высветит на экран монитора область устойчивости по каналу тангажа (рыскания) в плоскости параметров АС (a_0, a_1) и исходные данные.



Рисунок 2.3 – Графическое отображение области устойчивости в плоскости параметров АС

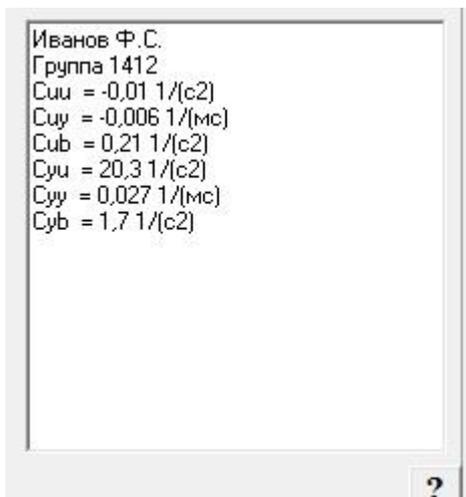


Рисунок 2.4 – Окно отображения исходных данных

Для увеличения графического отображения области устойчивости необходимо нажать кнопку «Увеличить рисунок» (рис. 2.3).

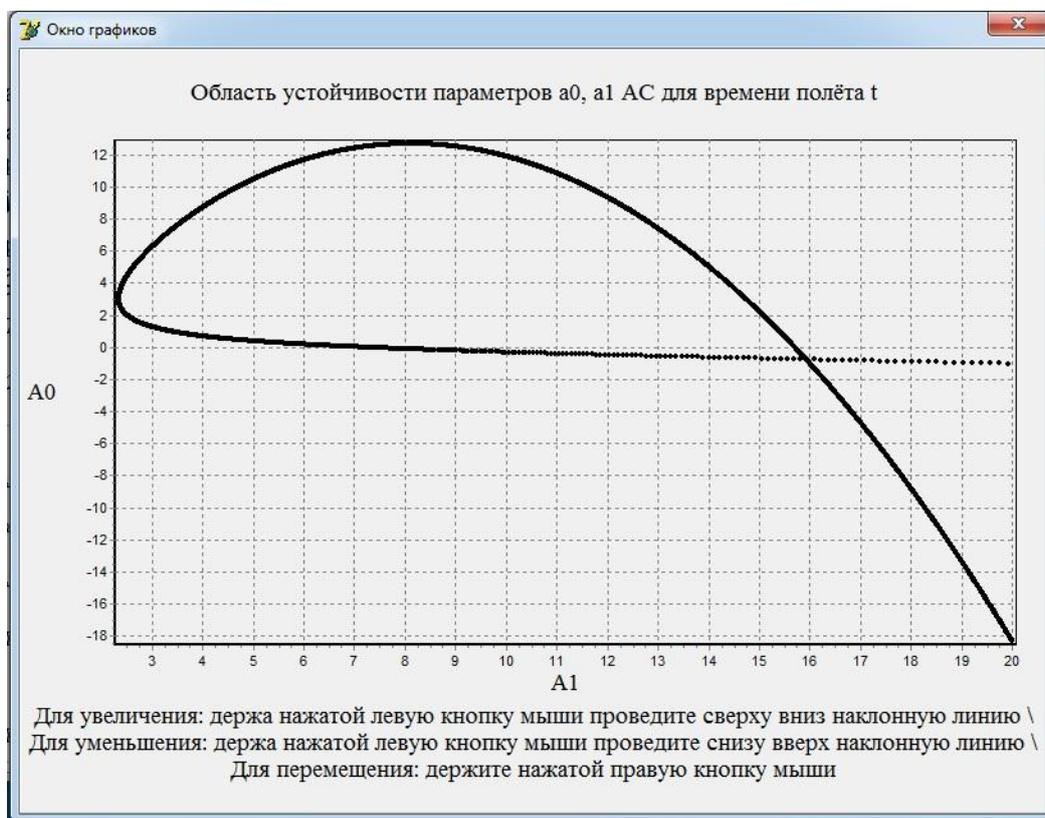


Рисунок 2.5 – Окно вывода области устойчивости

После сохранения графика возможен повтор расчёта для следующего участка полёта.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Как отмечено ранее, на определение численных значений a_0 и a_1 рабочей точки наложено ограничение по запасу устойчивости, общее для всех вариантов:

$$10\% \leq K_{уст} \leq 30\%.$$

1. Получить исходные данные у преподавателя;
2. Ввести исходные данные для заданного участка времени в программу Oblast.exe;
3. Зарисовать (распечатать) область устойчивости в плоскости a_0, a_1 .
4. Повторить пункты 2, 3 для заданных участков времени;
5. Определить по рисункам область устойчивости в плоскости a_0, a_1 , неизменную на всем протяжении полета;
6. Определить численные значения рабочей точки с учетом запаса устойчивости;
7. Подготовить отчет на стандартном бланке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теория систем автоматического управления \ В.А. Бесекерский, Е. П. Попов –Изд.4-е, перераб. и доп. Санкт-Петербург, профессия, 2007–752с.
2. Душин, С.Е. Теория автоматического управления / С.Е. Душин, Н.С. Зотов, Д.Х. Имаев. – М.: Высш. шк., 2005. – 567с.
3. Клавдиев А.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Часть 2. Моделирование линейных непрерывных систем автоматики: Уч. пособ. Санкт-Петербург, СФЗТУ, 2005,-81с.
4. Основы управления полетом космических аппаратов: учеб. пособие для втузов / – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1990. – 480 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. МЕТОДА МОДАЛЬНОГО ФОРМИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СИСТЕМ СО МНОГИМИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМИ МОДАМИ ЖИДКОГО НАПОЛНЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЛАСТЕЙ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПРОЕКТНЫХ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ	4
1.1. Процедура модального формирования	4
1.2. Построение областей устойчивости системы «ракета- носитель – автомат стабилизации» с учётом жидкого наполнения баков	13
1.3. Построение областей устойчивости с учётом жидкого наполнения баков	15
1.4. Пример определения областей устойчивости летательного аппарата в плоскости тангажа (рыскания) методом D-разбиения и выбор параметров автомата стабилизации	17
2. ПОСТРОЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПО КАНАЛУ ТАНГАЖА (РЫСКАНИЯ) В ПАРАМЕТРАХ АВТОМАТА СТАБИЛИЗАЦИИ	21
3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ	24
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	25