ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра общей и теоретической физики

ПРОБЛЕМА СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ. МЕТОД ПРАВИЛ СУММ КХД

Методические указания
для студентов 5 курса

Самара
Издательство "Самарский университет"
1993

Данное пособие составлено на основе лекций для студентов физического факультета специализации "Теоретическая физика". Начиная с простейших примеров, рассмотрены основные идеи и технические приемы метода правил сумм КХД для вычисления статических характеристик адронов.

Составитель ст.препод., к.ф.-м.н. А.П.Мартыненко

Ответственный редактор доцент, к.ф.-м.н. А.А.Бирюков

Рецензенты: д.ф.-м.н. Р.Н.Фаустов, к.ф.-м.н. С.В.Талалов.

Содержание

1. Введение

В настоящее время существует полная уверенность в том, что истинной теорией сильного взаимодействия является квантовая хромодинамика (КХД) - теория взаимодействующих цветных кварков и безмассовых векторных мезонов - глюонов [1-3]. Это означает, что вся физика сильных взаимодействий - массы адронов, ширины их распада, сечения рассеяния и т.д. теоретически вытекают из лагранжиана КХД:

$$L_{QCD} = -\frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu} + \sum_f \bar{\psi}_f (i\gamma_\mu D_\mu - m_f)\psi_f, \tag{1}$$

где $D_\mu = \partial_\mu - igA^a_\mu T^a$ - ковариантная производная, T^a- генераторы группы SU(3), сумма берется по всем сортам f, m_f-масса кварка сорта f, $\psi^i_f(x)$-кварковое поле (i=1,2,3), $A^a_\mu(x)$-глюонное поле (a=1,2,...,8). В фундаментальном представлении SU(3) генераторы определяются матрицами Гелл-Мана λ^a: $T^a = \frac{\lambda^a}{2}$ (a=1,2,...,8). $G^a_{\mu\nu}(x)$-тензор напряженности калибровочного (глюонного) поля $A^a_\mu(x)$:

$$G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu, \tag{2}$$

где f^{abc}-структурные константы группы SU(3): $[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c$.

Для квантования теории к лагранжиану (1) необходимо добавить член, фиксирующий калибровку и духовую часть. Константу связи g, определяющую интенсивность сильного взаимодействия, принято обсуждать в терминах величины $\alpha_s = \frac{g^2}{4\pi}$. КХД является перенормируемой теорией, т.е. все возникающие в теории бесконечности могут быть абсорбированы в значения заряда α_s и массы кварков. Эффективная константа $\alpha_s(q^2)$ может быть представлена в виде [3]:

$$\alpha_s(q^2) = \frac{4\pi}{(11 - \frac{2}{3}n_f)\ln\frac{q^2}{\Lambda^2_{QCD}}}, \tag{3}$$

где n_f-число сортов кварков с массой, меньшей рассматриваемых значений импульсов, при которых вычисляется эффективный заряд, Λ_{QCD}- размерный параметр теории, роль которого состоит в том, чтобы фиксировать масштаб импульсов, при которых взаимодействие становится сильным и теория возмущений уже не применима.

Отсюда видно, что КХД - асимптотически свободная теория, если число сортов кварков не превышает 16. Это значит, что на малых расстояниях r (или при больших передаваемых импульсах или виртуальностях $Q \sim \frac{1}{r}$) эффективный заряд $\alpha_s(q^2)$ стремится к нулю. При переданных импульсах больше 1 Гэв константа $\alpha_s(q^2)$ благодаря свойству асимптотической свободы достаточно мала и применима теория возмущений КХД.

Квантовая хромодинамика сформулирована количественно именно для взаимодействия кварков и глюонов на малых расстояниях $r \leq 0.2 фм$, где имеет смысл теория возмущений по константе связи $\alpha_s \leq 0.3$. Такие условия могут быть созданы при специальном отборе событий в так называемых жестких процессах с большими переданными импульсами $Q^2 \sim \frac{1}{r^2} \geq 1 Гэв^2$. Однако эти условия нетипичны для адронной физики, где характерный масштаб расстояний $R \sim 1 фм$. Вместе с тем, уже при $r \sim 0.5 фм$ $\alpha_s \sim 1$ и ряд теории возмущений портится. Многочисленные попытки учесть высокие порядки по константе связи не привели к реальному продвижению, и современная точка зрения состоит в том, что степени свободы, отвечающие пертурбативным кваркам в лагранжиане КХД (1) не имеют прямого отношения к свойствам наблюдаемых адронов.

В конце 70-х годов появилась замечательная идея, что для статических свойств адронов существенны взаимодействия кварков с вакуумными полями, которые в разумном приближении можно рассматривать как внешние поля с известными свойствами, извлекаемыми из эксперимента. Развитие такого подхода привело к созданию количественного метода правил сумм КХД [4-8], который на сегодня является одним из основных методов изучения статических характеристик адронов: масс, магнитных моментов и т.д.. То обстоятельство, что вакуумные флуктуации имеют непосредственное отношение к свойствам спектра, не является, конечно, специфическим для квантовой хромодинамики. Вспомним, например, вывод Бете лэмбовского сдвига уровней атома водорода. Однако в квантовой электродинамике в конечном счете все можно свести к расчету графиков теории возмущений. Невылетание же цвета связано, по всей видимости, с непертурбативными флуктуациями.

В аналитическом виде о непертурбативных эффектах КХД известно мало. Первым и оставшимся едва ли не единственным примером непертурбативных флуктуаций являются инстантоны [9]. Именно, можно показать, что классическим уравнением глюонного поля в случае калибровочной группы SU(2) удовлетворяет следующий вид вектора-потенциала:

$$A^a_\mu(x) = -\frac{2\eta_{a\mu\nu}(x-x_0)_\nu\rho^2}{g[(x-x_0)^2+\rho^2](x-x_0)^2}, \tag{4}$$

где x_0-центр инстантона, ρ-его размер, $\eta_{a\mu\nu}$-символы 'т Хоофта, a-цветовой индекс (a=1,2,3).

Важно, что действие на инстантонном решении конечно:

$$S_{inst} = -\frac{1}{4}\int (G^a_{\mu\nu})^2_{inst} d^4x = \frac{16\pi^2}{g^2}. \tag{5}$$

Конечна поэтому и вероятность W возникновения инстантонных флуктуаций в вакууме:

$$W \sim \exp(-S_{inst}) \sim \exp(-\frac{16\pi^2}{g^2}). \tag{6}$$

Следует подчеркнуть, что решение (4) относится к евклидову пространству-времени, которое естественно возникает, если пользоваться формулировкой теории в терминах функционального интеграла. Важно, что в (4) речь идет действительно о непертурбативном эффекте: решение не разлагается в ряд по константе связи g.

В методе правил сумм не используется какая-либо конкретная модель непертурбативных флуктуаций. Идея состоит в том, чтобы описывать свойства вакуума феноменологически. Естественный способ такого описания - рассмотрение вакуумных средних различных операторов. Вакуумное среднее глюонного поля должно равняться нулю из-за сохранения цвета. Пример инстантонов наводит на мысль ввести отличное от нуля вакуумное ожидание квадрата напряженности глюонного поля:

$$< \frac{\alpha_s}{\pi} G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu} >_{неперт.} = < \frac{\alpha_s}{\pi} G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu} > - < \frac{\alpha_s}{\pi} G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu} >_{перт.}, \tag{7}$$

где множитель $\frac{\alpha_s}{4\pi}$ введен из соображений удобства. Ненулевое значение $< G^2 >$ возникает и в теории возмущений, и в (7) вычтен соответствующий вклад $< \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 >_{перт.}$. Пока что это вычитание носит символический характер, и его смысл станет более ясным на примерах. Для наглядности можно представить себе, что непертурбативная часть $< \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 >$ связана с вкладом инстантонов. В дальнейшем $< \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 >_{неперт.}$ будет называться глюонным конденсатом. Исторически, однако, первым был введен не глюонный конденсат, а кварковый, или вакуумное среднее оператора $\bar{\psi}\psi$, где ψ-поле легкого кварка.

2. Киральная симметрия и ее спонтанное нарушение в КХД

Наиболее хорошо изученным проявлением непертурбативной структуры вакуума КХД является частичное сохранение аксиального тока (PCAC). Чтобы проследить связь PCAC со структурой вакуума, рассмотрим квантовую хромодинамику в секторе легких кварков. Входящие в лагранжиан КХД (1) массы легких кварков весьма малы: $m_u = 4.2 M\text{эв}$, $m_d = 7.5 M\text{эв}$. Поэтому с хорошей точностью можно пренебречь в лагранжиане массами легких u,d-кварков, т.е. считать кварки безмассовыми. В таком приближении левые и правые кварковые поля

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi, \quad \psi_R = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi, \quad \psi = \psi_L + \psi_R \tag{8}$$

в лагранжиане КХД становятся независимыми и будут сохраняться левые и правые токи:

$$j^a_{\mu L} = \bar\psi_L \gamma_\mu \tau^a \psi_L, \quad j^a_{\mu R} = \bar\psi_R \gamma_\mu \tau^a \psi_R, \quad \partial j^a_{\mu L} = 0, \quad \partial_\mu j^a_{\mu R} = 0, \tag{9}$$

где τ^a - матрицы Паули, ψ обозначает изотопический кварковый дублет: $\psi = \binom{u}{d}$.

Сохранение этих токов соответствует тому, что лагранжиан КХД с безмассовыми u,d-кварками инвариантен относительно преобразований:

$$\psi_L \to e^{i\alpha\tau^a}\psi_L, \quad \psi_R \to e^{i\beta\tau^a}\psi_R, \tag{10}$$

то есть обладает глобальной $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ симметрией, которую называют киральной. Очевидно, что вместо левых и правых токов (10), можно рассматривать сохраняющиеся векторные j^a_μ и аксиальные $j^a_{\mu 5}$ токи:

$$j^a_\mu = \bar\psi\gamma_\mu\tau^a\psi, \quad j^a_{\mu 5} = \bar\psi\gamma_\mu\gamma_5\tau^a\psi, \quad \partial_\mu j^a_\mu = 0, \quad \partial_\mu j^a_{\mu 5} = 0. \tag{11}$$

Отсюда следует, что матричные элементы

$$< A|\partial_\mu j^a_\mu|B >= 0, \qquad < A|\partial_\mu j^a_{\mu 5}|B >= 0 \tag{12}$$

между любыми адронными состояниями A,B.

Таким образом, в безмассовом пределе изотриплетный аксиальный ток $j^n_{\mu 5} = \bar\psi\gamma_\mu\gamma_5\tau^n\psi$ сохраняется. Изотопические компоненты этого тока $j^+_{\mu 5} = \bar\psi\gamma_\mu\gamma_5\tau^+\psi = \bar u\gamma_\mu\gamma_5 d$ и $j^-_{\mu 5} = \bar\psi\gamma_\mu\gamma_5\tau^-\psi = \bar d\gamma_\mu\gamma_5 u$ входят в слабое взаимодействие, и матричные элементы этих операторов измеряются на опыте. Так из бета-распада нейтрона известно, что матричный элемент $j^+_{\mu 5}$ между нейтроном и протоном $< P|j^+_{\mu 5}|N >$ содержит выражение

$$a_0\bar u_P(p_2)\gamma_\mu\gamma_5 u_N(p_1), \tag{13}$$

где $a_0 = 1.25$ - численная константа, $u_P(p), u_N(p)$ - биспинорные амплитуды протона и нейтрона, p_1, p_2 - импульсы нейтрона и протона соответственно. Выражение (13) однако не поперечно:

$$q_\mu\bar u_P(p_2)\gamma_\mu\gamma_5 u_N(p_1) = \bar u_P(p_2)(\hat p_2 - \hat p_1)\gamma_5 u_N(p_1) = 2M_N\bar u_P\gamma_5 u_N, \tag{14}$$

где M_N-масса нуклона, $q = p_2 - p_1$-4-импульс, передаваемый слабым током.

Ясно, что никакого противоречия не было бы, если бы массу нуклона можно было считать малой величиной, стремящейся к нулю при $m_u = m_d \to 0$. Но это далеко не так. Масса нуклона не являетсся малой величиной ($\sim 1 \Gamma э в$). Чтобы согласовать с сохранением аксиального тока $j^+_{\mu 5}$ выражение (13), последнее необходимо сделать в обязательном порядке поперечным:

$$< P|j^+_{\mu 5}|N > = a_0\bar u_P(p_2)\gamma_\nu\gamma_5 u_N(p_1)(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}). \tag{15}$$

Наличие полюса в этом выражении отвечает вкладу безмассовой частицы, т.е. предположение о том, что $M_N \neq 0$ в пределе $m_u = m_d = 0$ приводит к выводу о существовании безмассовой частицы в этом пределе. Поскольку аксиальные токи образуют изотриплет $\vec j_{\mu 5}(x) = \bar\psi(x)\gamma_\mu\gamma_5\vec\tau\psi(x)$, безмассовые частицы должны также образовывать изотриплет. Таким образом, воспроизведено доказательство теоремы Голдстоуна для данного частного случая: спонтанное нарушение непрерывной глобальной (киральной) симметрии приводит к появлению безмассовой бесспиновой частицы. На опыте изотриплет голдстоуновских частиц ассоциируется с изотриплетом π-мезонов, массы которых отличны от нуля лишь постольку, поскольку отличны от нуля массы u,d-кварков. Формулу (15) удобно проиллюстрировать графически (рис.1).

Первое слагаемое в (15) отвечает прямому взаимодействию тока с нуклоном (рис.1а), а второе - взаимодействию через промежуточный пион, когда

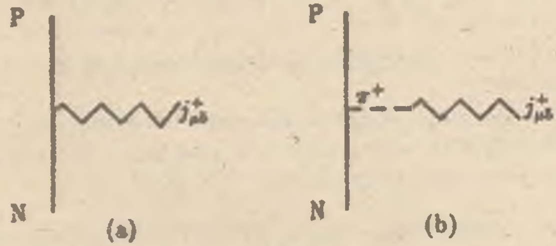


Рис. 1

аксиальный ток сначала переходит в виртуальный π^+-мезон, а затем виртуальный пион поглощается нейтроном (рис.1b). Обозначая константу перехода аксиального тока в пион (то есть константу $\pi \to \mu\nu$ распада) через f_π

$$< 0|j^+_{\mu 5}|\pi^- >= i f_\pi q_\mu \tag{16}$$

(q-импульс пи-мезона, $|0>$-адронный вакуум) и константу пион-нуклонного взаимодействия через $g_{\pi NN}$ ($g_{\pi NN} i\vec{\pi}\bar{N}\gamma_5\vec{\tau}N$), можно записать этот же член в виде:

$$\sqrt{2} g_{\pi NN} f_\pi \frac{q_\mu}{q^2} \bar{u}_P \gamma_5 u_N. \tag{17}$$

Приравнивая (17) ко второму члену (15), получим известное соотношение Голдбергера- Треймана

$$\sqrt{2} M_N a_0 = g_{\pi NN} f_\pi. \tag{18}$$

На опыте $g_{\pi NN}$ определяют из данных по πN-рассеянию ($g^2_{\pi NN}/4\pi = 14.6$), а f_π- из распада $\pi^+ \to \mu^+\nu$ (f_π=130 Мэв). Таким образом, соотношение (18) выполняется с погрешностью не хуже 10%.

То обстоятельство, что масса нуклона конечна при $m_u = m_d = 0$ и, как следствие, появление безмассовых пи-мезонов, отвечает спонтанному нарушению симметрии относительно глобальных γ_5-преобразований: $\psi \to \exp(i\gamma_5\vec{\omega}\vec{\tau})\psi$ ($\vec{\omega}$ - произвольный постоянный вектор). Спонтанное нарушение симметрии связано прежде всего с перестройкой вакуумного состояния, которое становится неинвариантным относительно преобразований симметрии. Поскольку теория возмущений КХД строится над кирально-инвариантным вакуумом и аксиальный ток $j_{\mu 5}$ сохраняется во всех порядках по константе связи, то ясно, что в теории возмущений с безмассовыми u,d-кварками отсутствует спонтанное нарушение киральной симметрии, а вместе с ним и безмассовые пи-мезоны и массивные нуклоны.

Убедимся теперь, что в КХД действительно возникают нарушающие киральную инвариантность вакуумные средние. С этой целью рассмотрим в пределе $q \to 0$ следующий матричный элемент:

$$- q_\mu \int d^4x e^{-iqx}(m_u + m_d) < 0|T[j^-_{\mu 5}(x), \bar{u}(0)\gamma_5 d(0)]|0 >, \tag{19}$$

где $j^-_{\mu 5} = \bar{d}\gamma_5\gamma_\mu u$. Проводя интегрирование по частям и используя сохранение аксиального тока, (19) можно привести к виду (правая часть (20) была получена путем вычисления одновременного коммутатора):

$$i \int d^4x e^{-iqx}(m_u+m_d) < 0|\delta(x_0)[j^-_{05}(x), \bar{u}(0)\gamma_5 d(0)]|0 >= i(m_u+m_d) < 0|\bar{u}u+\bar{d}d|0 > . \tag{20}$$

С другой стороны, если представить (19) в виде суммы по промежуточным состояниям, то при $q \to 0$ ненулевой вклад дает только одночастичное состояние безмассового пиона, имеющее полюс при $q^2 = 0$. Этот вклад равен:

$$- q_\mu < 0|j^-_{\mu 5}|\pi^+ >< \pi^+|(m_u + m_d)\bar{u}\gamma_5 d|0 > \frac{i}{q^2} = -q_\mu(iq_\mu f_\pi)(if_\pi m_\pi^2)\frac{i}{q^2} = if_\pi^2 m_\pi^2. \tag{21}$$

Здесь использовано равенство

$$< 0|j^-_{\mu 5}|\pi^+ >= if_\pi q_\mu, \tag{22}$$

а также вытекающее из него соотношение:

$$if_\pi m_\pi^2 = (m_u + m_d) < \pi^+|\bar{u}\gamma_5 d|0 > . \tag{23}$$

Приравнивая (20) и (21) и предполагая, что для вакуумных средних имеет место изотопическая инвариантность, получаем:

$$< 0|\bar{u}u|0 >=< 0|\bar{d}d|0 >= -\frac{f_\pi^2 m_\pi^2}{2(m_u + m_d)}. \tag{24}$$

Левая часть (24) содержит вакуумное среднее кирально-неинвариантного оператора $\bar{u}u$. Отличное от нуля это вакуумное среднее характеризует степень спонтанного нарушения киральной симметрии в вакуумном состоянии.

Его называют также кварковым вакуумным конденсатом. Рассмотрим киральный предел в (24). Для этого заметим, что дивергенция тока $j^+_{\mu 5} = \bar{u}(x)\gamma_\mu \gamma_5 d(x)$

$$\partial_\mu j^+_{\mu 5}(x) = i(m_u + m_d)\bar{u}(x)\gamma_5 d(x) \tag{25}$$

имеет квантовые числа π^+-мезона и ее можно использовать как пионное поле:

$$\partial_\mu j^+_{\mu 5}(x) = f_\pi m^2_\pi \phi_\pi(x). \tag{26}$$

Это соотношение, которое называют частичным сохранением аксиального тока (PCAC), означает, что при $m_u, m_d \to 0$, $m^2_\pi \to 0$. Следовательно, правая часть (24) в этом пределе отлична от нуля и имеет порядок характерной адронной массы в кубе:

$$< 0|\bar{u}u|0 >=< 0|\bar{d}d|0 >= -(240 Мэв)^3. \tag{27}$$

В теории возмущений КХД с безмассовыми кварками плотность кваркового конденсата равна нулю в любом порядке, так как в любой квантовой теории поля, в которой размерными параметрами являются только массы кварков $< 0|\bar{\psi}(0)\psi(0)|0 >\sim m^3_\psi \to 0$. Таким образом, отличное от нуля и не малое значение $< 0|\bar{\psi}\psi|0 >$ может возникнуть только за счет непертурбативных эффектов. Мы приходим, следовательно, к важному заключению: в вакууме КХД присутствуют флуктуации поля непертурбативного типа, нарушающие киральную инвариантность. Спонтанное нарушение киральной симметрии пока еще остается непонятным в КХД. Наиболее многообещающий модельный механизм предложен в работах Дьяконова и Петрова [10] для инстантон-антиинстантонного газа. Метод основан на кварковых нулевых модах, которые перекрываются в газе и смешивают киральность, создавая ненулевую плотность состояний и ненулевой кварковый конденсат. В дальнейшем мы увидим много примеров вакуумных средних, возникающих в КХД за счет непертурбативных эффектов. Выделенная роль кваркового конденсата состоит в том, что из всех возможных операторов, вакуумные средние от которых могут быть отличны от нуля в КХД, размерность его минимальна.

3. Операторное разложение

Поверив в существование относительно сильных вакуумных полей, следует обратиться к вопросу о том, как учитывать эти поля при вычислении спектра масс адронов. Предположим, что некоторым источником мы внесли пару кварк-антикварк в физический вакуум и исследуем характер взаимодействия кварков по мере их расхождения друг от друга. На малых расстояниях можно пользоваться теорией возмущений и взаимодействие между кварками подобно обычному кулоновскому:

$$V(r) \sim \frac{\alpha_s(r)}{r} \sim \frac{\ln r}{r}. \tag{28}$$

При этом вероятность непертурбативных флуктуаций малого размера в соответствии с (6) мала. Можно поэтому считать, что непертурбативные флуктуации имеют некоторый характерный размер ρ_c. Пока расстояние между кварками $r \ll \rho_c$, вакуумное поле можно рассматривать как внешнее по отношению к кваркам, то есть можно пренебречь обратным влиянием кварков на поле. Так как цветовой заряд пары равен нулю, то зарядовое взаимодействие с полем отсутствует. Что же касается дипольного взаимодействия, то оно растет с увеличением расстояния между кварками:

$$V_{дип.}(r) \sim \vec{E}^a \vec{d}^a \sim \vec{E}^a Q^a \vec{r}, \tag{29}$$

где $\vec{d}^a$ - цветовой дипольный момент пары, Q^a - цветовой заряд кварка, $\vec{E}^a$ - характерное вакуумное поле. Видно, что на малых расстояниях, пока $r \ll \sqrt{|\vec{E}^a|}$, взаимодействие с непертурбативными флуктуациями степенным образом мало по сравнению с кулоновским. Однако с увеличением расстояния именно непертурбативные эффекты становятся существенными для образования адронов. Если мы хотим ограничиться небольшим количеством непертурбативных конденсатных поправок, то необходимо, чтобы кварки не распространялись на слишком большие расстояния. Самое неожиданное заключается в том, что изложенную программу удается последовательно перевести на язык формул.

При изучении распространения кварков с малых расстояний следует отказаться от анализа чисто адронных процессов, так как в адронах кварки находятся уже на расстоянии порядка радиуса невылетания. Необходимо обратиться к точечным источникам кварков - токам. В качестве примера рассмотрим электромагнитный ток легких u,d-кварков в состоянии с изотопическим спином I=1:

$$J_\mu(x) = \frac{1}{2}[\bar{u}(x)\gamma_\mu u(x) - \bar{d}(x)\gamma_\mu d(x)]. \tag{30}$$

Если, далее, рассмотреть рождение кварков током в физической области, которое может быть реализовано в процессе e^+e^- - аннигиляции в адроны, то наряду с областью малых расстояний неизбежно будут важны и большие расстояния, для которых теоретическое описание представляется сложным. Выход из этой трудности состоит в рассмотрении процессов рождения пары в виртуальном состоянии, ниже порога рождения реальных частиц. Задавая степень виртуальности, можно регулировать расстояния, на которые могут разойтись кварки.

Объектом, который реализует этот образ источника виртуальных пар, служит поляризационный оператор $\Pi(q^2)$ при нефизических значениях q^2, где q - импульс, сообщаемый током кваркам:

$$\Pi_{\mu\nu} = i\int d^4x e^{iqx} < 0|T[j_\mu(x)j_\nu(0)]|0 >= (q_\mu q_\nu - q^2 g_{\mu\nu})\Pi(q^2). \tag{31}$$

Выше порога рождения реальных частиц $\Pi(q^2)$ обладает мнимой частью. Такие значения q^2 могут быть реализованы в процессе e^+e^--аннигиляции в адроны. Если же $q^2 < 0$, то рождение реальных частиц невозможно. Введем $Q^2 = -q^2$. Тогда по принципу неопределенности время жизни виртуального состояния, в которое переходит ток j, оценивается как

$$\Delta t \sim \frac{1}{(|\vec{Q}| + \sqrt{s}_{пор.})}. \tag{32}$$

Для тока легких кварков пороговое значение энергии реальных частиц $\sqrt{s}_{пор.} = 2m_\pi$ и пренебрежимо мало в рассматриваемом масштабе масс. Видно, что выбирая величину $|\vec{Q}|$, можно "регулировать" расстояние между кварками: $\Delta x \sim \Delta t$. При $q^2 < 0$ можно перейти к евклидову пространству: $q^2 = -q_4^2 - \vec{q}^2 = -Q^2$. Как отмечалось при обсуждении инстантонов, непертурбативные эффекты естественно рассматривать именно в евклидовом пространстве-времени. Таким образом, поляризационный оператор при $q^2 < 0$ действительно является подходящим объектом теоретического анализа.

Для исследования корреляционной функции (31) удобно воспользоваться операторным разложением Вильсона, которое позволяет записать произведение локальных операторов (например, токов j(x)), взятых в точках, разделенных малым интервалом, в виде;

$$i \int d^4x e^{iqx} T[j(x)j(0)] = C_I I + \sum_n C_n(q^2) O_n, \tag{33}$$

где соответствующий евклидов импульс $Q^2 = -q^2$ велик, I-единичный оператор, O_n- локальные операторы, построенные из кварковых и глюонных полей, C_n - коэффициентные функции, которые имеют определенную лоренцеву структуру и зависят от квантовых чисел тока $j(x)$. Подразумевая усреднение по вакууму в выражении (34), перечислим операторы O_n размерности от 0 до 6, которые дают вклад в поляризационный оператор $\Pi(q^2)$:

O_n	d
I	0
$O_\psi = m\bar\psi\psi$	4
$O_G = G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu}$	4
$O_\Gamma = \bar\psi \Gamma_1 \psi \bar\psi \Gamma_2 \psi$	6
$O_\sigma = m\bar\psi \sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda^a}{2} \psi G^a_{\mu\nu}$	6
$O_f = f^{abc} G^a_{\mu\nu} G^b_{\nu\lambda} G^c_{\lambda\mu}$	6

Так как размерность операторов O_n возрастает, размерность соответствующих коэффициентных функций должна падать за счет дополнительных отрицательных степеней Q^2. При больших Q^2 можно ограничиться в разложении Вильсона несколькими операторами старшей размерности. С учетом (33) поляризационный оператор примет вид:

$$\Pi(Q^2) = C_I + C_\psi(Q^2) < 0|m\bar\psi\psi|0 > + C_G < 0|G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu}|0 > + \dots \tag{34}$$

Выясним физический смысл операторного разложения. Простейший график для перехода вакуума в вакуум представлен на рис.2. Если ток несет большой импульс Q, то наиболее вероятно, что обе кварковые линии несут большой импульс $p_1 \sim Q, p_2 \sim Q$.

Утверждение об асимптотической свободе означает, что на малых расстояниях или при больших виртуальностях (можно сказать, евклидовых импульсах) пропагатор кварка совпадает с пропагатором свободного кварка.

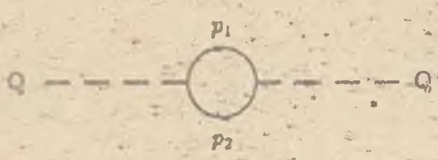


Рис. 2

Поэтому расчет графика не представляет никакого труда. Существует, однако, конечная вероятность того, что по одной из линий течет небольшой импульс, а весь импульс Q проходит через другую линию: $p_1 \sim Q, p_2 \sim \mu$. Когда мы пользуемся теорией возмущений, то формально интегрируем и по этой области импульсов. Однако, использовать свободный пропагатор для частицы с импульсом $p_2 \sim \mu$ нет никаких оснований. Если бы у нас была полная теория, то можно было воспользоваться точным пропагатором кварка и проинтегрировать более аккуратно по импульсам $p_{1,2} \sim \mu$. В отсутствии же такой теории мы поступаем следующим образом. Кварковой линии с большим импульсом порядка Q сопоставляем свободный пропагатор Q^{-1}, отождествляем далее точки поглощения и испускания этого кварка, что оправдано, поскольку это расстояние порядка Q^{-1}. Что же касается пропагатора кварка с малым импульсом, то его вычислять не будем, а вместо этого введем неизвестный матричный элемент $<\bar{\psi}\psi> \neq 0$. Важно, что мы имеем дело с локальным оператором, так как отождествили точки входа и выхода тока j. Матричный элемент $<\bar{\psi}\psi>$ определяется физикой больших расстояний. Совершенно аналогичным способом можно интерпретировать и остальные члены операторного разложения. Модификации кваркового и глюонного свободных пропагаторов на больших расстояниях, описанной выше, удобно дать следующую графическую иллюстрацию (рис.3).

Крест на кварковой и глюонной линиях как раз означает непертурбативный вклад в соответствующие пропагаторы. Сплошная линия с заштрихованным кружком обозначает точную функцию Грина кварка, а простая сплошная линия - свободный кварковый пропагатор (аналогичные обозначения приняты и для глюона). В целом поляризационный оператор тока легких кварков (31) имеет вид, показанный на рис.4. Диаграммы в правой части рис.4 дают вклад в вильсоновские коэффициенты C_I, C_ψ, C_G, который необ-

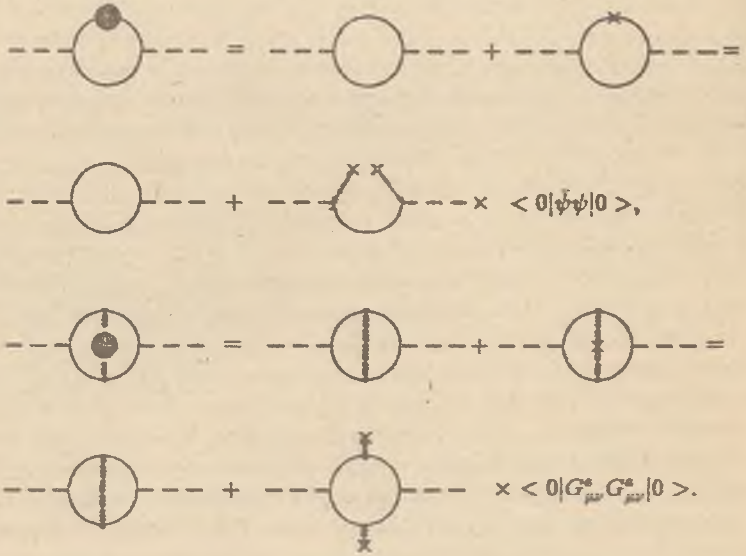


Рис. 3

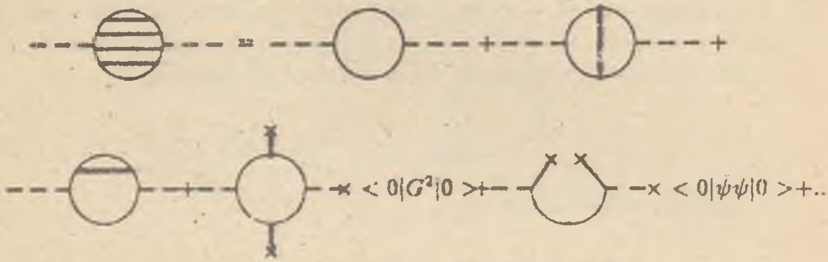


Рис. 4

ходимо вычислять для построения разложения (34).

4. Правило сумм для ρ - мезона

Предположим, что мы научились вычислять поляризационный оператор какого-либо тока. Но величина $\Pi(Q^2)$ непосредственно на опыте не измеряется. Для того, чтобы связать $\Pi(Q^2)$ с физическими величинами, используем дисперсионное соотношение:

$$\Pi(Q^2) = \frac{(q^2)^n}{\pi} \int \frac{Im\Pi(s)ds}{s^n(s-q^2)} + \sum_{k=1}^{n-1} a_k(q^2)^k, \qquad (35)$$

где a_k - неизвестные константы вычитания, $\mathrm{Im}\Pi(s)$ может быть выражена через физические характеристики (массы, константы связи резонанса с током) изучаемых адронов. Для тока (30) $\mathrm{Im}\Pi(s)$ пропорциональна сечению аннигиляции e^+e^- в адроны с полным изотопическим спином I=1 и в этом смысле доступна непосредственному экспериментальному наблюдению. Левая часть (35) вычисляется теоретически в терминах эффективной константы связи и вакуумных конденсатов. В результате физические параметры адронов оказываются выраженными с помощью дисперсионного соотношения через вакуумные конденсаты, массы кварков, эффективную константу связи.

Хотя дисперсионные соотношения в формуле (35) сами по себе решают, в принципе, задачу, с практической точки зрения очень важен еще один технический прием, а именно переход к так называемым борелевским правилам сумм. Применим к правой и левой частям (35) оператор:

$$\hat{B} = \lim_{Q^2 \to nM^2, n \to \infty} \frac{1}{(n-1)!}(Q^2)^n \left(-\frac{d}{dQ^2}\right)^n. \tag{36}$$

Нетрудно убедиться, что:

$$\hat{B}(Q^2)^{-k} = \frac{1}{(k-1)!}(M^2)^{-k}, \hat{B}\frac{1}{(s+Q^2)} = \frac{1}{M^2}\exp\left(-\frac{s}{M^2}\right). \tag{37}$$

Действие же оператора $\hat{B}$ на полином по Q^2 приводит, очевидно, к нулю. Таким образом, неизвестные константы вычитания a_k, входящие в (35), выпадают. Переходом от переменной Q^2 к переменной M^2 мы достигли двух преимуществ: во первых, новая весовая функция $\exp(-\frac{s}{M^2})$ значительно лучше подавляет в дисперсионном интеграле вклад больших энергий. Во-вторых, в ряду степенных поправок мы удерживаем только первые члены. Пренебрежение высшими поправками лучше оправдано, если использована переменная M^2, так как члены более высокого порядка по M^{-2} подавлены дополнительным факториальным множителем.

Рассмотрим вычисление массы ρ-мезона и константы g_ρ в квантовой хромодинамике [4-6]. Для описания ρ-мезона выберем ток (30) и изучим корреляционную функцию этого тока (31). Если $q^2 = -Q^2$ - большое отрицательное число, тогда характерные расстояния $r \sim \frac{1}{|Q|}$ малы и главный вклад в $\Pi_{\mu\nu}$ вносит диаграмма теории возмущений рис.5а.

Пропагатор кварка в координатном представлении имеет вид:

$$G_{pert.}(x) = \delta^{ab}\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}e^{-ipx}\left(\frac{1}{m-\hat{p}}\right)_{ik} = \delta^{ab}\left[\frac{i\hat{x}}{2\pi^2x^4} - \frac{m}{4\pi^2x^2} + O(m^2)\right]_{ik}, \tag{38}$$

где a,b=1,2,3-цветовые, а i,k=1,...,4 - спинорные индексы, m-масса кварка. Вклад рис.5а в (31) содержит произведение двух пропагаторов:

$$\Pi^{(1)}_{\mu\nu} = \frac{3i}{2}\int d^4x e^{iqx} Tr\left[\gamma_\mu \frac{i\hat{x}}{2\pi^2x^4}\gamma_\nu \frac{i\hat{x}}{2\pi^2x^4}\right] = -\frac{3i}{2\pi^4}\int d^4x e^{iqx}(2x_\mu x_\nu - g_{\mu\nu}x^2)\frac{1}{x^8}. \tag{39}$$

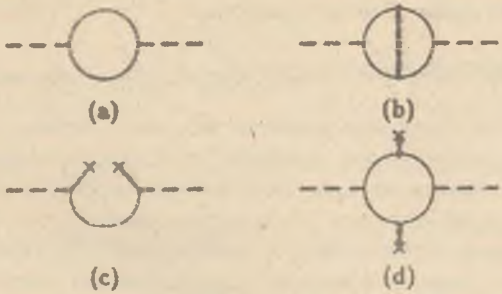


Рис. 5

Множитель 3 появился после суммирования по цвету. Необходимые формулы для преобразования Фурье имеют вид:

$$\int \frac{d^4x}{(x^2)^n} e^{iqx} = \frac{i(-1)^n 2^{4-2n}\pi^2}{\Gamma(n-1)\Gamma(n)} (q^2)^{n-2} \ln\left(-\frac{q^2}{\Lambda_U^2}\right), n \geq 2, \tag{40}$$

$$\int \frac{d^4x}{x^2} e^{iqx} = -\frac{4\pi^2 i}{q^2}.$$

где Λ_U - ультрафиолетовое обрезание.

С помощью (40) вклад свободной кварковой петли в поляризационный оператор можно окончательно представить следующим образом:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(1)} = \frac{1}{8\pi^2} \ln\left(-\frac{q^2}{\Lambda_U^2}\right)(g_{\mu\nu}q^2 - q_\mu q_\nu). \tag{41}$$

В рамках теории возмущений появляются поправки к (41), пропорциональные малой константе связи α_s (рис.5b). Кроме того, в квантовой хромодинамике возникают непертурбативные вклады в $\Pi_{\mu\nu}$. Для их вычисления запишем формально точный пропагатор кварка в виде суммы:

$$S(x) = S_{pert.}(x) + S_{nonpert.}(x). \tag{42}$$

Рассмотрим такой вклад в поляризационном операторе, когда в пропагаторе одного кварка взята пертурбативная, а другого - непертурбативная часть.

Этот вклад изображен на рис.5с: линия одного кварка разорвана и концы помечены крестиками. Для него получим:

$$\Pi^{(2)}_{\mu\nu} = 3i\int d^4x e^{iqx} Tr[\gamma_\mu(\frac{i\hat{x}}{2\pi^2x^4} - \frac{m}{4\pi^2x^2})\gamma_\nu S_{nonpert.}(x)]. \qquad (43)$$

Мы не умеем вычислять функцию $S_{nonpert}(x)$, однако понимаем, что непертурбативные поправки к функции Грина кварка становятся существенными на расстояниях порядка характерного адронного масштаба $\sim 1\phi м$. Поэтому $S_{nonpert}(x)$ меняется лишь на расстояниях $x^2 \sim 1\phi м^2$. Поскольку, с другой стороны, существенные x^2 в интеграле (43) параметрически малы $x^2 \leq \frac{1}{q^2}$, можно вынести функцию $S_{nonpert.}(x)$ из-под знака интеграла в точке x=0. По определению, функция Грина в нуле есть вакуумное среднее от произведения операторов $\psi\bar{\psi}$ в одной точке:

$$S^{ab}_{ik}(0) =< 0|\psi^a_i\bar{\psi}^b_k|0 >= -\frac{\delta^{ab}}{12}\delta_{ik} < 0|\bar{\psi}\psi|0 > . \qquad (44)$$

При вычислении следа в (43) существенным оказывается член, пропорциональный массе кварка m, поэтому и в (44) необходимо удержать аналогичное слагаемое. С этой целью разложим кварковый оператор в окрестности точки x=0

$$\psi(x) = \psi(0) + x_\alpha D_\alpha\psi(0) + \frac{1}{2}x_\alpha x_\beta D_\alpha D_\beta\psi(0) + ... \qquad (45)$$

и удержим второй член в правой части. После усреднения по вакууму он дает:

$$< 0|\bar{\psi}^i_\alpha \vec{D}_\rho\psi^j_\beta|0 >= \frac{1}{3}\delta_{ij}\frac{1}{16}(\gamma_\rho)_{\beta\alpha} < 0|\bar{\psi}\hat{D}\psi|0 >= \qquad (46)$$

$$= \frac{1}{48i}\delta_{ij}(\gamma_\rho)_{\beta\alpha}m < 0|\bar{\psi}\psi|0 >, \hat{D}\psi = im\psi.$$

В результате из (43) получим:

$$\Pi^{(2)}_{\mu\nu} = \frac{1}{2q^4} < \bar{\psi}\psi > (m_u + m_d)(q_\mu q_\nu - q^2 g_{\mu\nu}). \qquad (47)$$

Диаграмма рис.5d, описывающая взаимодействие кварка с внешним глюонным полем, пропорциональна глюонному конденсату. Для ее вычисления рассмотрим пропагатор кварка во внешнем поле [11-12]:

$$[i\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_\mu} + gA_\mu(x) - m]G(x,y) = \delta^{(4)}(x-y), \qquad (48)$$

где $A_\mu(x) = \frac{\lambda^a}{2} A^a_\mu(x)$ - вакуумное поле, на которое наложим калибровочное условие Фока-Швингера:

$$x_\mu A_\mu(x) = 0. \qquad (49)$$

Тогда $A^a_\mu(x)$ можно представить в виде суммы калибровочно-инвариантных операторов в точке x=0:

$$A^a_\mu(x) = \int_0^1 \alpha d\alpha x^\nu G^a_{\nu\mu}(\alpha x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)n!} x^{\alpha_1} ... x^{\alpha_n} x^\nu (D_{\alpha_1} ... D_{\alpha_n} G_{\mu\nu})^a(0). \qquad (50)$$

Развивая теорию возмущений по внешнему полю $A_\mu(x)$, имеем для пропагатора (48):

$$G(x,y) = S(x-y) - g \int d^4 z S(x-z) \hat{A}(z) S(z-y) + ... = \qquad (51)$$

$$= S(x-y) - \frac{i}{8\pi^4} \int \frac{\hat{x} - \hat{z}}{(x-z)^4} z_\rho G_{\rho\mu}(0) \gamma_\mu \frac{\hat{z} - \hat{y}}{(z-y)^4} d^4 z + ...$$

Интеграл в правой части (51), вычисленный с помощью параметризации Фейнмана, определяет первую поправку к свободному пропагатору по внешнему полю (y=0):

$$G^{ab}(x) = \frac{i\hat{x}}{2\pi^2 x^4} \delta^{ab} - \frac{ig}{32\pi^2} (T^c)^{ab} G^c_{k\lambda}(0) \frac{1}{x^2} [\hat{x} \sigma_{k\lambda} + \sigma_{k\lambda} \hat{x}]. \qquad (52)$$

Подставляя затем (52) в коррелятор (31), видим, что конденсатная степенная поправка сводится к интегралу:

$$\Pi^{(3)}_{\mu\nu} = \frac{i}{2} \int d^4 x e^{iqx} (\frac{ig}{32\pi^2})^2 (T^c)^{ab} (T^d)^{ba} \frac{1}{x^4} G^c_{k\lambda}(0) G^d_{\kappa\omega}(0) \cdot \qquad (53)$$

$$\cdot Tr[\gamma_\mu (\hat{x} \sigma_{k\lambda} + \sigma_{k\lambda} \hat{x}) \gamma_\nu (\hat{x} \sigma_{\kappa\omega} + \sigma_{\kappa\omega} \hat{x})].$$

Вычислим след по цветовым и спинорным индексам в (53) и подставим сюда выражение для глюонного конденсата:

$$< G^a_{\mu\nu} G^b_{\alpha\beta} > = \frac{1}{96} \delta^{ab} (g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} - g_{\mu\beta} g_{\nu\alpha}) < G^2 > . \qquad (54)$$

В результате получим, что необходимый вклад в структурную функцию $\Pi(q^2)$ равен:

$$\Pi^{(3)}(q^2) = \frac{\alpha_s}{24\pi q^4} < G^2 > (q_\mu q_\nu - q^2 g_{\mu\nu}). \qquad (55)$$

Собирая все вычисленные поправки вместе в амплитуде $\Pi(q^2)$, получим кварк- глюонную часть правила сумм для ρ-мезона:

$$\Pi(q^2) = -\frac{1}{8\pi^2}(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}) \ln \frac{Q^2}{\Lambda_V^2} + \frac{1}{24Q^4} < \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 > + \tag{56}$$

$$+\frac{m_u + m_d}{2Q^4} < \bar{\psi}\psi > - \frac{112}{81Q^6}\alpha_s\pi < \bar{\psi}\psi >^2,$$

где добавлен вклад $\sim < \bar{\psi}\psi >^2$ с двумя парами кварков, выпадающих в конденсат. Операторное разложение Вильсона (58) содержит вакуумные средние локальных операторов, которые обезразмериваются степенями большого импульса Q^2. Ко всем членам разложения имеются пертурбативные поправки $\sim \alpha_s$. При уменьшении Q^2 и логарифмические, и степенные поправки возрастают. Оказывается, что степенные поправки становятся существенными уже при $Q^2 \approx 1 Гэв^2$, где эффективная константа связи еще мала: $\frac{\alpha_s}{\pi} \approx 0.1$. В конечном счете это приводит к тому, что низкоэнергетическая физика адронов определяется простыми характеристиками вакуума КХД, а не графиками теории возмущений.

Формула (56) есть разложение поляризационного разложения (31) при больших отрицательных q^2. С другой стороны, как отмечалось ранее, для корреляционной функции $\Pi(q^2)$ может быть написано дисперсионное представление (35), в котором необходимо параметризовать $Im\Pi(s)$ в терминах ρ-мезона:

$$Im\Pi(s) = \frac{\pi m_\rho^2}{g_\rho^2}\delta(s - m_\rho^2) + \frac{1}{8\pi}(1 + \frac{\alpha_s}{\pi})\theta(s - s_0), \tag{57}$$

где учтен вклад только низшего состояния с квантовыми числами $I = 1, J^{PC} = 1^{--}$. Вклад континуума в мнимую часть поляризационного оператора представляется мнимыми частями кварковых петель. Параметр s_0 определяет начало разреза, это точка выхода сечения e^+e^- - аннигиляции на асимптотику, m_ρ - масса ρ - мезона. Константа g_ρ определена стандартным образом:

$$< 0|j_\mu^{em}|\rho 0 >= \frac{m_\rho}{g_\rho}\varepsilon_\mu, \tag{58}$$

где ε_μ-волновая функция ρ-мезона. В результате возникает вопрос: согласуется ли вид сечения аннигиляции $e^+e^- \to адроны$ (57) с КХД? Ответ состоит в следующем: такое сечение может быть согласовано с КХД, но только при ограниченном выборе параметров.

Подставляя модельное представление (57) в (35) и приравнивая (56), получим правило сумм для ρ-мезона, из которого в дальнейшем можно извлечь необходимые параметры g_ρ, m_ρ:

$$\frac{m_\rho^2 g_\rho^{-2}}{m_\rho^2 + Q^2} + \frac{1}{8\pi^2}(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}) \ln \frac{\Lambda_U^2}{s_0 + Q^2} = \tag{59}$$

$$= \frac{1}{8\pi^2}(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}) \ln \frac{\Lambda_U^2}{Q^2} + \frac{m_u + m_d}{2Q^2} < \bar{\psi}\psi > + \frac{1}{24Q^4} < \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 > - \frac{112}{81Q^6} \alpha_s \pi < \bar{\psi}\psi >^2 .$$

Далее, для улучшения сходимости применим к обеим частям (59) преобразование Бореля (36):

$$\frac{m_\rho^2}{g_\rho^2} \exp(-\frac{m_\rho^2}{M^2}) = \frac{1}{8\pi^2} \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right) [1 - exp(-\frac{s_0}{M^2})] M^2 + \tag{60}$$

$$+ \frac{1}{24 M^2} < \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 > - \frac{56\pi \alpha_s}{81 M^4} < \bar{\psi}\psi >^2 + \frac{m_u + m_d}{2M^4} < \bar{\psi}\psi > .$$

Массу ρ-мезона можно выразить через борелевский параметр M^2. С этой целью продифференцируем (60) по $\frac{1}{M^2}$ и рассмотрим отношение полученного выражения к (60):

$$m_\rho^2 = M^2 \frac{(1 + \frac{\alpha_s}{\pi})[1 + (1 + \frac{s_0}{M^2}) \exp(-\frac{s_0}{M^2})] - \frac{0.04}{M^4} + \frac{0.06}{M^6}}{(1 + \frac{\alpha_s}{\pi})[1 - \exp(-\frac{s_0}{M^2})] + \frac{0.04}{M^4} - \frac{0.03}{M^6}}, \tag{61}$$

где использованы численные значения конденсатов:

$$< 0|\bar{\psi}\psi 0 > = (-250)^3 M эв^3, \quad < 0|\frac{\alpha_s}{\pi} G^2 |0 > = 0.012 Гэв^4. \tag{62}$$

Параметр $s_0 = 1.5 Гэв^2$ известен из экспериментального сечения e^+e^--аннигиляции. Зависимость m_ρ от M^2 показана на рис.6.

Мы ограничены в выборе M^2 областью малых и больших M^2: с одной стороны желательно выбирать M^2 как можно меньше, чтобы как можно больше насытить правила сумм одним резонансом, но с другой стороны, тогда начинают расти степенные поправки, и нужно учитывать конденсаты все более высокой размерности. Поэтому M^2 должен быть одновременно достаточно

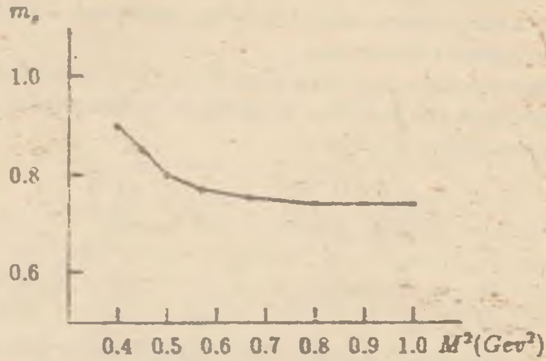


Рис. 6

большим. Разумный компромисс достигается в области $M^2 \sim 0.6 Гэв^2$, когда степенные поправки составляют 10%. Таким образом, можно определить из правил сумм необходимые параметры ρ- мезона:

$$m_\rho = 0.75 Гэв(\pm 15\%), \quad \frac{g_\rho^2}{4\pi} = 2.3(\pm 5\%). \tag{63}$$

Полученные результаты прекрасно согласуются с опытом. В этом смысле можно говорить, что правила сумм дают теорию одного резонанса. Следует, однако, оговориться, что само существование резонанса предполагается, а не выводится из теории. Более точная формулировка состоит поэтому в том, что существование резонанса может быть согласовано с правилами сумм только при определенных значениях его массы и константы перехода в электромагнитный ток. Теоретически масштаб масс задается вакуумными конденсатами. Стратегия дальнейшего исследования заключается, очевидно, в том, чтобы рассмотреть как можно больше каналов и выразить как можно больше наблюдаемых величин через значения вакуумных конденсатов [5-9].

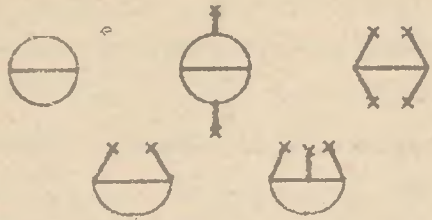


Рис. 7

5. Нуклон в правилах сумм КХД

Наш следующий пример - вычисление массы нуклона в квантовой хромодинамике [7,13]. На этом примере хорошо видна роль киральной симметрии и ее спонтанного нарушения. Поляризационный оператор нуклонного тока имеет следующий наиболее общий вид:

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iqx} < 0|T[\eta_N(x)\bar{\eta}_N(0)]|0 >= \Pi_1(q^2) + \hat{q}\Pi_2(q^2), \qquad (64)$$

где $\eta_N(x)$ - кварковый ток с квантовыми числами протона [13]:

$$\eta_N(x) = (u^a C\gamma_\mu u^b)\gamma_\mu\gamma_5 d^c \varepsilon^{abc}, \qquad (65)$$

где ε^{abc} - антисимметричный тензор.

Выбор тока (65) не является единственно возможным. Другая возможность связана с заменой $\gamma_\mu \to \sigma_{\mu\nu}$ в выражении (65). Как было показано в работе [13], члены нарушающие киральную симметрию, сильно подавлены в поляризационном операторе такого тока, и исследуемый резонанс не может быть сильно связан с ним.

Основные пертурбативные и непертурбативные вклады в структурные функции $\Pi_{1,2}(q^2)$ представлены диаграммами на рис.7.

В качестве примера рассмотрим вычисление первой диаграммы - основного вклада теории возмущений. Подставим ток (65) в (64) и выполним необходимые спаривания:

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iqx} \varepsilon^{abc} \varepsilon^{a'b'c'} \gamma_5\gamma_\mu S_d^{cc'}(x)\gamma_\nu\gamma_5. \qquad (66)$$

$$\cdot\{Tr[S_u^{Taa'}(x)C\gamma_\mu S_u^{bb'}(x)\gamma_\rho C] - Tr[C\gamma_\mu S_u^{bb'}(x)C^T\gamma_\rho^T S_u^{Tab'}(x)]\}.$$

Используем далее свойства матрицы зарядового сопряжения:

$$C\gamma_\mu C^{-1} = -\gamma_\mu^T, \quad C\gamma_5 C^{-1} = \gamma_5^T, \quad C^T = -C. \tag{67}$$

Тогда после вычисления следа и суммирования по цветовым индексам получим:

$$\Pi(q) = -\frac{24}{\pi^6}\int d^4x e^{iqx}\frac{\hat{x}}{x^{10}} = \frac{1}{2^6\pi^4}(Q^2)^2\ln\frac{Q^2}{\Lambda_U^2}\hat{q}. \tag{68}$$

Расчет непертурбативных диаграмм рис.7 выполняется аналогично тому, как это было сделано в предыдущем разделе. В результате разложение функций $\Pi_{1,0}(q^2)$ имеет вид:

$$\Pi_1(q^2) = \frac{1}{4\pi^2} < \bar{\psi}\psi > Q^2\ln\frac{Q^2}{\Lambda_U^2}, \tag{69}$$

$$\Pi_2(q^2) = \frac{1}{64\pi^2}Q^4\ln\frac{Q^2}{\Lambda_U^2} + \frac{1}{32\pi^2} < \frac{\alpha_s}{\pi}G^2 > \ln\frac{Q^2}{\Lambda_U^2} - \frac{2 < \bar{\psi}\psi >^2}{3Q^2}. \tag{70}$$

Для построения феноменологической части правил сумм параметризуем мнимую часть поляризационного оператора только вкладом протона:

$$Im\Pi(s) = \pi < 0|\eta_N|P >< P|\bar{\eta}_N|0 >= \pi\lambda_N^2(\hat{q} + m_N)\delta(s - M_N^2), \tag{71}$$

где

$$< 0|\eta_N|P >= \lambda_N u, \tag{72}$$

λ_N - константа связи, u - спинор протона.

После борелизации (64) получим два правила сумм для структурных функций Π_1, Π_2:

$$2aM^4 = 2(2\pi)^4\lambda_N^2 M_N\exp(-\frac{M_N^2}{M^2}), \tag{73}$$

$$M^6 + bM^2 + \frac{4}{3}a^2 = 2(2\pi)^4\lambda_N^2\exp(-\frac{M_N^2}{M^2}),$$

где

$$a = -(2\pi)^2 < 0|\bar{\psi}\psi|0 >= 0.6, \quad b = \pi^2 < 0|\frac{\alpha_s}{\pi}G^2|0 > . \tag{74}$$

Отношение двух выражений (73) определяет зависимость M_N от M^2:

$$M_N(M^2) = \frac{2aM^4[1 - \exp(-\frac{s_0}{M^2})(1 + \frac{s_0}{M^2})]}{M^6[1 - \exp(-\frac{s_0}{M^2})(1 + \frac{s_0}{M^2} + \frac{s_0^2}{2M^4})] + \frac{4}{3}a^2 + bM^2}, \tag{75}$$

где был учтен также вклад континуума.

В первом приближении, если пренебречь поправками континуума и степенными поправками, получим ($M^2 \approx M_N^2$):

$$M_N = \{-2(2\pi)^2 < 0|\bar{\psi}\psi|0 >\}^{\frac{1}{3}} \approx 1 Гэв, \quad \lambda_N^2 = M_N^6 e \frac{1}{2(2\pi)^4} = 10^{-3} Гэв^6, \quad (76)$$

что хорошо согласуется в данном приближении с экспериментальной массой $M_p = 938 Мэв$. Видим, что возникновение массы протона связано со спонтанным нарушением киральной симметрии - наличием кваркового конденсата. Расчеты масс других странных и нестранных барионов, выполненные в [14], приводят к хорошему согласию с экспериментом.

6. Радиационный распад $J/\psi \to \eta_c + \gamma$

Переходы между уровнями системы $c\bar{c}$ с испусканием фотона очень важны с практической точки зрения, так как благодаря им наблюдаются состояния чармония, не рождающиеся напрямую в e^+e^- - аннигиляции. С теоретической точки зрения эти переходы вполне аналогичны переходам в атомах или в позитронии.

Рассмотрим радиационный M1 - переход в чармонии:

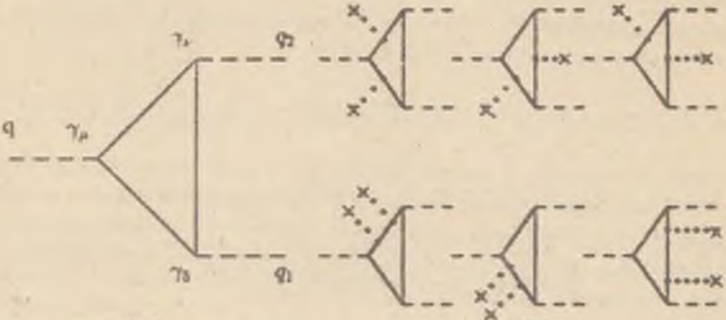
$$J/\psi \to \eta_c + \gamma \quad (1^3S_1 \to 1^1S_0 + \gamma), \quad (77)$$

где J/ψ - векторный $c\bar{c}$ - мезон $J^{PC} = 1^{--}$, η_c - псевдоскалярный $c\bar{c}$ - мезон $J^{PC} = 0^{-+}$. Для описания этого процесса в рамках правил сумм КХД введем трехточечную функцию [15-16]:

$$T_{5\mu\nu}(q, q_1, q_2) = \int d^4x d^4y \exp(-iq_1 x - iq_2 y) < 0|T[j_\mu(0) j_\nu(y) J_5(x)]|0 >= \quad (78)$$

$$= 3eQ\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} q_1^\alpha q_2^\beta A(q^2, q_1^2),$$

где $Q = \frac{2}{3}$ - заряд с-кварка, $j_\mu(x) = \bar{c}(x)\gamma_\mu c(x)$ - с-кварковый электромагнитный ток, $J_5(x) = i\bar{c}(x)\gamma_5 c(x)$ - с-кварковый псевдоскалярный ток, $q^2 \neq 0$, $q_1^2 \neq 0$, $q_2^2 = 0$.



(a) (b)

Рис. 8

Графическое представление амплитуды $A(q^2, q_1^2)$ дано на рис.8а. Остальные диаграммы рис.8 соответствуют непертурбативным вкладам в амплитуду, пропорциональным глюонному конденсату.

Ток J_5 соответствует рождению из вакуума η_c-мезона и высших $c\bar{c}$ - состояний с квантовыми числами $J^{PC} = 0^{-+}$. Аналогично, ток j_μ соответствует рождению векторных $c\bar{c}$ - резонансов с квантовыми числами $J^{PC} = 1^{--}$. Вывод правила сумм для процесса (77) основан на возможности представить амплитуду $A(q^2, q_1^2)$ в нефизической области изменения $q^2, q_1^2 \ll 4m_c^2$ двумя способами. С одной стороны, можно вычислить эту амплитуду в виде суммы голой кварковой петли (рис.8а) и диаграмм рис.8(b-g), представляющих основной непертурбативный вклад. С другой стороны, можно построить феноменологическую амплитуду $A(q^2, q_1^2)$ в терминах физических характеристик, задающих процесс радиационного распада (77).

Используя правила Куткоского [17], результат расчета треугольной кварковой петли удобно представить в виде двойного дисперсионного соотношения:

$$A^{(0)}(q^2, q_1^2) = \frac{1}{2\pi^2 m_c} \int_0^1 dx \int_0^1 dz [1 - \frac{q^2}{m_c^2} x\bar{x}z - \frac{q_1^2}{m_c^2} z\bar{z}x]^{-1} = \qquad (79)$$

$$= \frac{m_c}{2\pi^2} \int_{4m_c^2}^{\infty} ds_1 \int_{4m_c^2}^{\infty} ds \frac{\delta(s - s_1)}{(s - q^2)(s_1 - q_1^2)} \ln \frac{1 + v}{1 - v},$$

где $\bar{z} = 1 - z$, $\bar{x} = 1 - x$, $v = \sqrt{1 - \frac{4m_c^2}{s}}$, а мнимая часть $T_{3\mu\nu}$ равна:

$$ImT_{3\mu\nu} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} Tr[\gamma_\nu(\hat{q}_1 + \hat{k} + m_c)\gamma_5(\hat{k} + m_c)\gamma_\mu(\hat{q} + \hat{k} + m_c)]\cdot \tag{80}$$

$$\cdot(-4\pi^2)\delta(k^2 - m_c^2)\delta[(q + k)^2 - m_c^2] = \frac{m_c}{2\pi}\epsilon_{\mu\nu\sigma\lambda}q_1^\sigma q_2^\lambda \frac{1}{s - q_1^2}\ln\frac{1+v}{1-v}.$$

В предыдущих разделах мы убедились, что борелевские правила сумм представляют собой необходимый инструмент для расчета статических характеристик легких адронов. Переход к ним осуществляется с помощью оператора (36) и в дальнейшем исследуется зависимость от параметра M^2. Для описания же характеристик тяжелых систем работают в основном с правилами сумм для моментов исследуемых амплитуд $\hat{B}_n A(q^2)$, где

$$\hat{B}_n = \frac{1}{n!}\left(-\frac{d}{dQ^2}\right)^n_{Q^2 = Q_0^2}, \tag{81}$$

прослеживая затем зависимость от целого числа n. Так, дифференцируя амплитуду $A^{(0)}(q^2, q_1^2)$ r раз по q^2 и n раз по q_1^2, получим набор моментов $M_{nr}^{(0)}$:

$$M_{nr}^{(0)} = \frac{1}{n!r!}\left(\frac{d}{dq^2}\right)^r \left(\frac{d}{dq_1^2}\right)^n A^{(0)}(q^2, q_1^2)|_{q^2 = q_1^2 = 0} = \frac{1}{2\pi^2 m_c}\left(\frac{1}{m_c^2}\right)^{(n+r)} \frac{[(n+r)!]^2}{(2n+2r+2)!}. \tag{82}$$

Вычисление степенных поправок порядка $< \alpha_s G^2 >$ можно провести стандартным методом калибровки фиксированной точки [11-12], выполнив преобразование Фурье поля $A_\mu^a(x)$ в формуле (50) и удержав член первого порядка:

$$A_\mu^a(u) = -i\frac{(2\pi)^4}{2}G^a_{\rho\mu}\frac{\partial}{\partial u_\rho}\delta(u). \tag{83}$$

Полный вклад всех шести диаграмм рис.8 в амплитуду (78) представим следующим образом:

$$T_{3\mu\nu}^{GG} = -\frac{< \alpha_s G^2 >}{64\pi^3}(g_{\rho\sigma}g_{\alpha\beta} - g_{\rho\beta}g_{\alpha\sigma})i\int d^4k \left(\frac{\partial^2}{\partial u_\rho \partial v_\sigma}\sum_{i=1}^{6} f^{(i)}_{\mu\nu\alpha\beta}\right)|_{u=v=0}, \tag{84}$$

где, например, для первой диаграммы рис.8b

$$f^{(1)}_{\mu\nu\alpha\beta} = Tr(\gamma_\mu \frac{1}{\hat{k} + \hat{q} + \hat{q}_1 + \hat{v} - m_c}\gamma_\alpha \frac{1}{\hat{k} + \hat{q} + \hat{q}_1 + \hat{u} + \hat{v} - m_c}. \tag{85}$$

$$\gamma_\lambda \frac{1}{\hat k - m_c}\gamma_\nu \frac{1}{\hat k + \hat q - m_c}\gamma_\beta \frac{1}{\hat k + \hat q_1 + \hat r - m_c}).$$

Ответ для $T^{GG}_{5\mu\nu}$ удобно выразить через базисные интегралы по фейнмановским параметрам:

$$I(a,b,c) = \int_0^1 dz \int_0^1 dx x^a z^b \left(1 - \frac{q^2}{m_c^2} x\bar x z - \frac{q_1^2}{m_c^2} x\bar x \bar z\right)^{-c}. \qquad (86$$

имея в виду дальнейшее преобразование (82):

$$T^{GG} = -\frac{3}{2\pi^2 m_c}\Phi(6I(3,0,4) + 8I(2,1,3) - 8I(3,2,3) - 8I(2,0,3) + 2I(3,0,3)) \qquad (87$$

$$\Phi = \frac{4\pi^2}{9(m_c^2)^2} < 0|\frac{\alpha_s}{\pi}G^2|0 > = 1.35 \cdot 10^{-3}.$$

Переходя затем от (87) к моментной функции типа (82), получим квантовохромодинамическую часть правила сумм:

$$M^{QCD}_{nr} = \frac{1}{2\pi^2 m_c}\left(\frac{1}{m_c^2}\right)^{n+r} \frac{[(n+r)!]^2}{(2n+2r+2)!}\{1 - \Phi\frac{n+r+1}{2n+2r+3} \cdot \qquad (8$$

$$\cdot[(n+r)^3 + (n+r)^2 + 6(n+r) - 4n + 4nr + 4r(n+r)]\}.$$

Для построения физической амплитуды (78) вновь используем двойное дисперсионное состояние

$$T_{5\mu\nu}(q, q_1, q_2) = \frac{1}{\pi^2}\int\int \frac{\rho_{\mu\nu}(s, s_1)\delta(s - m^2_{res})\delta(s_1 - m^2_{1\,res})}{(s - q^2)(s_1 - q_1^2)} ds ds_1 \qquad (9$$

и выберем двойную спектральную плотность в виде:

$$\rho_{\mu\nu} = \pi^2\left[\sum_{P,V} < 0|J_5|P >< P|j_\mu|V >< V|j_\nu|0 >\right], \qquad (9$$

где P-псевдоскалярный мезон, V-векторный мезон. Матричные элементы токов, входящие в (91), параметризуем стандартным образом:

$$< 0|J_5|P > = g_P m_P^2, < P|j_\mu|V > = \frac{F_{VP}}{m_P}\varepsilon_\nu q_\alpha q_{1\beta}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}, < V|j_\nu|0 > = g_V m_V^2 e_\nu, \qquad (9$$

Рис. 9

где F_{VP} - безразмерная амплитуда перехода $V \to P\gamma$, ε_ν - волновая функция векторного мезона.

Моментная функция, соответствующая амплитуде (89), строится по формуле (82). Приравнивая ее функции M^{QCD}_{nr}, получим необходимое правило сумм:

$$F_{\psi\eta_c} + \frac{g_{\eta'_c}}{g_{\eta_c}}\left(\frac{M_{\eta_c}}{M_{\eta'_c}}\right)^{2r+1} F_{\eta'_c\psi} + \frac{g_{\psi'}}{g_{\psi}}\left(\frac{M_{J/\psi}}{M_{\psi'}}\right)^{2n} F_{\psi'\eta_c} + \tag{92}$$

$$+\frac{g_{\eta'_c}}{g_{\eta_c}}\frac{g_{\psi'}}{g_{\psi}}\left(\frac{M_{J/\psi}}{M_{\psi'}}\right)^{2n}\left(\frac{M_{\eta_c}}{M_{\eta'_c}}\right)^{2r+1} F_{\psi'\eta'_c} = \frac{1}{g_\psi g_{\eta_c}}\left(\frac{M_{J/\psi}}{m_c}\right)^{2n}\left(\frac{M_{\eta_c}}{m_c}\right)^{2r+1} M^{QCD}_{nr}.$$

При анализе правила сумм (93) возьмем для масс резонансов их экспериментальные значения: $M_{J/\psi}$=3.095 Гэв,M_{η_c}=2.981 Гэв,$M_{\psi'}$=3.685 Гэв, $M_{\eta'_c}$= 3.592 Гэв. Для массы с-кварка примем значение m_c=1.28 Гэв. Кроме того, воспользуемся полученными в методе правил сумм оценками констант связи g: g_ψ=0.125, $g_{\psi'}$=0.0755, g_{η_c}=0.12, $g_{\eta'_c}$=0.072. Для констант $F_{\eta'_c\psi}$ и $F_{\psi'\eta_c}$, описывающих недиагональные переходы, а также $F_{\psi'\eta'_c}$, задающей диагональный переход $\psi' \to \eta'_c\gamma$ (Рис.9), возьмем их экспериментальные значения: $F_{\psi'\eta'_c} = 5.0$, $F_{\psi\eta_c} = F_{\eta'_c\psi}$=0.35.

Зафиксировав таким образом все параметры правила сумм (92), попробуем извлечь из него информацию о матричном элементе радиационного M1 -

перехода $F_{\psi\eta_c}$. Будем выбирать значения a и τ так, чтобы:

1. Учитываемые степенные поправки были $\leq 25\%$.

2. Чувствительность к вкладу резонансов оставалась достаточно высокой.

3. Величина $F_{\psi\eta_c}$ имела наиболее устойчивое (в смысле независимости от a и τ) значение при допустимом разбросе в 10% для ведущего вклада в левой части правил сумы (92).

С учетом вышесказанного находим из (92) следующее значение $F_{\psi\eta_c} = 2.8 \pm 0.2$. Погрешность определяется возможным вкладом континуума и пертурбативных поправок порядка $O(\alpha_s)$. Пользуясь далее формулой

$$\Gamma(V \to P\gamma) = \frac{\alpha Q^2}{24}|F_{VP}|^2 m_V \left(1 - \frac{m_P^2}{m_V^2}\right)^3 \tag{93}$$

находим ширину $\Gamma(J/\psi \to \eta_c\gamma) = 1.6 \pm 0.2 K$эв, которая несколько отличается от экспериментально полученной ширины $\Gamma_{exp}(J/\psi \to \eta_c\gamma) = 0.76 \pm 0.3 K$эв. Другие расчеты как двухфотонных распадов чармония, так и радиационных распадов (в том числе и P-уровней) также несколько превышают соответствующие экспериментальные значения [15-16,18-19]. Такая ситуация требует как более точного учета степенных поправок в правиле сумм, так и дальнейшего уточнения экспериментальных данных.

7. Магнитные моменты протона и нейтрона

Для расчета магнитных моментов протона и нейтрона будем считать, следуя работе [20], что кварки находятся в постоянном электромагнитном поле $F_{\mu\nu}$. В этом случае также могут быть записаны формулы операторного разложения, включающие, однако, новые феноменологические параметры. Физический смысл этих параметров заключается в том, что они описывают реакцию вакуумных полей на наличие внешнего бесцветного поля. Например, вакуумное среднее $< 0|\bar\psi\sigma_{\mu\nu}\psi|0 >$, где ψ-кварковое поле (ψ=u,d), в силу лоренц-инвариантности равно нулю в отсутствии внешних полей (средний спин кварков в конденсате равен нулю). Если кварки находятся в постоянном электромагнитном поле, то существует внешний тензор $F_{\mu\nu}$, и в общем случае можно записать

$$< 0|\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi|0 >_F = \sqrt{4\pi\alpha}\chi_q F_{\mu\nu} < 0|\bar{\psi}\psi|0 >, \qquad (94)$$

где χ_q-новый параметр. Физический смысл соотношения (94) ясен: в присутствии внешнего магнитного поля спин кварков в конденсате ориентируется по полю и в случае малых полей величина среднего спина пропорциональна полю. Коэффициент пропорциональности можно назвать магнитной восприимчивостью кваркового конденсата. Если бы в КХД с безмассовыми u,d-кварками киральная инвариантность была бы не нарушена, то левая часть (94) равнялась бы нулю ($\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi$ не инвариантна при киральных преобразованиях). Но, как мы знаем, в КХД киральная инвариантность спонтанно нарушена. Простейшим и наиболее важным вакуумным средним, характеризующим нарушение киральной инвариантности, является плотность кваркового конденсата $< 0|\bar{\psi}\psi|0 >$. По этой причине оказалось удобным ввести ее в правую часть (94) отдельным множителем.

Рассмотрим поляризационный оператор кварковых токов с квантовыми числами нуклонов, считая, что кварки находятся в постоянном слабом внешнем электромагнитном поле $F_{\mu\nu}$, и ограничимся линейными по $F_{\mu\nu}$ членами. Тогда

$$\Pi(q) = i\int d^4x e^{iqx} < 0|T[\eta(x)\bar{\eta}(0)]|0 > = \Pi^{(0)}(q) + \sqrt{4\pi\alpha}\Pi_{\mu\nu}(q)F_{\mu\nu}, \qquad (95)$$

где $\Pi^{(0)}(q)$ - поляризационный оператор в отсутствие внешнего поля, $\eta = \eta_p, \eta_n$ - токи с квантовыми числами протона и нейтрона:

$$\eta_p(x) = \left(u^a(x)C\gamma_\mu u^b(x)\right)\gamma_5\gamma_\mu u^c(x)\varepsilon^{abc}, \qquad (96)$$

$$\eta_n(x) = \left(d^a(x)C\gamma_\mu d^b(x)\right)\gamma_5\gamma_\mu u^c(x)\varepsilon^{abc}.$$

Будем вычислять поляризационный оператор в евклидовой области $q^2 < 0$ в виде операторного разложения, коэффициенты которого выражаются через вакуумные средние различных операторов. С другой стороны, запишем для $\Pi_{\mu\nu}(q)$ дисперсионные соотношения и насытим их вкладами низших физических состояний. Как обычно, применим к структурным функциям поляризационного оператора преобразование Бореля.

Остановимся прежде всего на операторном разложении и классификации вакуумных средних операторов в соответствии с их размерностями d. Считаем, что u,d-кварки безмассовые. Оператором низшей размерности (d=2) является $F_{\mu\nu}$. Следующим по размерности с d=3 идет индуцированное электромагнитным полем среднее (94). Умноженная на $F_{\mu\nu}$ плотность кваркового конденсата $< 0|\bar{\psi}\psi|0 > F_{\mu\nu}$ и еще два вакуумных средних

$$g < 0|\bar{\psi}G_{\mu\nu}\psi|0 >_F = \sqrt{4\pi\alpha}\kappa_q F_{\mu\nu} < 0|\bar{\psi}\psi|0 >, \tag{97}$$

$$g < 0|\bar{\psi}\gamma_5\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}G_{\lambda\sigma}\psi|0 >_F = i\sqrt{4\pi\alpha}\xi_q F_{\mu\nu} < 0|\bar{\psi}\psi|0 >$$

имеют размерность d=5. Здесь κ_q и ξ_q - новые неизвестные параметры. Наиболее важным вакуумным средним операторов шестой размерности является $< 0|\bar{\psi}\psi|0 >< 0|\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi|0 >_F$, для которого принимается гипотеза факторизации. Согласно этой гипотезе в разложении произведения кварковых и глюонных операторов по промежуточным состояниям основной вклад дает вакуумное состояние [4,7]. В правилах сумм будут учтены также, в предположении факторизации, вклады операторов восьмой размерности. Существует четыре важных вакуумных средних:

$$F_{\mu\nu} < 0|\bar{\psi}\psi|0 >, \ \sqrt{4\pi\alpha}\kappa_q F_{\mu\nu} < 0|\bar{\psi}\psi|0 >^2, \ \sqrt{4\pi\alpha}\xi_q F_{\mu\nu} < 0|\bar{\psi}\psi|0 >^2, \tag{98}$$

$$-g < 0|\bar{\psi}\sigma G\psi|0 >< 0|\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi|0 >_F = \sqrt{4\pi\alpha}\chi_q m_0^2 F_{\mu\nu} < 0|\bar{\psi}\psi|0 >^2 .$$

Перейдем теперь к вычислению коэффициентов операторного разложения. При этом мы будем предполагать, что введенные параметры χ_q, κ_q, ξ_q пропорциональны заряду кварка:

$$\chi_q = e_q\chi, \qquad \kappa_q = e_q\kappa, \qquad \xi_q = e_q\xi. \tag{99}$$

Такое предположение соответствует учету диаграмм типа рис.10a, где с электромагнитным полем взаимодействует тот же кварк, чье поле входит в вакуумное среднее и пренебрежению диаграммами с обменом глюонами типа рис.10b, которые для безмассовых кварков равны нулю в силу сохранения спиральности.

В $\Pi_{\mu\nu}(q)$ дают вклад три различные тензорные структуры: $\hat{q}\sigma_{\mu\nu} + \sigma_{\mu\nu}\hat{q}$, $i(q_\mu\gamma_\nu - q_\nu\gamma_\mu)\hat{q}$, $\sigma_{\mu\nu}$. Первая структура содержит три γ-матрицы и сохраняет киральность. Вторая и третья структуры содержат четное число γ-матриц и нарушают киральность. Для внешнего электромагнитного поля

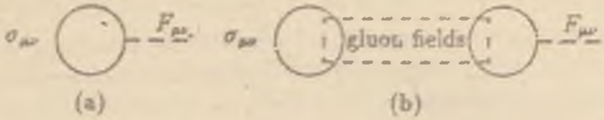


Рис. 10

будем использовать калибровку фиксированной точки $x_\mu A_\mu(x)=0$, в которой вектор-потенциал $A_\mu(x)$ выражается через напряженность формулой вида (50). При малых x кварковое поле определяется разложением (45), в котором $D_\alpha = \partial_\alpha + i\sqrt{4\pi\alpha}e_q A_\alpha(x)$. При расчете различных коэффициентов Вильсона нам понадобится функция Грина кварка во внешнем электромагнитном поле:

$$< 0|T\{\psi_i^a(x)\bar{\psi}_k^b(0)\}|0 >= i\delta^{ab}\frac{\hat{x}_{ik}}{2\pi^2 x^4} - \frac{1}{12}\delta^{ab}\delta_{ik} < 0|\bar{\psi}\psi|0 > +$$

$$+ i\delta^{ab}\frac{\sqrt{4\pi\alpha}}{32\pi^2 x^2}e_q F_{\alpha\beta}(\hat{x}\sigma_{\alpha\beta} - \sigma_{\alpha\beta}\hat{x})_{ik} - \frac{1}{24}\delta^{ab}(\sigma_{\alpha\beta})_{ik} < 0|\bar{\psi}\sigma_{\alpha\beta}\psi|0 >_F + \qquad (100)$$

$$+\frac{1}{288}\delta^{ab}(\sigma_{\alpha\beta})_{ik}\sqrt{4\pi\alpha}e_q < 0|\bar{\psi}\psi|0 > \left(F_{\alpha\beta}x^2 + 2F_{\alpha\rho}x_\rho x_\beta\right).$$

Здесь третий член отражает действие электромагнитного поля на частицу и может быть получен аналогично (48)-(52). Четвертый член возникает благодаря поляризации кваркового конденсата внешним полем и, наконец, последнее слагаемое есть результат разложения кваркового поля (45) вплоть до членов второго порядка.

Для определенности рассмотрим поляризационный оператор протонных токов $\Pi(\eta_p, \bar{\eta}_p)$ и исследуем вклад различных диаграмм рис.11 в структурную функцию с нечетным числом γ-матриц: $\sigma_{\mu\nu}\hat{q} - \hat{q}\sigma_{\mu\nu}$. На рис.11 пунктирный блок выделяет кварки и глюоны, выпавшие в конденсат, простая пунктирная линия описывает внешнее электромагнитное поле, а точечная линия соответствует глюону.

Для расчета первой диаграммы рис.11 запишем поляризационный оператор, выполнив спаривания u,d-кварков

$$\Pi(q) = \varepsilon^{abc}\varepsilon^{a'b'c'} i\int d^4x e^{iqx}\gamma_5\gamma_\mu S_d^{cc'}(x)\gamma_\nu\gamma_5 \cdot \qquad (101)$$

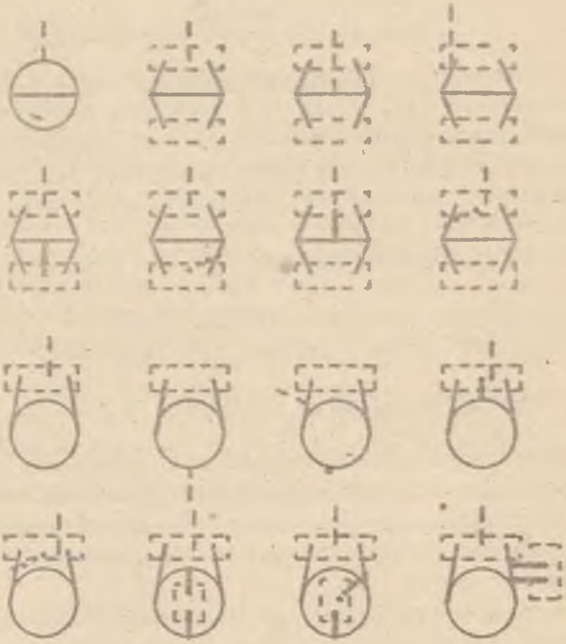


Рис. 11

$$\cdot[(C\gamma_\mu)_{ik}S_{u\ kl}^{bb'}(x)(\gamma_\nu C)_{lm}S_{u\ im}^{aa'} - (C\gamma_\mu)_{ik}S_{u\ il}^{ab'}(x)(\gamma_\nu C)_{lm}S_{u\ kl}^{ba'}(x)],$$

а затем заменим пропагатор d-кварка на свободный, а для пропагаторов u-кварков используем первый и третий члены формулы (100). После суммирования по цветовым индексам вклад первой диаграммы можно записать в виде:

$$\Pi^{(1)}(q) = -\frac{3e_u}{32\pi^6}\int d^4x e^{iqx}\frac{1}{x^{10}}\gamma_\mu\hat{x}\gamma_\nu F_{\alpha\beta}\cdot \tag{102}$$

$$\cdot Tr[C\gamma_\mu\hat{x}\gamma_\nu C(\hat{x}\sigma_{\alpha\beta} + \sigma_{\alpha\beta}\hat{x})^T + C\gamma_\mu(\hat{\sigma}_{\alpha\beta} + \sigma_{\alpha\beta}\hat{x})\gamma_\nu C\hat{x}^T].$$

Далее необходимо вычислить след, используя формулы (67), и найти фурье-образ с помощью (40). Окончательный результат для этой диаграммы таков:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(1)} = \frac{e_u}{32\pi^4}(\sigma_{\mu\nu}\hat{q} + \hat{q}\sigma_{\mu\nu})q^2\ln\left(-\frac{q^2}{\Lambda_U^2}\right). \tag{103}$$

Вклад второй диаграммы может быть получен аналогично. При этом в выражении (101) для d-кварка необходимо использовать свободный пропагатор, а u-кварки выпадают в конденсат, описываемый вторым и четвертым членом (100):

$$\Pi^{(2)}(q) = \frac{1}{96\pi^2} < 0|\bar{\psi}\psi|0 >< 0|\bar{\psi}\sigma_{\alpha\beta}\psi|0 >_F \int d^4x e^{iqx}\frac{1}{x^4}\cdot$$

$$\cdot\gamma_\mu\hat{x}\gamma_\nu Tr[C\gamma_\mu\gamma_\nu C\sigma_{\alpha\beta}^T + C\gamma_\mu\sigma_{\alpha\beta}\gamma_\nu C + C\gamma_\mu(\gamma_\nu C)^T\sigma_{\alpha\beta}^T + C\gamma_\mu\sigma_{\alpha\beta}(\gamma_\nu C)^T] =$$

$$= -\frac{e_u}{3q^2}\chi < 0|\bar{\psi}\psi|0 >^2 (\sigma_{\mu\nu}\hat{q} + \hat{q}\sigma_{\mu\nu}). \tag{104}$$

Третья и четвертая диаграммы рис.11 представляют вклад оператора $\bar{\psi}\psi\cdot\bar{\psi}\psi F_{\mu\nu}$ с размерностью d=8. При этом во второй из названных диаграмм пропагатор u-кварка определяется последним членом формулы (100):

$$\Pi^{(4)}(q) = -\frac{e_u}{576\pi^2} < 0|\bar{\psi}\psi|0 >^2 \int d^4x e^{iqx}\frac{1}{x^4}\cdot$$

$$\cdot\gamma_\mu\hat{x}\gamma_\nu Tr[\gamma_\mu\gamma_\nu\sigma_{\alpha\beta} - \gamma_\nu\gamma_\mu\sigma_{\alpha\beta}](F_{\alpha\beta}x^2 + 2F_{\alpha\rho}x_\rho x_\beta) =$$

$$= \frac{2}{3}e_u < 0|\bar{\psi}\psi|0 >^2 \frac{1}{6q^4}(\hat{q}\sigma_{\alpha\beta} + \sigma_{\alpha\beta}\hat{q})F_{\alpha\beta}. \tag{105}$$

Собирая вместе все вклады диаграмм рис.11, пропорциональные необходимой тензорной структуре, получим:

$$\Pi^1_{\mu\nu}(q) = -\frac{1}{16\pi^4}(\sigma_{\mu\nu}\hat{q} + \hat{q}\sigma_{\mu\nu})\{\frac{1}{2}e_u q^2 \ln\left(-\frac{\Lambda_U^2}{q^2}\right) + \tag{106}$$

$$+\frac{1}{3}e_u\chi\frac{a^2}{q^2}\left(1+\frac{m_0^2}{8q^2}\right) - \frac{a^2}{6q^4}[e_d + \frac{2}{3}e_u - \frac{1}{3}e_u(\kappa - 2\xi)]\},$$

где $a = (2\pi)^2| < 0|\bar{\psi}\psi|0 > |$.

Опуская детали вычислений, которые проводятся по описанной выше схеме, приведем окончательное выражение для поляризационного оператора $\Pi_{\mu\nu}(q)$, пропорционального тензору $i(q_\mu\gamma_\nu - q_\nu\gamma_\mu)\hat{q}$:

$$\Pi^2_{\mu\nu}(q) = i\frac{a}{16\pi^4}(q_\mu\gamma_\nu - q_\nu\gamma_\mu)\hat{q}\cdot \tag{107}$$

$$\cdot\left\{(e_u + \frac{1}{2}e_d)\frac{1}{q^2} - \frac{1}{3}e_d\chi\left[\ln(-\frac{\Lambda_U^2}{q^2}) + \frac{\pi^2}{6q^4} < 0|\frac{\alpha_s}{\pi}G^2|0 >\right]\right\}.$$

Феноменологическая часть поляризационного оператора $\Pi_{\mu\nu}$ может быть представлена суммой вкладов, показанных на рис.12. Первая из диаграмм рис.12 отвечает ситуации, когда ток $\bar{\eta}$ рождает нуклон, который взаимодействует с электромагнитным полем и затем уничтожается током η. Вклад этой диаграммы содержит двойной полюс и пропорционален константе λ_N. Обозначая μ_p - полный магнитный момент протона, μ_p^a - аномальный магнитный момент, получим, что однопротонный вклад в $\Pi_{\mu\nu}(q)$ определяется выражением:

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = -\frac{1}{4}\frac{\lambda_N^2}{(q^2 - m^2)^2}[\mu_p(\sigma_{\mu\nu}\hat{q} + \hat{q}\sigma_{\mu\nu}) + 2\sigma_{\mu\nu}m\mu_p + \tag{108}$$

$$+\sigma_{\mu\nu}\mu_p^a(q^2 - m^2)\frac{1}{m} + 2i\mu_p^a(q_\mu\gamma_\nu - q_\nu\gamma_\mu)\frac{\hat{q}}{m}],$$

где m-масса нуклона.

Переходы нуклона в возбужденное состояние, показанные на рис.12, могут быть учтены с помощью двух новых величин A_N и B_N:

$$< 0|\eta|N >_P = \sqrt{4\pi\alpha}\frac{1}{4}\lambda_N[A_N\sigma_{\mu\nu} + iB_N(q_\mu\gamma_\nu - q_\nu\gamma_\mu)\frac{1}{m}]F_{\mu\nu}v. \tag{109}$$

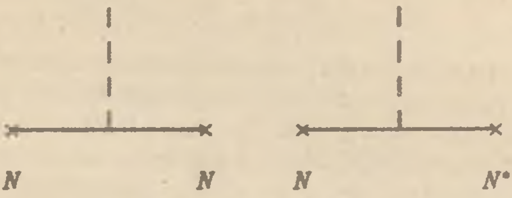


Рис. 12

Вклад в $\Pi_{\mu\nu}$, возникающий за счет перехода протон $\rightarrow$ возбужденное состояние, можно найти, используя (109). Он равен:

$$\Pi_{\mu\nu}(q)_{P\rightarrow N^*} = \frac{1}{4}\lambda_N^2 \frac{1}{q^2 - m^2} \cdot \tag{110}$$

$$\cdot \left[A_p(\sigma_{\mu\nu}\hat{q} + \hat{q}\sigma_{\mu\nu}) + 2A_p\sigma_{\mu\nu}m + 2iB_p(q_\mu\gamma_\nu - q_\nu\gamma_\mu)\frac{\hat{q}}{m}\right].$$

Следует подчеркнуть, что эти переходы вносят значительный вклад в правила сумм и пренебрегать ими недопустимо.

Как обычно выберем вклад континуума в мнимой части поляризационного оператора в виде мнимых частей кварковых петель и обозначим пороговое значение s_0. Опуская промежуточные вычисления, приведем правила сумм для инвариантных функций при структурах $(\hat{q}\sigma_{\mu\nu} + \sigma_{\mu\nu}\hat{q})$, $i(q_\mu\gamma_\nu - q_\nu\gamma_\mu)\hat{q}$:

$$e_u M^4 E_2\left(\frac{s_0}{M^2}\right) L^{-\frac{4}{9}} + \frac{a^2}{3M^2} L^{\frac{4}{9}}[-(e_d + \frac{2}{3}e_u) + \frac{1}{3}e_u(\kappa - 2\xi) - \tag{111}$$

$$-2e_u\chi\left(M^2 L^{-\frac{16}{27}} - \frac{1}{8}m_0^2 L^{-\frac{2}{27}}\right)] = \frac{1}{4}\tilde{\lambda}_N^2 \exp(-\frac{m^2}{M^2})(\frac{\mu_p}{M^2} + A_p),$$

$$ma\left\{(e_u + \frac{1}{2}e_d) + \frac{1}{3}e_d\chi M^2\left[E_1(\frac{s_0}{M^2}) + \frac{b}{24M^4}\right] L^{-\frac{16}{27}}\right\} =$$

$$= \frac{1}{4}\tilde{\lambda}_N^2 \exp(-\frac{m^2}{M^2})(\frac{\mu_p^a}{M^2} + B_p), \tag{112}$$

где

$$E_1(x) = 1 - (1 + x)e^{-x}, E_2(x) = 1 - (1 + x + \frac{x^2}{2})e^{-x}, \tag{113}$$

$$\tilde{\lambda}_N^2 = 32\pi^4\lambda_N^2, b = (2\pi)^2 < 0|\frac{\alpha_s}{\pi}G^2|0 >,$$

факторы $L = \ln(M/\Lambda)/\ln(\mu/\Lambda)$ появляются за счет аномальных размерностей операторов, Λ_{QCD}- константа сильного взаимодействия, входящая в определение эффективного заряда КХД (3): Λ_{QCD}=150 Мэв; μ- точка нормировки операторного разложения: μ=0.5 Гэв. Эффект аномальных размерностей возникает, если при вычислении структурных функций учесть поправку $\sim \alpha_s^2$ в главном логарифмическом приближении, что приводит к появлению перед оператором O_n множителя $[\alpha_s(\mu)/\alpha_s(Q)]^{\gamma/b}$, где γ-аномальная размерность оператора O_n, $b = 11 - \frac{2}{3}n_f$. Перечислим аномальные размерности наиболее часто встречающихся операторов:

O	η	$\psi\psi$	$m\psi\psi$	$\psi\sigma_{\mu\nu}\psi$	$\alpha_s G^2$
γ	2/9	4/9	0	-4/27	0 ·

Правила сумм (111), (112) содержат помимо μ_p много неизвестных параметров. Умножим соотношение (111) для протона на заряд e_d, а для нейтрона на e_u и вычтем одно из другого. Ту же операцию проделаем для второго правила (112). В результате получим:

$$\mu_p e_d - \mu_n e_u + M^2(A_p e_d - A_n e_u) = \frac{4a^2}{3\tilde{\lambda}_N^2} e^{\frac{m^2}{M^2}}(e_u^2 - e_d^2)L^{\frac{4}{9}}, \qquad (114)$$

$$\mu_p^a e_u - \mu_n e_d + M^2(B_p e_u - B_n e_d) = \frac{4amM^2}{\tilde{\lambda}_N^2} e^{\frac{m^2}{M^2}}(e_u^2 - e_d^2).$$

Применим к (114) оператор $(1 - M^2\frac{\partial}{\partial M^2})$, что дает возможность избавиться от неизвестных параметров A и B:

$$\mu_p e_d - \mu_n e_u = \frac{4a^2}{3\tilde{\lambda}_N^2}(e_u^2 - e_d^2)(1 - M^2\frac{\partial}{\partial M^2})e^{\frac{m^2}{M^2}}L^{\frac{4}{9}}, \qquad (115)$$

$$\mu_p e_u - \mu_n e_d = e_u + \frac{4am}{\tilde{\lambda}_N^2}(e_u^2 - e_d^2)(1 - M^2\frac{\partial}{\partial M^2})M^2 e^{\frac{m^2}{M^2}}.$$

Если пренебречь в (115) аномальными размерностями, положить $M \approx m$, $\tilde{\lambda}_N^2 = \frac{2aM^4}{m} \exp(m^2/M^2)$, что следует из правил сумм для нуклона, то получим:

$$\mu_p = \frac{8}{3}(1 + \frac{1}{6}\frac{a}{m^3}) = 2.96, \tag{116}$$

$$\mu_n = -\frac{4}{3}(1 + \frac{2}{3}\frac{a}{m^3}) = -1.93.$$

Экспериментальные значения магнитных моментов протона и нейтрона $\mu_{p\ exp.} = 2.79$, $\mu_{n\ exp.} = -1.91$ хорошо согласуются с теоретическими результатами (116) и могут быть, разумется, уточнены при учете отброшенных в данном приближении поправок.

8. Гибридные мезоны

В настоящее время хорошо установлено, что кварки являются структурными элементами многочисленных адронных состояний. В рамках кварковой модели адронов все известные мезоны можно рассматривать либо как орбитальные возбуждения в кварк-антикварковой системе с определенными квантовыми числами спина J, четности P, зарядовой четности C, либо как радиальные возбуждения $q\bar{q}$-пары, отличающиеся друг от друга значениями радиального квантового числа, определяющего радиальную часть волновой функции мезонов. В свою очередь барионы состоят из трех валентных кварков, задающих их основные квантовые числа.

С развитием квантовой хромодинамики возникло предположение о том, что роль глюонов не ограничивается лишь передачей взаимодействия между кварками, и они также могут выступать в качестве фундаментальных валентных составляющих адронов. В последнее время растет интерес к теоретическому описанию таких экзотических гибридных адронов [21-25]. Он в значительной степени продиктован расширением экспериментальных исследований резонансных состояний в области масс $1 \div 2$ Гэв. Появился ряд серьезных кандидатов на роль глюболов и гибридов, открытие которых стало бы еще одним подтверждением КХД [21].

Все экзотические адронные состояния могут быть разделены на три группы.

1. Экзотика первого рода. Это состояния с явно экзотическими значениями таких основных квантовых чисел, как электрический заряд, странность, изотопический спин (мезоны с $|Q| > 2$, $I > \frac{3}{2}$, $S > 0$). Такие адроны не могут иметь обычную кварковую структуру.

2. Экзотика второго рода. Это частицы, имеющие экзотические сочетания квантовых чисел J,P,C, которых не может быть у адронов с обычной кварковой структурой. Так, для нейтральных $q\bar{q}$-мезонов $P = -(-1)^l, C = (-1)^{l+s}$. Поэтому у таких мезонов возможны лишь сочетания квантовых чисел $C=P=(-1)^J$ или $(-1)^{J+1}$, а также $C = (-1)^J$, $P = (-1)^{J+1}$. Не может быть состояний с $C = (-1)^{J+1}$ и $P = (-1)^J$ или с $J = 0$ и $C = -1$. Экзотические наборы квантовых чисел таковы: $0^{+-}, 0^{--}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}$ и т.д..

3. Экзотика третьего рода. Это адронные состояния со скрытой экзотикой (криптоэкзотические адроны). У таких частиц нет внешних экзотических признаков и их сложное внутреннее строение может быть установлено лишь косвенным путем - по каким-то специфическим особенностям в их характеристиках (аномально малые ширины, аномальные распадные каналы и т.д.).

Двухточечные корреляционные функции, которые необходимо изучить для анализа мезонного спектра, построены из мезонных токовых операторов с необходимыми квантовыми числами. Ниже мы перечислим токи разной размерности, с помощью которых можно описывать состояния J^{PC}:

1. Токи размерности три.

$\bar{\psi}\psi$	0^{++}
$\bar{\psi}\gamma_\mu\psi$	$1^{--}, 0^{+-}$
$\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi$	$1^{--}, 1^{+-}$
$\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi$	$1^{++}, 0^{-+}$
$\bar{\psi}\gamma_5\psi$	0^{-+}

2. Токи размерности четыре. $(\overleftrightarrow{D}_\mu = \vec{D}_\mu - \overleftarrow{D}_\mu)$.

$\bar{\psi}\overleftrightarrow{D}_\mu\psi$	$1^{--}, 0^{+-}$
$\bar{\psi}\gamma_\mu\overleftrightarrow{D}_\nu\psi$	$2^{++}, 1^{-+}, 0^{++}, 0^{++}; 1^{-+}, 1^{++}$
$\bar{\psi}\gamma_5\overleftrightarrow{D}_\mu\psi$	$1^{+-}, 0^{--}$

3. Токи размерности пять.

$g\bar\psi G_{\mu\nu}\psi$	$1^{+-}, 1^{--}$
$g\bar\psi G_{\mu\nu}\gamma_\mu\psi$	$1^{-+}, 0^{++}$
$g\bar\psi G_{\mu\nu}\sigma_{\nu\alpha}\psi$	$2^{++}, 1^{-+}, 0^{++}, 0^{++}; 1^{++}, 1^{-+}$
$g\bar\psi G_{\mu\nu}\gamma_\mu\gamma_5\psi$	$1^{+-}, 0^{--}$
$g\bar\psi G_{\mu\nu}\gamma_5\psi$	$1^{+-}, 1^{--}$

Для двухточечных функций, построенных из этих токов, необходимо выделить вклады, описывающие состояния с определенными J^{PC}. Это можно сделать, построив проекционные операторы для различных J^{PC}. Рассмотрим матричный элемент данного тока между вакуумным состоянием и состоянием с J^{PC} и поляризацией λ

$$< n, \lambda | J^{(i)} | 0 >= f_n^{(i),\lambda} T_n^{(i),\lambda}, \tag{117}$$

где $f_n^{(i),\lambda}$ - константа связи резонанса с током, $T_n^{(i),\lambda}$ - тензорная структура, построенная из четырехимпульсов и тензора поляризации состояния n. Например,

Лоренцева структура тока	$J^{PC}(n)$	$T_{J^{PC}}^{(i)(\lambda)}$
нет лоренцевских индексов	0^+	1
один лоренцевский индекс	0^+	q_μ
	1^-	$e_\mu^{(\lambda)}$ (вектор поляризации)
два лоренцевских индекса	0^+	$(4q_\mu q_\nu/q^2 - g_{\mu\nu})$
	1^-	$i(q_\mu e_\nu^{(\lambda)} + q_\nu e_\mu^{(\lambda)})$
	2^+	$e_{\mu\nu}^{(\lambda)}$(тензор поляризации)
	1^-	$i(q_\mu e_\nu^{(\lambda)} - q_\nu e_\mu^{(\lambda)})$
	1^+	$i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho e_\sigma^{(\lambda)}$
	0^+	$g_{\mu\nu}$

С помощью этих выражений проекционные операторы, выделяющие структурную функцию с нужным J^{PC}, строятся следующим образом:

$$P^{(i)(j)}_{JPC} = \sum_{\lambda} T^{(i)(\lambda)*}_{JPC} T^{(j)(\lambda)}_{JPC}. \tag{118}$$

Так, например, проекционный оператор на состояние со спином 1 равен $P_1^{\alpha\beta} = (q_\alpha q_\beta/q^2 - g_{\alpha\beta})$, а на состояния со спином 0 - $P_0^{\alpha\beta} = q_\alpha q_\beta/q^2$.

Рассмотрим описание в рамках метода правил сумм КХД гибридных мезонов, состоящих из легких кварка, антикварка и двух глюонов с квантовыми числами I=0,1, $J^{PC} = 1^{-+}(0^{++})$. Гибридный мезон $J^{PC} = 1^{-+}$ принадлежит к экзотическим состояниям второго рода. Введем локальный, эрмитов, бесцветный, калибровочно- инвариантный ток:

$$J_\mu(x) = \frac{1}{2}[\bar{u}(x) f^{abc} \frac{\lambda^a}{2} \gamma_\lambda \gamma_5 \tilde{G}^b_{\lambda\nu}(x) G^c_{\nu\mu}(x) u(x) + \tag{119}$$

$$+(-1)^I \bar{d}(x) f^{abc} \frac{\lambda^a}{2} \gamma_\lambda \gamma_5 \tilde{G}^b_{\lambda\nu}(x) G^c_{\nu\mu}(x) d(x)],$$

где $G^a_{\mu\nu}(x)$ - напряженность глюонного поля, $\tilde{G}^a_{\mu\nu}(x) = \frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} G^a_{\lambda\sigma}(x)$, λ^a (a=1,...,8) - матрицы Гелл-Манна, f^{abc} - структурные константы группы SU(3).

Вычисление статических характеристик исследуемого мезона связано с изучением в евклидовой области ($q^2 < 0$) двухточечной корреляционной функции тока (119):

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = i \int d^4x e^{iqx} < 0|T[J^+_\mu(x) J_\nu(0)]|0 >= \tag{120}$$

$$= \left(\frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - g_{\mu\nu}\right) \Pi_1(q^2) + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \Pi_0(q^2).$$

Ток (119) имеет размерность 7, поэтому в операторном разложении коррелятора (120) учтем вклад конденсатов размерности от 0 до 8, используя при необходимости гипотезу факторизации и формулы (45)-(54). Важная роль среди непертурбативных поправок принадлежит вакуумным глюонным полям, которые параметризуются глюонным конденсатом $< 0|\frac{\alpha_s}{\pi} G^2|0 >$ и конденсатом $< 0|f g^3 G^3|0 >$. При определении вклада последнего в (120) использовались выражения вакуумных матричных элементов вида [26]:

$$< 0|f^{abc} G^a_{\mu\nu} G^b_{\alpha\beta} G^c_{\rho\sigma}|0 >= \frac{1}{24} < 0|f G^3|0 > \cdot \tag{121}$$

Рис. 13

$$\cdot(g_{\mu\sigma}g_{\alpha\nu}g_{\beta\rho}+g_{\mu\beta}g_{\alpha\rho}g_{\sigma\nu}+g_{\alpha\sigma}g_{\mu\rho}g_{\nu\beta}+g_{\rho\nu}g_{\mu\alpha}g_{\beta\sigma}-$$

$$-g_{\mu\beta}g_{\alpha\sigma}g_{\rho\nu}-g_{\mu\sigma}g_{\alpha\rho}g_{\nu\beta}--g_{\alpha\nu}g_{\mu\rho}g_{\beta\sigma}-g_{\beta\rho}g_{\mu\alpha}g_{\nu\sigma}),$$

$$<0|G^a_{\mu\nu}G^a_{\alpha\beta;\rho\sigma}|0>=2O^-g_{\rho\sigma}(g_{\mu\beta}g_{\alpha\nu}-g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta})+ \tag{122}$$

$$+O^+(g_{\mu\beta}g_{\alpha\sigma}g_{\rho\nu}+g_{\alpha\nu}g_{\mu\rho}g_{\beta\sigma}-g_{\alpha\sigma}g_{\mu\rho}g_{\nu\beta}-g_{\nu\rho}g_{\mu\alpha}g_{\beta\sigma})+$$

$$+O^+(g_{\mu\sigma}g_{\alpha\nu}g_{\beta\rho}+g_{\mu\beta}g_{\alpha\rho}g_{\sigma\nu}-g_{\mu\sigma}g_{\alpha\rho}g_{\nu\beta}-g_{\rho\beta}g_{\mu\alpha}g_{\nu\sigma}),$$

$$O^{\pm}=\frac{1}{72}<0|g^2j^a_\mu j^a_\mu|0>\pm\frac{1}{48}<0|gfG^3|0>, j^a_\mu=\bar\psi\gamma_\mu T^a\psi. \tag{123}$$

Вычисления вкладов различных диаграмм рис.13 в $\Pi_{\mu\nu}(q)$ имеют довольно громоздкий вид не только из-за наличия цветовой структуры, но также в силу многочисленных сверток по лоренцевским индексам (на рис.13, как и ранее, сплошная линия соответствует кварку, а точечная - глюону). Поэтому все расчеты векторной Π_1 и скалярной Π_0 функций удобно проводить с помощью системы аналитических вычислений "REDUCE" [27]. В результате для $\Pi_{1,0}(q^2)$ были получены следующие степенные ряды, которые определяют кварк-глюонную часть правила сумм:

$$\Pi_{1,0}(Q^2)=\frac{1}{16\pi)^4}[\frac{1}{120}A_{1,0}(Q^2)^5\ln\frac{Q^2}{\Lambda^2_U}+\frac{1}{6}B_{1,0}(Q^2)^3\ln\frac{Q^2}{\Lambda^2_U}+ \tag{124}$$

$$+\frac{1}{2}C_{1,0}(Q^2)^2\ln\frac{Q^2}{\Lambda^2_U}+D_{1,0}Q^2\ln\frac{Q^2}{\Lambda^2_U}],$$

$$A_1=\frac{48}{7\pi^2}, B_1=\frac{128\pi}{5\alpha_s}<\frac{\alpha_s}{\pi}G^2>+\frac{2432}{5}m<\bar\psi\psi>,$$

$$C_1=\frac{5120}{9}\pi^2<\bar\psi\psi>^2+\frac{64}{3\pi\alpha_s}<fg^3G^3>+\frac{6742}{9}m<g\bar\psi\sigma G\psi>, \tag{125}$$

$$D_1=-\frac{352\pi^4}{9\alpha_s^2}<\frac{\alpha_s}{\pi}G^2>+\frac{3016}{27}\pi^2<\bar\psi\psi><g\bar\psi\sigma G\psi>,$$

$$A_0=\frac{32}{7\pi^2}, B_0=-\frac{256\pi}{5\alpha_s}<\frac{\alpha_s}{\pi}G^2>+\frac{1536}{5}m<\bar\psi\psi>,$$

$$C_0=\frac{1024}{3}\pi^2<\bar\psi\psi>^2-\frac{32}{\alpha_s\pi}<fg^3G^3>+\frac{1394}{9}m<g\bar\psi\sigma G\psi>, \tag{126}$$

$$D_0=\frac{128\pi^4}{3\alpha_s^2}<\frac{\alpha_s}{\pi}G^2>^2-\frac{3008}{9}\pi^2<\bar\psi\psi><g\bar\psi\sigma G\psi>.$$

Для построения феноменологической части правил сумм представим структурные функции коррелятора (120) в виде дисперсионного соотношения (35), в котором параметризуем $Im\Pi_{1,0}(s)$ вкладом низшего состояния с необходимыми квантовыми числами и континуума с порогом s_0 в виде θ - функции:

$$Im\Pi_{1,0}(s) = \pi g_R^2 (m_R^2)^6 \delta(s - m_R^2) + \tag{127}$$

$$+ \frac{1}{(16\pi)^4}\left[\frac{1}{120}A_{1,0}s^5 + \frac{1}{6}B_{1,0}s^3 + \frac{1}{2}C_{1,0}s^2 + D_{1,0}s\right]\pi\theta(s - s_0),$$

где m_R - масса векторного (скалярного) резонанса, g_R - константа связи векторного (скалярного) резонанса с током (119).

Для усиления вклада искомого резонанса и подавления старших степенных поправок вновь используем преобразование Бореля (36). Приравнивая борелевские образы (124) и дисперсионного интеграла (35), получим в результате правило сумм, позволяющее найти необходимые параметры m_R, g_R:

$$\bar{g}_R^2 (m_R^2)^6 \frac{1}{M^2}\exp(-\frac{m_R^2}{M^2}) = (M^2)^5 [A_{1,0}(1 - f_A) + \frac{1}{(M^2)^2}B_{1,0}(1 - f_B) +$$

$$+ \frac{1}{(M^2)^3}C_{1,0}(1 - f_C) + \frac{1}{(M^2)^4}(1 - f_D)], \tag{128}$$

где

$$f_A = e^{-r}(1 + r + \frac{1}{2}r^2 + \frac{1}{6}r^3 + \frac{1}{24}r^4 + \frac{1}{120}r^5), \quad f_B = e^{-r}(1 + r + \frac{1}{2}r^2 + \frac{1}{6}r^3),$$

$$f_C = e^{-r}(1 + r + \frac{1}{2}r^2), \quad f_D = e^{-r}(1 + r), \quad r = \frac{s_0}{M^2}, \quad \bar{g}_R^2 = (16\pi)^4 g_R^2. \tag{129}$$

Теперь необходимо проследить совпадение в (128) борелевских образов в широкой области изменения параметра M^2 ($1 Гэв^2 < M^2 < \infty$) и получить значения физических параметров m_R, g_R, характеризующих данный гибридный мезон. Для численного анализа правил сумм (128) зафиксируем s_0 и найдем положение максимума правой части (128). Максимум левой части имеет место при $M^2 = m_R^2$. Перебирая различные значения порога континуума s_0, получим зависимость $m_R^2 = m_R^2(s_0)$. Выразив затем $\bar{g}_R^2$ из (128), изучим зависимость $\bar{g}_R^2$ от M^2. Предельное значение $\bar{g}_R^2$ при $M^2 \to \infty$ равно:

$$G_R^2 = \lim_{M^2 \to \infty} \bar{g}_R^2 = \frac{1}{(m_R^2)^6}\left(\frac{1}{120}A_{1,0}s_0^6 + \frac{1}{24}B_{1,0}s_0^4 + \frac{1}{6}C_{1,0}s_0^3 + \frac{1}{2}D_{1,0}s_0^2\right). \tag{130}$$

Порог континуума s_0 определяется из условия максимальной близости значений $\bar{g}_R^2$ и G_R^2 в области резонанса $M^2 \approx m_R^2$. Численный анализ правил сумм (128) с учетом значений параметров

$$< \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 >= 0.012 Гэв^4, < \bar{\psi}\psi >= (-0.25)^3 Гэв^3, \tag{131}$$

$$< f g^3 G^3 >= (0.6)^6 Гэв^6, < g\bar{\psi}\sigma G\psi >= m_0^2 < \bar{\psi}\psi >, m_0^2 = 0.65 Гэв^2$$

показывает, что в векторном канале спектральная плотность $Im\Pi_1(s)$ имеет ясный пик в области масс $M^2 \approx 1Гэв^2$. В скалярном канале аналогичный пик отсутствует. Такая разница между каналами прямо связана с различными знаками и величинами коэффициентов операторного разложения (125)-(126). В результате обработки правила сумм (128) были получены следующие значения параметров экзотического векторного мезона $J^{PC} = 1^{-+}$: $m_R = 2.9 Гэв, \bar{g}_R = 0.06, \sqrt{s_0} = 3.1 Гэв$.

9. Заключение

Как было показано, метод правил сумм КХД, основанный на операторном разложении Вильсона, объясняет и предсказывает множество явлений в физике адронов низких энергий. При этом все результаты, полученные с помощью данного метода, не сводятся к перечисленным в пособии фактам. Существует много других задач, относящихся к легким и тяжелым адронам, которые были успешно решены с помощью метода правил сумм КХД [4-5,7-8]. Возможности метода еще далеко не исчерпаны. В ближайшем будущем можно ожидать появления большого числа представляющих практический интерес конкретных расчетов различных адронных матричных элементов, формфакторов и амплитуд эксклюзивных процессов типа радиационных распадов. В подходе правил сумм эти задачи требуют рассмотрения трехточечных и четырехточечных функций Грина.

Как правило точность расчетов в рамках данного метода находится на уровне одного или нескольких десятков процентов. Существуют достаточно четкие критерии, позволяющие почти однозначно выбрать удобный коррелятор и лоренц-структуру в нем. Набор степенных поправок должен включать все топологически отличающиеся диаграммы с разным числом разорванных кварковых и глюонных линий и первые поправки к ним по внешнему глюонному полю. Отметим, что сам факт наличия промежуточной области расстояний, где можно сшить разложения по кваркам и глюонам во внешних полях и по адронным состояниям, не зависит от искусства конкретного теоретика и определяется физикой задачи.

Правила сумм КХД стали важным шагом вперед на пути познания физики сильных взаимодействий. Уроки, которые можно извлечь из них, состоят в следующем:

1. Полезно изучать корреляторы различных токов, которые представляют собой объект, поддающийся теоретическому исследованию. В некоторых случаях возможно также прямое сравнение мнимой части коррелятора с экспериментом.

2. Вакуум КХД имеет сложную структуру. Помимо кваркового конденсата, о существовании которого было известно из пионной физики, есть конденсат глюонный (и более сложные конденсаты), который также возникает вне рамок теории возмущений.

3. Разница между адронами возникает из-за того, что, их валентные составляющие в зависимости от квантовых чисел по-разному чувствительны к вакуумным флуктуациям кваркового и глюонного полей.

10. Задачи

1. Используя гипотезу факторизации показать, что вклад в поляризационный оператор (31), пропорциональный $<\bar{\psi}\psi>^2$, имеет вид: $\frac{112}{81q^6}\alpha_s\pi <\bar{\psi}\psi>^2$.

2. Доказать формулу (20) с помощью явного вычисления одновременного коммутатора.

3. Построить разложение Вильсона структурных функций $\Pi_{1,2}(q^2)$ поляризационного оператора нуклонного тока (64).

4. Обозначим ∇_σ ковариантную производную в фундаментальном пред-

ставлении

$$\nabla_\sigma = \partial_\sigma + ig\frac{\lambda_a}{2}A^a_\sigma,$$

а D_σ - ковариантную производную в присоединенном представлении

$$(D_\sigma)^{mn} = \partial_\sigma\delta^{mn} - gf^{mnq}A^q_\sigma.$$

Доказать, что справедливы следующие формулы для вакуумных матричных элементов:

$$< 0|\bar{\psi}^a_\alpha(0)\psi^b_\beta(0)D_\rho G^h_{\mu\nu}|0 >= -\frac{g}{3^3 2^6} < 0|\bar{\psi}\psi|0 >^2 (\lambda^h)^{ba}(g_{\rho\nu}\gamma_\mu - g_{\rho\mu}\gamma_\nu)_{\beta\alpha},$$

$$< 0|\bar{\psi}^a_\alpha(0)\nabla_\sigma\nabla_\rho\nabla_\tau\psi^b_\beta(0)|0 >= -\frac{ig^2}{3^5 2^4}\delta^{ab} < 0|\bar{\psi}\psi|0 >^2 (\gamma_\sigma g_{\rho\tau} + \gamma_\tau g_{\rho\sigma} - 5\gamma_\rho g_{\sigma\tau})_{\beta\alpha},$$

$$< 0|\bar{\psi}^a_\alpha(0)(\nabla_\sigma\psi^b_\beta)G^h_{\rho\mu}(0)|0 >= \frac{g}{3^3 2^6} < 0|\bar{\psi}\psi|0 >^2 (\lambda^n)^{ba}(\gamma_\mu g_{\sigma\rho} - \gamma_\rho g_{\sigma\mu} - i\varepsilon_{\sigma\rho\mu\xi}\gamma_5\gamma_\xi)_{\beta\alpha}.$$

5. Вычислить коэффициент C_G в операторном разложении Вильсона (34) для тока мезонов одинаковой массы m и $J^{PC} = 1^{--}$. Ответ:

$$C_G(u) = \frac{1}{48Q^6}\left[\frac{3(1+u^2)(1-u^2)^2}{2u^5}ln\frac{1+u}{1-u} - \frac{3u^4 - 2u^2 + 3}{u^4}\right], \quad u = 1 - \frac{4m^2}{q^2}.$$

6. Показать, используя решение задачи о ρ-мезоне в разделе 4, что поляризационный оператор (34) псевдоскалярного тока $J^{PC} = 0^{-+}$ $j_P = i\bar{\psi}\gamma_5\psi$ с учетом основных непертурбативных поправок имеет вид:

$$\Pi(Q^2) = \frac{3}{8\pi^2}\left(1 + \frac{11\alpha_s}{3\pi}\right)Q^2 ln\frac{Q^2}{\Lambda^2_U} - \frac{1}{Q^2} < 0|m\bar{\psi}\psi|0 > + \frac{\alpha_s}{8\pi Q^2} < 0|G^2|0 > . .$$

7. Доказать, что структурные функции поляризационного оператора Σ - гиперонного тока $\eta_\Sigma = \varepsilon_{abc}(u^a(x)C\gamma_\mu u^b(x))\gamma_5\gamma_\mu s^c(x)$ равны (ток η_Σ получается из нуклонного тока (65) заменой d-кварка на s-кварк):

$$\Pi_1(q^2) = -\frac{1}{4\pi^2} < \bar{s}s > q^2 ln\left(-\frac{q^2}{\Lambda^2_U}\right) + \frac{m}{32\pi^2}q^4 ln\left(-\frac{q^2}{\Lambda^2_U}\right) + \frac{4m}{3q^2} < \bar{u}u >^2,$$

$$\Pi_2(q^2) = \frac{1}{64\pi^4}q^4 ln\left(-\frac{q^2}{\Lambda^2_U}\right) + \frac{m}{4\pi^2} < \bar{s}s > ln\left(-\frac{q^2}{\Lambda^2_U}\right) + \frac{1}{32\pi^2} < \frac{\alpha_s}{\pi}G^2 > ln\left(-\frac{q^2}{\Lambda^2_U}\right).$$

8. Для вычисления ширины распада $\eta_c \to 2\gamma$ в правилах сумм КХД необходимо изучить трехточечную функцию

$$A_{\mu\nu}(q,q_1,q_2) = e^2Q_c^2\int d^4xd^4y exp[-i(qx+q_2y)] < 0|T(j_\mu(0)j_5(x)j_\nu(y))|0 >=$$

$$= 3\alpha Q_c^2\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}q_1^2q_2^2A(q^2,q_1^2,q_2^2), \quad q = q_1+q_2, \quad j_5(x) = i\bar{c}(x)\gamma_5c(x).$$

Показать, что вклад диаграммы рис.8а в амплитуду $A(q^2,q_1^2,q_2^2)$ этого процесса можно представить в виде дисперсионного интеграла (использовать расчет амплитуды (78) в разделе 6):

$$A_0(q^2) = \frac{1}{\pi}\int_{4m^2}^{\infty} ds\frac{2m}{s(s-q^2)}ln\frac{1+u}{1-u}, \quad u = 1-\frac{4m^2}{s}.$$

9. Имея в виду, что для радиационного распада векторной частицы в псевдоскалярную $V \to P+\gamma$ ширина распада Γ и амплитуда распада M связаны соотношением:

$$d\Gamma = \frac{1}{6E_V}\overline{|M|^2}d\Phi,$$

где E_V-энергия векторной частицы, а dΦ - элемент фазового объема частиц в конечном состоянии:

$$d\Phi = (2\pi)^4\delta(E_P+E_\gamma-E_V)\delta(\vec{k}_P+\vec{k}_\gamma-\vec{k}_V)\frac{d\vec{k}_\gamma}{(2\pi)^32E_\gamma}\frac{d\vec{k}_P}{(2\pi)^32E_P},$$

получить формулу (93). При этом необходимо использовать следующую параметризацию матричного элемента распада:

$$< P|j_\mu|V >= eQ\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}q_1^\lambda q_2^\sigma\frac{1}{m_V}\psi_\nu A, \quad M = \varepsilon_\mu < P|j_\mu|V >,$$

($\psi_\nu, \varepsilon_\mu$ - волновые функции векторного мезона и фотона соответственно) и просуммированные по спиновым состояниям выражения для матриц плотности массивной векторной частицы и фотона.

10. Используя общее выражение для матричного элемента фотон-протонного вершинного оператора между начальным и конечным состояниями свободного протона

$$< P_f|J_\mu|P_i >= \bar{U}_f\left(\gamma_\mu F_1 - \frac{i}{2m}\sigma_{\mu\lambda}q_\lambda F_2\right)U_i,$$

где $F_{1,2}$ - электромагнитные формфакторы нуклона, $U_{i,f}$ - волновые функции протона в начальном и конечном состояниях, а также соотношения (72) и (50) в импульсном представлении, доказать формулу (108).

11. Показать, что в калибровке Фока-Швингера: $x_\mu A_\mu(x) = 0$ калибровочное поле $A^a_\mu(x)$ можно непосредственно выразить через напряженность $G^a_{\mu\nu}$: $A^a_\mu(x) = \int_0^1 \alpha d\alpha G^a_{\rho\mu}(\alpha x)x_\rho$.

12. Используя преобразование Бореля (36), доказать:

$$\hat{B}\frac{1}{(Q^2)^k} = \frac{1}{(k-1)!}\frac{1}{(M^2)^k}, \quad \hat{B}\frac{1}{(s+Q^2)} = \frac{1}{M^2}exp\left(-\frac{s}{M^2}\right),$$

$$\hat{B}(Q^2)^k lnQ^2 = (-1)^{k+1}k!(M^2)^k.$$

13. Доказать, что в координатном представлении глюонный пропагатор $S^{cd}_{\nu\rho}(x,y)$

$$[g_{\mu\nu}D^{2\ ac} + 2gf^{abc}G^b_{\mu\nu}]S^{cd}_{\nu\rho}(x,y) = ig_{\mu\rho}\delta^{ad}\delta^{(4)}(x-y)$$

можно вычислить, развивая теорию возмущений по степеням внешнего поля $G^a_{\mu\nu}(0)$:

$$S^{ab}_{\mu\nu}(x,y) = \frac{1}{4\pi^2}\frac{g_{\mu\nu}\delta^{ab}}{z^2-i\varepsilon} + \frac{1}{8\pi^2}gf^{abc}G^c_{\mu\nu}(0)ln(-z^2) - \frac{1}{8\pi^2}gf^{abc}g_{\mu\nu}G^c_{\lambda\sigma}(0)\frac{z^\lambda y^\sigma}{z^2-i\varepsilon} + ...,$$

где z=x-y и в логарифмической функции подразумевается ультрафиолетовое обрезание.

14. Используя решение задачи (13), показать, что свободный глюонный пропагатор в терминах напряженностей глюонного поля равен:

$$< G^a_{\mu\nu}(x)G^b_{\alpha\beta}(0) >= \frac{\delta^{ab}}{2\pi^2 x^6}[(g_{\mu\alpha}x^2 - 4x_\mu x_\alpha)g_{\nu\beta} + (g_{\nu\beta}x^2 - 4x_\nu x_\beta)g_{\mu\alpha} -$$

$$-(g_{\mu\beta}x^2 - 4x_\mu x_\beta)g_{\nu\alpha} - (g_{\nu\alpha}x^2 - 4x_\nu x_\alpha)g_{\mu\beta}],$$

где $G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + gf^{abc}A^b_\mu A^c_\nu$.

15. С помощью аналитического продолжения по размерности пространства d доказать формулы преобразования Фурье (40).

Библиографический список

1. Андреев И.В. Хромодинамика и жесткие процессы при высоких энергиях. М.: Наука, 1981.

2. Индурайн Ф. Квантовая хромодинамика. Введение в теорию кварков и глюонов. М.: Мир, 1986.

3. Волошин М.Б., Тер-Мартиросян К.А. Теория калибровочных взаимодействий элементарных частиц. М.: Энергоатомиздат, 1984.

4. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. QCD and resonance physics. Theoretical foundations //Nuclear Physics. 1979. V.B147. P.385-447.

5. Reinders L.J., Rubinstein H.R., Yazaki S. Hadron properties from QCD sum rules//Physics Reports. 1985. V.127. N1. P.1-97.

6. Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Новиков В.А., Шифман М.А. Квантовая хромодинамика и физика резонансов //Материалы 8 школы ИТЭФ. М., Энергоатомиздат. 1981. С.5-54.

7. Иоффе Б.Л. Непертурбативная квантовая хромодинамика //Материалы 20 Зимней школы ЛИЯФ. Л.,1985. С.113-183.

8. Балицкий Я.Я., Браун В.М., Колесниченко А.В. Правила сумм КХД для статических характеристик адронов //Материалы 22 Зимней школы ЛИЯФ. Л., 1987. С.104-193.

9. Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Новиков В.А., Шифман М.А. Квантовая хромодинамика и масштабы адронных масс //ФЭЧАЯ. 1982. Т.13. Вып.3. С.542- 612.

10. Dyakonov D.I., Petrov V.Yu. A theory of light quarks in the instanton vacuum //Nuclear Physics. 1986. V.B272. N2. P.457-489.

11. Смилга А.В. Вычисление степенных поправок в калибровке фиксированной точки //ЯФ. 1982. Т.35. Вып.2. С.473-484.

12. Novikov V.A., Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. Calculations in external fields in quantum chromodynamics. Technical review //Fortschritte der Physik. 1984. V.32. N11. P.585-304.

13. Ioffe B.L. Calculations of baryon masses in quantum chromodynamics //Nuclear Physics. 1981. V.B188. N2. P.317-341.

14. Беляев В.М., Иоффе Б.Л. Определение масс барионов и барионных резонансов из правил сумм квантовой хромодинамики. Нестранные барионы //ЖЭТФ. 1982. Т.83 Вып.3. С.876. Странные барионы //ЖЭТФ. 1983.

Т.84. Вып.4. С.1236-1246.

15. Aliyev T.M. The $J/\psi \to \eta_c\gamma$ decay in QCD sum rules //Z.Physiks. 1984. V.C26. P.275-278.

16. Бейлин В.А., Радюшкин А.В. Анализ распада $J/\psi \to \eta_c\gamma$ методом КХД правил сумм //ЯФ. 1984. Т.39. Вып.5. С.1270-1274.

17. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.

18. Дульян А.С., Оганесян А.Г., Ходжамирян А.Ю. Радиационные распады P-уровней чармония в КХД //ЯФ. 1986. Т.44. Вып.3. С.746-755.

19. Мартыненко А.П. Радиационный E1-распад $^1P_1$-уровня чармония в правилах сумм КХД //Известия Вузов.Физика. 1991. N11. С.80-84.

20. Ioffe B.L., Smilga A.V. Nucleon magnetic moments and magnetic properties of the vacuum in QCD //Nuclear Physics. 1984. V.B232. P.109-142.

21. Ландсберг Л.Г. Экзотические мезоны //УФН. 1990. Т.160. Вып.3. С.1-56.

22. Балицкий Я.Я., Дьяконов Д.И., Юнг А.В. Экзотический мезон $J^{PC} = 1^{-+}$ из правил сумм квантовой хромодинамики //ЯФ. 1982. Т.35. Вып.5. С.1300-1315.

23. Govaerts J., de Viron F., Gusbin D., Weyers J. QCD sum rules and hybrid mesons //Nuclear Physics. 1984. V.B248. P.1-18.

24. Мартыненко А.П. Экзотический барион $J^P = \frac{1}{2}^+$ из правил сумм КХД //ЯФ. 1991. Т.54. Вып.3. С.809-813.

25. Мартыненко А.П., Чуличков О.Г. Гибридные мезоны в правилах сумм квантовой хромодинамики //Укр.Физич.Журнал. 1992. Т.37. N6. С.807-812.

26. Nikolaev S.N., Radyushkin A.V. Vacuum corrections to QCD charmonium sum rules. Basic formalism and $O(G^3)$ results //Nuclear Physics. 1983. V.B213. P.2f'-304.

27. Грозин А.Г. Система "REDUCE" в физике элементарных частиц. Квантовая хромодинамика. Новосибирск. 1990, Препринт 90-62 ИЯФ СО АН СССР. С.1-48.

Редактор - Н.А.Волынкина
Техн.редактор - О.Ю.Старцева
Корректор - Н.В.Голубева

Подписано в печать 19.07.93. Формат 60×84 1/16. Бумага белая оберточная. Печать оперативнаая. Объем 3,5 печ.л., 3,25 уч.-изд.л. Тираж 200 экз. Заказ N 86.

Издательство "Самарский университет", 443011, г.Самара, ул.Акад. Павлова, 1.

Отпечатано на РТП МГП " Оптима ".