

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЁВА»

ТЕХНИЧЕСКОЕ РИСОВАНИЕ  
В ИННОВАЦИОННОЙ ГРАФИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ

*Методические указания*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2008

УДК 744.4.621(075.8)

ББК

М 91

Работа выполнена в рамках аналитической ведомственной целевой Программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2006 – 2008 годы)». Проект РПН 3.1.1. 11077 «Разработка учебно-методического комплекса и образовательной технологии подготовки элитного инженерного корпуса для инновационной деятельности в наукоёмких высокотехнологических отраслях машиностроения».

Составитель: *И.В.Мурачёва*

Рецензент: д.т.н., проф. *В.К.Моисеев*

М 91 **Техническое рисование в инновационной графической подготовке:**

метод. указания / сост. *И.В. Мурачёва*. – Самара: Изд-во Самар. гос. Аэрокосм. ун-та, 2008. – 32 с.: ил.

Содержат изложение теоретических основ аксонометрии и перспективы, способов построения аксонометрических и перспективных изображений, а также, способов и средств передачи светотени. Приведены примеры аксонометрических и перспективных изображений фигур и описания последовательности построений этих изображений.

Методические указания предназначены для студентов всех специальностей, изучающих инженерную графику. Разработаны на кафедре инженерной графики.

Печатаются по решению Редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета.

УДК 744.4.621(075.8)

ББК

@ Мурачёва И.В., 2008

@ Самарский государственный  
аэрокосмический университет, 2008

Содержат изложение теоретических основ аксонометрии и перспективы, способов построения аксонометрических и перспективных изображений, а также, способов и средств передачи светотени. Приведены примеры аксонометрических и перспективных изображений фигур и описания последовательности построений этих изображений.

Методические указания предназначены для студентов всех специальностей, изучающих инженерную графику. Разработаны на кафедре инженерной графики.

Печатаются по решению Редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|   |    |
|---|----|
| Введение .....  | 4  |
| 1 Перспектива .....   | 4  |
| 1.1 Определение .....   | 4  |
| 1.2 Метод центрального проецирования как основа перспективы .....                                       | 4  |
| 1.3 Аппарат проецирования, применяемый при построении перспективы ....                                  | 5  |
| 1.4 Построение перспективы центральным проецированием .....   | 7  |
| 1.4.1 Перспектива точки .....   | 7  |
| 1.4.2 Перспектива прямой линии .....  | 7  |
| 1.4.3 Примеры построения перспективы фигур .....  | 10 |
| 1.5 Выбор положения центра проекций .....   | 11 |
| 1.6 Метрические операции в перспективе .....  | 13 |
| 1.7 Перспектива окружности, расположенной в предметной плоскости .....                                  | 14 |
| 2 Аксонометрия .....  | 16 |
| 2.1 Основные понятия и определения .....  | 16 |
| 2.2 Виды аксонометрических проекций. Показатели искажения .....   | 17 |
| 2.3 Прямоугольная аксонометрия .....  | 19 |
| 2.3.1 Свойства прямоугольной аксонометрии .....   | 19 |
| 2.3.2 Определение величин углов между аксонометрическими осями .....                                    | 19 |
| 2.4 Практические аксонометрические системы. Приведённые показатели<br>искажения.....                    | 20 |
| 2.4.1 Прямоугольная изометрическая проекция .....   | 21 |
| 2.4.2 Прямоугольная диметрическая проекция .....  | 21 |
| 2.4.3 Косоугольная фронтальная диметрия.....  | 21 |
| 2.5 Аксонометрические проекции окружностей .....  | 21 |
| 2.5.1. Проекция окружностей в прямоугольной аксонометрии.....   | 21 |
| 2.5.2. Проекция окружностей в косоугольной фронтальной диметрии.....                                    | 23 |
| 3 Алгоритм построения аксонометрического изображения .....  | 23 |
| 4. Светотень .....  | 24 |
| 4.1 Определения и понятия. ....   | 24 |
| 4.2 Средство и способ передачи светотени. ....  | 25 |
| 4.3 Особенности светотени и её восприятия. ....   | 26 |
| 4.4 Определение границ теней.....   | 27 |
| 5. Пример построения прямоугольной изометрии фигуры по её чертежу<br>в ортогональных проекциях.....     | 28 |
| 6. Примеры технических рисунков деталей.....  | 30 |
| 7. Условности изображения фигур сечений и резьбовых поверхностей<br>в аксонометрических проекциях ..... | 31 |
| Библиографический список.....   | 32 |

## ВВЕДЕНИЕ

Чертёж, выполненный в плоских проекциях по методу ортогонального проецирования, – это только плоская модель будущего пространственного объекта и к тому же условная. Такой чертёж позволяет оперировать сложными формами, размерами, положением взаимосвязанных деталей и всего комплекса проектируемого объекта, но восприятие такого изображения объекта значительно отличается от восприятия его в действительности, так как ортогональное проецирование не является аналогом зрительного восприятия в натуре, другими словами, такой чертёж не обладает *наглядностью*. Чтобы определить, какой результат будет получен в натуре и в какой мере он будет соответствовать первоначальному замыслу, каковы композиционные и эргономические достоинства проектируемого объекта, проектировщик должен располагать возможностью увидеть в объёме создаваемый объект ещё в стадии проектирования.

Такую возможность даёт изображение объекта, построенное или методом центрального проецирования, на принципах которого основано и наше зрение, то есть *перспектива*, или методом параллельного проецирования, то есть *аксонометрия*.

С целью сокращения трудоёмкости наглядных изображений выполняют не чертежи, а *технические рисунки* проектируемых объектов.

*Технический рисунок* — наглядное изображение предмета, выполненное по правилам перспективы или аксонометрии «от руки на глаз», без применения чертёжных инструментов.

## 1. ПЕРСПЕКТИВА

### 1.1 Определение

Изображение объекта, выполненное методом центрального проецирования, на принципах которого основано и наше зрение, будет обладать наглядностью.

Глаз – сложный и тонкий аппарат нашего организма, он выполняет функцию посредника между внешним миром и нашим мозгом. Мы, воспринимая объект глазами, получаем ощущение рельефности и возможность объёмного анализа формы.

В то же время, все сложнейшие особенности зрительного восприятия объекта в натуре нельзя заменить построением на плоскости центральной проекции не введя в чертёж определённые ограничения, исходящие из особенности физиологии зрения, – только в этом случае возможные искажения будут почти незаметны.

Основным ограничением является величина угла зрения.

*Центральная проекция, на которую наложены ограничения, исходящие из особенностей зрительного восприятия, называется перспективой.*

### 1.2. Метод центрального проецирования как основа перспективы

Основой перспективы служит метод центрального проецирования, изложенный в курсе начертательной геометрии.

Аппарат проецирования включает: центр проецирования – точку  $S$  и плоскость проекций –  $\Pi'$  (картину).

Рассмотрим построение центральных проекций параллельных прямых, заданных отрезками  $AB$  и  $CD$  (рис.1) Через центр проекций  $S$  проведены проецирующие прямые в точки объекта  $A, B, C, D$  и найдены точки пересечения этих прямых с картиной  $\Pi'$ :  $A', B', C', D'$ . Затем соединены точка  $A'$  с точкой  $B'$ , а точка  $C'$  с точкой  $D'$ . Полученные изображения  $A'B'$  и  $C'D'$  называются **центральными проекциями** отрезков  $AB$  и  $CD$ .

Особенности этого изображения:

- 1) **проекции параллельных прямых в общем случае будут пересекаться**:  $AB \parallel CD$ , но  $A'B' \cap C'D' = F$ ;
- 2) **простое отношение трёх точек, лежащих на одной прямой, не сохраняется**:  $SK/KD \neq C'K'/K'D'$ .

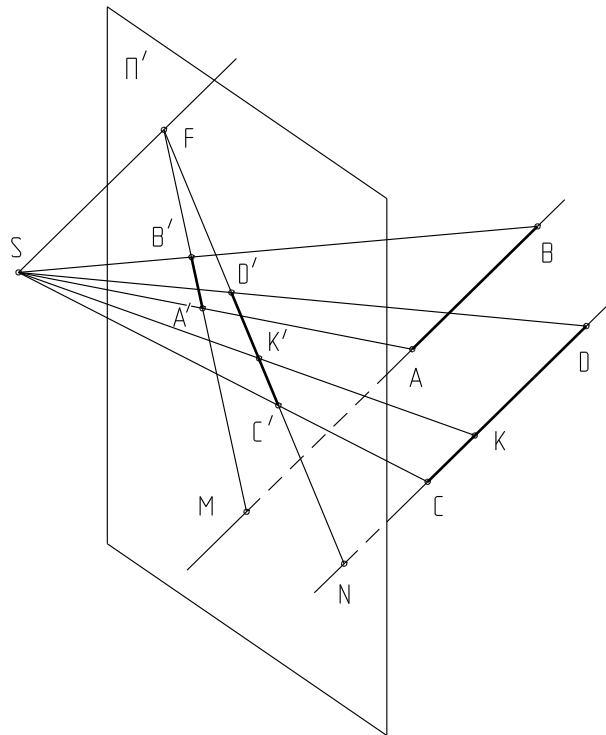


Рис.1

### 1.3. Аппарат проецирования, применяемый при построении перспективы

Построение перспективы выполняется с применением ряда вспомогательных элементов, дополняющих аппарат центрального проецирования, называемых иногда перспективными координатами, – точек, прямых линий и плоскостей, представленных на рис.2

$\Pi'$  – **картинная плоскость проекций**, преимущественно вертикальная. *Перспектива, построенная на вертикальной плоскости, называется линейной.* Мы будем рассматривать линейную перспективу.

Центральную проекцию объекта (перспективу) будем обозначать со штрихом.

*Проецирующие прямые, проходящие через центр проекций, называют ещё лучами зрения.*

$\Pi_1$  – **предметная плоскость** – горизонтальная плоскость проекций;

$S$  – **точка зрения** – центр проекций;

$\Gamma$  – **плоскость горизонта** – параллельная предметной плоскости и проходящая через точку зрения  $S$ ;

$P$  – **главная точка картины** – ортогональная проекция точки зрения на картину;

$SP$  – **главный, или центральный луч**;

$h = \Gamma \cap \Pi'$  – **линия горизонта, или горизонт**;

$A$  – точка пространства;

$SA$  – **луч зрения**;

$S_1$  – **основание точки зрения** – горизонтальная проекция точки зрения;

$S_1P_1$  – горизонтальная проекция главного луча;

$h_1$  – **основание картины** (линия пересечения картинной плоскости с горизонтальной плоскостью проекций), – горизонтальная проекция линии горизонта;

$A_1$  – горизонтальная проекция точки  $A$ ;

$A' = SA \cap \Pi'$  – **перспектива** точки  $A$ ;

$u_A$  и  $v_A$  – **перспективные координаты точки  $A$** , при этом направление координаты « $u$ » совпадает с направлением горизонта, а направление координаты « $v$ » в линейной перспективе совпадает с направлением координаты « $z$ » ортогональной системы плоскостей проекций;

$S_1A_1$  – горизонтальная проекция луча зрения;

$A_1'$  – горизонтальная проекция перспективы точки  $A$ ;

На рис.3 приведён однокартинный чертёж, являющийся **перспективой точки  $A$** , рассмотренной на рис.2.

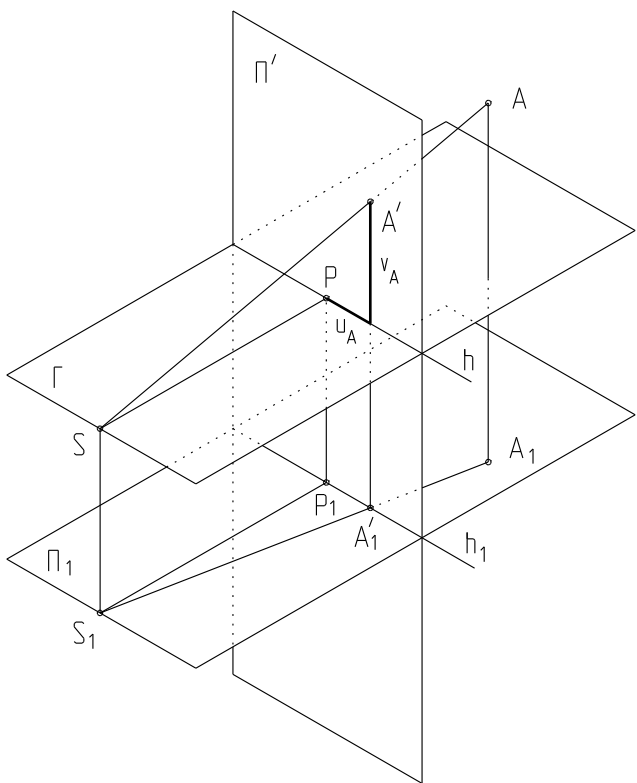


Рис.2

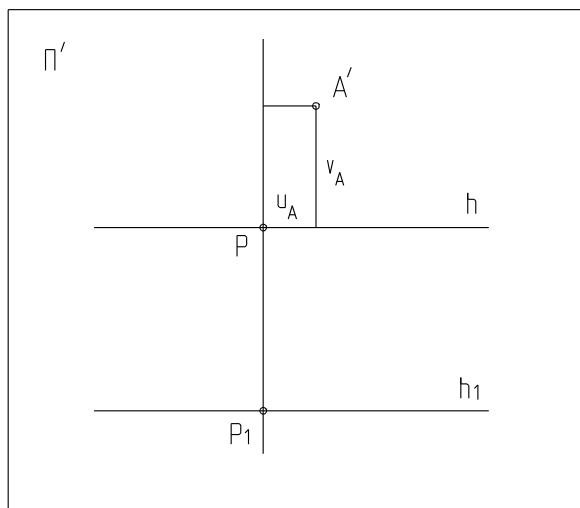


Рис.3

## 1.4. Построение перспективы центральным проецированием

Исходным материалом для построения перспективы объекта служат его ортогональные проекции – горизонтальная и вертикальные, полностью определяющие данный объект, из которых главной является горизонтальная проекция, а вертикальные проекции используются для определения вертикальных размеров элементов объекта.

### 1.4.1. Перспектива точки

Построения выполняются сначала на комплексном чертеже (рис.4), а затем строится однокартинный чертёж – перспектива (рис.5).

На рис.4 показано построение по заданным горизонтальной и фронтальной проекциям точки пространства  $A$  и выбранным положениям картинной плоскости  $\Pi'$  и точки зрения  $S$  горизонтальной и фронтальной проекций перспективы – точек  $A_1'$  и  $A_2'$  соответственно. Для этого соединены одноимённые проекции точек  $A$  и  $S$  и получены соответствующие проекции луча зрения  $SA$ , затем найдена точка пересечения горизонтальных проекций луча зрения  $S_1A_1$  и картинной плоскости  $\Pi_1'$ , точка  $A_1'$ , – горизонтальная проекция перспективы заданной точки  $A$ . По горизонтальной проекции перспективы определена её фронтальная проекция  $A_2'$  точка  $A_2'$ , по принадлежности к фронтальной проекции луча зрения  $S_2A_2$ .

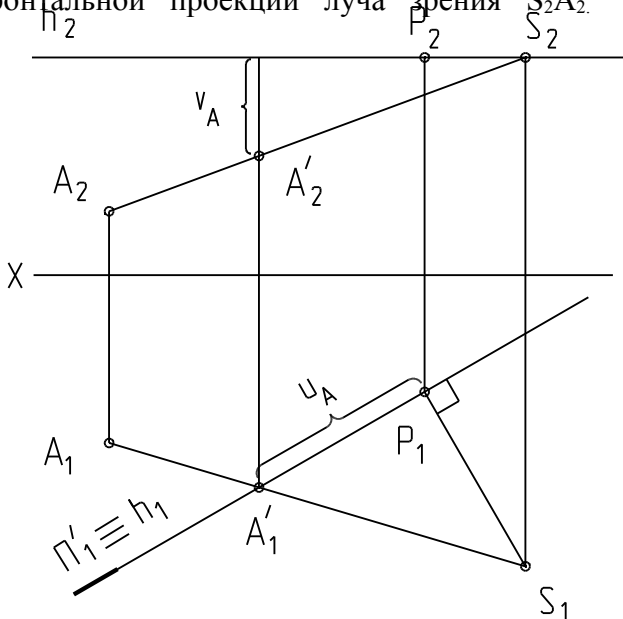


Рис.4

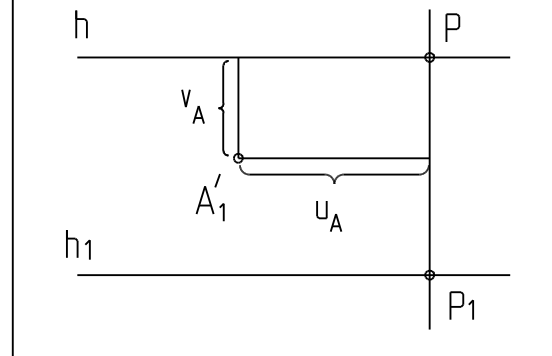


Рис.5

Далее (рис.5) на картинной плоскости  $\Pi'$  построена перспектива точки  $A$ , точка  $A'$ , по перспективным координатам  $u_A$  и  $v_A$ , полученным в результате построений на комплексном чертеже (рис.4).

### 1.4.2. Перспектива прямой линии

Перспективу прямой линии можно построить по двум любым её точкам, но удобнее строить по двум особым точкам этой прямой: *картинному следу* и *точке схода*.



**Картинным следом** прямой линии называется точка пересечения её с картинной плоскостью.

**Точкой схода** называется центральная проекция *несобственной*, то есть удалённой в бесконечность точки, принадлежащей любой из прямых линий одного направления. Эта точка в перспективе будет точкой пересечения центральных проекций всех параллельных прямых одного направления. Определится точка схода пересечением с картиной луча, проведённого через точку зрения параллельно заданному направлению прямой линии.

Вернёмся к рис.1.

**Картинными следами** прямых AB и CD будут точки M и N соответственно. **Точкой схода** для обеих прямых будет точка F. В этой точке пересекутся центральные проекции всех прямых параллельных заданным прямым AB и CD. Определится точка схода пересечением луча зрения, проведённого через точку зрения S параллельно заданному направлению прямых:  $SF \parallel AB \parallel CD$ ,  $SF \cap \Pi' = F$ .

Для всех параллельных прямых определённого направления имеется своя, одна, точка схода.

Вертикальные прямые в перспективе вертикальны.

**Перспектива прямой линии общего положения.**

На рис.6 приведён пример определения картинного следа и точки схода прямой общего положения «а», заданной двумя ортогональными проекциями – горизонтальной и фронтальной.

Выбраны положения картинной плоскости  $\Pi'$  и точки зрения  $S$ . **Картинный след** заданной прямой, точка пересечения этой прямой с картинной плоскостью

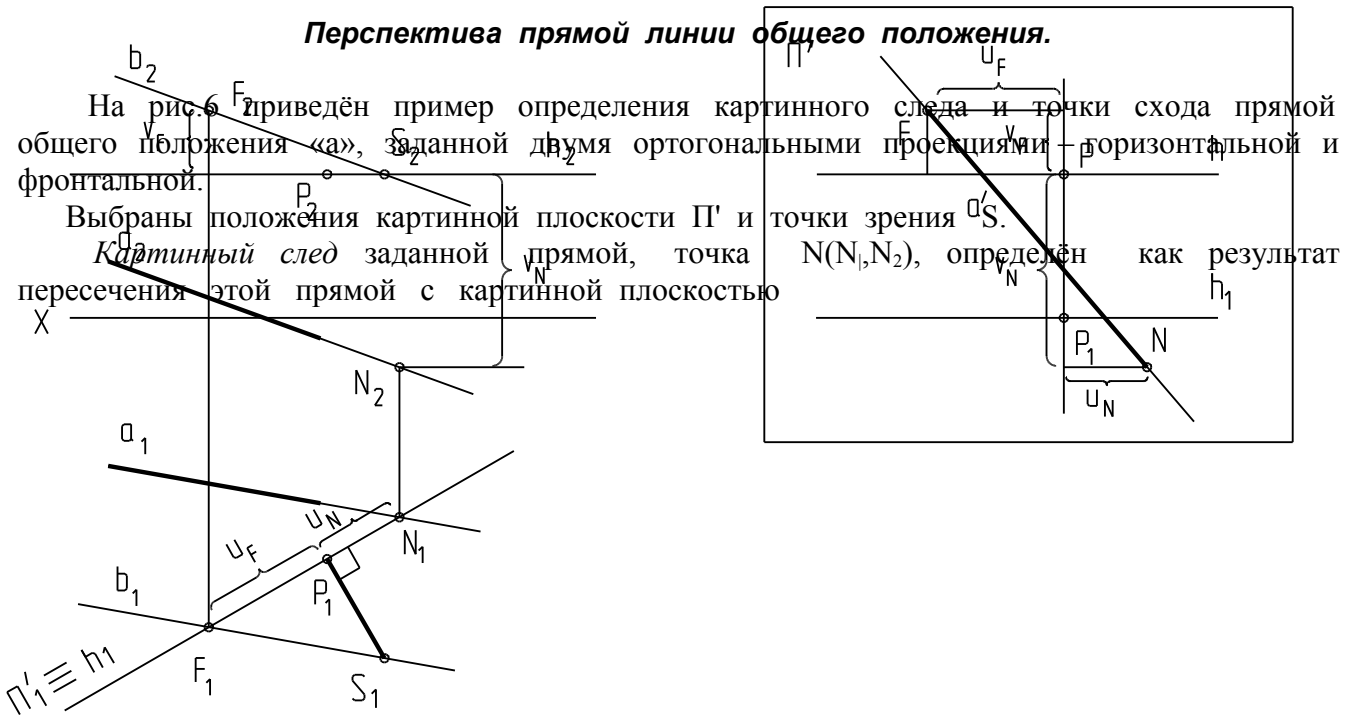


Рис.6



Рис.7

Точка схода заданной прямой, точка  $F(F_1, F_2)$ , определена как результат пересечения с картинной плоскостью прямой линии «b», проходящей через точку зрения  $S$ , и параллельной заданной прямой «a».

Затем построена перспектива заданной прямой «a» (рис.7) по двум точкам  $N$  и  $F$  с использованием перспективных координат:  $u_N, v_N, u_F, v_F$ , полученных в результате построения на комплексном чертеже (рис.6).

### Перспектива прямых линий параллельных горизонтальной плоскости проекций

Точки схода горизонтальных прямых всегда будут находиться на линии горизонта.

Точка схода прямых, перпендикулярных картине, находится в главной точке картины, точке  $P$ .

На рис.8. приведён пример определения картинных следов и точек схода прямой параллельной горизонтальной плоскости проекций, заданной отрезком  $AB$ , и прямой «i» перпендикулярной картинной плоскости.

Каждая прямая задана двумя ортогональными проекциями – горизонтальной и фронтальной.

Выбраны положения картинной плоскости  $\Pi'$  и точки зрения  $S$ .  
 $\Pi_2 \equiv \Pi_1$  Определены картинные следы заданных прямых  $AB$  и  $i$ , точки  $N$  и  $M$  соответственно, определены точки схода прямых  $AB$  и  $i$ , точки  $F$  и  $P$  соответственно, – по изложенному ранее правилу.

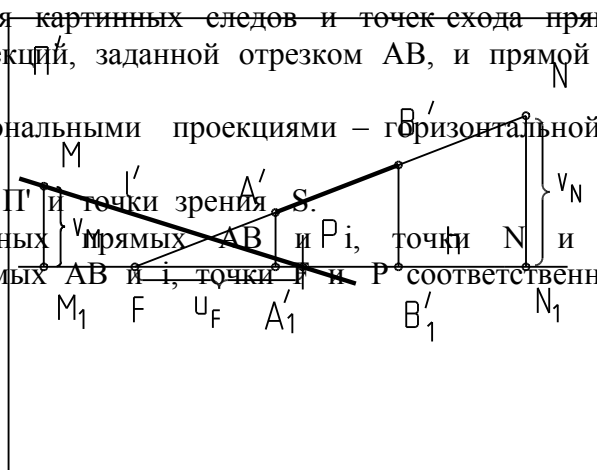
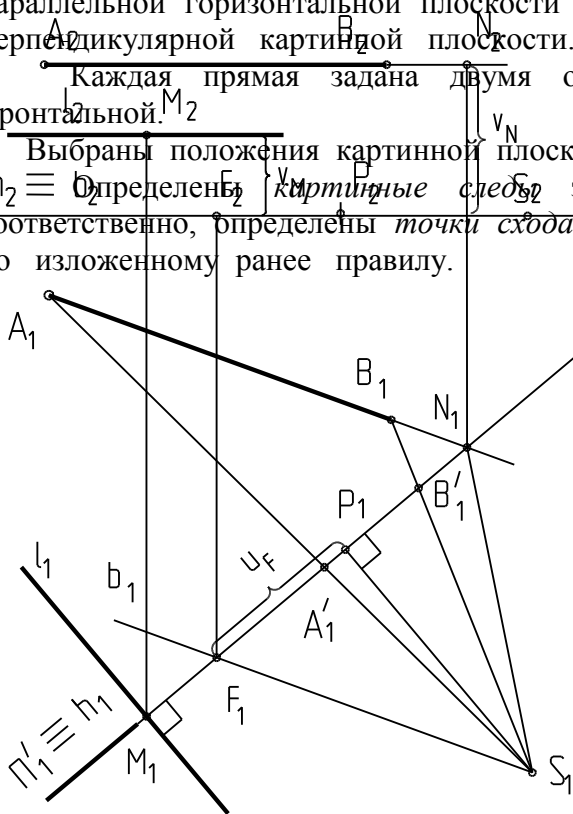


Рис.9

Рис.8

Затем (рис.9) построена перспектива этих прямых по перспективным координатам точек  $N, M, F, P$ , полученным в результате построений на комплексном чертеже (рис.8).

Горизонтальные прямые, параллельные картине, в перспективе всегда параллельны линии горизонта  $h$ .

### 1.4.3. Примеры построения перспективы фигур

Перспектива может быть построена непосредственно на изображении объекта в ортогональных проекциях как сечение плоскостью конической поверхности, образованной лучами зрения, выходящими из центра проекций  $S$ . В этом случае достаточны сведения, относящиеся к определению точки пересечения прямой линии с плоскостью (проецирующей  $S$  прямой с плоскостью  $F_2$  картины), без знания каких-либо оснований перспективы.

#### Пример 1

Перспектива построена по заданным горизонтальной и фронтальной проекциям прямой призмы. По горизонтальной проекции определяются положения её вертикальных рёбер, а по фронтальной – их величины.

На комплексном чертеже проекции вершин призмы соединены с соответствующими проекциями точки зрения  $S_1$  на горизонтальной проекции с  $S_1$  и на фронтальной с  $S_2$ .

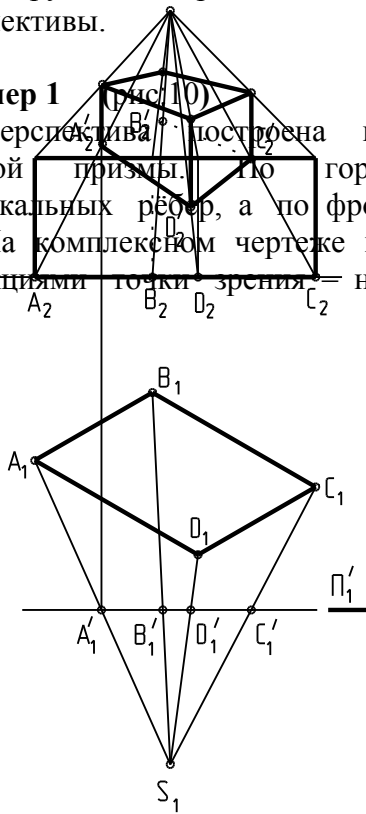


Рис.10

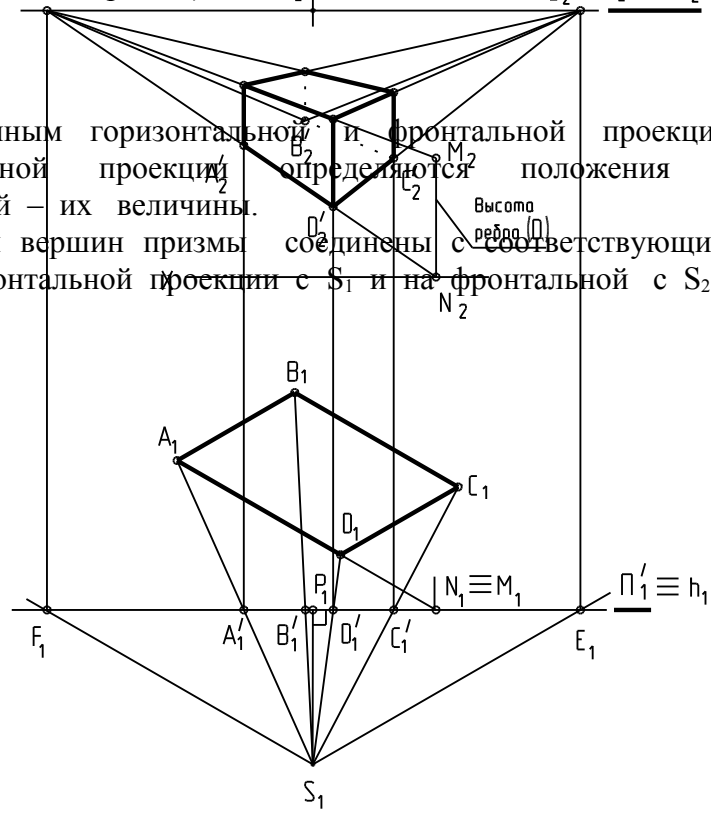


Рис.11

Затем определена горизонтальная проекция перспективы призмы, принадлежащая горизонтальной проекции картинной плоскости, и по ней в проекционной связи по принадлежности к соответствующим лучам зрения построена фронтальная проекция перспективы.

Так как плоскость картины параллельна вертикальным рёбрам фигуры, то параллельность боковых рёбер в перспективе сохраняется.

Горизонтальные рёбра призмы, параллельные в действительности, в перспективе будут пересекаться в точках схода. Эта особенность изображения в перспективе параллельных прямых рационально используется при построении перспективы этой призмы на рис.11. В этом случае не требуется проекционной связи исходной горизонтальной проекции и перспективы и достаточно иметь только горизонтальную проекцию объекта и величины вертикальных размеров объекта. При этих условиях построение перспективы значительно облегчается.

Так как рёбра оснований призмы параллельны горизонтальной плоскости проекций, то их точки схода будут находиться на горизонте. Для их определения нужно через точку зрения провести прямые параллельные боковым граням призмы до пересечения с картинной плоскостью. При этом на комплексном чертеже на горизонтальной плоскости проекций из точки  $S_1$  проведены прямые, параллельные проекциям боковых граней фигуры до пересечения с проекцией картинной плоскости в точках  $F_1$  и  $E_1$ . Это будут горизонтальные проекции точек схода  $F$  и  $E$ . Затем определены фронтальные проекции точек схода  $F_2$  и  $E_2$  в проекционной связи с точками  $F_1$  и  $E_1$ .

Далее для определения высоты изображения необходимо продолжить какую-либо прямую, например  $AD$ , до пересечения с картиной в точке  $N$  и от неё вверх отложить натуральную высоту бокового ребра, так как *отрезки линий, фигуры, лежащие в картинной плоскости, имеют натуральную величину*. Поэтому на горизонтальной плоскости проекций отмечаем проекцию точки  $N$ , точку  $N_1$ , и в проекционной связи с ней строим точку  $N_2$  на фронтальной плоскости проекций. Затем от точки  $N_2$  откладываем вертикальный отрезок  $N_2M_2$ , равный по величине натуральной высоте бокового ребра призмы.

Затем точку  $M_2$  соединяем с точкой  $F_2$ , и, используя проекционную связь и проекцию второй точки схода,  $E_2$ , достраиваем перспективу.

### Пример 2 (рис.12)

Перспектива построена по заданным горизонтальной и профильной проекциям прямой призмы. По горизонтальной проекции определяются положения её вертикальных рёбер, а по профильной проекции их величины.

На комплексном чертеже проекции вершин призмы соединены с соответствующими проекциями точки зрения – на горизонтальной проекции с  $S_1$  и на профильной с  $S_3$ . Затем определены горизонтальная и профильная проекции перспективы призмы, принадлежащие соответственно горизонтальной и профильной проекциям картинной плоскости. Далее на пересечении линий связи, проведённых через горизонтальные и профильные проекции перспективы определена фронтальная проекция перспективы.

Неудобство приведённых в качестве примеров чертежей на рисунках 10, 11, 12 заключается в «наложении» перспективы на фронтальную проекцию.

Чтобы избежать «наложения» проекций перспективу строят на вертикальной картинной плоскости не параллельной ни фронтальной, ни профильной плоскостям проекций с использованием перспективных координат (Рис. 19).

## 1.5. Выбор положения центра проекций

При изображении перспективы необходимо соблюдать определённые рекомендации к композиции самого чертежа, чтобы избежать резких искажений изображения – это рекомендации по выбору *точки зрения (центра проекций)*.

Так, если сравнить центральные проекции одного и того же параллелепипеда, построенные на рис.12 и на рис 13, то очевидно, что изображение на рис 13 получается

искажённым, не создающим впечатления параллелепипеда, так как восприниматься в натуре он не будет. Изображение на рис 13 *не может быть названо перспективой*.

**Выбор точки зрения включает** три взаимосвязанных элемента:

- 1) *положение главного луча;*
- 2) *расстояние точки зрения от объекта (или угол зрения);*
- 3) *положение горизонта.*

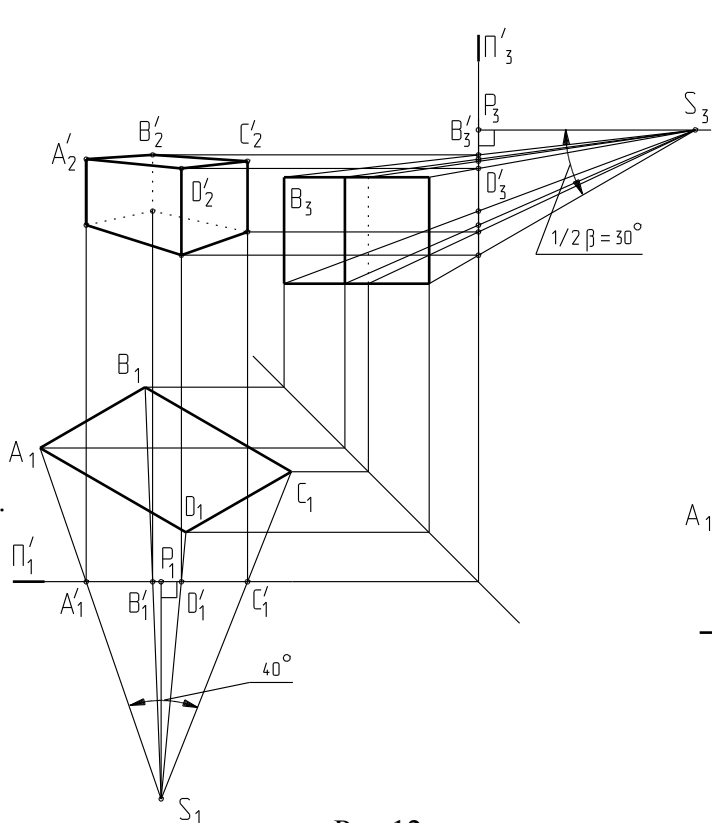


Рис.12

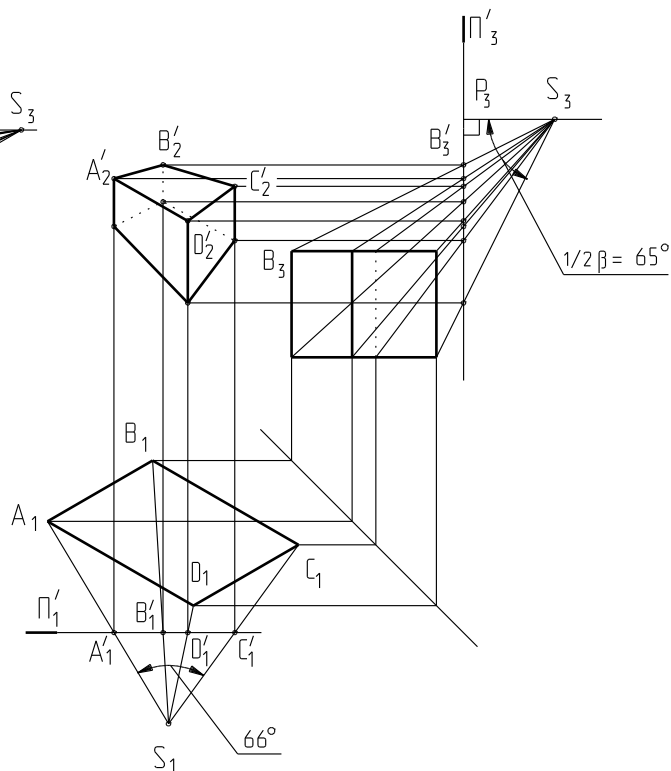


Рис.13

**Положение главного луча** связано с конкретной композицией объекта. При симметричной композиции луч рекомендуется проводить через середину объекта, при несимметричной – луч смещается в сторону той части, которая имеет большее пространственное развитие.

**Расстояние точки зрения** от объекта принимается таким, чтобы объект целиком размещался в конусе зрения с углом при вершине в точке зрения до  $40^\circ$ , и при этом обязательно соблюдать расположение главного проецирующего луча, близкое к середине этого угла или не выходящее из его средней трети. Практически всегда возникает необходимость увеличения угла зрения до  $50^\circ$  или  $60^\circ$ , но в этом случае в крайних элементах изображения могут появиться заметные искажения из-за несовершенства принципа построения по методу центрального проецирования. Углы зрения в горизонтальной и вертикальной плоскостях могут различаться по величине.

**Положение горизонта** также подчиняется рекомендованному углу зрения в вертикальной плоскости, т. е. луч зрения не должен выходить из средней трети этого угла. Кроме того, расстояние наиболее удалённой точки объекта от горизонта должно укладываться в расстояние точки зрения от объекта не менее двух раз (рис. 14).

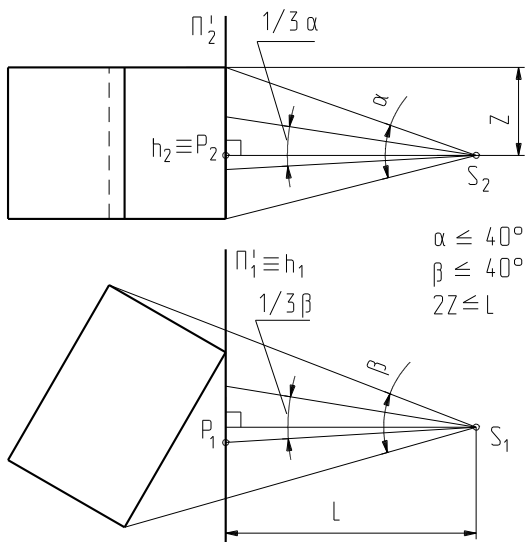


Рис.14

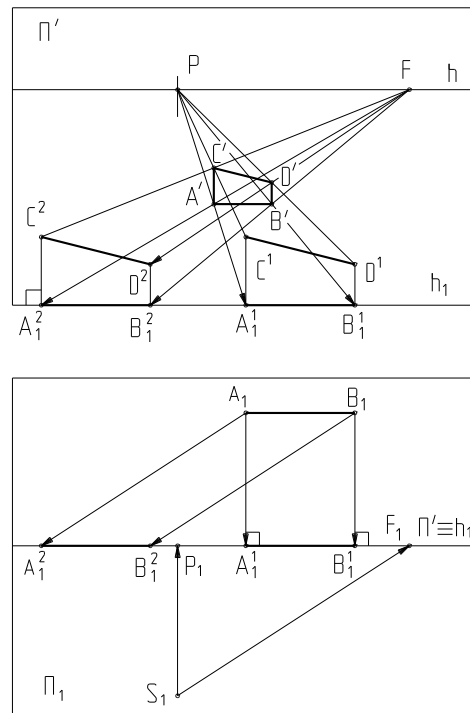


Рис.15

## 1.6. Метрические операции в перспективе

В перспективе, как и в других видах проецирования, можно выполнять метрические операции, т.е. определять расстояния между точками, находить натуральную величину плоской фигуры и т.д. Эти операции производятся только в плоскости картины или в плоскости ей параллельной (с учётом коэффициента подобия) при выполнении определённых графических построений.

Точки и прямые линии, с помощью которых производятся эти построения, называются **точками и линиями измерения**.

Рассмотрим примеры определения натуральных величин некоторых геометрических объектов,

**Пример 1.** (рис.15).

Определим натуральные величины отрезков прямых, параллельных картине – **AB**, **BD**, **DC** и **AC**. Для этого перемещаем их в плоскость картины по одному из направлений –  $A_1A_1^1$  или  $A_1A_1^2$ . Линии перемещения ( $A_1A_1^1$  и  $A_1A_1^2$ ) на картине будут иметь точки схода на горизонте – **P** и **F** соответственно. Следовательно, **для прямых, параллельных картине, точкой измерения служит любая точка на горизонте**.

**Пример 2.** (рис.16).

Определим натуральные длины отрезков **AB** и **CD**, перпендикулярных к картине. Для этого, вращением вокруг горизонтально-проецирующих прямых – *i* и *j* соответственно, совмещаем их с картиной. Новые положения горизонтальных проекций заданных отрезков –  $A_1^1B_1^1$  и  $C_1^1D_1^1$ . Эти вращения обычно заменяют использованием горизонтальных прямых, расположенных под углом  $45^\circ$  к картине. Горизонтальные проекции этих прямых –  $A_1A_1^1$  или  $C_1C_1^1$  ( $D_1D_1^1$ ). Следовательно, **точкой измерения для прямой, перпендикулярной к**

картине, служит точка схода, являющаяся результатом пересечения с картиной прямой линии, проходящей через точку зрения под углом  $45^\circ$  к картине – ( $F$  и  $E$ ).

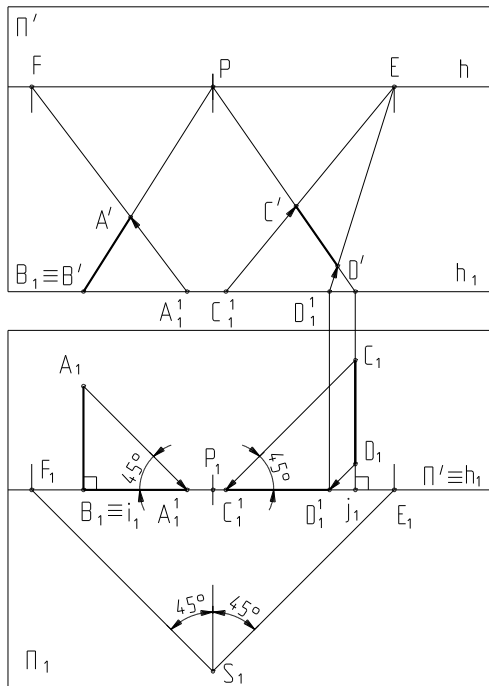


Рис.16

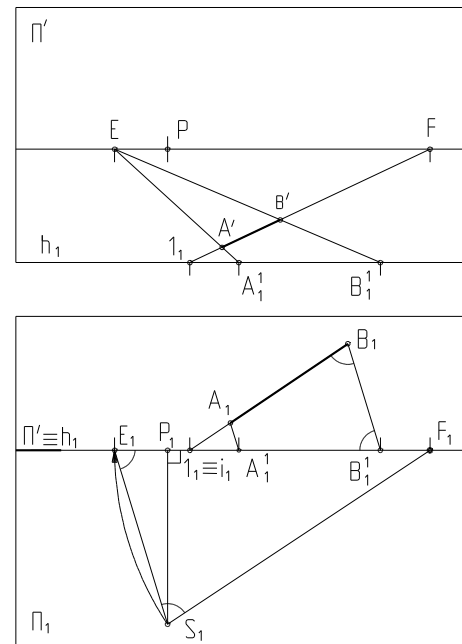


Рис.17

**Пример 3.** (рис.17).

Определим натуральную длину отрезка горизонтали  $AB$ . Для этого, вращением вокруг горизонтально-проецирующей прямой  $i$ , проходящей через картинный след прямой  $AB$  – точку  $I$ , совмещаем заданный отрезок с плоскостью картины  $\Pi'$ . Новое положение отрезка -  $A^1B^1$  (его горизонтальная проекция – отрезок  $A_1^1B_1^1$ ) – можно получить проведя через точки  $A$  и  $B$  прямые  $AA^1$  и  $BB^1$  соответственно, наклонённые под равными углами к заданному отрезку и к картине. Горизонтальные проекции этих прямых -  $A_1A_1^1$  и  $B_1B_1^1$  соответственно. Эти прямые линии и будут *линиями измерения*. Проведя через точку  $S$  прямую параллельную линиям измерения и прямую параллельную заданному отрезку до пересечения с картиной, получим в результате две точки схода –  $E$  и  $F$ . Точка  $E$  будет являться *точкой измерения* для прямых  $AA^1$  и  $BB^1$ .

Если в построении перспективы используются координаты точек объекта, то в этом случае используется *способ прямоугольных координат*, изложенный в учебнике [1].

### 1.7. Перспектива окружности, расположенной в предметной плоскости

Существует много способов построения перспективы окружности, один из них, наиболее удобный в практике – «*способ восьми точек*».

Суть способа в следующем: по заданным центру и радиусу окружности, лежащей в предметной плоскости, строят в этой плоскости описанный квадрат и определяют восемь точек: четыре точки – точки касания окружности сторон квадрата, и четыре точки – точки пересечения окружности с диагоналями квадрата. Затем на картинной плоскости известным способом строят перспективу.

На рис.18 построена перспектива окружности этим способом (построения на предметной плоскости не приведены). В данном примере в описанном квадрате **ABCD** две стороны квадрата - **AB** и **CD** - параллельны картине, при этом **AB** лежит в плоскости картины, а две другие - **AD** и **BC** – перпендикулярны ей; четыре точки – **1, 2, 3, 4** – точки касания окружности сторон квадрата; четыре точки – **5, 6, 7, 8** – точки пересечения окружности с диагоналями квадрата.

В данном случае при определении перспективы точек пересечения окружности с диагоналями - **5', 6', 7', 8'**- использовано известное правило: половина стороны квадрата делится точкой пересечения прямой линии, проходящей через точки пересечения окружности с диагоналями, в отношении **0,707 (1 К/ 1 В = 0,707)**.

Следует заметить, что точка **O'** – перспектива центра окружности – не является центром эллипса как плоской кривой.

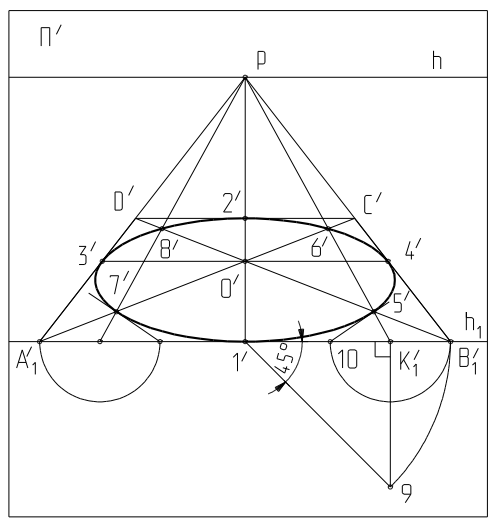


Рис.18

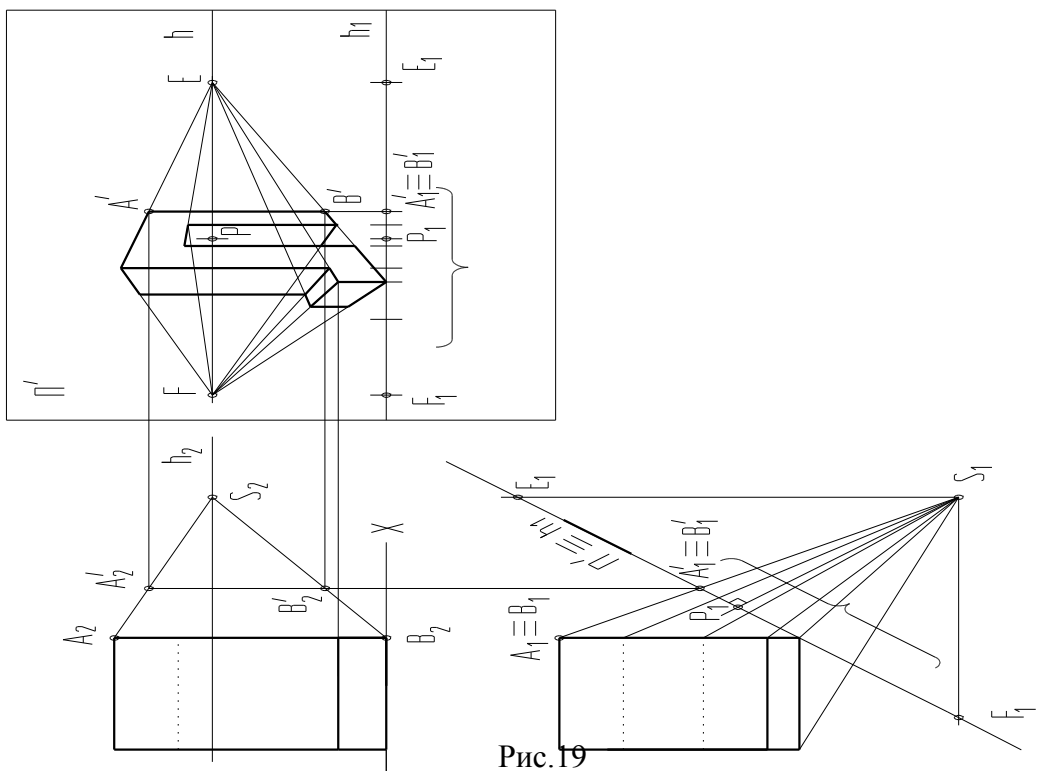


Рис.19



## 2. АКСОНОМЕТРИЯ

### 2.1. Основные понятия и определения.

В инженерной практике, когда необходимо изобразить объект более наглядно, чем на комплексном чертеже, применяют **аксонометрический чертёж** – чертёж, содержащий **аксонометрическую проекцию** объекта, или **аксонометрию**. Этот вид проекций удачно соединяет наглядность с достаточной простотой построения и измерения, в отличие от перспективы, обладающей большой наглядностью, но сложной в построении и выполнении метрических операций.

*Аксонометрической проекцией называется изображение, получающееся в результате параллельного проецирования некоторой фигуры вместе с системой отнесения на плоскость, называемую аксонометрической или картинной.*

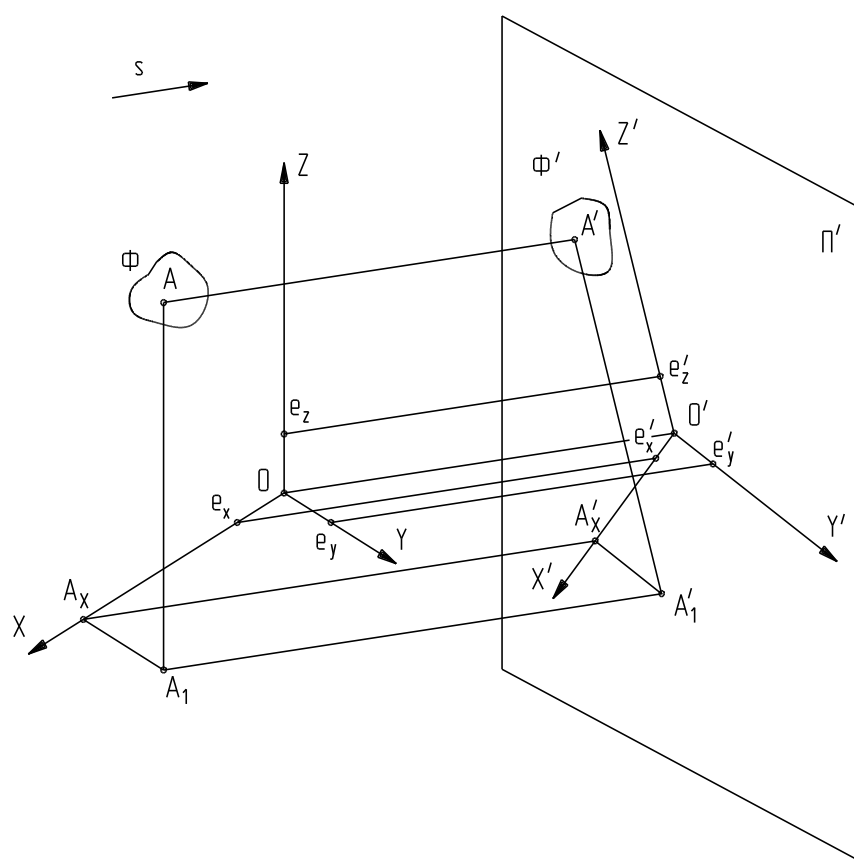


Рис.20

На рис.20 показана параллельная аксонометрическая проекция некоторой фигуры  $\Phi$  на плоскость  $\Pi'$ , полученная проецированием в направлении  $s$ . Рассмотрим этот рисунок.

Фигура  $\Phi$ , называемая **оригиналом**, жёстко связана с некоторой прямоугольной (**натуральной**) системой координат  $Oxyz$ , при этом оси координат совпадают с направлениями основных измерений оригинала.

Единичный отрезок  $e$ , отложен на осях координат  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  и полученные отрезки обозначены, соответственно,  $e_x$ ,  $e_y$ ,  $e_z$ . Эти отрезки являются *натуральными масштабными единицами*. Выбрана одна из точек фигуры  $\Phi$  – точка  $A$ . Положение точки  $A$  относительно системы координат  $Oxyz$  определяют *три натуральные координаты точки* – расстояния точки  $A$  до координатных плоскостей, измеренные

единичным отрезком  $e$ . Зная натуральные масштабные единицы  $e_x, e_y, e_z$  и используя натуральную координатную ломаную  $OA_xA_1A$  можно получить натуральные координаты точки  $A$  :

$$x = |OA_x|/e_x \quad y = |A_xA_1|/e_y \quad z = |A_1A|/e_z$$

Спроецируем параллельно точку  $A$  вместе с системой координат  $Oxyz$  по направлению  $s$  на плоскость  $\Pi'$  - *аксонометрическую плоскость*.

Проекция всех геометрических элементов на плоскости  $\Pi'$  назовём *аксонометрическими*, например:  $O'x'y'z'$  – аксонометрическая система координат; проекции единичных отрезков на оси  $O'x', O'y', O'z'$ , обозначенные соответственно  $e'_x, e'_y, e'_z$ , - *аксонометрические масштабные единицы*;  $A'$  - *аксонометрическая проекция точки A*; Спроецировав, кроме точки  $A$ , ещё характерные точки фигуры  $\Phi$  на плоскость  $\Pi'$  и соединив их в соответствующей последовательности, получим  $\Phi'$  - *аксонометрическую проекцию фигуры  $\Phi$*  и т.д.

Определим аксонометрические координаты точки  $A$ :

$$x' = |O'A'_x|/e'_x \quad y' = |A'_xA'_1|/e'_y \quad z' = |A'_1A'|/e'_z$$

Так как при параллельном проецировании величины отношений отрезков прямой сохраняются, то

$$OA_x/e_x = O'A'_x/e'_x \quad A_xA_1/e_y = A'_xA'_1/e'_y, \quad A_1A/e_z = A'_1A'/e'_z$$

и, следовательно,  $x = x' \quad y = y' \quad z = z'$  - в этом заключается основное свойство аксонометрических проекций : *аксонометрические координаты точки A, измеренные аксонометрическими масштабными единицами, численно всегда равны натуральным координатам точки A.*

Это свойство позволяет сделать вывод об обратимости аксонометрической проекции  $\Phi'(O'x'y'z')$ , если известны аксонометрические и натуральные масштабные единицы или аксонометрические масштабные единицы и координаты характерных точек фигуры  $\Phi$ . Таким образом, в результате параллельного проецирования фигуры  $\Phi$  по направлению  $s$  на аксонометрической плоскости проекций  $\Pi'$  получен чертёж, обладающий свойствами наглядности и обратимости изображений.

В зависимости от направления проецирования получают различные виды аксонометрических проекций: *прямоугольную*, если направление проецирования перпендикулярно аксонометрической плоскости, в противном случае – *косоугольную аксонометрию*.

## 2.2. Виды аксонометрических проекций. Показатели искажения.

При построении аксонометрических проекций необходимо знать, каким образом следует задавать на аксонометрической плоскости аксонометрические оси и аксонометрические масштабные единицы. Ответы на эти вопросы мы найдём в **основной теореме параллельной аксонометрии – теореме Польке**, приведённой без доказательства:

*В косоугольной аксонометрии аксонометрические оси на плоскости чертежа и единичные отрезки на них могут быть выбраны совершенно произвольно.*

Это означает, что, задав на аксонометрической плоскости  $\Pi'$  три проходящие через одну точку несовпадающие прямые  $O'x', O'y', O'z'$  и отложив на них три отрезка произвольной длины (конечной и отличной от нуля), можно утверждать, что данная фигура является параллельной проекцией системы трёх взаимно перпендикулярных осей координат  $Oxyz$  с отложенными на осях координат, соответственно, равными единичными отрезками  $e_x = e_y = e_z = e$ .

Из теоремы следует, что аксонометрическая система  $(O'x'y'z', e'_x, e'_y, e'_z)$  в общем случае определяется *пятью независимыми параметрами*: *тремя аксонометрическими масштабными единицами и двумя углами между аксонометрическими осями*.

В зависимости от соотношений между аксонометрическими масштабными единицами параллельные аксонометрические проекции классифицируют как:

**изометрические проекции** или **изометрии**, когда все аксонометрические масштабные единицы равны между собой:  $e'_x = e'_y = e'_z$ ;

**диметрические проекции** или **диметрии**, когда две аксонометрические масштабные единицы равны друг другу, но не равны третьей, например:  $e'_x = e'_y \neq e'_z$ ;

**триметрические проекции** или **триметрии**, когда все аксонометрические масштабные единицы различны:  $e'_x \neq e'_y \neq e'_z$ .

Для удобства построений в аксонометрии вводится понятие **показателей искажения**.

**Показатель искажения** для отрезка данного направления это отношение величины аксонометрической проекции отрезка к его натуральной величине.

Обозначив показатели искажения в направлении координатных осей  $O'x', O'y', O'z'$ , соответственно,  $k_x, k_y, k_z$ , определим их так же, как отношение аксонометрических масштабных единиц к соответствующим натуральным:  $k_x = e'_x / e_x$ ;  $k_y = e'_y / e_y$ ;

$k_z = e'_z / e_z$ , где  $e_x = e_y = e_z = e$ , отсюда следует, что показатели искажения пропорциональны аксонометрическим масштабным единицам:  $k_x : k_y : k_z = e'_x : e'_y : e'_z$ , тогда для **изометрий**:  $k_x = k_y = k_z$ , для **диметрий**:  $k_x = k_y \neq k_z$ , для **триметрий**:  $k_x \neq k_y \neq k_z$ .

Таким образом, для построения аксонометрической проекции фигуры достаточно знать три показателя искажения вдоль координатных осей.

Связь между показателями искажения устанавливается из следующего положения: *сумма квадратов коэффициентов искажения есть величина постоянная, не зависящая от расположения натуральных осей координат относительно аксонометрической плоскости, при заданном направлении проецирования*:  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = const$ .

Из рис.21 следует:  $k_x = 1, k_y = 1, k_z = e'_z / e_z = ctg\varphi$ , где  $\varphi$  – угол, образованный вектором направления проецирования и аксонометрической плоскостью  $\Pi'$ , тогда для косоугольной аксонометрии характерно соотношение  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 2 + ctg^2\varphi$ , и  $0 < k_x, k_y, k_z < \infty$ .

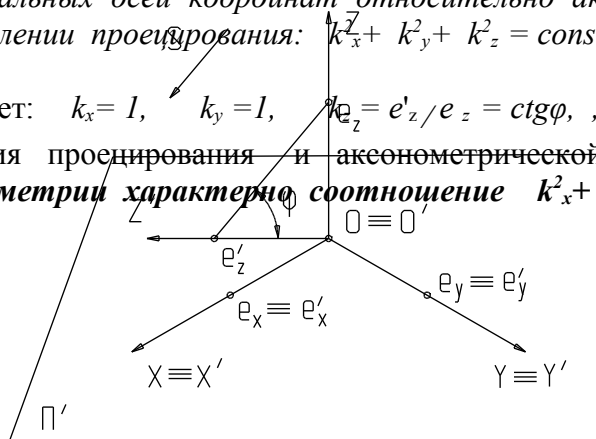


Рис.21

## 2.3. Прямоугольная аксонометрия

Аксонометрическая проекция, полученная при прямоугольном проецировании объекта, называется **прямоугольной** или **ортогональной аксонометрией** ( $s \perp \Pi'$ ).

С помощью прямоугольной аксонометрии выполняют большинство наглядных изображений в технических чертежах.

### 2.3.1. Свойства прямоугольной аксонометрии

Рассмотрим основные свойства прямоугольной аксонометрии, приведённые без доказательства, заметив, что основная теорема параллельной аксонометрии – теорема Польке – в прямоугольной аксонометрии не действует:

1. Три выходящие из одной точки полупрямые на плоскости могут быть осями прямоугольной аксонометрии только в том случае, если они образуют между собой тупые углы.

2. Сумма квадратов показателей искажения равна двум:  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 2$ , это следует из формулы:  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 2 + \text{ctg}^2 \varphi$ , где  $\varphi = |\hat{s} \Pi'|$ , так как  $\varphi = 90^\circ$ , то  $\text{ctg} \varphi = 0$ , и  $0 \leq k_x, k_y, k_z \leq 1$ .

### 2.3.2. Определение величин углов между аксонометрическими осями

При ортогональном проецировании прямого угла АОВ (рис.22) на плоскость  $\Pi'$  имеет место тригонометрическая зависимость:  $\cos \alpha = \text{tg} \theta \text{ tg} \theta$  или  $\cos \alpha = - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ ,

преобразовав последнее выражение, используя формулы приведения, получим  $\cos \alpha = - \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \theta} \sqrt{1 - \cos^2 \theta}}{\cos \theta \cos \theta}$ ; выразив тригонометрические функции через показатели

искажения, получим следующее выражение:  $\cos \alpha = - \frac{\sqrt{1 - k_x^2} \sqrt{1 - k_z^2}}{k_x k_z}$ ; аналогично

$$\cos \beta = - \frac{\sqrt{1 - k_x^2} \sqrt{1 - k_y^2}}{k_x k_y};$$

$$\cos \gamma = - \frac{\sqrt{1 - k_y^2} \sqrt{1 - k_z^2}}{k_y k_z}. \quad (1) \quad OO' \perp \Pi'$$

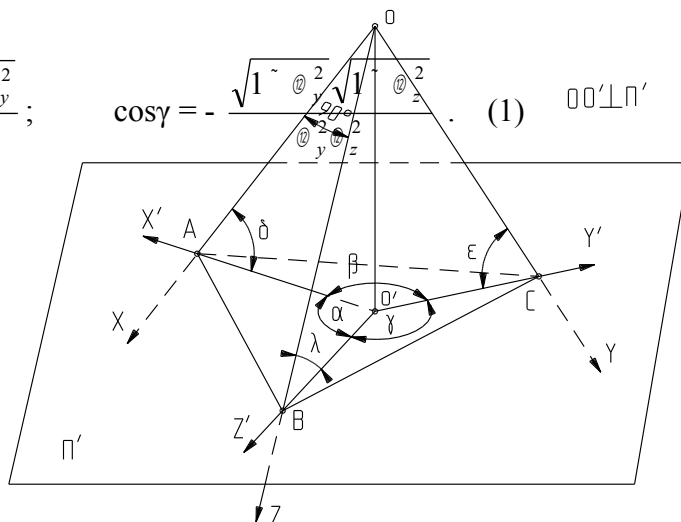


Рис.22

### Прямоугольная изометрическая проекция

Прямоугольная изометрическая проекция получается, если расположить натуральные оси координат под *равными углами* к плоскости  $\Pi' : (\theta = \theta = \theta)$ . Тогда  $\cos \theta = \cos \theta = \cos \theta$ , и значит  $k_x = k_y = k_z$ .

Определим *величины показателей искажения* :

Из выражения  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 2$  получаем  $3k_x^2 = 2$ ;  $k_x = k_y = k_z = \sqrt{2/3} = 0,82$ .

АксонOMETрическую проекцию, у которой  $k_x = k_y = k_z = 0,82$  называют *теоретической (точной) изометрией*.

Для определения *величин углов между аксонометрическими осями* воспользуемся формулами (1), так как  $k_x = k_y = k_z$ , то  $\cos \alpha = \cos \beta = \cos \gamma = -\frac{\sqrt{1 - 2/3} \sqrt{1 - 2/3}}{\sqrt{2/3} \sqrt{2/3}} = -1/2$ ,

следовательно  $\alpha = \beta = \gamma = 120^\circ$

В отличие от косоугольных изометрий, которых существует бесчисленное множество, *прямоугольная изометрия только одна*.

### Прямоугольная диметрическая проекция

Прямоугольная диметрия получается, если *две оси координат* (например,  $Ox$  и  $Oz$ ) *наклонены под одинаковыми углами* к плоскости проекций  $\Pi'$ , а третья ось направлена так, что показатель искажения вдоль неё *вдвое меньше*, например:  $k_x = k_z$  и  $k_y = k_x/2$ ,

Определим *величины показателей искажения*.

Применив выражение  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 2$ , получим  $k_x^2 + (k_x/2)^2 + k_x^2 = 2$ . отсюда  $k_x^2 = 8/9$  или в десятичных дробях  $k_x = k_z = 0,94$  и  $k_y = 0,47$ .

АксонOMETрическую проекцию, у которой  $k_x = k_z = 0,94$  и  $k_y = 0,47$  называют *теоретической (точной) диметрией*.

Определим *величины углов между аксонометрическими осями координат* по формулам (1).

$\cos \theta = -\frac{\sqrt{1 - 8/9} \sqrt{1 - 8/9}}{\sqrt{8/9} \sqrt{8/9}} = -1/8$ , следовательно  $\alpha \approx 97^\circ 10'$  и  $\beta = \gamma \approx \frac{360^\circ - 97^\circ}{2} = 131^\circ 25'$

Косоугольных диметрических систем с заданным соотношением показателей искажения бесчисленное множество, *а прямоугольная диметрия только одна*.

При других соотношениях показателей искажения получаются другие прямоугольные диметрические проекции.

## 2.4. Практические аксонометрические системы.

### Приведённые показатели искажения.

Для построения аксонометрического чертежа длины аксонометрических координатных отрезков необходимо определить по их натуральным координатам.

В целях сокращения вычислительной работы путём подбора некоторого множителя  $m$  один из показателей искажения можно привести к единице и пересчитать остальные два. В отличие от точных показателей искажения новые показатели называются *приведёнными*, а подобранный множитель  $m$  – *коэффициентом приведения*.

Приведённые показатели искажения обозначим прописными буквами  $K_x, K_y, K_z$ , причём  $K_x = k_x m$ ,  $K_y = k_y m$ ,  $K_z = k_z m$  и  $K_x : K_y : K_z = k_x : k_y : k_z$ . При этом изображение меняется подобно в масштабе  $m : 1$ . Такая аксонометрическая проекция называется *практической* или *приведённой*.

Рассмотрим некоторые *практические прямоугольные системы*.

### 2.4.1. Прямоугольная изометрическая проекция

Для упрощения построений пользуются *практической (приведённой) изометрией*. Её называют *стандартной*, так как углы между аксонометрическими осями и показатели искажения указаны в ГОСТ 2.317-69. Углы между осями  $\alpha = \beta = \gamma = 120^\circ$ .

Приведённые показатели искажения  $K_x = K_y = K_z = 1$ .

В этом случае на аксонометрических осях откладывают натуральные координатные отрезки. Коэффициент приведения  $m = 1/k_x = 1,22$ . Следовательно, в приведённой прямоугольной изометрии изображение увеличено в 1,22 раза.

### 2.4.2. Прямоугольная диметрическая проекция

Для получения *приведённой диметрической проекции* – её называют *стандартной*, так как показатели искажения и углы между аксонометрическими осями указаны в ГОСТ 2.317-69 – показатели искажения  $k_x$  и  $k_z$  приводим к единице, умножая их на число (коэффициент приведения)  $m = 1/0,94 \approx 1,06$ .

Приведённые показатели искажения  $K_x = K_z = 1$ ,  $K_y = 0,5$ , таким образом, чертёж будет отличаться от чертежа, выполненного в точной диметрии, лишь масштабом (М1,06 : 1). Углы между осями  $\alpha \approx 97^\circ 10'$  и  $\beta = \gamma \approx 131^\circ 25'$ .

### 2.4.3. Косоугольная фронтальная диметрия

При построении любой прямоугольной аксонометрии ни одна из натуральных координатных плоскостей не параллельна  $\Pi'$ . На практике часто бывает целесообразно построить такой аксонометрический чертёж, в котором одна из координатных плоскостей параллельна плоскости  $\Pi'$ . Если при этом строить прямоугольную аксонометрию, то одна из координатных осей, перпендикулярных плоскости  $\Pi'$ , спроецируется на неё в виде точки и изображение будет не наглядным. Поэтому в этом случае пользуются *косоугольным проецированием*.

Чаще всего применяют *косоугольную фронтальную диметрию*, в которой плоскость  $Oxz$  параллельна плоскости  $\Pi'$ , поэтому аксонометрические оси  $O'x'$  и  $O'z'$  взаимно перпендикулярны и показатели искажения по ним равны единице:  $K_x = K_z = 1$ . Направление оси  $O'y'$  и показатель искажения  $K_y$  могут быть выбраны произвольно.

Государственный стандарт рекомендует направление оси  $O'y'$  выбирать по биссектрисе угла  $x'O'z'$ , то есть,  $\beta = \gamma \approx 135^\circ$ , принимая  $K_y = 0,5$ .

Подставив в выражение  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 2 + ctg^2 \varphi$  значения показателей искажения, получим:  $1 + 0,5^2 + 1 = 2 + ctg^2 \varphi$ ;  $ctg^2 \varphi = 0,5$ ;  $\varphi = 63^\circ$ .

Расположение аксонометрических осей показано на рис.26.

## 2.5. Аксонометрические проекции окружностей

### 2.5.1. Проекция окружностей в прямоугольной аксонометрии

Проекциями окружностей, расположенных в плоскостях, параллельных координатным, являются эллипсы. Рассмотрим рис.23.

Окружность с центром в точке  $O$ , расположенная в координатной плоскости  $Oxy$  ( $\Pi_1$ ), проецируется на аксонометрическую плоскость  $\Pi'$  в эллипс с центром в точке  $O'$ .

$AB$  и  $CE$  – сопряжённые диаметры окружности, то есть  $AB$  и  $CE$  взаимно перпендикулярны. Диаметр  $AB$  параллелен аксонометрической плоскости  $\Pi'$ , следовательно, по теореме о проецировании прямого угла эти диаметры проецируются на  $\Pi'$  во взаимно перпендикулярные отрезки – большую и малую оси эллипса –  $A'B'$  и  $C'E'$ .

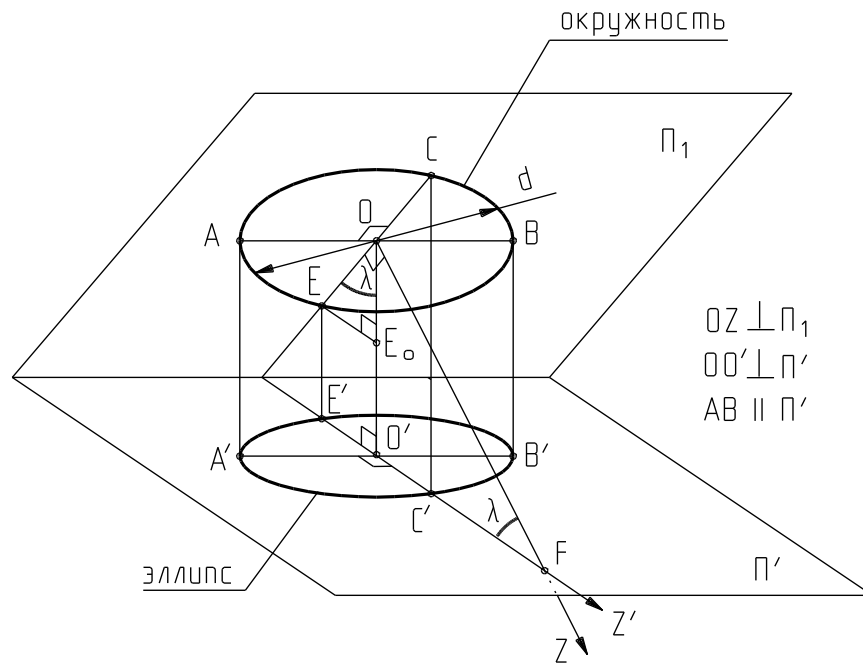


Рис.23

соответственно. Диаметр АВ на Π' проецируется в натуральную величину, то есть,  $AB = A'B' = d$ , где «d» - диаметр заданной окружности.

Отрезок  $EE_0$  параллелен  $\Pi'$ , а значит равен отрезку  $E'O'$ . Рассмотрев треугольники, можно определить величину  $EE_0 = E \sin \lambda = \frac{d}{2} \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$ ,  $\cos \lambda = O'F/O'F = k_z$ , тогда  $E'O' = \frac{d}{2} \sqrt{1 - k_z^2}$ , и, увеличив вдвое, получим  $C'E' = d \sqrt{1 - k_z^2}$ .

В **прямоугольных аксонометрических проекциях** большая ось эллипса равна диаметру окружности (d), а малая ось равна

$$d \cos \theta = d \sqrt{1 - k_x^2}, \text{ для координатной плоскости } O'y'z'$$

$$d \cos \theta = d \sqrt{1 - k_y^2}, \text{ для координатной плоскости } O'x'z'$$

$$d \cos \theta = d \sqrt{1 - k_z^2}, \text{ для координатной плоскости } O'x'y'$$

**Малая ось перпендикулярна нормали к соответствующей плоскости, а большая ось перпендикулярна малой оси.**

В **теоретической прямоугольной изометрии** в силу того, что координатные плоскости  $z'$  наклонены к аксонометрической плоскости под одинаковыми углами, все эллипсы, служащие проекциями окружностей, расположенных в плоскостях, параллельных координатным, имеют одинаковую форму. При этом, **большая ось эллипса равна диаметру окружности, d, а малая ось равна  $d \cos \theta = d \sqrt{1 - k_x^2} = d \sqrt{1 - 2/3} = 0,58 d$  для всех эллипсов (рис.24).**

Для **приведённой изометрии** большая ось равна **1,22d**, а малая ось составляет **0,7d**.

В **теоретической прямоугольной диметрии** эллипсы, расположенные в плоскостях  $O'z'y'$  и  $O'x'y'$  имеют **большую ось эллипса равную диаметру окружности, d, а малую ось, равную  $d \cos \theta = d \sqrt{1 - k_x^2} = d \sqrt{1 - 0,94^2} \approx 0,33d$  (рис.25).**

Для **приведённой диметрии** большая ось равна **1,06**, а малая ось составляет **0,35d**.

Эллипс, расположенный в плоскости  $O'x'z'$  имеет **большую ось** равную диаметру окружности  $d$ , а **малую ось**, равную  $d \cos^{\theta} = d \sqrt{1 - k_y^2} = d \sqrt{1 - 0,47^2} \approx 0,88d$ .

Для **приведённой** диметрии **большая ось** равна **1,06**, а **малая ось** составляет **0,94d**.

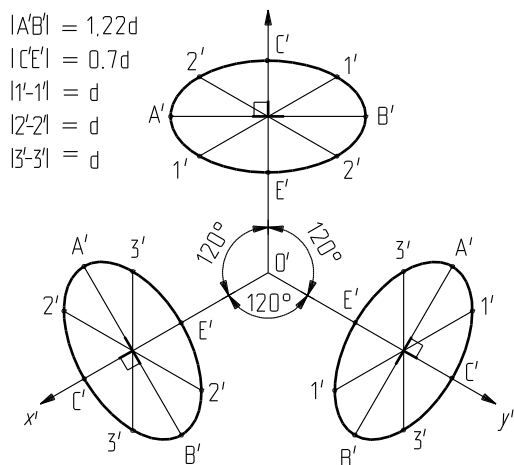


Рис.24

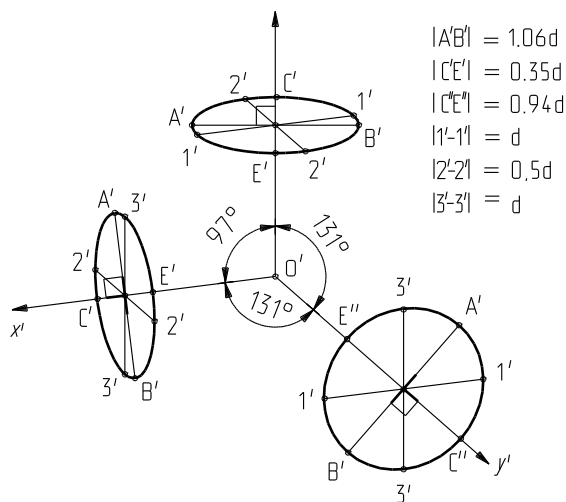


Рис.25

### 2.5.2. Проекции окружностей в косоугольной фронтальной диметрии

Расположение осей и проекций окружностей, параллельных соответствующим координатным плоскостям, показано на рис.26.

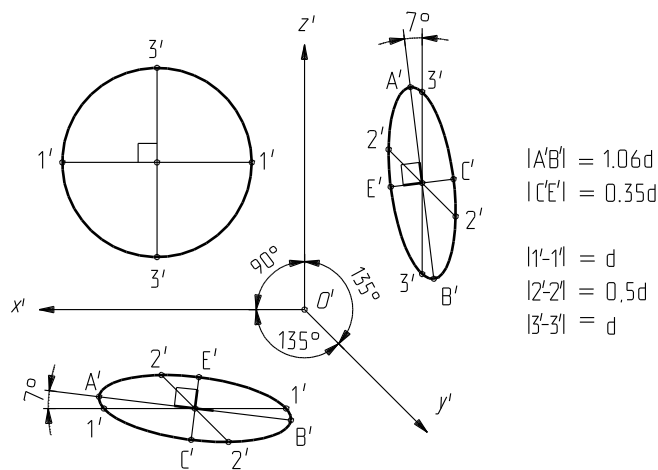


Рис.26

## 3. АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ АКСОНОМЕТРИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

АксонOMETРИЧЕСКУЮ проекцию строят используя чертёж объекта в ортогональных проекциях – двух или трёх, выполняя ряд действий:



- 1) одну из характерных точек объекта принимают за начало натуральной системы координат;
- 2) задают проекции натуральных осей:  $x (x_1, x_2, x_3)$ ,  $y (y_1, y_2, y_3)$ ,  $z (z_1, z_2, z_3)$ ;
- 3) выбирают характерные точки, определяющие форму изделия – вершины многоугольников, центры окружностей и точки пересечения окружностей с центровыми линиями и т. д.;
- 4) задают вид аксонометрии, т.е. выбирают расположение аксонометрических осей  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  и показатели искажения вдоль координатных осей  $k_x, k_y, k_z$ , исходя из геометрической формы изделия, при правильном выборе вида аксонометрии построение отличается простотой, а само изображение наглядностью;
- 5) используя натуральные координаты характерных точек, строят аксонометрические проекции этих точек;
- 6) полученное точечное изображение фигуры дополняют аксонометрическими проекциями линий – рёбер, дуг окружностей и т. д. При этом, если на аксонометрической проекции изображать только видимые наблюдателю линии, то чертёж не теряет своей наглядности.
- 7) дополняют изображение аксонометрическими проекциями фигур сечений, лежащих в плоскостях разрезов; разрезы – полные или частичные – применяют для выявления очертаний внутренних поверхностей фигуры, обычно секущие плоскости – две или три - выбирают параллельными координатным плоскостям; при выполнении разрезов не должна теряться наглядность изображения формы фигуры.

## 4. СВЕТОТЕНЬ

### 4.1. Определения и понятия

Для придания большей наглядности и выразительности аксонометрическому рисунку применяют дополнительное условное средство передачи объёма предмета, которым является изображение *светотени – градаций светлого и тёмного*.

Светотень возникает в результате освещения предмета источником света, при этом, в техническом рисовании источник света обычно считают расположенным слева, сзади относительно рисующего и несколько выше горизонта. Параллельные лучи света, идущие от источника, падая на различные участки поверхности предмета, освещают их неодинаково. Освещённость поверхности зависит от того, под каким углом падают на неё световые лучи и от её расстояния до источника света. Самое сильное освещение поверхность получает в том случае, когда она расположена перпендикулярно к направлению лучей света. Чем меньше угол наклона лучей света к поверхности, тем слабее она освещена.

*Участки поверхности, не освещённые прямыми лучами источника света, называют теневыми. Тени могут быть собственными и падающими.*

*Собственной тенью* фигуры называется неосвещённая часть его поверхности, расположенная за линией, по которой лучевой цилиндр касается этой поверхности.

Если на пути световых лучей перед первой поверхностью окажется другая поверхность, то эта другая поверхность задержит часть светового потока, и на первой поверхности образуется неосвещённый участок, называемый *падающей тенью*.

На рис.31 показана падающая на плоскость  $\Pi_1$  тень от цилиндра, ограниченная линией  $1_0 3_0 6_0 4_0 2_0 7_0 1_0$ . В аксонометрических рисунках падающие тени обычно не изображают.

Каждая тень имеет свою геометрическую форму, которая зависит от расположения источника света, от формы освещаемого предмета. Геометрическая форма теней изучается в теории теней, которая является одним из разделов начертательной геометрии.

На теньевые участки поверхности не попадают прямые лучи от основного источника света, но эти поверхности всегда освещены светом, отражённым от окружающих её поверхностей. Такой, *отражённый от других поверхностей свет, называется рефлексом.*

Рефлексы могут быть разной силы: рефлексы в теньях предметов, имеющих матовую поверхность, мало заметны, на поверхности блестящих предметов они видны отчётливо.

Свет, отражаясь от гладкой блестящей поверхности, образует на ней сверкающие пятна – *блики.*

На цилиндрических, конических и других кривых поверхностях обычно нет резкого перехода от света к тени, этот постепенный переход носит название *полутени* или *полутона.*

Таким образом, понятие «*светотень*» объединяет следующие элементы: *тень, свет, рефлекс, блик, полутон* (рис.27).

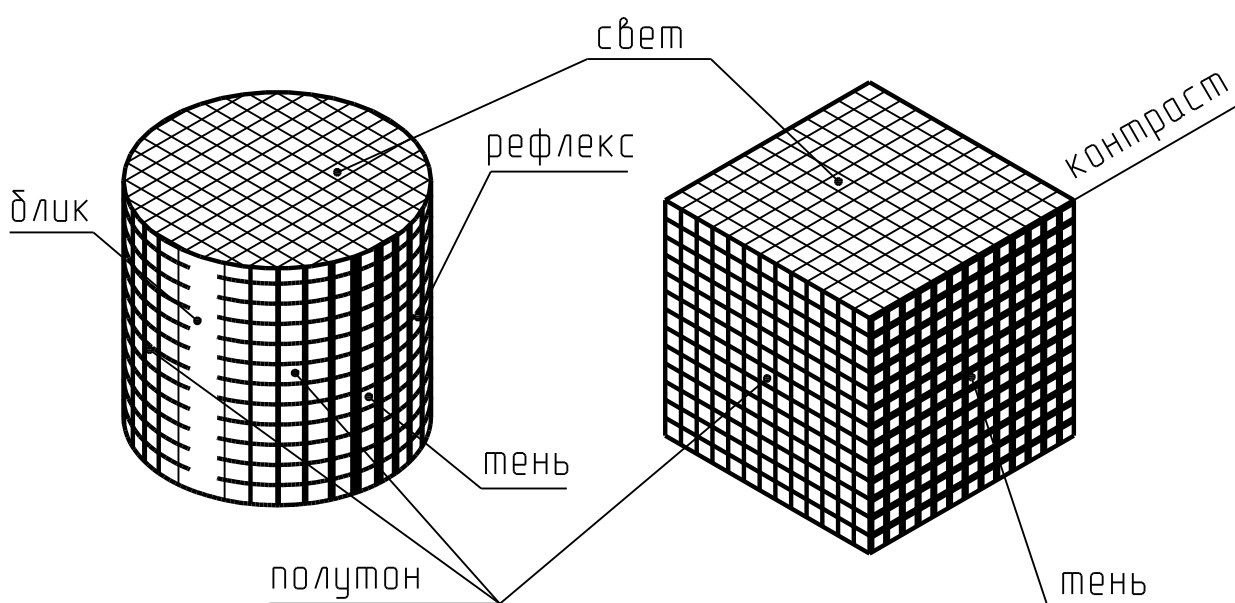


Рис.27

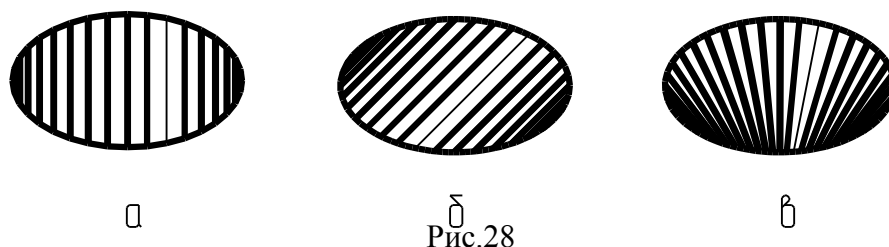
## 4.2 Средство и способ передачи светотени

Средством передачи степени освещённости поверхности предмета на рисунке является *тон.* Под тоном в рисунке понимают степень светлоты поверхности предмета, зависящую от освещённости. Тогда различные элементы светотени (тень, свет, рефлекс, блик, полутон) будут переданы *тоном различной силы:* самым тёмным (сильным) тоном, соответствующим тени, будет тон карандаша, взятый в полную силу; самым светлым тоном, соответствующим блику, будет бумага.

Чтобы верно передать промежуточные градации светотени (полутон, рефлексы), необходимо сравнивать в процессе рисования получаемый тон с крайними тонами – самым светлым и самым тёмным, другими словами, необходимо соблюдать *отношения тонов.*

Изображаются элементы светотени с помощью *штриховки*. Штриховка заключается в покрытии различных частей рисунка штрихами в одном или двух направлениях. Регулируя толщину штрихов, добиваются различной силы тона (рис.27, 28, 29,30,40, 41, 42).

Направление штрихов должно быть согласовано с формой изображаемого предмета, так как «штрихи», наложенные «по форме», помогают глазу лучше воспринять её (рис.28, 30).



На рис 28 изображены отверстия: а – цилиндрическое прямое, б – цилиндрическое наклонное, в – коническое.

При штриховке цилиндрических, конических и других поверхностей вращения одни линии следует направлять вдоль образующих, другие – по направляющим линиям этих поверхностей (рис.30).

При штриховке плоских участков поверхности предмета направления штрихов выбирают параллельными аксонометрическим осям  $O'x'$ ,  $O'y'$ ,  $O'z'$ , если изображаемые плоскости параллельны плоскостям проекций; если же изображаемые плоскости не параллельны плоскостям проекций, то одни линии штриховки проводят параллельно линиям наибольшего наклона плоскостей, а другие направляют либо параллельно аксонометрическим осям, либо линиям пересечения изображаемых плоскостей с другими плоскостями предмета (рис.29)

При штриховке плоскостей расстояния между линиями штриховки не меняются, в отличие от штриховки кривых поверхностей.

### 4.3 Особенности светотени и её восприятия

1. На границе различно освещённых участков поверхности, например, «свет – тень», «свет – полутон», разница между ними более заметна: тень вблизи этой границы кажется несколько темнее, чем в остальных местах, а освещённая часть - светлее. В этом, кроме рефлекса, играет роль и восприятие – *явление одновременного контраста* (рис.27).

2. По мере удаления от зрителя кажущаяся освещённость плоскости несколько падает.

3. Блик на цилиндрической поверхности имеет форму узкой полоски (рис.27,28,29), на шаре – блестящего кружка. Контур собственной тени шара – эллипс.

4 Рефлекс сильнее заметен на кривой поверхности по сравнению с плоскостью.

#### **Необходимо помнить:**

Поскольку изображение светотени в технических рисунках не является самоцелью, то оно как средство передачи объёма должно использоваться весьма экономно – изображать нужно только основные элементы светотени без мелких подробностей и нюансов.

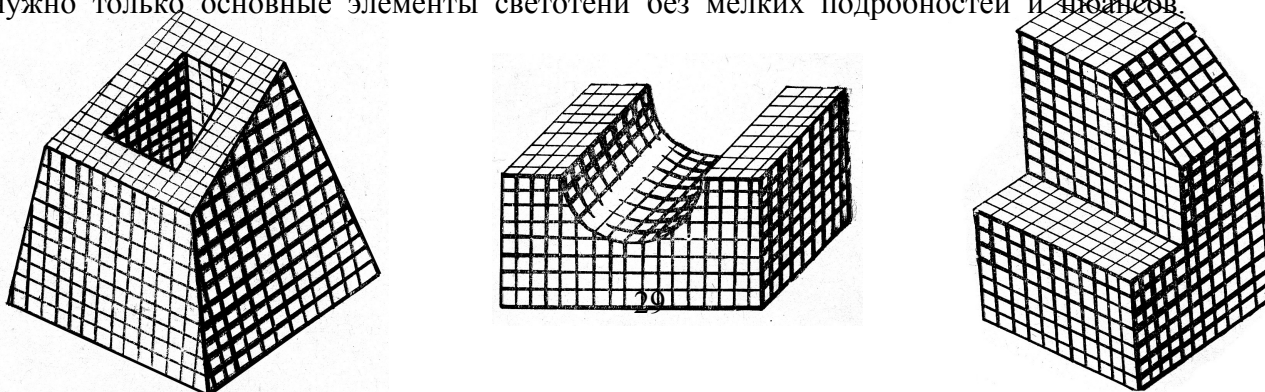


Рис.29

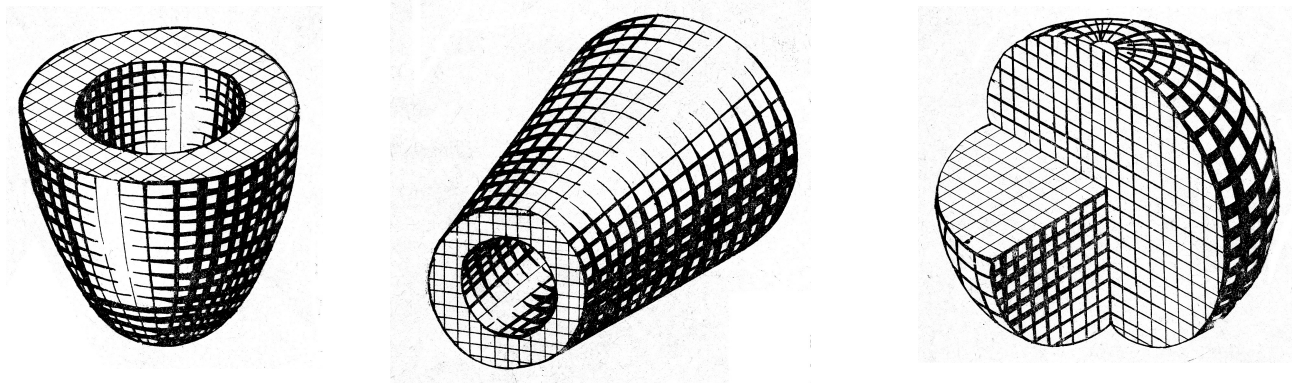


Рис.30

#### 4.4 Определение границ теней

Определение границ (контуров) собственных и падающих теней основано на построении линий соприкосновения лучевой поверхности с изображаемой поверхностью и определении линии пересечения поверхностей

##### Пример 1.

На рис.31 показано построение касательных лучевых плоскостей **H** и **T** к боковой поверхности прямого цилиндра. Проецирующие следы этих плоскостей **H<sub>1</sub>** и **T<sub>1</sub>**, параллельные горизонтальной проекции **p** направления световых лучей **p**, будут касательными к линии проекции цилиндра на плоскость **Π<sub>1</sub>**, и образующие касания **1 3** и **2 4** являются *границей собственной тени* боковой поверхности цилиндра.

Лучевой цилиндр **c** образующими, параллельными направлению световых лучей **p** и проходящими через линии верхнего **3 6 4 2** и нижнего **1 7 2** оснований, вместе с касательными плоскостями **H** и **T** создают замкнутую линию границы собственной тени **1 3 6 4 2 7**. Пересечение этих лучевых поверхностей с горизонтальной плоскостью **Π<sub>1</sub>** образует *границу падающей тени*.

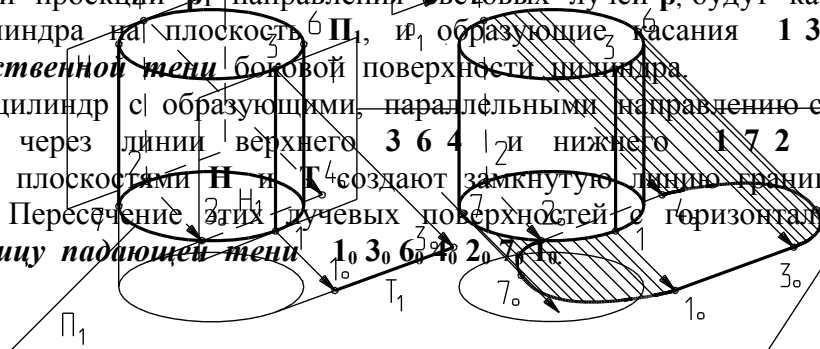


Рис.31

**Пример 2.**

На рис 32 показано построение границы *собственной тени* прямого кругового конуса другим способом. В этом случае сначала строится *падающая тень* этого конуса на горизонтальную плоскость, а затем – *собственная тень*. В первую очередь строится падающая тень от вершины конуса – точка  $C_0$ . Эта точка является результатом пересечения прямой параллельной направлению световых лучей  $p$ , проведённой через вершину конуса, точку  $C$ , с горизонтальной проекцией этой прямой. Затем проводят касательные к основанию конуса –  $C_01_1$  и  $C_02_1$ , которые будут границами падающей на плоскость  $\Pi_1$  тени, и определяют границу собственной тени –  $C1_1$ .

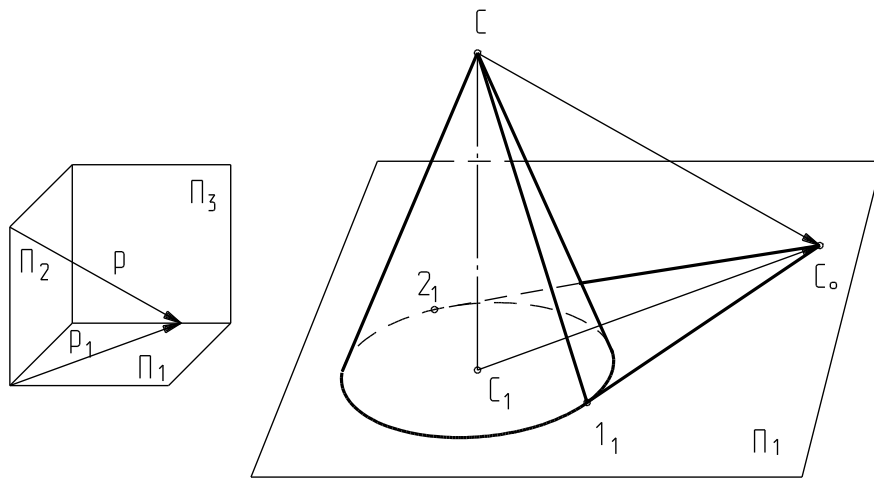


Рис.32

**5. ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ИЗОМЕТРИИ ФИГУРЫ ПО ЕЁ ЧЕРТЕЖУ В ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРОЕКЦИЯХ**

Задан чертёж фигуры в ортогональных проекциях (рис.33).

Одну из точек этой фигуры принимаем за начало натуральной системы координат – «O».

Задаём проекции натуральных осей:  $x(x_1, x_2, x_3)$ ,  $y(y_1, y_2, y_3)$ ,  $z(z_1, z_2, z_3)$ .

Выбираем характерные точки фигуры, лежащие в координатной плоскости  $Oyz$  – 1,2,3,4,5.

Задаём расположение аксонометрических осей  $O'x', O'y', O'z'$  ( $\alpha = \beta = \gamma = 120^\circ$ ) (рис.34) и величины практических коэффициентов искажения по осям:  $K_x = K_y = K_z = 1$ .

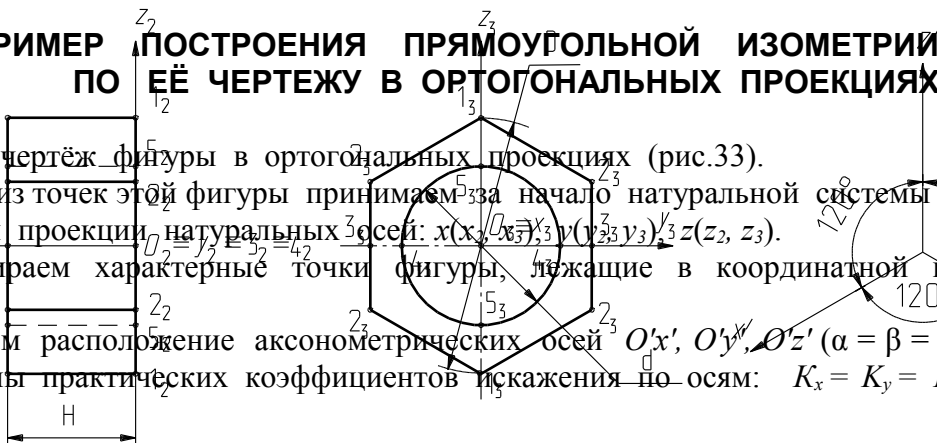


Рис.33

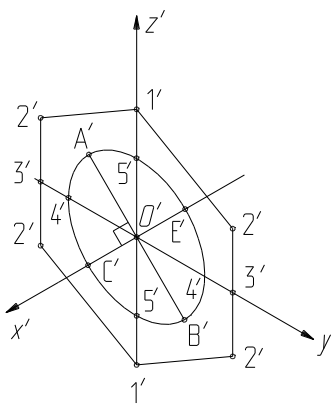
Рис.34

Строим изометрию шестиугольника и окружности, лежащих в координатной плоскости  $Oyz$ , используя натуральные координаты (размеры) характерных точек и практические коэффициенты искажения (рис.35).

Затем строим изометрию шестиугольника и окружности, лежащих в плоскости параллельной координатной плоскости  $Oyz$ , на расстоянии от неё равном «Н» (рис.36).

Далее соединяем одноимённые точки параллельных контуров (рис.37).

Для придания наглядности сквозному цилиндрическому отверстию в заданной шестиугольной призме, необходимо выполнить в ней условный вырез плоскостями  $Oxz$  и  $Oxy$ . Изометрия контуров сечений фигуры плоскостями  $Oxz$  и  $Oxy$  изображена на рис.38.



$$\begin{aligned}
 |A'B'| &= 1,22d \\
 |C'E'| &= 0,7d \\
 C'E' &\parallel O'x' \\
 A'B' &\perp C'E' \\
 |O'1'| &= |O'1| \\
 |O'3'| &= |O'3| \\
 |2'3'| &= |2'3| \\
 |4'4'| &= |4'4| \\
 |5'5'| &= |5'5|
 \end{aligned}$$

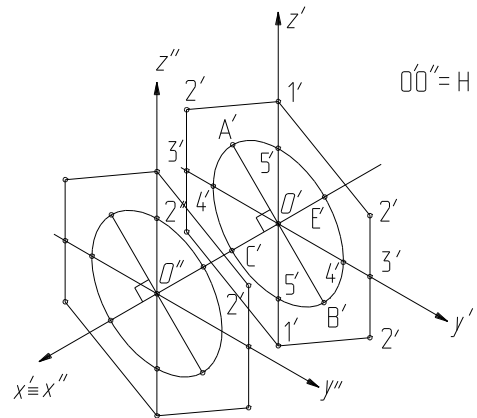


Рис.35.

Рис.36

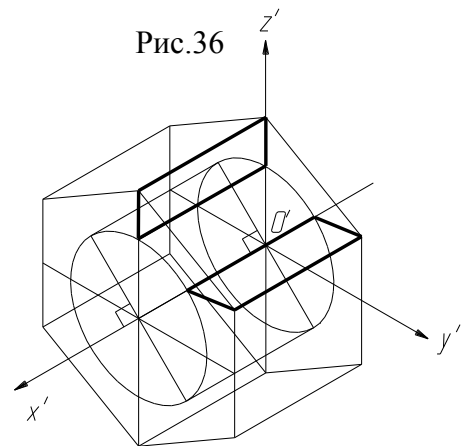
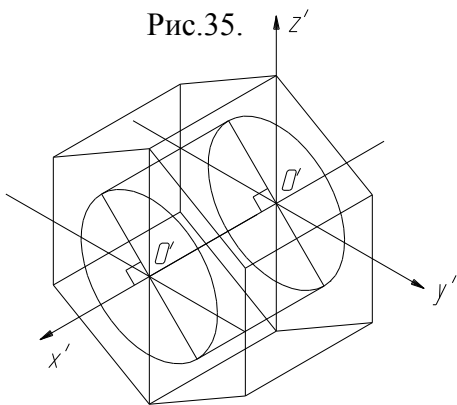


Рис37.

Рис38

АксонOMETрические проекции фигур сечений выделим штриховкой, направление линий которой задано направлением отрезков, соединяющих концы единичных аксонOMETрических отрезков (рис.39), и сохраним видимые контуры изображения.

Изобразим светотень (рис.40), подчёркивая форму поверхности фигуры линиями штриховки.

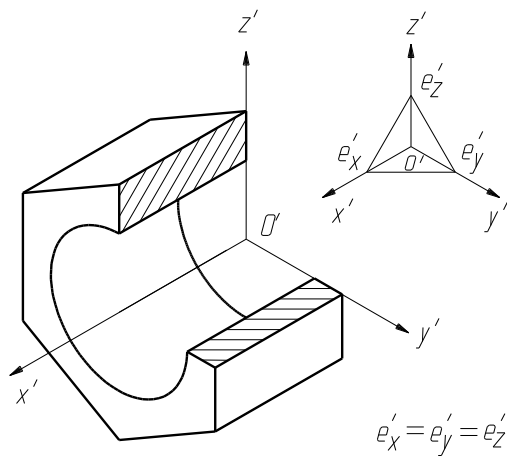


Рис.39

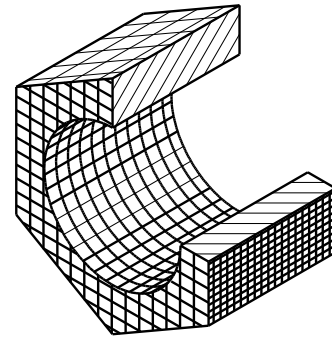
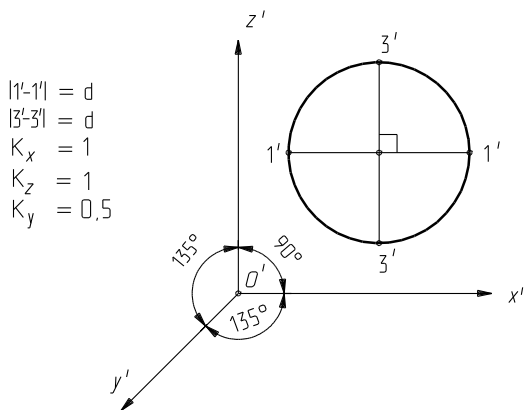


Рис.40

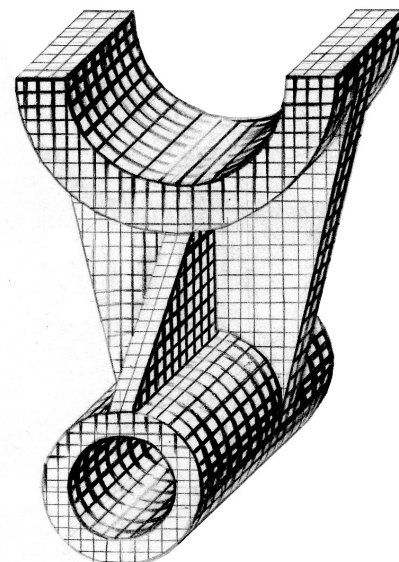
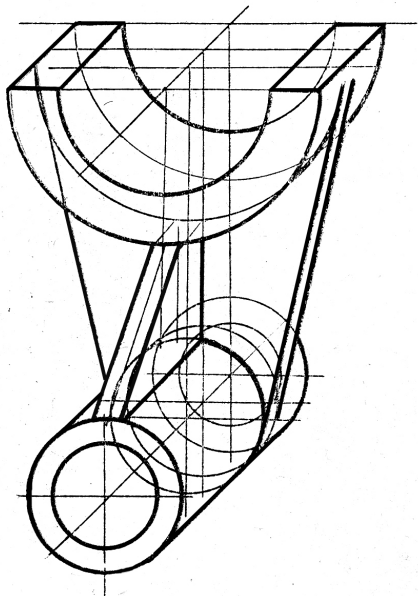
## 6. ПРИМЕРЫ ТЕХНИЧЕСКИХ РИСУНКОВ ДЕТАЛЕЙ

На рис.41 приведён пример рисунка детали, в основе которого лежит косоугольная диметрия. Выбор этого вида аксонOMETрии продиктован формой детали и её размерами:

- 1) наличием двух цилиндрических элементов детали со взаимно параллельными осями вращения;
- 2) большой протяжённостью одного из цилиндрических элементов;



Направив оси этих цилиндров вдоль оси  $Oy$  получаем расположение оснований цилиндров в плоскостях, параллельных плоскости проекций  $Oxz$ , что позволяет в косоугольной диметрии изобразить эти основания без искажения формы и размеров. Кроме того, величина коэффициента искажения по оси  $Oy$  даёт возможность уменьшить протяжённость изображения в этом направлении.



а

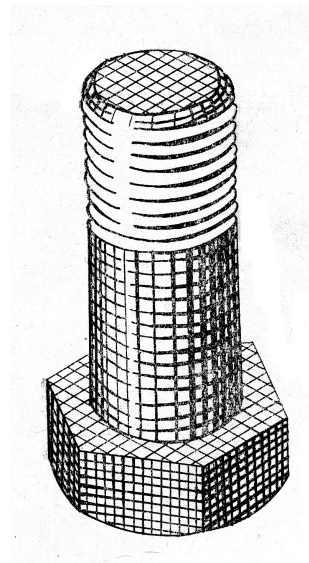
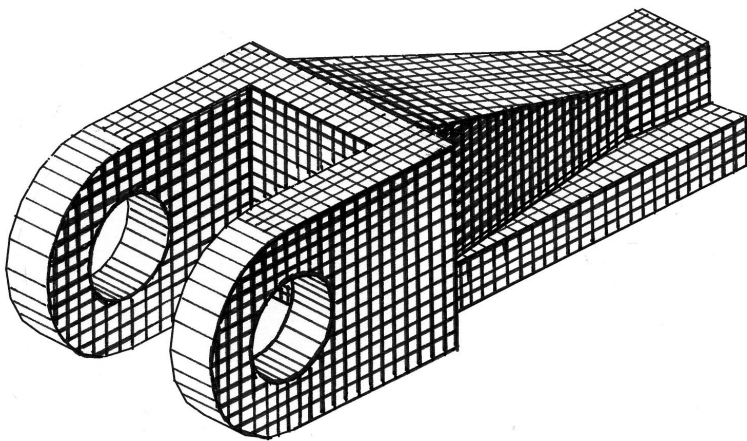
б

Рис.41

На рис.41,а приведено построение аксонометрии, а на рис.41,б - изображение светотени.

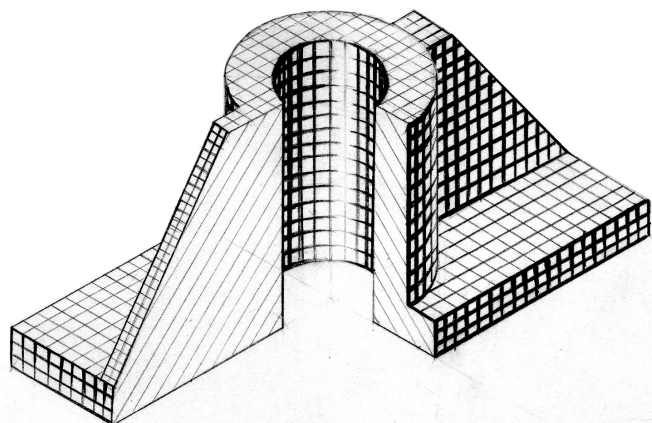
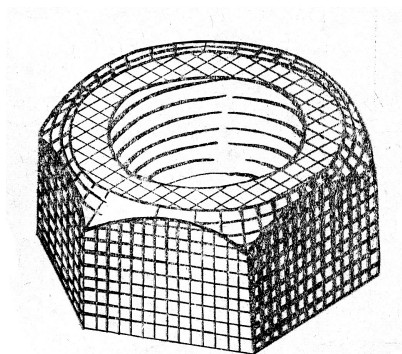
На рис.42 приведены примеры рисунков деталей – вилки (рис.42,а), болта (рис.42,б), гайки (рис.42,в) и фланца (рис.42,г) - в основе построений которых лежит прямоугольная изометрия.

Рис.42, г содержит изометрию детали с разрезом, применённым для выявления глубины цилиндрического отверстия.



а

б



в

г

Рис.42



## 7. УСЛОВНОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЯ ФИГУР СЕЧЕНИЙ И РЕЗЬБОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЯХ

1. При выполнении аксонометрических проекций деталей с разрезами проекции фигур сечений всех без исключения элементов деталей заполняются штриховкой параллельными прямыми линиями: так на рис. 42, г заштрихованы фигуры проекций сечений, в том числе и фигура сечения тонкой стенки – ребра жёсткости, попавшей в плоскость разреза.

Направления линий штриховки сечений в прямоугольной изометрии (рис. 43) и косоугольной диметрии (рис. 44) плоскостями параллельными плоскостям  $Oxy$ ,  $Oxz$ ,  $Oyz$ , задаются направлением отрезков, соединяющих концы соответствующих единичных аксонометрических отрезков.

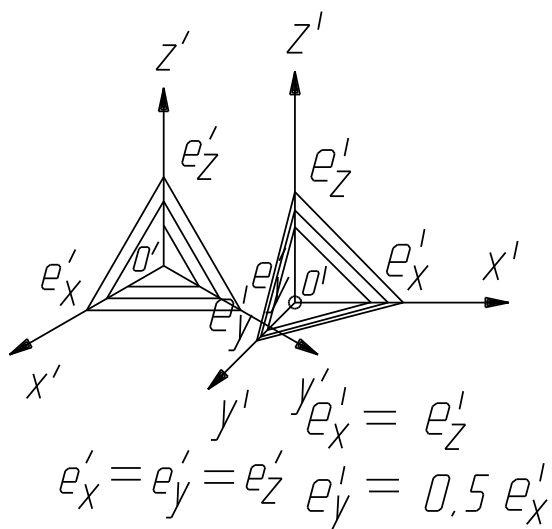


Рис.43

Рис.44

Направление линий штриховки может быть также выбрано перпендикулярным указанному на рис.43 и рис.44.

2. Резьбовые поверхности могут изображаться условно – в виде эллипсов (рис.42 б, в).

### Библиографический список

1. Климухин А.Г. Начертательная геометрия: Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1978. – с. 334, ил.
2. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии.- М: Высш. шк., 2004,-272с.
3. Нартова Л.Г. Начертательная геометрия: Учеб. пособие для студ. Технич. специальностей вузов / Л.Г. Нартова, В.И. Якунин. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 288 с.
4. ГОСТ 2.317 – 69. Аксонометрические проекции. – М.: Издательство стандартов, 1969.
5. Построение аксонометрических изображений. Техническое рисование: Метод. указания / Сост. Л.П.Куванина, И.В.Мурачёва, - Куйбышев, 1986. – 29 с.