

Министерство высшего и среднего специального  
образования РСФСР

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт имени академика С.П.Королева

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ  
ПО ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДАМ

Методические указания

Куйбышев 1982

УДК 519.6(076)

Настоящие задания составлены по темам: решение уравнений и систем линейных и нелинейных уравнений, нахождение собственных значений и собственных векторов матриц, приближение функций, численное интегрирование и приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

Задания предназначены для проведения лабораторных работ и практических занятий по курсу "Численные методы" для студентов специальностей 0646 и 0647.

Составитель **О.С. Иванова**

Рецензенты: **С.В. Копейкин, В.В. Азовский**

Утверждены редакционно-издательским советом института 16.12.1981 г.

# Тема I. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

## Работа I.I. Комбинированный метод хорд и касательных

З а д а н и е. Для уравнений из табл. I.I: а) отделить корни графически или аналитически; б) уточнить корни комбинированным методом хорд и касательных с точностью до 0,001.

Т а б л и ц а I.I

Номер варианта	Уравнение	Номер варианта	Уравнение
I	$x^3-0,1x^2+0,4x-1,5=0$	26	$x^3-0,1x^2+0,3x-0,6=0$
2	$x^3+0,2x^2+0,5x-1,2=0$	27	$x^3-15x+25=0$
3	$x^3+0,2x^2+0,5x-2=0$	28	$x^3-21x^2+30=0$
4	$x^3-0,2x^2+0,3x-1,2=0$	29	$x^3+25x+19=0$
5	$x^3-0,1x^2+0,4x-1,5=0$	30	$x^3+20x-41=0$
6	$x^3+0,1x^2+0,4x-1,2=0$	31	$x^3-24x^2-27=0$
7	$x^3+0,2x^2+0,5x+0,8=0$	32	$x^3-23x+47=0$
8	$x^3-0,2x^2+0,3x+1,2=0$	33	$x^3+31x^2+26=0$
9	$x^3-0,2x^2+0,5x-1,4=0$	34	$x^3+34x+23=0$
10	$x^3-0,1x^2+0,4x+1,2=0$	35	$x^3+23x-42=0$
11	$x^3-0,2x^2+0,5x-1=0$	36	$x^3-18x+33=0$
12	$x^3-0,1x^2+0,4x+2=0$	37	$x^3+23x^2+32=0$
13	$x^3-0,2x^2+0,4x-1,4=0$	38	$x^3+33x+21=0$
14	$x^3+0,4x^2+0,6x-1,6=0$	39	$x^3+25x-37=0$
15	$x^3-0,2x^2+0,5x+1,4=0$	40	$x^3+34x^2+27=0$
16	$x^3+2x^2+2=0$	41	$x^3+3x^2+6x-1=0$
17	$x^3-3x^2-9x-10=0$	42	$x^3-3x^2+6x-2=0$
18	$x^3-2x+2=0$	43	$x^3+3x^2+12x-9=0$
19	$x^3+3x-1=0$	44	$x^3+3x+1=0$
20	$x^3+x-3=0$	45	$x^3-3x^2+9x+2=0$
21	$x^3+3x^2+12x+3=0$	46	$x^3-3x^2+6x+3=0$
22	$x^3-3x^2+6x-5=0$	47	$x^3+3x^2+9x-5=0$
23	$x^3+2x+4=0$	48	$x^3-6x-8=0$
24	$x^3-3x^2+12x-12=0$	49	$x^3-3x^2+6x+3=0$
25	$x^3+4x-6=0$	50	$x^3-3x^2+9x+2=0$

## Л и т е р а т у р а

Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. —М.: Наука, 1966, гл. IV, § 1-7.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Методы отделения корней. Достаточные условия существования и единственности корня на отрезке.
2. Метод Ньютона (касательных). Вывод формул. Доказательство сходимости. Геометрическая иллюстрация.
3. Метод хорд. Вывод формул. Доказательство сходимости. Геометрическая иллюстрация.
4. Комбинированный метод. Вывод формул. Доказательство сходимости. Геометрическая иллюстрация.
5. Особенности реализации методов Ньютона, хорд, комбинированного метода на ЭВМ.

## Работа 1.2. Метод простой итерации

**З а д а н и е.** Для уравнений из табл. 1.2: а) определить корни уравнения графически или аналитически; б) уточнить корни методом простой итерации с точностью до 0,001.

Т а б л и ц а 1.2

Номер варианта	Уравнение	Номер варианта	Уравнение
1	$\ln x + (x+1)^3 = 0$	26	$\lg(2+x) + 2x = 3$
2	$x2^x = 1$	27	$\lg(1+2x) = 2-x$
3	$\sqrt{x} + 1 = 1/x$	28	$\sin(x-0.6) = 1.5-x$
4	$x - \cos x = 0$	29	$x + \lg(1+x) = 1.5$
5	$3x + \cos x + 1 = 0$	30	$2\sqrt{x} - \cos x = 1$
6	$x + \lg x = 0.5$	31	$x - \sin x = 0.25$
7	$2-x = \ln x$	32	$3x - \cos x - 1 = 0$
8	$(x-1)^3 = 0.5x$	33	$x = 0.21 \sin(0.5+x)$

Номер варианта	Уравнение	Номер варианта	Уравнение
9	$2 - xe^x = 0$	34	$x \operatorname{tg} x = -0,125$
10	$2,2x - 2^x = 0$	35	$x \ln x = 100$
11	$x^2 + 4 \sin x = 0$	36	$x + \cos x = 0$
12	$2x + \operatorname{tg} x = 7$	37	$(4+x^2)(e^{+x} - e^{-x}) = 18$
13	$5x - 6 \ln x = 8$	38	$x^2 - \cos x = 0 \quad (x > 0)$
14	$3x - e^x = 0$ (наим. полож.)	39	$x \operatorname{tg} x = 1,2$ (наим. полож.)
15	$x(x+1)^2 = 1$	40	$e^{-x} - 2 + x^2 = 0 \quad (x > 0)$
16	$x = (x+1)^3$	41	$(x-1)^2 - e^{-x} = 0 \quad (x \neq 0)$
17	$x^2 - \sin x = 0$	42	$e^x + e^{-3x} = 4 \quad (x > 0)$
18	$x^3 = \sin x$	43	$x^2 + \ln x = 0$
19	$x = \sqrt{\operatorname{tg}(x+2)}$	44	$x^2 + \operatorname{tg}(x+2) = 0$
20	$x = \ln(x+1)$	45	$x^2 + \ln x - 4 = 0$
21	$2x + \operatorname{tg} x = -0,5$	46	$2\sqrt{x} - \cos(\pi x/2) = 0$
22	$2x + \cos x = 0,5$	47	$\sqrt{x} - 2 \cos(\pi x/2) = 0$
23	$\sin 0,5x + 1 = x^2 \quad (x > 0)$	48	$x^2 - \operatorname{ctg}(\pi x/3) = 0$
24	$0,5x + \operatorname{tg}(x-1) = 0,5$	49	$x^2 - \cos^2 \pi x = 0$
25	$\sin(0,5+x) = 2x - 0,5$	50	$x^2 - \sin \pi x = 0$

## Л и т е р а т у р а

Демидович Е.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1966, гл. IV, § 1-3,8.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Методы отделения корней.
2. Метод простой итерации уточнения корней уравнений. Расчетные формулы. Геометрическая иллюстрация.

3. Достаточный признак сходимости метода простой итерации.
4. Оценка погрешности метода простой итерации.
5. Способы приведения уравнения  $f(x) = 0$  к виду  $x = \varphi(x)$  так, чтобы метод итераций сходился.
6. Особенности реализации метода итераций на ЭВМ.

Работа 1.3. Метод Лобачевского

З а д а н и е. Используя метод Лобачевского, решить уравнения из табл. 1,3 с точностью до 0,001.

Т а б л и ц а 1.3

Номер варианта	Уравнение	Номер варианта	Уравнение
1	$2x^3 - 3x^2 - 12x - 5 = 0$	26	$x^3 - 12x - 10 = 0$
2	$x^3 - 3x^2 - 24x - 3 = 0$	27	$2x^3 + 9x^2 - 4 = 0$
3	$x^3 - 3x^2 + 3 = 0$	28	$2x^3 - 3x^2 - 12x + 8 = 0$
4	$x^3 - 12x + 6 = 0$	29	$x^3 + 3x^2 - 1 = 0$
5	$x^3 + 3x^2 - 24x = 0$	30	$x^3 - 3x^2 + 3,5 = 0$
6	$2x^3 - 3x^2 - 12x + 10 = 0$	31	$x^3 - 18x^2 + 50 = 0$
7	$2x^3 + 9x^2 - 21 = 0$	32	$x^3 - 23x - 42 = 0$
8	$x^3 - 3x^2 + 2,5 = 0$	33	$x^3 + 35x^2 - 12 = 0$
9	$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$	34	$x^3 - 19x^2 + 56 = 0$
10	$x^3 + 3x^2 - 35 = 0$	35	$x^3 - 21x^2 - 37 = 0$
11	$x^3 + 3x^2 - 24x + 10 = 0$	36	$x^3 + 27x^2 - 35 = 0$
12	$x^3 - 3x^2 - 24x - 8 = 0$	37	$x^3 - 27x^2 + 36 = 0$
13	$2x^3 + 9x^2 - 10 = 0$	38	$x^3 - 21x^2 + 43 = 0$
14	$x^3 - 12x + 10 = 0$	39	$x^3 - 37x - 52 = 0$
15	$x^3 + 3x^2 - 3 = 0$	40	$x^3 + 39x^2 - 24 = 0$
16	$2x^3 - 3x^2 - 12x + 1 = 0$	41	$x^3 - 31x^2 + 35 = 0$
17	$x^3 - 3x^2 - 24x - 5 = 0$	42	$x^3 - 26x + 43 = 0$

Номер варианта	Уравнение	Номер варианта	Уравнение
18	$x^3 - 4x^2 + 2 = 0$	43	$x^3 - 21x^2 + 55 = 0$
19	$x^3 - 12x - 5 = 0$	44	$x^3 - 30x - 41 = 0$
20	$x^3 + 3x^2 - 24x + 1 = 0$	45	$x^3 + 28x^2 - 47 = 0$
21	$2x^3 - 3x^2 - 12x + 12 = 0$	46	$x^3 + 6x^2 - 6x + 1 = 0$
22	$2x^3 + 9x^2 - 6 = 0$	47	$x^3 - 8x^2 + 12x - 1 = 0$
23	$x^3 - 3x^2 + 1,5 = 0$	48	$x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$
24	$x^3 - 3x^2 - 24x + 10 = 0$	49	$x^3 + 2x^2 - 29x + 42 = 0$
25	$x^3 + 3x^2 - 24x - 3 = 0$	50	$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$

## Л и т е р а т у р а

1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966, гл. У, § 7-12.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Процесс квадрирования корней.
2. Метод Лобачевского - Греффе для случая:
  - а) действительных различных корней,
  - б) действительных кратных корней,
  - в) комплексных корней.
3. Особенности реализации метода на ЭВМ.

Т е м а 2. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.  
ОБРАЩЕНИЕ МАТРИЦ

Работа 2.1. Точные методы решения систем линейных уравнений.

З а д а н и е. Решить систему из табл. 2.1: а) методом Гаусса с

выбором главного элемента; б) методом Жордана с выбором главного элемента. Все вычисления выполнять с точностью до 0,001.

Т а б л и ц е 2.1

Номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$b_i$	Номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$b_i$	Номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$b_i$
1	5	8	-1	-7	2	1	2	1	4	3	3	2	1	5
	1	2	3	1		3	-5	3	1		2	3	1	1
	2	-3	2	9		2	7	-1	8		2	1	3	11
4	1	2	4	31	5	4	-3	2	9	6	2	-1	-1	4
	5	1	2	29		2	5	-3	4		3	4	-2	11
	3	-1	1	10		5	6	-2	18		3	-2	4	11
7	1	1	2	-1	8	3	-1	0	5	9	3	-1	1	4
	2	-1	2	-4		-2	1	1	0		2	-5	-3	-17
	4	1	4	-2		2	-1	4	15		1	1	-1	0
10	1	1	1	2	11	2	1	-1	1	12	2	-1	-3	3
	2	-1	-6	-1		1	1	1	6		3	4	-5	8
	3	-2	0	8		3	-1	1	4		0	2	7	17
13	1	5	1	-7	14	1	-2	3	6	15	3	4	2	8
	2	-1	-1	0		2	3	-4	16		2	-1	-3	-1
	1	-2	-1	2		3	-2	-5	12		1	5	1	0
16	2	-1	3	7	17	2	1	4	20	18	1	-1	0	4
	1	3	-2	0		2	-1	-3	3		2	3	1	1
	0	2	-1	2		3	4	-5	-8		2	1	3	11
19	1	5	-1	7	20	11	3	-1	2	21	7	5	2	18
	2	-1	-1	4		2	5	-5	0		1	-1	-1	3
	3	-2	4	11		1	1	1	2		1	1	2	-2
22	2	3	1	1	23	1	-2	-2	3	24	3	1	-5	-7
	1	0	1	0		1	1	-2	0		2	-3	4	-1
	1	-1	-1	2		1	-1	-1	1		5	-1	3	0
25	1	-2	1	15	26	2	-1	-2	1	27	2	3	4	5
	2	1	3	9		3	2	1	1		3	4	-1	3
	1	3	2	-6		-2	3	3	0		4	5	-2	3



Номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$B_i$	Номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$B_i$	Номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$B_i$
28	2 1 3	-1 2 1	-3 1 -1	-9 3 -1	29	3 2 5	1 -3 1	-2 1 3	4 9 -4	30	2 1 5	-1 3 2	3 -1 1	-4 2 5
31	1 1 -1	1 -1 1	-1 1 1	36 13 7	32	1 3 2	2 -5 7	1 3 -1	4 1 8	33	2 7 7	-4 3 9	9 -6 -9	28 -1 5
34	2 1 0	1 0 5	0 3 -1	5 16 10	35	1 2 6	1 0 0	1 -3 -5	36 -17 7	36	7 5 10	2 -3 -11	3 2 5	15 15 36
37	1 4 16	1 5 25	1 9 81	1 2 10	38	2 7 6	0 1 0	3 6 5	2 3 4	39	1 1 1	1 2 3	1 3 6	1 2 3
40	3 4 5	2 1 2	-4 -2 -3	2 3 5	41	4 5 3	2 3 2	-1 -2 -1	5 6 1	42	4 3 1	-3 -2 -7	5 8 -5	-1 0 2
43	3 2 3	2 5 4	1 3 2	5 3 4	44	1 0 5	2 1 0	0 3 -1	5 -4 7	45	3 -2 2	-2 1 0	1 3 -2	-3 -6 7
46	2 1 -1	0 3 0	5 16 10	-3 -12 -11	47	2 1 5	1 2 -1	0 3 2	3 0 2	48	2 5 1	1 3 4	3 2 3	5 1 2
49	5 3 4	6 2 1	-1 2 -1	-3 5 1	50	1 3 1	-1 2 1	2 1 0	6 5 0					

В табл. 2.1 даны коэффициенты системы:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = B_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = B_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = B_3. \end{cases}$$

## Л и т е р а т у р а

1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966, гл. УШ, § 3,5.
2. Бахвалов Н.С. Численные методы. - М.: Наука, 1973, т. I, гл.УІ, §I.
3. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. - М.: Изд-во физ-мат. лит-ры, 1962, т. 2, гл. 6, § 2.
4. Копченкова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. - М.: Наука, 1972.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Метод Гаусса. Схема метода. Контроль вычислений. Погрешности в методе Гаусса.
2. Особенности реализации метода Гаусса на ЭВМ.
3. Метод Жордана. Схема метода. Сравнение с методом Гаусса.
4. Метод главных элементов.

## Работа 2.2. Методы обращения матриц

- З а д а н и е. I.** Используя метод Жордана, обратить матрицу. Все вычисления проводить с тремя знаками после запятой.
2. Округлив элементы полученной матрицы до одного знака после запятой, уточнить их до трех знаков после запятой итерационным методом.

$$\text{№ 1} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 2} \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 3} \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 4} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 5} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 6} \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 7} \begin{bmatrix} 4 & 2 & I \\ 3 & -2 & 0 \\ 0 & -I & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 8} \begin{bmatrix} I & 4 & 2 \\ 2 & I & -2 \\ 0 & I & -I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 9} \begin{bmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 4 & 2 & 0 \\ I & I & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 10} \begin{bmatrix} 5 & 3 & -I \\ -2 & 0 & 4 \\ 3 & 5 & -I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 11} \begin{bmatrix} 5 & I & -3 \\ 0 & 2 & -I \\ -2 & -I & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 12} \begin{bmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 3 & -I & 0 \\ 4 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 13} \begin{bmatrix} 2 & -8 & 5 \\ -I & I & I \\ -2 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 14} \begin{bmatrix} 5 & 3 & -I \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 5 & -I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 15} \begin{bmatrix} 2 & 3 & -I \\ 4 & 5 & 2 \\ -I & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 16} \begin{bmatrix} 12 & 15 & -6 \\ 9 & -3 & 0 \\ 12 & 0 & 2I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 17} \begin{bmatrix} I & 3 & 4 \\ 6 & 6 & 5 \\ -I & -2 & II \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 18} \begin{bmatrix} 8 & -5 & -I \\ -4 & 7 & -I \\ -4 & I & 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 19} \begin{bmatrix} I & 2 & -I \\ 0 & 2 & -3 \\ I & -I & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 20} \begin{bmatrix} I & 2 & I \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 21} \begin{bmatrix} -I & 2 & 0 \\ -3 & 2 & I \\ I & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 22} \begin{bmatrix} I & I & -I \\ 4 & -3 & I \\ 0 & 2 & I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 23} \begin{bmatrix} 2 & 3 & I \\ I & 0 & I \\ I & -I & -I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 24} \begin{bmatrix} 2 & 3 & I \\ 3 & -I & 0 \\ I & 2 & -I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 25} \begin{bmatrix} -2 & I & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & I & -I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 26} \begin{bmatrix} 2 & 3 & I \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 27} \begin{bmatrix} 3 & 2 & -I \\ 0 & I & -2 \\ I & I & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 28} \begin{bmatrix} I & 2 & I \\ -I & 0 & 2 \\ 3 & 0 & I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 29} \begin{bmatrix} 2 & I & 0 \\ I & 2 & 2 \\ 0 & I & -I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 30} \begin{bmatrix} I & 2 & I \\ 0 & -I & 2 \\ 2 & -I & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 31} \begin{bmatrix} I & 2 & -3 \\ 0 & I & 2 \\ I & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 32} \begin{bmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -I \\ -3 & 5 & I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 33} \begin{bmatrix} I & I & I \\ 2 & -3 & I \\ 4 & I & -5 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 34} \begin{bmatrix} -2 & 3 & I \\ 3 & 6 & 5 \\ I & 2 & I \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 35} \begin{bmatrix} 2 & 2 & -I \\ 2 & -I & 2 \\ -I & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 36} \begin{bmatrix} I & -3 & -I \\ -2 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

№ 37	$\begin{bmatrix} 2 & I & -I \\ 3 & I & -2 \\ I & 0 & I \end{bmatrix}$	№ 38	$\begin{bmatrix} I & 2 & -3 \\ -2 & -4 & -5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	№ 39	$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ I & -I & 0 \\ -I & 2 & I \end{bmatrix}$
№ 40	$\begin{bmatrix} 3 & 4 & I \\ 0 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$	№ 41	$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$	№ 42	$\begin{bmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ I & 5 & 3 \end{bmatrix}$
№ 43	$\begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & I \\ 3 & -5 & -I \end{bmatrix}$	№ 44	$\begin{bmatrix} I & 2 & 2 \\ 2 & I & -2 \\ 2 & -2 & I \end{bmatrix}$	№ 45	$\begin{bmatrix} I & I & I \\ 4 & 5 & 9 \\ I6 & 25 & 8I \end{bmatrix}$
№ 46	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & I & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{bmatrix}$	№ 47	$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & I & 0 \\ 7 & 4 & 5 \end{bmatrix}$	№ 48	$\begin{bmatrix} I & I & I \\ I & 2 & 3 \\ I & 3 & 6 \end{bmatrix}$
№ 49	$\begin{bmatrix} 4 & 2 & -I \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -I \end{bmatrix}$	№ 50	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 4 & I & -2 \\ 5 & 2 & -3 \end{bmatrix}$		

### Л и т е р а т у р а

1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966, гл. УШ, § 7, 15.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы. - М.: Наука, 1976, т. I, гл. 2, § 3, 4.
3. Копченова Н.В. Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. М.:Наука, 1972, гл. Ш. § 8, II.

### В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Вывод формул обращения матриц методами исключения.
2. Особенности реализации методов обращения на ЭВМ.
3. Вывод формул итерационного уточнения элементов обратной матрицы. Условия сходимости.

Работа 2.3. Метод Зейделя и метод простой итерации  
решения систем линейных уравнений

3 а д а н и е 1. Привести систему к виду  $x = Bx + C$  так, чтобы процесс итерации сходился.

2. Решить систему методом простой итерации с точностью до 0,001.

3. Решить систему методом Зейделя с точностью до 0,001.

4. Сценить объем вычислительной работы при решении системы по методу Зейделя и методу простой итерации.

В табл. 2.3 даны коэффициенты системы:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

Т а б л и ц а 2.3

Номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$b_i$	Номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$b_i$
1	2,7	3,3	1,3	2,1	6	7,6	5,8	4,7	10,1
	3,5	-1,7	2,8	1,7		3,8	4,1	2,7	9,7
	4,1	5,6	-1,7	0,8		2,9	2,1	3,8	7,8
2	1,7	2,8	1,9	0,7	7	3,2	-2,5	3,7	6,5
	2,1	3,4	1,8	1,1		0,5	0,34	1,7	-0,24
	4,2	-1,7	1,3	2,8		1,6	2,3	-1,5	4,3
3	3,1	2,8	1,9	0,2	8	5,4	-2,3	3,4	-3,5
	1,9	3,1	2,1	2,1		4,2	1,7	-2,3	2,7
	7,5	3,8	4,8	5,6		3,4	2,4	7,4	1,9
4	9,1	5,6	7,8	9,8	9	3,6	1,8	-4,7	3,8
	3,8	5,1	2,8	6,7		2,7	-3,6	1,9	0,4
	4,1	5,7	1,2	5,8		1,5	4,5	3,3	-1,6
5	3,3	2,1	2,8	0,8	10	5,6	2,7	-1,7	1,9
	4,1	3,7	4,8	5,7		3,4	-3,6	-6,7	-2,4
	2,7	1,8	1,1	3,2		0,8	1,3	3,7	1,2

Продолжение табл. 2.3

Номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$b_i$	номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$b_i$
11	2,7	0,9	-1,5	3,5	20	7,1	0,6	0,1	7,0
	4,5	-2,6	6,7	2,6		5,0	4,6	5,3	0,1
	5,1	3,7	-1,4	-0,14		0,2	7,6	7,1	0,6
12	4,5	-3,5	7,4	2,5	21	3,7	3,1	4,0	5,0
	3,1	-0,0	-2,3	-1,5		4,1	4,0	-0,6	4,9
	0,8	7,4	-0,5	0,4		2,1	-3,7	1,8	2,7
13	3,8	0,7	-1,2	5,2	22	4,1	5,2	-5,8	7,0
	0,4	1,3	-2,7	5,8		3,6	-3,1	4,0	5,3
	2,4	-4,5	3,0	-0,6		7,8	5,3	-0,3	5,8
14	5,4	-0,2	0,0	0,02	23	3,7	-2,3	4,0	2,4
	3,4	2,3	0,0	-0,6		2,5	4,7	-7,0	3,5
	2,4	-1,1	3,8	1,0		1,6	0,3	1,3	-2,4
15	7,6	5,3	4,8	1,0	24	0,3	0,2	-0,6	1,5
	3,3	1,1	1,8	2,3		3,4	-2,3	3,4	2,7
	4,5	3,3	2,8	3,4		0,8	1,4	3,5	-2,3
16	3,8	4,1	-2,3	4,6	25	1,5	2,3	-3,7	4,5
	-2,1	3,9	-5,8	3,3		2,6	3,4	5,6	-3,2
	1,6	1,1	-2,1	5,6		1,2	7,3	-2,3	5,6
17	1,7	-2,2	3,0	1,8	26	0,9	2,7	-3,8	2,4
	2,1	1,9	-2,3	2,0		2,5	5,6	-0,5	3,0
	4,2	3,9	-3,1	5,1		4,0	-2,1	3,2	-1,2
18	2,6	3,6	-3,2	4,5	27	2,4	2,5	-2,9	4,5
	2,5	-2,8	3,3	7,1		0,8	3,5	-1,4	3,2
	6,5	-7,1	4,8	6,3		1,5	-2,3	8,6	-5,5
19	3,3	3,7	4,2	5,6	28	5,4	-2,4	3,0	5,5
	2,7	2,3	-2,9	6,1		2,5	6,8	-1,1	4,3
	4,1	4,8	-5,0	7,0		2,7	-0,6	1,5	-3,5

Продолжение табл. 2.3

Номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$b_i$	Номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$b_i$
29	2,4	3,7	-8,3	2,3	38	3,16	-1,25	0,86	2,15
	1,8	4,3	1,2	-1,2		1,89	2,81	-3,91	-0,631
	3,4	-2,3	5,2	3,5		0,19	-1,23	1,99	0,65
30	3,2	-11,5	3,8	2,8	39	3,42	2,19	-1,38	3,09
	0,8	1,3	-6,4	-6,5		2,01	-1,23	-3,19	1,02
	2,4	7,2	-1,2	4,5		0,81	3,12	-1,44	4,52
31	1,06	-5,37	0,92	1,51	40	0,81	3,18	-2,14	1,23
	7,31	1,23	-1,57	-0,25		2,19	-1,12	0,85	2,01
	2,28	0,47	4,49	-2,03		3,15	0,87	-2,12	3,16
32	5,46	-3,07	0,16	6,18	41	2,15	-0,72	-0,91	1,23
	3,01	1,18	-2,33	1,37		0,38	-2,92	-1,75	-2,16
	0,65	-4,21	1,43	3,15		1,41	2,21	-3,19	1,05
33	1,41	-2,63	0,55	3,06	42	0,91	-1,52	0,74	1,41
	3,41	1,42	-2,61	-2,17		4,05	2,63	-1,38	2,16
	0,39	-3,09	-5,32	0,91		1,38	-2,54	3,18	-0,183
34	4,16	-3,82	1,61	3,01	43	0,13	-3,24	0,61	10,4
	2,34	-1,57	0,87	4,31		7,16	2,37	-1,78	-6,39
	0,97	-1,02	-2,98	-1,44		3,63	-1,25	6,91	3,63
35	9,01	-2,09	0,27	3,05	44	2,06	-0,73	6,23	5,32
	2,18	4,33	-3,18	-1,15		0,15	3,67	-2,21	1,22
	0,32	-1,32	4,32	2,18		4,25	1,16	-1,17	2,16
36	0,49	-4,56	1,63	-7,85	45	8,31	-3,43	1,42	3,41
	5,32	1,92	-2,13	2,33		1,36	-2,67	1,06	-1,01
	1,23	-0,16	2,08	2,37		2,02	1,15	-2,07	2,23
37	3,02	-2,25	0,97	1,83	46	2,38	-0,18	1,58	1,31
	1,49	1,56	-3,21	-0,562		1,55	4,28	-0,79	0,19
	0,96	-1,05	1,23	0,866		0,23	-1,14	3,34	4,26

Номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$b_i$	Номер вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$b_i$
47	3,05	0,27	-4,38	-2,31	49	0,13	1,14	-2,35	1,41
	2,41	-3,06	0,75	3,53		3,23	-0,63	1,57	2,16
	0,36	2,47	-1,12	1,33		1,32	3,29	-0,15	-0,23
48	0,41	-0,36	3,52	1,23	50	1,31	-0,93	2,15	-1,19
	2,53	1,56	-1,63	0,68		2,41	4,16	-1,03	2,34
	0,34	-3,27	-0,41	2,12		0,1	-1,32	0,16	0,14

## Л и т е р а т у р а

1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966, гл. УШ, § 10, 11, 12, гл. IX, § 1, 2, 3.
2. Бахвалов Н.С. Численные методы. - М.: Наука, 1973, гл. VI, § 3, 8.
3. Колченко Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. - М.: Наука, 1972, гл. L, § 9, 10.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Метод итераций решения систем линейных уравнений. Сходимость метода. Оценка погрешности.
2. Метод Зейделя. Сходимость метода. Геометрическая иллюстрация для случая системы двух уравнений с двумя неизвестными.
3. Особенности реализации методов Зейделя и простой итерации для систем линейных уравнений на ЭВМ.



### Работа 2.4. Решение систем с трехдиагональной матрицей

З а д а н и е. Методом правой прогонки решить трехдиагональную систему линейных уравнений:

$$z_0 = 0;$$

$$K_i z_{i-1} - M_i z_i + L_i z_{i+1} = \Phi_i, \quad i = 1, 2, \dots, 9;$$

$$z_{10} = 0,$$

где коэффициенты системы подсчитываются по формулам:

$$K_i = \frac{2-hp_i}{2+hp_i}; \quad M_i = \frac{4-2g_i h^2}{2+hp_i}; \quad L_i = 1;$$

$$\Phi_i = \frac{2h^2 f_i}{2+hp_i}; \quad g_i = g(x_i); \quad p_i = p(x_i); \quad f_i = f(x_i);$$

$$x_i = ih; \quad h = 0,1; \quad i = 1, 2, \dots, 9.$$

Формулы функций  $p(x)$ ,  $g(x)$ ,  $f(x)$  даны в табл. 2.4.

Все вычисления проводить с четырьмя значащими цифрами.

Т а б л и ц а 2.4

Номер вар.	$p(x)$	$g(x)$	$f(x)$	Номер вар.	$p(x)$	$g(x)$	$f(x)$
1	$1+x^3$	$1-x^2$	$e^{1-2,5x^2}$	26	$\sin x$	1	$1/(4,5+\sin 2x)$
2	$1,4+x^3$	$1-x^2$	$e^{1-3x^2}$	27	$\sin 1,4x$	1	$1/(5+\sin^2 1,4x)$
3	$1,8+x^3$	$1-x^2$	$e^{1-3,5x^2}$	28	$\sin 1,8x$	1	$1/(3+\sin^2 1,8x)$
4	$2,2+x^3$	$1-x^2$	$e^{1-4x^2}$	29	$\sin 2,2x$	1	$1/(3,5+\sin^2 2,2x)$
5	$x^2$	$1-x$	$x/(x^2+2,5)$	30	$1/\sqrt{x^2+4,5}$	1	$x$
6	$x^2$	$1,4-x$	$x/(x^2+3,0)$	31	$1/\sqrt{x^2+5}$	1,4	$x$
7	$x^2$	$1,8-x$	$x/(x^2+3,5)$	32	$1/\sqrt{x^2+3}$	1,8	$x$
8	$x^2$	$2,2-x$	$x/(x^2+4,0)$	33	$1/\sqrt{x^2+3,5}$	2,2	$x$
9	$\sin x$	1	$1/(2,5+\sin^2 x)$	34	$1+x^3$	$1-x^2$	$e^{1-3x^2}$
10	$\sin 1,4x$	1	$1/(3,0+\sin^2 1,4x)$	35	$1,4+x^3$	$1-x^2$	$e^{1-2,5x^2}$

Номер вар.	$p(x)$	$y(x)$	$f(x)$	Номер вар.	$p(x)$	$y(x)$	$f(x)$
11	$\sin 1,8x$	1	$1/(3,5 + \sin^2 1,8x)$	36	$1,8 + x^3$	$1 - x^2$	$e^{1-4x^2}$
12	$\sin 2,2x$	1	$1/(4,0 + \sin^2 2,2x)$	37	$2,2 + x^3$	$1 - x^2$	$e^{1-5x^2}$
13	$1/\sqrt{x^2+2,5}$	1	$x$	38	$x^2$	$1 - x$	$x/(x^2+3,5)$
14	$1/\sqrt{x^2+3,0}$	1,4	$x$	39	$x^2$	$1,4 - x$	$x/(x^2+2,5)$
15	$1/\sqrt{x^2+3,5}$	1,8	$x$	40	$x^2$	$1,8 - x$	$x/(x^2+4)$
16	$1/\sqrt{x^2+4,0}$	2,2	$x$	41	$x^2$	$2,2 - x$	$x/(x^2+3)$
17	$1 + x^3$	$1 - x^2$	$e^{1-4,5x^2}$	42	$\sin x$	1	$1/(3 + \sin^2 x)$
18	$1,4 + x^3$	$1 - x^2$	$e^{1-5x^2}$	43	$\sin 1,4x$	1	$1/(3,5 + \sin^2 1,4x)$
19	$1,8 + x^3$	$1 - x^2$	$e^{1-3x^2}$	44	$\sin 1,8x$	1	$1/(4 + \sin^2 1,8x)$
20	$2,2 + x^3$	$1 - x^2$	$e^{1-3,5x^2}$	45	$\sin 2,2x$	1	$1/(5 + \sin^2 2,2x)$
21	$x^2$	$1 - x$	$x/(x^2+4,5)$	46	$1/\sqrt{x^2+3}$	1	$x$
22	$x^2$	$1,4 - x$	$x/(x^2+5,0)$	47	$1/\sqrt{x^2+2,5}$	1,4	$x$
23	$x^2$	$1,8 - x$	$x/(x^2+3,0)$	48	$1/\sqrt{x^2+4}$	1,8	$x$
24	$x^2$	$2,2 - x$	$x/(x^2+3,5)$	49	$1/\sqrt{x^2+5}$	2,2	$x$
25	$x^2$	$1 - x$	$x/(x^2+3)$	50	$1/\sqrt{x^2+3,5}$	1	$x$

## Л и т е р а т у р а

1. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М.: Наука, 1978, гл. 5, § I, п. 5.
2. Самарский А.А. Методы решения сеточных уравнений. - М.: Наука, 1978, гл. 2, § I, п. 1.
3. Дробышев В.И., Дымников В.П., Ривин Г.С. Задачи по вычислительной математике. - М.: Наука, 1980, гл. 2, § I.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Алгоритм правой прогонки.
2. Доказать, что прогонка является методом Гаусса для трехдиагональных систем.
3. Устойчивость метода прогонки.
4. Погрешность метода прогонки.
5. Особенности реализации метода на ЭВМ.

## Т е м а 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ МАТРИЦ

### Работа 3.1. Прямой метод решения полной проблемы собственных значений

З а д а н и е. Методом Крылова найти: а) коэффициенты характеристического многочлена матрицы  $A$  с точностью до 0,01; б) собственные значения матрицы  $A$  с точностью до 0,01; в) собственные векторы матрицы  $A$  с точностью до 0,01.

№ 1	$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$	№ 2	$\begin{bmatrix} 13 & -8 & 10 \\ -8 & 7 & -2 \\ 10 & -2 & 16 \end{bmatrix}$	№ 3	$\begin{bmatrix} 17 & -10 & 14 \\ -10 & 8 & -4 \\ 14 & -4 & 20 \end{bmatrix}$
№ 4	$\begin{bmatrix} 13 & 4 & -2 \\ 4 & 13 & -2 \\ -2 & -2 & 10 \end{bmatrix}$	№ 5	$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 7 \end{bmatrix}$	№ 6	$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 3 \end{bmatrix}$
№ 7	$\begin{bmatrix} 16 & 10 & -2 \\ 10 & 13 & -8 \\ -2 & -8 & 7 \end{bmatrix}$	№ 8	$\begin{bmatrix} 17 & 8 & -4 \\ 8 & 17 & -4 \\ -4 & -4 & 11 \end{bmatrix}$	№ 9	$\begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 \\ -4 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$
№ 10	$\begin{bmatrix} 7 & -8 & 16 \\ -8 & -5 & -8 \\ 16 & -8 & 7 \end{bmatrix}$	№ 11	$\begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 \\ 2 & 5 & 2 \\ -4 & 2 & 2 \end{bmatrix}$	№ 12	$\begin{bmatrix} 8 & 14 & -10 \\ 14 & 11 & -4 \\ -10 & -4 & -1 \end{bmatrix}$

№ 13	$\begin{bmatrix} 7 & -2 & 4 \\ -2 & 4 & -2 \\ 4 & -2 & 7 \end{bmatrix}$	№ 14	$\begin{bmatrix} 14 & 2 & -4 \\ 2 & 17 & 2 \\ -4 & 2 & 14 \end{bmatrix}$	№ 15	$\begin{bmatrix} 9 & -3 & -3 \\ -3 & 6 & 0 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$
№ 16	$\begin{bmatrix} 20 & -4 & -4 \\ 14 & 17 & -10 \\ -4 & -10 & 8 \end{bmatrix}$	№ 17	$\begin{bmatrix} 13 & -2 & 4 \\ -2 & 10 & -2 \\ 4 & -2 & 13 \end{bmatrix}$	№ 18	$\begin{bmatrix} 7 & 10 & -2 \\ 10 & 4 & -8 \\ -2 & -8 & -2 \end{bmatrix}$
№ 19	$\begin{bmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 8 & 6 & 5 \\ 7 & 5 & 4 \end{bmatrix}$	№ 20	$\begin{bmatrix} 3 & 8 & 5 \\ 8 & 9 & -1 \\ 5 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	№ 21	$\begin{bmatrix} 9,1 & 8 & 7,1 \\ 8 & 6,1 & 5,1 \\ 7,1 & 5,1 & 4 \end{bmatrix}$
№ 22	$\begin{bmatrix} 4 & 9 & 5 \\ 9 & 10 & -1 \\ 5 & -1 & 1 \end{bmatrix}$	№ 23	$\begin{bmatrix} 9,2 & 8 & 7,2 \\ 8 & 6,2 & 5,2 \\ 7,2 & 5,2 & 4 \end{bmatrix}$	№ 24	$\begin{bmatrix} 5 & 10 & 5 \\ 10 & 11 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$
№ 25	$\begin{bmatrix} 9,3 & 8 & 7,3 \\ 8 & 6,3 & 5,3 \\ 7,3 & 5,3 & 4 \end{bmatrix}$	№ 26	$\begin{bmatrix} 6 & 11 & 5 \\ 11 & 12 & -1 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$	№ 27	$\begin{bmatrix} 9,4 & 8 & 7,4 \\ 8 & 6,4 & 5,4 \\ 7,4 & 5,4 & 4 \end{bmatrix}$
№ 28	$\begin{bmatrix} 7 & 12 & 5 \\ 12 & 13 & -1 \\ 5 & -1 & 4 \end{bmatrix}$	№ 29	$\begin{bmatrix} 9,5 & 8 & 7,5 \\ 8 & 6,5 & 5,5 \\ 7,5 & 5,5 & 4 \end{bmatrix}$	№ 30	$\begin{bmatrix} 6 & 13 & 5 \\ 13 & 14 & -1 \\ 5 & -1 & 5 \end{bmatrix}$
№ 31	$\begin{bmatrix} 9,6 & 8 & 7,6 \\ 8 & 6,6 & 5,6 \\ 7,6 & 5,6 & 4 \end{bmatrix}$	№ 32	$\begin{bmatrix} 1,5 & -2 & 0,4 \\ 3 & 0,86 & -0,5 \\ 2 & 1,5 & 1,5 \end{bmatrix}$	№ 33	$\begin{bmatrix} 9,7 & 8 & 7,7 \\ 8 & 6,7 & 5,7 \\ 7,7 & 5,7 & 4 \end{bmatrix}$
№ 34	$\begin{bmatrix} 1,3 & 0,4 & 0,5 \\ 0,4 & 1,3 & 0,3 \\ 0,5 & 0,3 & 1,3 \end{bmatrix}$	№ 35	$\begin{bmatrix} 9,8 & 8 & 7,8 \\ 8 & 6,8 & 5,8 \\ 7,8 & 5,8 & 4 \end{bmatrix}$	№ 36	$\begin{bmatrix} 1,4 & 0,5 & 0,6 \\ 0,5 & 1,4 & 0,3 \\ 0,6 & 0,3 & 1,4 \end{bmatrix}$
№ 37	$\begin{bmatrix} 9,9 & 8 & 7,9 \\ 8 & 6,9 & 5,9 \\ 7,9 & 5,9 & 4 \end{bmatrix}$	№ 38	$\begin{bmatrix} 1,5 & 0,6 & 0,7 \\ 0,6 & 1,5 & 0,3 \\ 0,7 & 0,3 & 1,5 \end{bmatrix}$	№ 39	$\begin{bmatrix} 10 & 8 & 8 \\ 8 & 7 & 6 \\ 8 & 6 & 4 \end{bmatrix}$
№ 40	$\begin{bmatrix} 1,6 & 0,7 & 0,8 \\ 0,7 & 1,6 & 0,3 \\ 0,8 & 0,3 & 1,6 \end{bmatrix}$	№ 41	$\begin{bmatrix} 10,1 & 8 & 0,8 \\ 8 & 7,1 & 6,1 \\ 8,1 & 6,1 & 4 \end{bmatrix}$	№ 42	$\begin{bmatrix} 1,7 & 0,8 & 0,9 \\ 0,8 & 1,7 & 0,3 \\ 0,9 & 0,3 & 1,7 \end{bmatrix}$

$$\begin{array}{ll} \# 43 \begin{bmatrix} 10,2 & 8 & 8,2 \\ 8 & 7,2 & 6,2 \\ 8,2 & 6,2 & 4 \end{bmatrix} & \# 44 \begin{bmatrix} 1,8 & 0,9 & 1,0 \\ 0,9 & 1,8 & 0,3 \\ 1,0 & 0,3 & 1,8 \end{bmatrix} \\ \# 45 \begin{bmatrix} 10,3 & 8 & 8,3 \\ 8 & 7,3 & 6,3 \\ 8,3 & 6,3 & 4 \end{bmatrix} & \# 46 \begin{bmatrix} 6,214 & 2,180 & 3,184 \\ -1,351 & 8,224 & 5,224 \\ 2,489 & -0,459 & 4,299 \end{bmatrix} \\ \# 47 \begin{bmatrix} 10,4 & 8 & 8,4 \\ 8 & 7,4 & 6,4 \\ 8,4 & 6,4 & 4 \end{bmatrix} & \# 48 \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2,5 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \\ \# 49 \begin{bmatrix} 10,5 & 8 & 8,5 \\ 8 & 7,5 & 6,5 \\ 8,5 & 6,5 & 4 \end{bmatrix} & \# 50 \begin{bmatrix} 2,1 & 1 & 1,1 \\ 1 & 2,6 & 1,1 \\ 1,1 & 1,1 & 3,1 \end{bmatrix} \end{array}$$

### Л и т е р а т у р а

1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966, гл. XII, § 6, 7.
2. Воробьева Г.Н., Данилова А.Н. Практикум по численным методам. - М.: Высшая школа, 1979, гл. V, работа № 2.

### В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Аннулирующий и минимальный многочлены матрицы.
2. Нахождение коэффициентов характеристического многочлена матрицы методом Крылова.
3. Особенности реализации метода Крылова на ЭВМ.

### Работа 3.2. Метод Данилевского

**З а д а н и е.** Для заданной матрицы найти методом Данилевского коэффициенты характеристического многочлена.

$$\begin{array}{ll} \# 1 \begin{bmatrix} 0,8 & 5,1 & 2,3 & 7,6 \\ 5,1 & 4,1 & 3,8 & 0 \\ 2,3 & 3,8 & 5,2 & 1,5 \\ 7,6 & 0 & 1,5 & 8,1 \end{bmatrix} & \# 2 \begin{bmatrix} 3,4 & 5,8 & 9,2 & 5,7 \\ 5,8 & 3,6 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 6,7 & 1,4 \\ 5,7 & 3,5 & 1,4 & 0,0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\text{№ 3} \begin{bmatrix} 0,9 & 5,1 & 2,3 & 7,6 \\ 5,1 & 4,2 & 3,9 & 0 \\ 2,3 & 3,9 & 5,2 & 1,5 \\ 7,6 & 0 & 1,5 & 8,2 \end{bmatrix} \quad \text{№ 4} \begin{bmatrix} 3,5 & 5,8 & 9,2 & 5,8 \\ 5,8 & 3,7 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 6,8 & 1,4 \\ 5,8 & 3,5 & 1,4 & 0,1 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 5} \begin{bmatrix} 1,0 & 5,1 & 2,3 & 7,6 \\ 5,1 & 4,3 & 4,0 & 0 \\ 2,3 & 4,0 & 5,4 & 1,5 \\ 7,6 & 0 & 1,5 & 8,3 \end{bmatrix} \quad \text{№ 6} \begin{bmatrix} 3,6 & 5,8 & 9,2 & 5,9 \\ 5,8 & 3,8 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 6,9 & 1,4 \\ 5,9 & 3,5 & 1,4 & 0,2 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 7} \begin{bmatrix} 1,1 & 5,1 & 2,3 & 7,6 \\ 5,1 & 4,4 & 4,1 & 0 \\ 2,3 & 4,1 & 5,5 & 1,5 \\ 7,6 & 0 & 1,5 & 8,4 \end{bmatrix} \quad \text{№ 8} \begin{bmatrix} 3,7 & 5,8 & 9,2 & 0,0 \\ 5,8 & 3,9 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 7,0 & 1,4 \\ 0,0 & 3,5 & 1,4 & 0,3 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 9} \begin{bmatrix} 1,2 & 5,1 & 2,3 & 7,6 \\ 5,1 & 4,5 & 4,2 & 0 \\ 2,3 & 4,2 & 5,6 & 1,5 \\ 7,6 & 0 & 1,5 & 8,5 \end{bmatrix} \quad \text{№ 10} \begin{bmatrix} 3,8 & 5,8 & 9,2 & 0,1 \\ 5,8 & 4,0 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 7,1 & 1,4 \\ 0,1 & 3,5 & 1,4 & 0,4 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 11} \begin{bmatrix} 1,3 & 5,1 & 2,3 & 7,6 \\ 5,1 & 4,6 & 4,3 & 0 \\ 2,3 & 4,3 & 5,7 & 1,5 \\ 7,6 & 0 & 1,5 & 8,6 \end{bmatrix} \quad \text{№ 12} \begin{bmatrix} 3,9 & 5,8 & 9,2 & 6,2 \\ 5,8 & 4,1 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 7,2 & 1,4 \\ 0,2 & 3,5 & 1,4 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 13} \begin{bmatrix} 0,9 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0,4 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0 & 8 \\ 0 & 0,3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{№ 14} \begin{bmatrix} 4,0 & 5,8 & 9,2 & 6,3 \\ 5,8 & 4,2 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 7,3 & 1,4 \\ 6,3 & 3,5 & 1,4 & 0,6 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 15} \begin{bmatrix} 1,0 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,56 & 0,48 & 0 \\ 0 & 0,22 & 0,06 & 8 \\ 0 & 0,3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{№ 16} \begin{bmatrix} 4,1 & 5,8 & 9,2 & 6,4 \\ 5,8 & 4,3 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 7,4 & 1,4 \\ 6,4 & 3,5 & 1,4 & 0,7 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 17} \begin{bmatrix} 1,1 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,62 & 0,56 & 0 \\ 0 & 0,14 & 0,12 & 8 \\ 0 & 0,3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{№ 18} \begin{bmatrix} 4,2 & 5,8 & 9,2 & 6,5 \\ 5,8 & 4,4 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 7,5 & 1,4 \\ 6,5 & 3,5 & 1,4 & 0,8 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 19} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,68 & 0,64 & 0 \\ 0 & 0,06 & 0,18 & 8 \\ 0 & 0,3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{№ 20} \begin{bmatrix} 0,43 & 5,8 & 9,2 & 6,6 \\ 5,8 & 4,5 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 7,6 & 1,4 \\ 6,6 & 3,5 & 1,4 & 0,9 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 21} \begin{bmatrix} 1 & 1,5 & 2,5 & 3,5 \\ 1,5 & 1 & 2 & 1,6 \\ 2,5 & 2 & 1 & 1,7 \\ -3,5 & 1,6 & 1,7 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{№ 22} \begin{bmatrix} 1,3 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,74 & 0,72 & 0 \\ 0 & -0,02 & 0,24 & 8 \\ 0 & 0,3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 23} \begin{bmatrix} 4,4 & 5,8 & 9,2 & 6,7 \\ 5,8 & 4,6 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 7,7 & 1,4 \\ 6,7 & 3,5 & 1,4 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{№ 24} \begin{bmatrix} 2 & 1,5 & 3,5 & 4,5 \\ 1,5 & 2 & 2 & 1,6 \\ 3,5 & 2 & 2 & 1,7 \\ 4,5 & 1,6 & 1,7 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 25} \begin{bmatrix} 1,4 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,8 & 0,8 & 0 \\ 0 & -0,1 & 0,3 & 8 \\ 0 & 0,3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{№ 26} \begin{bmatrix} 4,5 & 5,8 & 9,2 & 6,8 \\ 5,8 & 4,7 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 7,8 & 1,4 \\ 6,8 & 3,5 & 1,4 & 1,1 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 27} \begin{bmatrix} 3 & 1,5 & 4,5 & 5,5 \\ 1,5 & 3 & 2 & 1,6 \\ 4,5 & 2 & 3 & 1,7 \\ 5,5 & 1,6 & 1,7 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{№ 28} \begin{bmatrix} 1,5 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,86 & 0,88 & 0 \\ 0 & -0,18 & 0,36 & 8 \\ 0 & 0,3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 29} \begin{bmatrix} 4,6 & 5,8 & 9,2 & 6,9 \\ 5,8 & 4,8 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 7,9 & 1,4 \\ 6,9 & 3,5 & 1,4 & 1,2 \end{bmatrix} \quad \text{№ 30} \begin{bmatrix} 4 & 1,5 & 5,5 & 6,5 \\ 1,5 & 4 & 2 & 1,6 \\ 5,5 & 2 & 4 & 1,7 \\ 6,5 & 1,6 & 1,7 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 31} \begin{bmatrix} 1,6 & 0 & 0 & 1,5 \\ 0 & 0,92 & 0,96 & 0 \\ 0 & -0,26 & 0,42 & 8 \\ 0 & 0,3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{№ 32} \begin{bmatrix} 4,7 & 5,8 & 9,2 & 7,0 \\ 5,8 & 4,9 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 8,0 & 1,4 \\ 7,0 & 3,5 & 1,4 & 1,3 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 33} \begin{bmatrix} 5 & 1,5 & 6,5 & 7,5 \\ 1,5 & 5 & 2 & 1,6 \\ 6,5 & 2 & 5 & 1,7 \\ 7,5 & 1,6 & 1,7 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{№ 34} \begin{bmatrix} 1,7 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,98 & 1,04 & 0 \\ 0 & -0,34 & 0,48 & 8 \\ 0 & 0,3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 35} \begin{bmatrix} 4,8 & 5,8 & 9,2 & 7,1 \\ 5,8 & 5,0 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 8,1 & 1,4 \\ 7,1 & 3,5 & 1,4 & 1,4 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 36} \begin{bmatrix} 6,0 & 1,5 & 17,5 & 8,5 \\ 1,5 & 6 & 2 & 1,6 \\ 7,5 & 2 & 6 & 1,7 \\ 8,5 & 1,6 & 1,7 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 37} \begin{bmatrix} 1,8 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 1,04 & 1,12 & 0 \\ 0 & -0,42 & 0,54 & 6 \\ 0 & 0,3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 38} \begin{bmatrix} 4,9 & 5,8 & 9,2 & 7,2 \\ 5,8 & 5,1 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 6,2 & 1,4 \\ 7,2 & 3,5 & 1,4 & 1,5 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 39} \begin{bmatrix} 7,0 & 1,5 & 8,5 & 9,5 \\ 1,5 & 7,0 & 2,0 & 1,6 \\ 8,5 & 2 & 7 & 1,7 \\ 9,5 & 1,6 & 1,7 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 40} \begin{bmatrix} 1,5 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 1,1 & 1,2 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0,6 & 6 \\ 0 & 0,3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 41} \begin{bmatrix} 6 & 1,5 & 9,5 & 10,5 \\ 1,5 & 8 & 2 & 1,6 \\ 9,5 & 2 & 6 & 1,7 \\ 10,5 & 1,6 & 1,7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 42} \begin{bmatrix} 5,7 & 2,1 & 4,8 & 1,2 \\ 2,1 & 0 & 1,5 & 0,8 \\ 4,8 & 1,5 & 3,6 & 0 \\ 1,2 & 0,8 & 0 & 5,1 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 43} \begin{bmatrix} 9 & 1,5 & 10,5 & 11,5 \\ 1,5 & 9 & 2 & 1,6 \\ 10,5 & 2 & 9 & 1,7 \\ 11,5 & 1,6 & 1,7 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 44} \begin{bmatrix} 6,7 & 2,1 & 4,8 & 1,2 \\ 2,1 & 1 & 2,5 & 0,6 \\ 4,8 & 2,5 & 4,6 & 0 \\ 1,2 & 0,8 & 0 & 8,1 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 45} \begin{bmatrix} 10 & 1,5 & 11,5 & 12,5 \\ 1,5 & 10 & 2 & 1,6 \\ 11,5 & 2 & 10 & 1,7 \\ 12,5 & 1,6 & 1,7 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 46} \begin{bmatrix} 7,7 & 2,1 & 4,8 & 1,2 \\ 2,1 & 2 & 3,5 & 0,8 \\ 4,8 & 3,5 & 5,6 & 0 \\ 1,2 & 0,8 & 0 & 7,1 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 47} \begin{bmatrix} 11 & 1,5 & 12,5 & 13,5 \\ 1,5 & 11 & 2 & 1,6 \\ 12,5 & 2 & 11 & 1,7 \\ 13,5 & 1,6 & 1,7 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 48} \begin{bmatrix} 6,7 & 2,1 & 4,8 & 1,2 \\ 2,1 & 3 & 4,5 & 0,8 \\ 4,8 & 4,5 & 6,6 & 0 \\ 1,2 & 0,8 & 0,0 & 8,1 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 49} \begin{bmatrix} 12 & 1,5 & 13,5 & 14,5 \\ 1,5 & 12 & 2 & 1,6 \\ 13,5 & 2 & 12 & 1,7 \\ 14,5 & 1,6 & 1,7 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 50} \begin{bmatrix} 9,7 & 2,1 & 4,8 & 1,2 \\ 21,0 & 4,0 & 5,5 & 0,8 \\ 4,8 & 5,5 & 7,6 & 0 \\ 1,2 & 0,6 & 0 & 9,1 \end{bmatrix}$$



## Л и т е р а т у р а

1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966, гл. XII.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы. - М.: Наука, 1976.
3. Березин И.С., Кидков Н.П. Методы вычислений. - М.: Физматлит, 1962, т. 2.

## В о п р о с ы к з т ч е т у

1. Методы отыскания собственных значений и собственных векторов матриц, основанных на подобных преобразованиях.
2. Вывод формул метода Данилевского.
3. Исключительные случаи метода Данилевского.
4. Особенности реализации метода Данилевского на ЭВМ.

### Работа 3.3. Итерационные методы отыскания наибольшего по модулю собственного значения матрицы

З а д а н и е. Для заданной матрицы найти наибольшее по модулю собственное значение и соответствующий собственный вектор: а) методом скалярных произведений, б) степенным методом. Все результаты получить с четырьмя верными цифрами.

$$\begin{array}{l} \text{№ 1} \begin{bmatrix} 7 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 6 \end{bmatrix} \\ \text{№ 2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix} \\ \text{№ 3} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{№ 4} \begin{bmatrix} 1,111 & 1,222 & 0,333 \\ 1,222 & 1,444 & 0,555 \\ 0,333 & 0,555 & 1,666 \end{bmatrix} \\ \text{№ 5} \begin{bmatrix} 11,1 & 44,4 & 55,5 \\ 44,4 & 22,2 & 44,4 \\ 55,5 & 44,4 & 33,3 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{№ 6} \begin{bmatrix} 0,223 & 0,231 & 0,412 \\ 0,231 & 0,556 & 0,564 \\ 0,412 & 0,564 & 0,889 \end{bmatrix} \\ \text{№ 7} \begin{bmatrix} 2,111 & 2,222 & 0,333 \\ 2,222 & 2,444 & 0,555 \\ 0,333 & 0,555 & 2,666 \end{bmatrix} \end{array}$$

№ 8	$\begin{bmatrix} 12, I & 44, 4 & 56, 5 \\ 44, 4 & 25, 2 & 44, 4 \\ 56, 5 & 44, 4 & 34, 3 \end{bmatrix}$	№ 9	$\begin{bmatrix} 0, 323 & 0, 231 & 0, 512 \\ 0, 231 & 0, 656 & 0, 564 \\ 0, 512 & 0, 564 & 0, 989 \end{bmatrix}$
№ 10	$\begin{bmatrix} 3, III & 3, 222 & 0, 333 \\ 3, 222 & 3, 444 & 0, 555 \\ 0, 333 & 0, 555 & 3, 666 \end{bmatrix}$	№ 11	$\begin{bmatrix} 13, I & 44, 4 & 57, 5 \\ 44, 4 & 24, 4 & 44, 4 \\ 57, 5 & 44, 4 & 35, 5 \end{bmatrix}$
№ 12	$\begin{bmatrix} 0, 423 & 0, 231 & 0, 612 \\ 0, 231 & 0, 756 & 0, 564 \\ 0, 612 & 0, 564 & 1, 089 \end{bmatrix}$	№ 13	$\begin{bmatrix} 4, III & 4, 222 & 0, 333 \\ 4, 222 & 4, 444 & 0, 555 \\ 0, 333 & 0, 555 & 4, 666 \end{bmatrix}$
№ 14	$\begin{bmatrix} 14, I & 44, 4 & 58, 5 \\ 44, 4 & 25, 2 & 44, 4 \\ 58, 5 & 44, 4 & 36, 3 \end{bmatrix}$	№ 15	$\begin{bmatrix} 0, 523 & 0, 231 & 0, 712 \\ 0, 231 & 0, 856 & 0, 564 \\ 0, 712 & 0, 564 & 1, 189 \end{bmatrix}$
№ 16	$\begin{bmatrix} 5, III & 5, 222 & 0, 333 \\ 5, 222 & 5, 444 & 0, 555 \\ 0, 333 & 0, 555 & 5, 666 \end{bmatrix}$	№ 17	$\begin{bmatrix} 15, I & 44, 4 & 59, 5 \\ 44, 4 & 26, 2 & 44, 4 \\ 59, 5 & 44, 4 & 37, 3 \end{bmatrix}$
№ 18	$\begin{bmatrix} 0, 623 & 0, 231 & 0, 812 \\ 0, 231 & 0, 956 & 0, 564 \\ 0, 812 & 0, 564 & 1, 289 \end{bmatrix}$	№ 19	$\begin{bmatrix} 6, III & 6, 222 & 0, 333 \\ 6, 222 & 6, 444 & 0, 555 \\ 0, 333 & 0, 555 & 6, 666 \end{bmatrix}$
№ 20	$\begin{bmatrix} 16, I & 44, 4 & 60, 5 \\ 44, 4 & 27, 2 & 44, 4 \\ 60, 5 & 44, 4 & 38, 3 \end{bmatrix}$	№ 21	$\begin{bmatrix} 0, 723 & 0, 231 & 0, 912 \\ 0, 231 & 1, 056 & 0, 564 \\ 0, 912 & 0, 564 & 1, 389 \end{bmatrix}$
№ 22	$\begin{bmatrix} 7, III & 7, 222 & 0, 333 \\ 7, 222 & 7, 444 & 0, 555 \\ 0, 333 & 0, 555 & 7, 666 \end{bmatrix}$	№ 23	$\begin{bmatrix} 17, I & 44, 4 & 61, 5 \\ 44, 4 & 28, 2 & 44, 4 \\ 61, 5 & 44, 4 & 39, 3 \end{bmatrix}$
№ 24	$\begin{bmatrix} 8, III & 8, 222 & 0, 333 \\ 8, 222 & 8, 444 & 0, 555 \\ 0, 333 & 0, 555 & 8, 666 \end{bmatrix}$	№ 25	$\begin{bmatrix} 18, I & 44, 4 & 62, 5 \\ 44, 4 & 29, 2 & 44, 4 \\ 62, 5 & 44, 4 & 40, 3 \end{bmatrix}$
№ 26	$\begin{bmatrix} 0, 823 & 0, 231 & 1, 012 \\ 0, 231 & 1, 156 & 0, 564 \\ 1, 012 & 0, 564 & 1, 489 \end{bmatrix}$	№ 27	$\begin{bmatrix} 9, III & 9, 222 & 0, 333 \\ 9, 222 & 9, 444 & 0, 555 \\ 0, 333 & 0, 555 & 9, 666 \end{bmatrix}$

$$\text{№ 28} \begin{bmatrix} 19, I & 44, 4 & 63, 5 \\ 44, 4 & 30, 2 & 44, 4 \\ 63, 5 & 44, 4 & 41, 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 29} \begin{bmatrix} 0, 72 & 0, 45 & 0, 38 \\ 0, 45 & 0, 91 & 0, 56 \\ 0, 38 & 0, 56 & 0, 12 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 30} \begin{bmatrix} 10, III & 10, 222 & 0, 333 \\ 10, 222 & 10, 444 & 0, 555 \\ 0, 333 & 0, 555 & 10, 666 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 31} \begin{bmatrix} 20, I & 44, 4 & 64, 5 \\ 44, 4 & 31, 2 & 44, 4 \\ 64, 5 & 44, 4 & 42, 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 32} \begin{bmatrix} 0, 82 & 1, 45 & 0, 38 \\ 1, 45 & 1, 01 & 0, 56 \\ 0, 38 & 0, 56 & 0, 22 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 33} \begin{bmatrix} 11, III & 11, 222 & 0, 333 \\ 11, 222 & 11, 444 & 0, 555 \\ 0, 333 & 0, 555 & 11, 666 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 34} \begin{bmatrix} 21, I & 44, 4 & 65, 5 \\ 44, 4 & 32, 2 & 44, 4 \\ 65, 5 & 44, 4 & 43, 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 35} \begin{bmatrix} 0, 92 & 2, 45 & 0, 38 \\ 2, 45 & 1, 11 & 0, 56 \\ 0, 38 & 0, 56 & 0, 32 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 36} \begin{bmatrix} 12, III & 12, 222 & 0, 333 \\ 12, 222 & 12, 444 & 0, 555 \\ 0, 333 & 0, 555 & 12, 666 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 37} \begin{bmatrix} 22, I & 44, 4 & 66, 5 \\ 44, 4 & 33, 2 & 44, 4 \\ 66, 5 & 44, 4 & 44, 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 38} \begin{bmatrix} 1, 02 & 3, 45 & 0, 38 \\ 3, 45 & 1, 21 & 0, 56 \\ 0, 38 & 0, 56 & 0, 42 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 39} \begin{bmatrix} 13, III & 13, 222 & 0, 333 \\ 13, 222 & 13, 444 & 0, 555 \\ 0, 333 & 0, 555 & 13, 666 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 40} \begin{bmatrix} 23, I & 44, 4 & 67, 5 \\ 44, 4 & 34, 2 & 44, 4 \\ 67, 5 & 44, 4 & 45, 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 41} \begin{bmatrix} 1, 12 & 4, 45 & 0, 38 \\ 4, 45 & 1, 31 & 0, 56 \\ 0, 38 & 0, 56 & 0, 52 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 42} \begin{bmatrix} 14, III & 14, 222 & 0, 333 \\ 14, 222 & 14, 444 & 0, 555 \\ 0, 333 & 0, 555 & 14, 666 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 43} \begin{bmatrix} 24, I & 44, 4 & 68, 5 \\ 44, 4 & 35, 2 & 44, 4 \\ 68, 5 & 44, 4 & 46, 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 44} \begin{bmatrix} 1, 22 & 5, 45 & 0, 38 \\ 5, 45 & 1, 41 & 0, 56 \\ 0, 38 & 0, 56 & 0, 62 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 45} \begin{bmatrix} 15, III & 15, 222 & 0, 333 \\ 15, 222 & 15, 444 & 0, 555 \\ 0, 333 & 0, 555 & 15, 666 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 46} \begin{bmatrix} 1, 32 & 6, 45 & 0, 38 \\ 6, 45 & 1, 51 & 0, 56 \\ 0, 38 & 0, 56 & 0, 72 \end{bmatrix}$$

$$\text{№ 47} \begin{bmatrix} 1, 4 & 1, 2 & -1, 3 \\ 1, 2 & 0, 9 & 0, 4 \\ -1, 3 & 0, 4 & 0, 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \# 48 \begin{bmatrix} 16,111 & 16,222 & 0,333 \\ 16,222 & 16,444 & 0,555 \\ 0,333 & 0,555 & 16,666 \end{bmatrix} \\ \# 49 \begin{bmatrix} 1,42 & 7,45 & 0,38 \\ 7,45 & 1,61 & 0,56 \\ 0,38 & 0,56 & 0,82 \end{bmatrix} \\ \# 50 \begin{bmatrix} 1,6 & 1,2 & -1,1 \\ 1,2 & 1,1 & 0,6 \\ -1,1 & 0,6 & 0,8 \end{bmatrix} \end{array}$$

## Л и т е р а т у р а

1. Демидович Б.П., Марэн Н.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966, гл. XII, § II, 12.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы. - М.: Наука, 1976, т. I, гл. 3, § 6.
3. Бахвалов Н.С. Численные методы. - М.: Наука, 1973, т. I, гл. VI, § 14.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Степенной метод отыскания наибольшего по модулю собственного значения матрицы.
2. Метод скалярных произведений отыскания наибольшего по модулю собственного значения матрицы.
3. Сходимость степенного метода и метода скалярных произведений.
4. Особенности реализации степенного метода и метода скалярных произведений на ЭВМ.

### Работа 3.4. Метод вращения решения полной проблемы собственных значений

**З а д а н и е.** Для заданной матрицы найти собственные значения и соответствующие собственные векторы методом вращения. Все результаты получить с четырьмя верными цифрами.

## Л и т е р а т у р а

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. - М.: Физматгиз, 1962, т. 2, гл. 8, § 6.
2. Крылов В.И., Бобков В.Б., Могастирний П.И. Вычислительные методы. - М.: Наука, 1976, гл. 3, § 7.
3. Бахвалов Н.С. Численные методы. - М.: Наука, 1973, т. I, гл. VI, § 15.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Схема метода вращений.
2. Сходимость метода вращений.
3. Нахождение собственных векторов.
4. Особенности реализации метода на ЭВМ.

При выполнении работы воспользоваться вариантами из работы 3.3.

## Т е м а 4. П Р И Б Л И Ж Е Н И Е Ф У Н К Ц И Й

### Работа 4.1. Интерполирование функций

З а д а н и е. Функция задана табл. 4.1.1: а) вычислить  $f(p) = \frac{\sin p}{p}$  с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа второй степени, используя заданные узлы интерполяции; б) оценить погрешность интерполирования, используя теорему о погрешности интерполяционного многочлена; в) вычислить  $f(p)$  с точностью 0,001, используя схему Эйткина.

Т а б л и ц а 4.1.1

Номер узла	$x$	$\frac{\sin p}{p}$	Номер узла	$x$	$\frac{\sin p}{p}$
1	0	1	17	1,6	0,6247
2	0,1	0,9983	18	1,7	0,5833
3	0,2	0,9933	19	1,8	0,5410
4	0,3	0,9851	20	1,9	0,4981

Номер узла	$\chi$	$\frac{\sin \rho}{\rho}$	Номер узла	$\chi$	$\frac{\sin \rho}{\rho}$
5	0,4	0,9785	21	2,0	0,4546
6	0,5	0,9589	22	2,1	0,4411
7	0,6	0,9411	23	2,2	0,3675
8	0,7	0,9203	24	2,3	0,3242
9	0,8	0,8967	25	2,4	0,2814
10	0,9	0,8704	26	2,5	0,2394
11	1,0	0,8415	27	2,6	0,1983
12	1,1	0,8102	28	2,7	0,15829
13	1,2	0,7767	29	2,8	0,11964
14	1,3	0,7412	30	2,9	0,08250
15	1,4	0,7039	31	3,0	0,04704
16	1,5	0,6650	32	3,1	0,01341

Т а б л и ц а 4.1.2

Номер вар.	$\rho$	Узлы интер- поляций	Номер вар.	$\rho$	Узлы интер- поляций
1	2,22	21, 23, 24	26	2,45	25, 26, 28
2	2,12	20, 22, 23	27	2,35	24, 25, 27
3	2,02	19, 22, 23	28	2,25	23, 24, 26
4	1,92	18, 20, 21	29	2,15	22, 23, 25
5	1,82	17, 19, 20	30	2,05	21, 22, 24
6	1,72	16, 18, 19	31	1,95	20, 21, 23
7	1,62	15, 17, 18	32	1,85	19, 20, 22
8	1,52	14, 16, 17	33	1,75	18, 19, 21
9	1,42	13, 15, 16	34	1,65	17, 18, 20
10	1,32	12, 14, 15	35	1,55	16, 17, 19
11	1,22	11, 13, 14	36	1,45	15, 16, 18
12	1,12	10, 12, 13	37	1,35	14, 15, 17
13	1,02	9, 11, 12	38	1,25	13, 14, 16
14	0,92	8, 10, 11	39	1,15	12, 13, 15
15	0,82	7, 9, 10	40	1,05	11, 12, 14
16	0,72	6, 8, 9	41	0,95	10, 11, 13

Номер вар.	$\rho$	Узлы интер- поляции	Номер вар.	$\rho$	Узлы интер- поляции
17	0,62	5, 7, 8	42	0,85	9,10,12
18	0,52	4, 6, 7	43	0,75	8, 9,11
19	0,42	3, 5, 6	44	0,65	7, 8,10
20	0,32	2, 4, 5	45	0,55	6, 7, 9
21	0,22	1, 3, 4	46	0,45	5,6, 8
22	2,85	29,30,32	47	0,35	4, 5, 7
23	2,75	28,29,31	48	0,25	3, 4, 6
24	2,65	27,28,30	49	0,15	2, 3, 5
25	2,55	26,27,29	50	0,05	1, 2, 4

## Л и т е р а т у р а

1. Демидович Б.П., Марш И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966, гл. XIV, § 12, 14.
2. Копченлова Н.В., Марш И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. - М.: Наука, 1972, гл. V, § 4.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Условия существования и единственности интерполяционного многочлена.
2. Вывод интерполяционной формулы Лагранжа.
3. Оценка погрешности интерполяционных формул.
4. Схема Эйткина.
5. Применение схемы Эйткина к нахождению корней трансцендентных уравнений.

#### 4.2. Интерполирование функций

##### случай равноотстоящих узлов

д а н и е. Функция  $y = f(x)$  задана табл. 4.2.1 для вариантов с 1 по 25 и табл. 4.2.3 для вариантов с 26 по 50. 1. Вычислить  $f(a)$  по 1-й интерполяционной формуле Ньютона. 2. Вычислить  $f(b)$  по 2-й интерполяционной формуле Ньютона. 3. Вычислить  $f(c)$  по формуле Стирлинга. 4. Прокстрополировать  $f(x)$  для  $x = d$ , пользуясь 1-й или 2-й интерполяционной формулой Ньютона. 5. Применяя обратное интерполирование, найти  $c$ , если известно  $f(c)$ .

Значения  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $f(c)$  для вариантов с 1 по 25 даны в табл. 4.2.2, а для вариантов с 26 по 50 - в табл. 4.2.4.

Таблица 4.2.1

Т а б л и ц а 4.2.2

$x$	$y = f(x)$	Номер вар.	$a$	$b$	$f(c)$	$d$	$c$
0,00	0,50000	1	0,02	2,98	0,73891	3,01	1,52
0,10	0,53983	2	0,04	2,96	0,74537	3,02	1,48
0,20	0,57926	3	0,06	2,94	0,75175	3,03	1,46
0,30	0,61791	4	0,08	2,92	0,76424	3,04	1,44
0,40	0,65542	5	0,12	2,88	0,77035	3,05	1,42
0,50	0,69146	6	0,14	2,86	0,77637	3,06	1,38
0,60	0,72575	7	0,16	2,84	0,78230	3,07	1,36
0,70	0,75804	8	0,18	2,82	0,79389	3,08	1,34
0,80	0,78814	9	0,22	2,78	0,79955	3,09	1,32
0,90	0,81594	10	0,24	2,76	0,80511	3,10	1,28
1,00	0,84134	11	0,26	2,74	0,81057	3,11	1,26
1,10	0,86433	12	0,28	2,72	0,82121	3,12	1,24
1,20	0,88493	13	0,32	2,68	0,82639	3,13	1,22
1,30	0,90320	14	0,34	2,66	0,83147	3,14	1,18
1,40	0,91924	15	0,36	2,64	0,83646	3,15	1,16
1,50	0,93319	16	0,38	2,62	0,84614	3,16	1,14
1,60	0,94520	17	0,42	2,58	0,85083	3,17	1,12
1,70	0,95543	18	0,44	2,56	0,85543	3,18	1,08
1,80	0,96407	19	0,46	2,54	0,85993	3,19	1,06
1,90	0,97128	20	0,48	2,52	0,86864	3,20	1,04
2,00	0,97725	21	0,52	2,48	0,87286	3,21	1,02
2,10	0,98214	22	0,54	2,46	0,87698	3,22	0,98



Окончан. табл. 4.2.1

$x$	$y = (x)$
2,20	0,98610
2,30	0,98926
2,40	0,99180
2,50	0,993790
2,60	0,995339
2,70	0,996533
2,80	0,997445
2,90	0,998134
3,00	0,998650

Т а б л. 4.2.3

$x$	$y = (x)$
0,00	0,0000
0,10	0,0998
0,20	0,1987
0,30	0,2955
0,40	0,3894
0,50	0,4794
0,60	0,5646
0,70	0,6442
0,80	0,7174
0,90	0,7833
1,00	0,8415
1,10	0,8912
1,20	0,9320
1,30	0,9636
1,40	0,9854
1,50	0,9975
1,60	0,9996
1,70	0,9917
1,80	0,9738
1,90	0,9463
2,00	0,9093

Окончание табл. 4.2.2

Номер вар.	$a$	$b$	$f(c)$	$d$	$t$
23	0,56	2,44	0,88100	3,23	0,96
24	0,58	2,42	0,88877	3,24	0,94
25	0,62	2,38	0,89251	3,25	0,92

Т а б л и ц а 4.2.4

Номер вар.	$a$	$b$	$f(c)$	$d$	$t$
26	0,01	2,99	0,2571	-0,01	1,01
27	0,02	2,98	0,2667	-0,02	1,02
28	0,03	2,97	0,2764	-0,03	1,03
29	0,04	2,96	0,2860	-0,04	1,04
30	0,05	2,95	0,3051	-0,05	1,05
31	0,06	2,94	0,3146	-0,06	1,06
32	0,07	2,93	0,3240	-0,07	1,07
33	0,08	2,92	0,3335	-0,08	1,08
34	0,09	2,91	0,3429	-0,09	1,09
35	0,105	2,905	0,3523	-0,10	1,11
36	0,11	2,89	0,3616	-0,11	1,12
37	0,12	2,88	0,3706	-0,12	1,13
38	0,13	2,87	0,3802	-0,13	1,14
39	0,14	2,86	0,3986	-0,14	1,15
40	0,15	2,85	0,4078	-0,15	1,16
41	0,16	2,84	0,4169	-0,16	1,17
42	0,17	2,83	0,4259	-0,17	1,18
43	0,18	2,82	0,4350	-0,18	1,19
44	0,19	2,81	0,4439	-0,19	1,21
45	0,205	2,805	0,4529	-0,20	1,22
46	0,21	2,79	0,4618	-0,21	1,23
47	0,22	2,78	0,4706	-0,22	1,24
48	0,23	2,77	0,4882	-0,23	1,25
49	0,24	2,76	0,4969	-0,24	1,26
50	0,25	2,75	0,5055	-0,25	1,27

$x$	$y = (x)$
2,10	0,8632
2,20	0,8085
2,30	0,7457
2,40	0,6755
2,50	0,5985
2,60	0,5155
2,70	0,4274
2,80	0,3350
2,90	0,2392
3,00	0,1411

1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966, гл. XIV, § 1-9, 15, 20, 21.  
2. Копченкова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. - М.: Наука, 1972, гл. V, § 5, 6.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Свойства конечных и разделенных разностей.
2. Вывод интерполяционной формулы Ньютона для неравностоящих узлов.
3. Вывод интерполяционных формул Ньютона, Стирлинга, Гаусса.
4. Оценка погрешности интерполяционных формул Ньютона, Стирлинга, Гаусса.
5. Экстраполирование.
6. Обратное интерполирование.
7. Понятие об интерполировании функций многих переменных.

Работа 4.3. Численное дифференцирование

З а д а н и е. Пользуясь таблицами из работы 4.2: а) вычислить  $f'(z)$ , выбрав порядок интерполяционного многочлена равным порядку практически постоянных конечных разностей таблицы; б) выбрать оптимальный шаг формулы численного дифференцирования.

Т а б л и ц а 4.3

Номер вар.	$z$	Номер табл.	Номер вар.	$z$	Номер табл.	Номер вар.	$z$	Номер табл.
1	0,30	4.2.1	18	2,00	4.2.1	35	1,20	4.2.3
2	0,40	4.2.1	19	2,10	4.2.1	36	1,30	4.2.3
3	0,50	4.2.1	20	2,20	4.2.1	37	1,40	4.2.3
4	0,60	4.2.1	21	2,30	4.2.1	38	1,50	4.2.3
5	0,70	4.2.1	22	2,40	4.2.1	39	1,60	4.2.3

Окончание табл. 4.3

Номер вар.	Z	Номер табл.	Номер вар.	Z	Номер табл.	Номер вар.	Z	Номер табл.
6	0,80	4.2.1	23	2,50	4.2.1	40	1,70	4.2.3
7	0,90	4.2.1	24	2,60	4.2.1	41	1,80	4.2.3
8	1,00	4.2.1	25	2,70	4.2.1	42	1,90	4,2.3
9	1,10	4.2.1	26	0,30	4.2.3	43	2,00	4.2.3
10	1,20	4.2.1	27	0,40	4.2.3	44	2,10	4.2.3
11	1,30	4.2.1	28	0,50	4.2.3	45	2,20	4.2.3
12	1,40	4.2.1	29	0,60	4.2.3	46	2,30	4.2.3
13	1,50	4.2.1	30	0,70	4.2.3	47	2,40	4.2.3
14	1,60	4.2.1	31	0,80	4.2.3	48	2,50	4.2.3
15	1,70	4.2.1	32	0,90	4.2.3	49	2,60	4.2.3
16	1,80	4.2.1	33	1,00	4.2.3	50	2,70	4.2.3
17	1,90	4.2.1	34	1,10	4.2.3			

## Л и т е р а т у р а

1. Бахвалов Н.С. Численные методы. - М.: Наука, 1973, гл. П, § 17, 1Б.
2. Копченкова Н.В., Марин И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. -М.: Наука, 1972, гл. VI.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Вывод формул численного дифференцирования.
2. Оценка погрешности формул численного дифференцирования.
3. Формулы численного дифференцирования повышенной точности, их погрешность.
4. Выбор оптимального шага формул численного дифференцирования.

#### Работа 4.4. Метод наименьших квадратов

**З а д а н и е.** Подобрать аппроксимирующий многочлен второй степени  $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$  по заданным экспериментальным точкам из табл.4.4 методом наименьших квадратов. Вычислить невязки.

#### Л и т е р а т у р а

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. - М.: Физматгиз, 1959, гл. 5, § 3, 4, 8, 9.
2. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. - М.: Физматгиз, 1963, гл. II, § 8.
3. Фильчаков П.Ф. Численные и графические методы прикладной математики. Киев: Наукова думка, 1970, гл. 9.

#### В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Среднеквадратичные приближения функций:

- а) алгебраическими многочленами;
- б) ортогональными многочленами.

2. Приближение функций, заданных таблицей, по методу наименьших квадратов.

3. Контроль результатов приближения.

#### Работа 4.5. Метод выравнивания

**З а д а н и е.** Даны результаты измерений в табл. 4.5. Известна функциональная зависимость  $y$  от  $x$ :  $y = f(x, a, b)$ , где  $a, b$  - неизвестные коэффициенты. Определить  $a, b$ , применяя метод выравнивания.

#### Л и т е р а т у р а

1. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. - М.: Физматгиз, 1963, гл. II, § 3.
2. Фильчаков П.Ф. Численные и графические методы прикладной математики. Киев: Наукова думка, 1970, гл. 9, § 78.



21	x	-1,8	-0,8	0,2	1,2	2,2	3,2	4,2	31	x	-2,0	-1,0	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0
	y	1,0	-0,7	-1,6	-1,4	-0,3	1,9	4,8		y	4,8	1,0	-0,8	-1,0	1,1	5,0	11,0
22	x	-3,1	-2,6	-2,0	-1,7	-1,1	-0,4	0,4	32	x	-2,6	-1,6	-0,6	0,4	1,4	2,4	3,4
	y	2,0	1,15	0,45	0,30	0,05	0,40	1,0		y	8,1	3,0	0,1	-1,2	-0,9	2,0	7,0
23	x	-2,7	-1,7	-0,7	0,3	1,3	2,3	3,3	33	x	-3,5	-2,5	-1,5	-0,5	0,5	1,5	2,5
	y	5,0	1,2	0,5	3,3	10	21	36		y	13,0	5,7	0,5	-2,0	-3,2	-2,2	0,5
24	x	-1,1	-0,6	0,0	0,3	0,9	1,6	2,4	34	x	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
	y	4,0	2,3	0,9	0,6	0,1	0,8	2,0		y	4,5	1,9	0,4	-0,1	0,5	2,2	4,2
25	x	-0,5	0,2	1,1	1,9	2,7	3,6	4,4	35	x	-4,8	-3,6	-2,5	-1,5	-0,7	0,3	1,2
	y	2,3	0,8	0,1	1,1	2,6	6,0	11,5		y	8,0	5,1	3,1	1,7	0,8	0,1	0,0
26	x	-1,0	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	36	x	-2,3	-1,3	-0,5	-0,3	0,5	0,9	1,6
	y	2,0	0,55	0,0	0,6	2,05	4,5	7,4		y	-0,8	-8,9	-11,8	-12,3	-10,4	-8,7	-5,1
27	x	-0,5	0,0	1,0	0,5	1,5	2,0	2,5	37	x	2,1	2,6	3,3	3,9	4,2	4,8	5,0
	y	1,05	0,5	0,05	0,2	0,25	0,6	1,2		y	0,3	1,6	3,3	6,7	8,5	12,0	13,7
28	x	-1,0	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	38	x	-0,8	-0,4	0,0	0,5	1,2	1,8	2,4
	y	5,0	2,1	1,0	2,2	5,1	10	15,8		y	4,1	2,1	1,4	0,5	-0,4	0,1	1,3
29	x	-1,8	-0,8	0,2	1,2	2,2	3,2	4,2	39	x	-2,8	-2,2	-1,7	-1,1	-0,5	0,3	0,8
	y	3,0	-0,4	-2,1	-1,7	0,4	4,8	10,5		y	11,5	7,8	6,0	3,9	2,3	0,8	0,2
30	x	-2,3	-1,3	-0,3	0,7	1,7	2,7	3,7	40	x	-3,1	-2,0	-0,8	0,0	0,9	2,1	3,0
	y	5,5	0,9	-1,5	-2,1	-0,8	2,2	7,5		y	12,5	7,4	3,0	1,1	0,2	0,1	1,3

41	x	0,2	0,8	1,2	1,7	2,2	2,8	3,1	46	x	0,3	0,9	1,6	2,3	3,2	3,9	4,5
	y	1,7	0,5	0,0	-0,4	-0,9	-1,1	-0,9		y	1,5	0,4	-0,5	-0,9	-0,7	-0,4	0,2
42	x	-2,7	-1,7	-0,7	0,3	1,3	2,3	3,3	47	x	-2,6	-1,6	-0,6	0,4	1,4	2,4	3,4
	y	10,5	5,5	1,0	-0,5	-0,2	2,2	6,8		y	3,0	0,5	-0,9	-1,6	-1,4	0,0	2,5
43	x	-2,3	-1,3	-0,3	0,7	1,7	2,7	3,7	48	x	-1,8	-0,8	0,2	1,2	2,2	3,2	4,2
	y	2,8	0,5	-0,8	-1,1	-0,4	1,1	3,8		y	2,0	0,3	-0,6	-0,4	0,7	2,9	6,0
44	x	-2,0	-1,0	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	49	x	-2,7	-1,7	-0,7	0,3	1,3	2,3	3,3
	y	2,4	0,5	-0,4	-0,5	0,6	2,5	5,5		y	9,5	4,5	0,0	-1,5	-1,2	1,2	5,8
45	x	0,0	1,2	2,4	3,5	4,6	5,7	6,1	50	x	3,0	3,5	4,2	4,8	5,6	6,2	7,0
	y	1,2	0,0	0,4	2,4	5,7	10,0	12,4		y	-1,0	-0,6	-0,2	0,8	2,3	3,6	6,3

Таблица 4.5

1	x	1	3	4	6	8	9	ае <sup>вх</sup>		5	x	0,5	1,5	3,0	5,0	7,0	9,0	ае <sup>вх</sup>	
	y	1,6	1,8	2,3	3,0	3,5	4,5	5	9		16	35	y	2	3	5	9	16	35
2	x	1,2	2,0	2,5	4,0	6,0	9,0	ах <sup>в</sup>		6	x	1,2	1,6	2,0	3,0	4,0	8,0	ах <sup>в</sup>	
	y	2,3	3,5	4,0	6,0	8,0	12	60	45		35	25	16	9,0					
3	x	0,5	1,5	3	7	4,5	9	ае <sup>вх</sup>		7	x	1	2,5	4	5	7	9	ае <sup>вх</sup>	
	y	1,6	2,0	3,5	9,0	4,5	18	3,3	6		10	16	35	70					
4	x	1,2	2,0	3,5	4,5	6,0	9	ах <sup>в</sup>		8	x	1,2	1,6	3,0	5,0	7,0	9,0	ах <sup>в</sup>	
	y	80	55	35	30	25	17	40	30		14	6,0	4,0	2,5					

9	x 0 y 2,5	1,5 5	2,5 9	4 18	5 35	6 60	$ae^{\delta x}$	19	x 1,2 y 1,6	1,6 2	3 3,2	4 4,5	6 6	8 8	$ax^{\delta}$
10	x 1,2 y 40	1,4 25	2,0 12	3,0 6,0	4,0 3,0	6,0 1,4	$ax^{\delta}$	20	x 1,0 y 4,2	2,0 4,0	3,0 3,5	4,5 3,5	6,5 4,3	8,0 5,0	$ax^{\delta}$
11	x 2,0 y 7,2	4 11,2	6 18	8 28	10 44	11 56	$ae^{\delta x}$	21	x 1,2 y 2	1,8 3	2,5 4,5	3 6	5 10	8 18	$ax^{\delta}$
12	x 1,1 y 16	1,4 10	1,8 6,0	2,5 4,0	3,0 2,7	5,0 1,2	$ax^{\delta}$	22	x 1,0 y 3,0	2,5 2,5	4,0 2,0	6,0 1,6	7,0 1,3	8,5 1,1	$ae^{\delta x}$
13	x 1,0 y 1,8	2,0 2,0	4,0 2,2	5,0 2,2	7,0 2,5	9,5 2,8	$ae^{\delta x}$	23	x 1,2 y 2,5	1,8 4	2,5 7	4 15	4 30	7 42	$ax^{\delta}$
14	x 1,1 y 10	1,3 7	1,4 5	1,8 3,5	2,3 1,8	3,0 1,1	$ax^{\delta}$	24	x 0,5 y 12	1,5 16	2,5 25	4,0 50	5,0 70	3,0 35	$ae^{\delta x}$
15	x 1,0 y 2,5	3,0 3,0	4,5 3,5	6,0 4,3	8,0 5,0	9,5 6,4	$ae^{\delta x}$	25	x 1,2 y 3	1,8 5,4	2,4 9	3 14	4 20	8 60	$ax^{\delta}$
16	x 1,0 y 3,5	1,2 4,0	1,4 3,0	1,6 2,2	2,0 1,6	2,4 1,1	$ax^{\delta}$	26	x 0,5 y 6,0	1,1 7,0	2,0 10	5,0 16	6,5 23	8,0 30	$ae^{\delta x}$
17	x 1,2 y 1,2	1,6 2	1,8 2,1	2,1 2,7	2,7 3,5	3,5 8	$ax^{\delta}$	27	x 4,2 y 1,7	6,4 3,0	15,5 6,0	23 11	39 19	60 25	$ax^{\delta}$
18	x 1,0 y 40	2,0 28	4,0 19	5,5 12	8,0 7,0	9,5 4,5	$ae^{\delta x}$	28	x 1,0 y 4,0	2,0 5,0	4,0 7,0	5,5 8,0	7,0 11	9,0 14	$ae^{\delta x}$



29	x 0 y 760	270 737	840 686	1452 635	2116 584	3203 508	ae <sup>δx</sup> ae	40	x 0,5 1 y 1,20 1,7	1,5 2 2,08 2,4	2,3 2,7 2,58 2,79	ax <sup>δ</sup> ax <sup>δ</sup>
30	x 1,5 y 8,85	2 2,5 3 8,1 7,6 7,2	4,0 5,0 6,2				ax <sup>δ</sup>	41	x 0,5 1 y 1,11 1,22	1,5 2 1,35 1,50	2,3 2,7 1,58 1,72	ae <sup>δx</sup> ae
31	x 1 y 2,24	1,5 2 2,73 3,34	2,5 3 4,08 4,98	4 7,43			ae <sup>δx</sup>	42	x 0,3 0,5 y 0,41 0,83	0,9 1,2 2,13 3,29	1,7 2 5,54 7,07	ax <sup>δ</sup>
32	x 2 y 3,8	2,5 2,9 3,47 3,27	3,6 4 3,0 2,87	5 2,63			ax <sup>δ</sup>	43	x 0,3 1,3 y 1,80 3,27	2,3 3 5,96 9,08	4 5 16,5 30	ae <sup>δx</sup> ae
33	x 1 y 2,70	3 4 6 8 4,92 6,64 12,1	9 22,0 29,8				ae <sup>δx</sup>	44	x 0,3 0,7 y 0,71 1,96	1,2 1,5 3,73 4,83	1,9 1,5 6,48 9,01	ax <sup>δ</sup>
34	x 1,5 y 4,17	2 4 6 8 4,3 4,59 4,78	12 4,92 5,13				ax <sup>δ</sup>	45	x 0,5 0,7 y 2,98 3,50	0,9 1,1 4,11 4,62	1,5 2 6,04 9,90	ae <sup>δx</sup> ae
35	x 1 y 2,80	2 2,5 3 4,62 5,93 7,62	4 9,78 12,6				ae <sup>δx</sup>	46	x 1,2 1,6 y 2,31 2,91	2 2,4 3,48 4,03	3 3,5 4,82 5,45	ax <sup>δ</sup> ax <sup>δ</sup>
36	x 0,3 y 0,03	0,9 1,2 0,17 0,26	1,7 2,1 0,44 0,61	2,5 0,79			ax <sup>δ</sup>	47	x 0,5 0,9 y 0,64 0,86	1,4 2 0,92 0,98	2,6 3 1,04 1,08	ae <sup>δx</sup> ae
37	x 0,5 y 5,4	1,1 1,5 18,0 40,2	2,0 2,5 109 297	3 807			ae <sup>δx</sup>	48	x 1,2 1,8 y 0,54 0,83	2,1 2,5 0,67 0,72	3 3,5 0,77 0,83	ax <sup>δ</sup>
38	x 1,1 y 2,3	1,5 1,9 3,67 5,24	2,5 3,2 7,90 11,5	4 16			ax <sup>δ</sup>	49	x 1 1,2 y 0,80 0,86	1,5 1,8 0,94 1,03	2 2,5 1,09 1,27	ae <sup>δx</sup> ae
39	x 1 y 2,01	1,3 2 2,7 2,48 4,06 6,62	3 3,3 8,17 10,1				ae <sup>δx</sup>	50	x 1 2 y 1 1,23	3 4 5 6 1,39 1,52 1,62 1,71		ax <sup>δ</sup>

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Идея метода выравнивания (линеаризация).
2. Подбор эмпирических формул методом выравнивания.

## Т е м а 5. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

### Работа 5.1. Итерационный метод Ньютона

З а д а н и е. Решить с помощью метода Ньютона системы двух уравнений. Результаты получить с пятью верными цифрами. Начальное приближение найти графически.

Система № 1 
$$\begin{cases} \sin(x+y) - ax = K, \\ x^2 + y^2 = 1, \quad x > 0, y > 0. \end{cases}$$

Система № 2 
$$\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + k) = x^2, \\ ax^2 + 2y^2 = 1, \quad x > 0, y > 0. \end{cases}$$

Т а б л и ц а 5.1

Номер вар.	$a$	$K$	Номер сист.	Номер вар.	$a$	$K$	Номер сист.	Номер вар.	$a$	$K$	Номер сист.
I	1,1	-0,2	1	17	1,2	0,1	1	33	1,4	-0,1	1
2	0,5	0,0	2	18	0,6	0,3	2	34	0,8	0,1	2
3	1,1	-0,1	1	19	1,2	0,2	1	35	1,4	0,0	1
4	0,5	0,1	2	20	0,6	0,4	2	36	0,8	0,2	2
5	1,1	0,0	1	21	1,3	-0,2	1	37	1,4	0,1	1
6	0,5	0,2	2	22	0,7	0,0	2	38	0,8	0,3	2
7	1,1	0,1	1	23	1,3	-0,1	1	39	1,5	-0,2	1
8	0,5	0,3	2	24	0,7	0,1	2	40	0,9	0,0	2
9	1,1	0,2	1	25	1,3	0,0	1	41	1,5	-0,1	1
10	0,5	0,4	2	26	0,7	0,2	2	42	0,9	0,1	2
11	1,2	-0,2	1	27	1,3	0,1	1	43	1,5	0,0	1
12	0,6	0,0	2	28	0,7	0,3	2	44	0,9	0,2	2
13	1,2	-0,1	1	29	1,3	0,2	1	45	1,5	0,1	1
14	0,6	0,1	2	30	0,7	0,4	2	46	0,9	0,3	2
15	1,2	0,0	1	31	1,4	-0,2	1	47	1,6	-0,2	1
16	0,6	0,2	2	32	0,8	0,0	2	48	1,0	0,0	2

Номер вар.	$\alpha$	$K$	Номер системы	Номер вар.	$\alpha$	$K$	Номер системы
49	1,6	-0,1	1	50	1,0	0,1	2

## Л и т е р а т у р а

1. Березин А.С., Жидков Н.П. Методы вычисления. - М.: 1961, т. П, гл. УП.
2. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1960, гл. IV, V.
3. Конченкова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. - М.: Наука, 1972, гл. IV.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Теоретические основы метода Ньютона.
2. Модифицированный метод Ньютона. Особенности реализации метода на ЭВМ.

## Т е м а 6. П Р И Б Л И Ж Е Н Н О Е В Ы Ч И С Л Е Н И Е И Н Т Е Г Р А Л О В

Работа 6.1. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса

- З а д а н и е. 1. Вычислить определенный интеграл по формуле Симпсона с точностью до  $10^{-3}$ .
2. Для интегрирования выбрать одним из способов: а) на основе оценки остаточного члена квадратурной формулы; б) по принципу Рунге.
3. Проверить полученный результат, вычислив интеграл по одной из следующих формул: а) средних прямоугольников; б) трапеций.

Таблица 6.1

Номер варианта	Интеграл	Номер варианта	Интеграл
1	$\int_{1,2}^2 \frac{\lg(x+2)}{x} dx$	12	$\int_{0,18}^{0,98} \frac{\sin x}{x+1} dx$
2	$\int_{0,2}^1 \frac{\lg(x^2)}{x^2+1} dx$	13	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+3x} dx$
3	$\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx$	14	$\int_0^1 \frac{\ln(1+3x)}{x} dx$
4	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+x} dx$	15	$\int_{0,2}^{0,18} \sqrt{x+1} \cos(x^2) dx$
5	$\int_{0,4}^{1,2} \sqrt{x} \cos(x^2) dx$	16	$\int_0^{1,047} \frac{e^{\frac{x}{3}}}{\sqrt{x+1}} dx$
6	$\int_{0,8}^{1,2} \frac{\sin 2x}{x^2} dx$	17	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+4x} dx$
7	$\int_0^1 \frac{\ln(1+2x)}{x} dx$	18	$\int_0^1 \frac{\ln(1+4x)}{x} dx$
8	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+2x} dx$	19	$\int_0^{1,254} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+x^3}} dx$
9	$\int_{0,8}^{1,6} \frac{\lg(x^2+1)}{x} dx$	20	$\int_{1,4}^3 x^2 \lg x dx$
10	$\int_{0,4}^{1,2} \frac{\cos x}{x+2} dx$	21	$\int_{2,4}^{2,2} \frac{\lg(x^2+2)}{x+1} dx$
11	$\int_{0,4}^{0,8} \frac{\lg(x^2+0,5)}{1+2x^2} dx$	22	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+5x} dx$

Номер варианта	Интеграл	Номер варианта	Интеграл
23	$\int_0^1 \frac{\ln(1+5x)}{x} dx$	33	$\int_{0.5}^{1.2} \frac{\lg(x^2)}{x+1} dx$
24	$\int_{0.4}^{1.2} \frac{\cos(x^2)}{1+x} dx$	34	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+8x} dx$
25	$\int_{0.8}^{2.6} (x^2+1) \sin(x-0.5) dx$	35	$\int_0^1 \frac{\ln(1+8x)}{x} dx$
26	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+6x} dx$	36	$\int_{1.3}^{2.1} \frac{\sin(x^2-1)}{2\sqrt{x}} dx$
27	$\int_0^1 \frac{\ln(1+6x)}{x} dx$	37	$\int_{0.2}^{1.0} (x+1) \cos(x^2) dx$
28	$\int_{0.6}^{1.4} x^2 \cos x dx$	38	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+9x} dx$
29	$\int_{1.2}^{2.0} \frac{\lg(x^2+3)}{2x} dx$	39	$\int_0^1 \frac{\ln(1+9x)}{x} dx$
30	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+7x} dx$	40	$\int_{0.8}^{1.2} \frac{\sin(x^2-0.4)}{x+2} dx$
31	$\int_0^1 \frac{\ln(1+7x)}{x} dx$	41	$\int_{0.15}^{0.63} \sqrt{x+1} \lg(x+3) dx$
32	$\int_{2.5}^{3.3} \frac{\lg(x^2+0.8)}{x-1} dx$	42	$\int_{1.2}^{1.8} \frac{\lg(1+x^2)}{2x-1} dx$

Номер варианта	Интеграл	Номер варианта	Интеграл
43	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{10x+1} dx$	47	$\int_{12}^{20} \left(\frac{x}{2} + 1\right) \sin \frac{x}{2} dx$
44	$\int_{0.6}^{2.72} (\sqrt{x} + 1) \operatorname{tg} 2x dx$	48	$\int_{0.6}^{1.6} \frac{\operatorname{tg}(x^2+1)}{x+1} dx$
45	$\int_{0.8}^{1.2} \frac{\cos x}{x^2+1} dx$	49	$\int_{1.6}^{3.2} \frac{x}{2} \operatorname{tg} \left(\frac{x^2}{2}\right) dx$
46	$\int_0^1 \frac{\ln(1+10x)}{x} dx$	50	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+\sqrt{1+x}} dx$

## Л и т е р а т у р а

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений, т. I, гл. 3, § 4, 5, 6, 7, 10.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы, М.: Наука, 1976, т. I, гл. 5.
3. Крылов В.И., Шутьгина Л.Т. Справочная книга по численному интегрированию. М.: Наука, 1966.
4. Копченков Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. М.: Наука, 1972, гл. УП.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Вывод квадратурных формул Ньютона-Котеса (прямоугольников, трапеций, Симпсона).
2. Оценка погрешности квадратурных формул Ньютона-Котеса.
3. Принцип Рунге.

### Работа 6.2. Квадратурные формулы повышенной точности

**З а д а н и е.** Вычислить определенный интеграл по формуле Гаусса при  $n = 5$ . Коэффициенты и абсциссы формулы Гаусса взять из [1]. При выполнении работы воспользоваться заданиями из работы 6.1.

## Л и т е р а т у р а

1. Крылов В.И., Шульгина Л.Т. Справочная книга по численному интегрированию. - М.: Наука, 1966, гл. 18.
2. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966, гл. XVI, § 9.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Вывод формулы Гаусса.
2. Погрешность формулы Гаусса.

## Т е м а 7. П Р И Б Л И Ж Е Н Н О Е Р Е Ш Е Н И Е О Б Ы К Н О В Е Н Н Ы Х Д И Ф Ф Е Р Е Н Ц И А Л Ь Н Ы Х У Р А В Н Е Н И Й

### Работа 7.1. Решение задачи Коши

**З а д а н и е.** Численно решить задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка на отрезке  $[a, b]$  с точностью  $10^{-3}$ . Начало таблицы построить, пользуясь усовершенствованным методом Эйлера или методом Рунге-Кутты четвертого порядка.

Таблица 7.1

Номер-варианта	$y' = f(x; y)$	$y(x_0) = y_0$ [a; b]	Номер-варианта	$y' = f(x; y)$	$y(x_0) = y_0$ [a; b]
1	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{3}}$	$y(1,8) = 2,6$ [1,8; 2,8]	18	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{25}}$	$y(1,4) = 2,2$ [1,4; 2,4]
2	$y' = x + \cos \frac{y}{3}$	$y(1,6) = 4,6$ [1,6; 2,6]	19	$y' = x + \sin \frac{y}{e}$	$y(1,4) = 2,5$ [1,4; 2,4]
3	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{10}}$	$y(2,6) = 0,8$ [0,6; 1,6]	20	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{2}}$	$y(0,8) = 1,3$ [0,8; 1,8]
4	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{7}}$	$y(0,5) = 0,8$ [0,5; 1,5]	21	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{3}}$	$y(1,1) = 1,5$ [1,1; 2,1]
5	$y' = x + \cos \frac{y}{\pi}$	$y(1,7) = 5,3$ [1,7; 2,7]	22	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{11}}$	$y(0,6) = 1,2$ [0,6; 1,6]
6	$y' = x + \cos \frac{y}{2,25}$	$y(1,4) = 2,2$ [1,4; 2,4]	23	$y' = x + \sin \frac{y}{1,25}$	$y(0,5) = 1,8$ [0,5; 1,5]
7	$y' = x + \cos \frac{y}{e}$	$y(1,4) = 2,5$ [1,4; 2,4]	24	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{1,5}}$	$y(0,2) = 1,1$ [0,2; 1,2]
8	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{2}}$	$y(0,8) = 1,4$ [0,8; 1,8]	25	$y' = x + \cos \frac{y}{3}$	$y(1,7) = 5$ [1,7; 2,7]
9	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{3}}$	$y(1,2) = 2,1$ [1,2; 2,2]	26	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{13}}$	$y(2,5) = 3,6$ [2,5; 3,5]
10	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{11}}$	$y(2,1) = 2,5$ [2,1; 3,1]	27	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{10}}$	$y(1,1) = 1,4$ [1,1; 2,1]
11	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{3}}$	$y(1,8) = 2,6$ [1,8; 2,8]	28	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{13}}$	$y(0,1) = 0,8$ [0,1; 1,1]
12	$y' = x + \sin \frac{y}{3}$	$y(1,6) = 4,6$ [1,6; 2,6]	29	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{10}}$	$y(1,5) = 1,5$ [1,5; 2,5]
13	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{10}}$	$y(0,6) = 0,8$ [0,6; 1,6]	30	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{13}}$	$y(0,5) = 0,6$ [0,5; 1,5]
14	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{7}}$	$y(0,5) = 0,6$ [0,5; 1,5]	31	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{11}}$	$y(3) = 5,2$ [3; 4]
15	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{3}}$	$y(2) = 2$ [2; 3]	32	$y' = x + \sin \frac{y}{\pi}$	$y(2,2) = 6,1$ [2,2; 3,2]
16	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{2}}$	$y(1,3) = 2,1$ [1,3; 2,3]	33	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{0,7}}$	$y(1,2) = 1,4$ [1,2; 2,2]
17	$y' = x + \sin \frac{y}{\pi}$	$y(1,7) = 5,3$ [1,7; 2,7]	34	$y' = x + \cos \frac{y}{1,25}$	$y(0,4) = 0,8$ [0,4; 1,4]



Номер варианта	$y' = f(x; y)$	$y(x_0) = y_0$	$[a; b]$	Номер варианта	$y' = f(x; y)$	$y(x_0) = y_0$	$[a; b]$
35	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{7}}$	$y(1) = 1,6$	$[1; 2]$	44	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{0,5}}$	$y(0,7) = 2,1$	$[0,7; 1,7]$
36	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{7}}$	$y(0,8) = 0,9$	$[0,8; 1,8]$	45	$y' = x + \cos \frac{y}{2,25}$	$y(1,5) = 2,6$	$[1,5; 2,5]$
37	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{1,8}}$	$y(1,9) = 3,5$	$[1,9; 2,9]$	46	$y' = x + \sin \frac{y}{3}$	$y(2) = 5,7$	$[2; 3]$
38	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{1,3}}$	$y(1,9) = 3,5$	$[1,9; 2,9]$	47	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{1,3}}$	$y(0,5) = 1$	$[0,5; 1,5]$
39	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{1,5}}$	$y(0,3) = 0,9$	$[0,3; 1,3]$	48	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{0,7}}$	$y(0,9) = 1,7$	$[0,9; 1,9]$
40	$y' = x + \cos \frac{y}{x}$	$y(2,1) = 6$	$[2,1; 3,1]$	49	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{2}}$	$y(1,2) = 2$	$[1,2; 2,2]$
41	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{5}}$	$y(2,8) = 3,8$	$[2,8; 3,8]$	50	$y' = x + \cos \frac{y}{e}$	$y(1,9) = 3,5$	$[1,9; 2,9]$
42	$y' = x + \sin \frac{y}{e}$	$y(1,8) = 3,5$	$[1,8; 2,8]$				
43	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{1,3}}$	$y(1,2) = 1,8$	$[1,2; 2,2]$				

Дальнейшие вычисления проводить по экстраполяционной формуле Адамса четвертого порядка, уточняя по интерполяционной формуле Адамса четвертого порядка.

## Л и т е р а т у р а

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. - М.: Физматгиз, 1962, т. П, гл. 9, § 4, 5, 7.
2. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. - М.: Наука, 1968, гл. III, § 5, 6, 8, 14.
3. Крпченлова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. - М.: Наука, 1972, гл. УШ.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Метод Эйлера. Усовершенствованный метод Эйлера. Геометрическая иллюстрация.
2. Метод Рунге-Кутты.
3. Контроль погрешности на шаге.
4. Формулы Адамса.
5. Сравнение методов Рунге-Кутты и Адамса.
6. Особенности реализации методов Рунге-Кутты и Адамса на ЭВМ.

## Работа 7.2. Метод конечных разностей для линейных дифференциальных уравнений второго порядка

**З а д а н и е.** Методом прогонки найти решение дифференциального уравнения второго порядка на отрезке  $[0; 1]$  с шагом  $h = 0,1$  с заданными краевыми условиями  $y(0) = y(1) = 0$ . Вычисления проводить с пятью значащими цифрами.

Номер варианта	Уравнение
1	$y'' + (1+x^3)y' + (1-x^2)y = e^{1-2,5x^2}$
2	$y'' + (1,4+x^3)y' + (1-x^2)y = e^{1-3x^2}$
3	$y'' + (1,8+x^3)y' + (1-x^2)y = e^{1-3,5x^2}$
4	$y'' + (2,2+x^2)y' + (1-x^2)y = e^{1-4,0x^2}$
5	$y'' + x^2y' + (1-x)y = \frac{x}{x^2+2,5}$
6	$y'' + x^2y' + (1,4-x)y = \frac{x}{x^2+3,0}$
7	$y'' + x^2y' + (1,8-x)y = \frac{x}{x^2+3,5}$
8	$y'' + x^2y' + (2,2-x)y = \frac{x}{x^2+4,0}$
9	$y'' + y' \sin x + y = \frac{1}{2,5 + \sin^2 x}$
10	$y'' + y' \sin 1,4x + y = \frac{1}{3,0 + \sin^2 1,4x}$
11	$y'' + y' \sin 1,8x + y = \frac{1}{3,5 + \sin^2 1,8x}$
12	$y'' + y' \sin 2,2x + y = \frac{1}{4,0 + \sin^2 2,2x}$
13	$y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2+2,5}} + y = x$
14	$y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2+3,0}} + 1,4y = x$

Номер варианта	Уравнение
15	$y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2 + 3,5}} + 1,8y = x$
16	$y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2 + 4,0}} + 2,2y = x$
17	$y'' + (1 + x^2)y' + (1 - x^2)y = e^{1 - 4,5x^2}$
18	$y'' + (1,4 + x^2)y' + (1 - x^2)y = e^{1 - 5x^2}$
19	$y'' + (1,8 + x^2)y' + (1 - x^2)y = e^{1 - 3x^2}$
20	$y'' + (2,2 + x^2)y' + (1 - x^2)y = e^{1 - 3,5x^2}$
21	$y'' + x^2y' + (1 - x)y = \frac{x}{x^2 + 4,5}$
22	$y'' + x^2y' + (1,4 - x)y = \frac{x}{x^2 + 5,0}$
23	$y'' + x^2y' + (1,8 - x)y = \frac{x}{x^2 + 3,0}$
24	$y'' + x^2y' + (2,2 - x)y = \frac{x}{x^2 + 3,5}$
25	$y'' + x^2y' + (1 - x)y = \frac{x}{x^2 + 3}$
26	$y'' + y' \sin x + y = \frac{1}{4,5 + \sin^2 x}$

Номер варианта	Уравнение
27	$y'' + y' \sin 1,4x + y = \frac{1}{5,0 + \sin^2 1,4x}$
28	$y'' + y' \sin 1,8x + y = \frac{1}{3,0 + \sin^2 1,8x}$
29	$y'' + y' \sin 2,2x + y = \frac{1}{3,5 + \sin^2 2,2x}$
30	$y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2 + 4,5}} + y = x$
31	$y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2 + 5}} + 1,4y = x$
32	$y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2 + 3}} + 1,8y = x$
33	$y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2 + 3,5}} + 2,2y = x$
34	$y'' + (1 + x^3)y' + (1 - x^2)y = e^{1-3x^2}$
35	$y'' + (1,4 + x^2)y' + (1 - x^2)y = e^{1-2,5x^2}$
36	$y'' + (1,8 + x^3)y' + (1 - x^2)y = e^{1-4x^2}$
37	$y'' + (2,2 + x^3)y' + (1 - x^2)y = e^{1-5x^2}$
38	$y'' + x^2y' + (1 - x)y = \frac{x}{x^2 + 3,5}$

Номер вариан- та	Уравнение
39	$y'' + x^2 y' + (1,4 - x)y = \frac{x}{x^2 + 2,5}$
40	$y'' + x^2 y' + (1,6 - x)y = \frac{x}{x^2 + 4,0}$
41	$y'' + x^2 y' + (2,2 - x)y = \frac{x}{x^2 + 3,0}$
42	$y'' + y' \sin x + y = \frac{1}{3 + \sin^2 x}$
43	$y'' + y' \sin 1,4x + y = \frac{1}{3,5 + \sin^2 1,4x}$
44	$y'' + y' \sin 1,8x + y = \frac{1}{4 + \sin^2 1,8x}$
45	$y'' + y' \sin 2,2x + y = \frac{1}{5 + \sin^2 2,2x}$
46	$y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2 + 3}} + y = x$
47	$y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2 + 2,5}} + 1,4y = x$
48	$y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2 + 4,0}} + 1,8y = x$
49	$y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2 + 5,0}} + 2,2y = x$
50	$y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2 + 3,5}} + y = x$

## Л и т е р а т у р а

1. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. - М.: Наука, 1968, гл. IV, § 4,5.
2. Колченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. - М.: Наука, 1972, гл. IX, § I, 2, 3.

## В о п р о с ы к о т ч е т у

1. Метод конечных разностей решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Метод прогонки решения краевой задачи.
3. Особенности реализации метода на ЭВМ.

Составитель Ольга Сергеевна Иванова

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ  
И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ  
ПО ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДАМ

Редактор Т.К. К р е т и н и н а  
Техн. редактор Н.М. К а л е н ю к  
Корректор Н.С. Ж у п р и я н о в а

Подписано в печать 14.12.82 г. Формат 60x84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>  
Бумага оберточная белая. Оперативная печать  
Усл. п. л. 3,41. Уч.-изд. л. 3,0. Тираж 200 экз.  
Заказ № 28 Бесплатно.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт имени академика С.П. Королёва,  
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

---

Офсетный участок КуАИ, г. Куйбышев, ул. Ульяновская, 18.