МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»
(Самарский университет)

ЭКОНОМЕТРИКА. МНОЖЕСТВЕННАЯ РЕГРЕССИЯ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве методических указаний к лабораторным работам для студентов, обучающихся по программам высшего образования

Составители: А.П. Котенко
О.А. Кузнецова

Самара
Издательство Самарского университета
2016

УДК 33(075)
ББК 65в6

Составители: ***А.П. Котенко, О.А. Кузнецова***

Рецензент профессор кафедры организации производства
Самарского университета Д. Ю. Иванов

Эконометрика. Множественная регрессия: метод. указания к лабораторным работам / сост. *А.П. Котенко, О.А. Кузнецова*. – Самара: Издательство Самарского университета, 2016. – 20 с.

Методические указания составлены применительно к учебному плану по направлениям «Экономика», «Менеджмент», «Бизнес-информатика». Учтены требования государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по вышеуказанным направлениям и стандарта организации СТО СГАУ 02068410-003–2016.

В методических указаниях приводятся методы решения эконометрических задач.

Предназначены для очной, очно-заочной и вечерней форм обучения.

Подготовлены на кафедре математических методов в экономике.

УДК 33(075)
ББК 65в6

Учебное издание

Эконометрика. Множественная регрессия

Методические указания к лабораторным работам

Составители: ***Котенко Андрей Петрович,***
Кузнецова Ольга Александровна

Редактор Ю.Н. Литвинова
Доверстка Т.С. Зинкина

Подписано в печать 20.05.2016. Формат 60х84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 1,25.
Тираж 100 экз. Заказ . Арт. – 64/2016.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П.КОРОЛЕВА»
443086 САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34

ИЗДАТЕЛЬСТВО САМАРСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
443086 САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Эконометрика – одна из базовых дисциплин экономического образования. В экономике в большинстве случаев между переменными величинами существуют зависимости, когда каждому значению одной переменной соответствует не какое-то определенное, а множество возможных значений другой переменной. Иначе говоря, каждому значению одной переменной соответствует определенное (условное) распределение другой переменной. Такая зависимость получила название статистической.

Задачами регрессионного анализа являются установление формы зависимости между переменными, оценка функции регрессии, оценка неизвестных значений (прогноз значений) зависимой переменной.

Переменные могут быть экзогенными (внешними, независимыми, объясняющими) – y либо эндогенными (внутренними, зависимыми, объясняемыми) – x.

В эконометрике используются пространственные и временные переменные. Пространственные данные характеризуют разные объекты за один и тот же период времени (средняя заработная плата по регионам). Временные данные характеризуют данные по одному и тому же объекту за разные периоды времени (динамика продаж предприятия).

Число наблюдений должно как минимум в 7 раз превышать количество экзогенных переменных.

В реальных экономических процессах изменение искомой величины обычно зависит от совместного влияния множества факторов. В данном разделе эконометрики рассматриваются способы построения множественной регрессии и методы оценки её качества.

Множественная регрессия $y = f(x_1,x_2,\ldots,x_k)$ – уравнение связи с несколькими регрессорами.

Например,

линейная модель $y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \ldots + b_kx_k + \varepsilon$ (Плоскость регрессии является k-мерной гиперплоскостью в (k+1)-мерном пространстве);

линейная модель без свободного члена $y = b_1x_1 + b_2x_2 + \ldots + b_kx_k + \varepsilon$;

степенная $y = ax_1^{b_1}x_2^{b_2}\ldots x_k^{b_k}\cdot\varepsilon$;

экспонента $y = e^{a+b_1x_1+b_2x_2+\ldots+b_kx_k}\cdot\varepsilon$;

гипербола $y = \left(a + b_1x_1 + b_2x_2 + \ldots + b_kx_k + \varepsilon\right)^{-1}$ и т.п.

Для *идентификации* неизвестных параметров множественной регрессии, *линейно зависящей от неизвестных параметров,* применим МНК. **Нормальная форма** системы линейных уравнений примет вид:

$$\begin{cases} an + b_1\sum x_1 + b_2\sum x_2 + \ldots + b_k\sum x_k = \sum y, \\ a\sum x_1 + b_1\sum x_1^2 + b_2\sum x_1x_2 + \ldots + b_k\sum x_kx_1 = \sum x_1y, \\ \ldots \\ a\sum x_k + b_1\sum x_1x_k + b_2\sum x_2x_k + \ldots + b_k\sum x_k^2 = \sum x_ky. \end{cases}$$

Её решения по формулам Крамера: $a = \Delta_a/\Delta$, $b_1 = \Delta_{b_1}/\Delta$, …, $b_k = \Delta_{b_k}/\Delta$,

где определитель системы

$$\Delta := \begin{vmatrix} n & \sum x_1 & \sum x_2 & \cdots & \sum x_k \\ \sum x_1 & \sum x_1^2 & \sum x_2x_1 & \cdots & \sum x_kx_1 \\ \sum x_2 & \sum x_1x_2 & \sum x_2^2 & \cdots & \sum x_kx_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sum x_k & \sum x_1x_k & \sum x_2x_k & \cdots & \sum x_k^2 \end{vmatrix} \neq 0\,.$$

Для случая 2 регрессоров x_1 и x_2 можно преобразовать МНК-параметры к виду

$$b_1 = \frac{\mathrm{Cov}(x_1, y)\mathrm{Var}(x_2) - \mathrm{Cov}(x_2, y)\mathrm{Cov}(x_1, x_2)}{\mathrm{Var}(x_1)\mathrm{Var}(x_2) - \mathrm{Cov}^2(x_1, x_2)},$$

$$b_2 = \frac{\mathrm{Cov}(x_2, y)\mathrm{Var}(x_1) - \mathrm{Cov}(x_1, y)\mathrm{Cov}(x_1, x_2)}{\mathrm{Var}(x_1)\mathrm{Var}(x_2) - \mathrm{Cov}^2(x_1, x_2)},$$

$$a = \bar{y} - b_1\bar{x}_1 - b_2\bar{x}_2 .$$

Для большего числа регрессоров формулы для коэффициентов значительно усложняются, но формула свободного члена регрессии остаётся практически той же: $a = \bar{y} - b_1\bar{x}_1 - b_2\bar{x}_2 - \ldots - b_k\bar{x}_k$. Как и в случае парной регрессии, она гарантирует, что найденная **МНК-плоскость** линейной выборочной регрессии всегда проходит через **центр диаграммы рассеяния** $\left(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_k, \bar{y}\right) \in \Re^{k+1}$.

Общий и частный *F*-критерии Фишера

Значимость уравнения множественной регрессии **в целом** оценивается **общим** F-критерием Фишера

$$F := \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-m-1}{m} .$$

Частный F-критерий позволяет оценить статистическую значимость **вклада в уравнение регрессии фактора** x_i.

$$F_{x_i} := \frac{R^2_{yx_1\ldots x_{i-1}x_ix_{i+1}\ldots x_k} - R^2_{yx_1\ldots x_{i-1}x_{i+1}\ldots x_k}}{1 - R^2_{yx_1\ldots x_{i-1}x_ix_{i+1}\ldots x_k}} \cdot \frac{n-m-1}{1} .$$

Стандартизованное уравнение регрессии

Для ранжирования значимости регрессоров x_i перейдём к уравнению множественной регрессии в **стандартизованном масштабе**

$$t_y = \beta_1 t_{x_1} + \beta_2 t_{x_2} + \ldots + \beta_k t_{x_k} ,$$

$$t_y = \frac{y_x - \bar{y}}{\sigma_y}, \ t_{x_i} = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_{x_i}}$$

где t_y, t_{x_i} – **стандартизованные переменные**, β_i – **стандартизованные коэффициенты** линейной регрессии.

Применение МНК для идентификации стандартизованных коэффициентов даёт следующую систему линейных уравнений в нормальной форме:

$$\begin{cases} \beta_1 + \beta_2 r_{x_2x_1} + \beta_3 r_{x_3x_1} + \ldots + \beta_k r_{x_kx_1} = r_{yx_1}, \\ \beta_1 r_{x_1x_2} + \beta_2 + \beta_3 r_{x_3x_2} + \ldots + \beta_k r_{x_kx_2} = r_{yx_2}, \\ \ldots \\ \beta_1 r_{x_1x_k} + \beta_2 r_{x_2x_k} + \beta_3 r_{x_3x_k} + \ldots + \beta_k = r_{yx_k}. \end{cases}$$

Коэффициенты b_i линейной множественной регрессии в исходных (**натуральных**) показателях связаны со стандартизованными коэффициентами β_i соотношением $b_i = \beta_i \sigma_y / \sigma_{x_i}$. Свободный член a уравнения в натуральных показателях определяется как $a = \bar{y} - b_1 \bar{x}_1 - b_2 \bar{x}_2 - \ldots - b_k \bar{x}_k$.

Индекс множественной корреляции

Тесноту совместного влияния регрессоров на результат при *нелинейной* регрессии оценивает **индекс множественной корреляции**

$$R_{yx_1x_2\ldots x_k} := \sqrt{1 - \sigma^2_{y\,\text{ост}} / \sigma^2_y}\,,\ 0 \le R_{yx_1x_2\ldots x_k} \le 1\,.$$

При этом справедлива **нижняя оценка** $R_{yx_1x_2\ldots x_k} \ge \max\limits_{1\le i\le k} r_{yx_i}$, т.е. индекс множественной корреляции мажорирует коэффициенты парной линейной корреляции между регрессорами x_i и результирующим признаком y.

Через стандартизованные коэффициенты и парные коэффициенты линейной корреляции его можно выразить в виде

$$R_{yx_1x_2\ldots x_k} = \sqrt{\sum \beta_i r_{yx_i}}\,.$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1. МНОЖЕСТВЕННАЯ ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

Множественная регрессия − уравнение связи с несколькими независимыми переменными:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_p),$$

где y − зависимая переменная (результативный признак);

$x_1, x_2, \ldots, x_p$ − независимые переменные (факторы).

Основная цель множественной регрессии – построить модель с большим числом факторов, определив при этом влияние каждого из них в отдельности, а также совокупное воздействие их на моделируемый показатель.

Прежде всего, так же как и в парной регрессии, необходимо отобрать необходимые факторы. Они должны отвечать следующим требованиям:

1) быть количественно измеримыми (качественным факторам придают количественную определённость, например, проставляя баллы);

2) не должны быть коррелированными между собой и тем более находиться в точной функциональной связи.

Цель работы: построение модели множественной линейной регрессии и оценка её качества.

Исходные данные к работе: приведены в табл. 1.

Данные для индивидуальных заданий рассчитываются по формуле $y = y + 2N$, где «N» обозначен номер варианта работы, соответствующий номеру студента в списке группы.

Таблица 1. Исходные данные к лабораторной работе

y	x_1	x_2
1023,14	120,00	56,40
1001,30	112,30	58,20
929,21	107,25	52,00
951,70	107,25	54,80
1108,34	127,25	63,60
970,48	112,20	54,00
961,48	113,85	51,60
1037,85	122,10	57,60
1059,73	122,10	60,00
1120,75	132,10	61,20
1138,68	127,05	68,40
1089,23	127,05	60,80
1119,30	128,70	63,60
1136,76	132,00	63,60
1146,66	133,65	64,80
1113,46	128,60	62,80
1174,18	140,25	63,20
1111,49	130,25	62,40
1111,07	130,25	62,20
1143,21	131,90	64,80
1153,95	136,90	62,80

Множественная линейная регрессия

$$\boldsymbol{y = b_0 + b_1\, x_1 + b_2\, x_2 + \varepsilon.}$$

Задание: определить коэффициенты множественной линейной регрессии методами определителей, матричным методом и построением специализированных уравнений, оценить качество полученной модели.

Порядок выполнения работы

1. ***Составить систему нормальных уравнений и найти методом определителей параметры регрессии***

Согласно методу наименьших квадратов неизвестные параметры ***a*** и ***b*** выбираются таким образом, чтобы сумма квадратов отклонений эмпирических значений зависимой переменной ***y*** от значений, найденных по уравнению регрессии, была минимальной.

Метод наименьших квадратов

$$\sum(y-y_{\text{расч}})^2 \rightarrow \min.$$

Система нормальных уравнений для определения параметров ***a*** и ***b*** линейной регрессии выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} nb_0+b_1\sum x_1+\sum x_2 = \sum y \\ b_0\sum x_1+b_1\sum x_1x_1+ b_2\sum x_1x_2=\sum x_1y, \\ b_0\sum x_2+b_1\sum x_2x_1+ b_2\sum x_2x_2=\sum x_2y \end{cases}$$

где n – количество наблюдений.

Количество наблюдений должно по крайней мере в 7 раз превышать количество переменных в регрессионной модели.

Для подстановки числовых параметров в систему уравнений необходимо заполнить вспомогательную таблицу.

Таблица 2. Вспомогательная таблица для нахождения коэффициентов множественной регрессии

№	y	x	x_1y	x_2y	x_1^2	x_2^2
1						
…						
21						
Сумма						
Среднее						

Из системы получаем матрицу

$$\left(\begin{array}{ccc|c} n & \sum x_1 & \sum x_2 & \sum y \\ \sum x_2 & \sum x_1x_1 & \sum x_1x_2 & \sum x_1y \\ & & & \end{array}\right).$$

$$\sum x_2 \ldots \sum x_2 x_1 \quad \sum x_2 x_2 \quad \sum x_2 y.$$

И считаем определители.

Один из вариантов расчёта определителя – с помощью функции Microsoft Excel "МОПРЕД".

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta},$$
$$b = \frac{\Delta b}{\Delta}.$$

Записываем уравнение регрессии с найденными параметрами.

Параметры при x называются *коэффициентами «чистой» регрессии.* Они характеризуют среднее изменение результата с изменением соответствующего фактора на единицу при неизмененном значении других факторов, закрепленных на среднем уровне.

Свободный член уравнения множественной линейной регрессии (параметр a) вбирает в себя информацию о прочих не учитываемых в модели факторах. Его величина экономической интерпретации не имеет. Формально его значение предполагает то значение y, когда все $x = 0$, чего практически не бывает.

Экономический смысл имеют не только коэффициенты каждого фактора, но и их сумма, т. е. сумма эластичности:

$$B = b_1 + b_2 + \ldots + b_m.$$

Эта величина фиксирует обобщенную характеристику эластичности производства.

2. *Найти параметры регрессии матричным методом:*

$$\boldsymbol{Y = XB + \varepsilon},$$

B – вектор параметров множественной регрессии,
Y – вектор вычисляемых переменных (размер 21×1),
X – матрица на основе внешних переменных.

$$B = (X^{\mathrm{T}}X)^{-1(}X^{\mathrm{T}}Y),$$

X – матрица размера (21×3) и вида

$$\begin{bmatrix} 1 & x1 & x2 \\ 1 & & \\ 1 & & \end{bmatrix},$$

X^{T} – транспонированная матрица X (размер 3×21).

Транспонированная матрица − матрица, полученная из исходной матрицы заменой строк на столбцы.

$(X^{T}X)^{-1}$ – матрица, обратная $X^{T}X$.

Обратная матрица − такая матрица A^{-1}, при умножении на которую исходная матрица A даёт в результате единичную матрицу E.

Вычисления производятся в MS Excel.

1. Составить матрицу X размера (21×3), первый столбец которой будет состоять из единиц, второй – переменные ×1, третий – переменные ×2.

2. Найти транспонированную матрицу X^{T}, для чего выделить зону из пустых клеток размера (3×21).

Выбрать функцию ТРАНСП. В появившемся окне в ячейке массив поставить курсор и выделить зону матрицы X.

Нажать комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter. Результатом будет являться матрица размера (3×21).

3. Чтобы найти произведение матриц $X^{T}X$, воспользуйтесь функцией МУМНОЖ.

В окне будет 2 ячейки для данных, куда вводится информация о массивах X^{T} и X соответственно.

Нажмите комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter. Результатом будет являться матрица размера (3×3).

4. Найти обратную матрицу $(X^{T}X)^{-1}$. Используйте функцию МОБР.

Нажмите комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter. Результатом будет являться матрица размера (3×3).

5. Чтобы найти произведение матриц $X^{T}Y$, воспользуйтесь функцией МУМНОЖ.

В окне будет 2 ячейки для данных, куда вводится информация о массивах X^{T} и Y соответственно.

Нажмите комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter. Результатом будет являться матрица размера (3×3).

6. Найти B. произведение матриц $(X^T X)^{-1}(X^T Y)$ воспользуйтесь функцией МУМНОЖ.

В окне будет 2 ячейки для данных, куда вводится информация о массивах X^T и Y соответственно.

Нажмите комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter. Результатом будет являться матрица размера (3×3).

3. Вычисление методом стандартизации переменных

Стандартизованные частные коэффициенты регрессии – ***β***-коэффициенты − показывают, на какую часть своего среднеквадратического отклонения изменится признак-результат ***y*** с увеличением соответствующего фактора $\boldsymbol{x_i}$ на величину своего среднеквадратического отклонения при неизменном влиянии прочих факторов модели.

Для вычисления коэффициентов множественной регрессии применим метод стандартизации переменных и построим искомое уравнение в стандартизованном масштабе

$$t_y = \beta_1 t_{x1} + \beta_2 t_{x2}.$$

Расчёт ***β***-коэффициентов выполняется по формулам:

$$\beta_1 = \frac{r_{yx1} - r_{yx2} \cdot r_{x1x2}}{1 - r^2_{x1x2}}$$

$$\beta_2 = \frac{r_{yx2} - r_{yx1} \cdot r_{x1x2}}{1 - r^2_{x1x2}}.$$

Для построения уравнения в естественной форме рассчитаем b_1 и b_2, используя формулы перехода.

$$\beta_i = b_i \frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y}, \qquad b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}}.$$

Значение **a** определим из соотношения

$$\boxed{a = \bar{y} - b_1\bar{x}_1 - b_2\bar{x}_2.}$$

Частные уравнения множественной регрессии.

$$\boldsymbol{y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \varepsilon.}$$

Средние коэффициенты эластичности для линейной регрессии рассчитываются по формуле

$$\overline{Э}_{yx_j} = b_j \frac{\overline{x}_j}{\overline{y}}.$$

Для расчета *частных коэффициентов эластичности* применяется следующая формула:

$$Э_{yx_j} = b_j \frac{x_j}{\overline{y}_{x_i \cdot x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_p}}.$$

Тесноту совместного влияния факторов на результат оценивает *индекс множественной корреляции:*

$$R_{yx_1x_2,\ldots,x_p} = \sqrt{1 - \frac{\sigma^2_{ост}}{\sigma^2_y}}.$$

Значение индекса множественной корреляции лежит в пределах от 0 до 1 и должно быть больше или равно максимальному парному индексу корреляции:

$$R_{yx_1x_2,\ldots,x_p} \geq R_{yx_1(\max)} \quad (i = 1, p).$$

Индекс множественной корреляции для уравнения в стандартизованном масштабе можно записать в виде

$$R_{yx_1x_2,\ldots,x_p} = \sqrt{\sum \beta_i r_{yx_i}}.$$

При линейной зависимости *коэффициент множественной корреляции* можно определить через матрицу парных коэффициентов корреляции.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ МНОЖЕСТВЕННОЙ РЕГРЕССИИ С ПОМОЩЬЮ МАТРИЦЫ ПАРНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ КОРРЕЛЯЦИИ

Цель работы: провести отбор переменных, включённых в модель, составить линейное уравнение множественной регрессии и оценить качество построенной модели.

Исходные данные к работе: исходные данные приведены в Приложении А.

Задание: выбрать переменные, включаемые в модель способом проведения корреляционного анализа, составить уравнение множественной линейной регрессии, оценить качество полученной модели.

Порядок выполнения работы:

1. Построить матрицу коэффициентов парной корреляции Данные – Анализ данных – Корреляция.

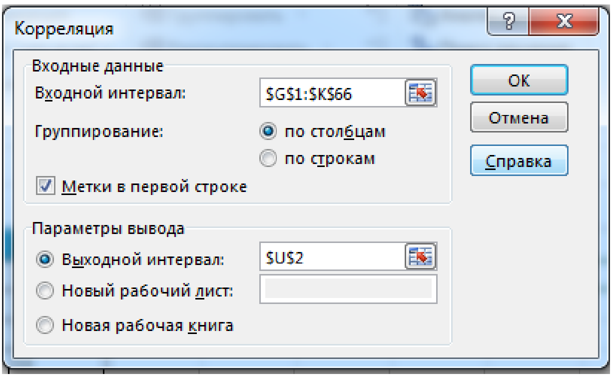

Рис. 1. Ввод данных для нахождения коэффициентов корреляции

Если поставить значок «Метки в первой строке», то в итоговой таблице будут отражены названия переменных.

Входной интервал – все значения из таблицы исходных данных.

Выходной интервал – координаты любой свободной ячейки.

Будет получена матрица вида

	y_1	x_1	x_2	x_3	x_4
y_1	*1*				
x_1	*0,031016*	*1*			
x_2	*0,716994*	*-0,44577*	*1*		
x_3	*0,166407*	*-0,21336*	*0,312893*	*1*	
x_4	*-0,18087*	*0,08675*	*0,031044*	*-0,37921*	*1*

Рис. 2. Матрица коэффициентов парной корреляции

2. Выбрать переменные, входящие в модель.

Для этого в первом столбце отмечаем все значения больше 0,5, а в других – больше 0,7.

Первый столбец показывает коэффициенты парной корреляции между переменными *x* и *y*. Важна сильная связь. Переменные, соответствующие значениям, выделенным в первом столбце, включаем в модель.

Остальные столбцы показывают коэффициенты парной корреляции между переменными *x*. Сильная связь означает наличие автокорреляции. Переменные, соответствующие этим значениям, исключаем из модели.

3. Составить уравнение множественной регрессии.

«Данные – анализ данных – регрессия». На выходе будут получены три таблицы (рис. 3).

Параметры уравнения регрессии берутся из табл. на рис. 3 в столбце «*коэффициенты*», т.е. в нашем примере

$$y = 13{,}21 - 0{,}066x_1 + 0{,}1x_2 + 0{,}0079x_3 - 0{,}024x_4 + 0{,}597x_5 - 0{,}0088x_6.$$

4. Проверить уравнение регрессии на адекватность.

Множественный R – индекс корреляции множественной регрессии

R-квадрат – коэффициент детерминации множественной регрессии.

F – коэффициент критерия Фишера.

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,708622
R-квадрат	0,502146
Нормированный R-квадрат	0,450644
Стандартная ошибка	2,315072
Наблюдения	65

Дисперсионный анализ

	df	*SS*	*MS*	*F*	*Значимость F*
Регрессия	6	313,534118	52,25568633	9,749995	2,05936E-07
Остаток	58	310,8544974	5,3595603		
Итого	64	624,3886154			

	Коэффициенты	*Стандартная ошибка*	*t-статистика*	*P-Значение*	*Нижние 95%*	*Верхние 95%*	*Нижние 95,0%*	*Верхние 95,0%*
Y-пересечение	13,20873	5,720500892	2,309016858	0,0245251	1,757906345	24,65955965	1,757906345	24,65955965
Переменная X 1	-0,06571	0,075915612	-0,865539691	0,3903088	-0,217669583	0,086253632	-0,217669583	0,086253632
Переменная X 2	0,102247	0,143847235	0,710805012	0,4800538	-0,18569419	0,390188861	-0,18569419	0,390188861
Переменная X 3	0,007909	0,017418205	0,454064367	0,6514771	-0,026957339	0,042775311	-0,026957339	0,042775311
Переменная X 4	-0,02354	0,005242274	-4,49038185	3,436E-05	-0,034033361	-0,013046259	-0,034033361	-0,013046259
Переменная X 5	0,596838	0,355625091	1,678279585	0,0986734	-0,115022632	1,308699293	-0,115022632	1,308699293
Переменная X 6	-0,00877	0,010904159	-0,803971119	0,4246966	-0,030593676	0,013060417	-0,030593676	0,013060417

Рис. 3. Данные регрессионной статистики

Значения коэффициентов Стьюдента приведены в табл. на рис. 3 в столбце «*t-статистика*».

5. Сделать выводы о качестве построенной модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кремер, Н.Ш. Эконометрика / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко; под ред. Н.Ш. Кремера. − М.: ЮНИТИ, 2010. − 328 с. − ISBN 5238017204.
2. Гладилин, А.В. Эконометрика / А.В. Гладилин, А.Н. Герасимов, Е.И. Громов. – М.: Феникс, 2011. − 304 с. – ISBN 5222173879.
3. Буравлёв, А. Эконометрика: учеб. пособие / А. Буравлёв. – М.: Бином, 2012. − 166 с. − ISBN 5996307418.
4. Айвазян, С.А. Эконометрика. Краткий курс / С.А. Айвазян. – М.: Маркет Дс, 2010. − 104 с. − ISBN 5944160683.
5. Герасимов, А.Н. Эконометрика. Теория и практика / А.Н. Герасимов, А.В. Гладилин. − Кнорус, 2011. – 1 CD. − ISBN 5406001868.
6. Соколов, Г.А. Эконометрика. Теоретические основы: учеб. пособие / Г.А. Соколов. – М.: ИНФРА-М, 2012. − 216 с. − ISBN 5160041803.
7. Эконометрика / под редакцией член-корреспондента РАН И.И. Елисеевой. – М.: Изд-во Юрайт, 2012. − 453 с. − ISBN 5991619301.
8. Тимофеев, В.С. Эконометрика: учебник для бакалавров / В.С. Тимофеев, А.В. Фаддеенков, В.Ю. Щеколдин. − М.: Изд-во Юрайт, 2013. − 328 с. − ISBN 5991619622.
9. Елисеева И.И. Эконометрика: учебник для магистров / И.И. Елисеева. − М: Изд-тво Юрайт, 2014. − 449 с. − ISBN 5991632027.
10. Бородич, С.А. Эконометрика. Практикум / С.А. Бородич. – М.: ИНФРА-М, 2014. − 329 с. − ISBN 5160094298.
11. Новиков, А.И. Эконометрика / А.И. Новиков. – М.: ИНФРА-М, 2014. − 272 с. − ISBN 5160046341.
12. Айвазян, С.А. Эконометрика-2. Продвинутый курс с приложениями в финансах: учебник / С.А. Айвазян. − Магистр, 2015. – 944 с. − ISBN 5977603331.
13. Костромин, А.В. Эконометрика / А.В. Костромин. – Изд-во КноРус, 2015. − 232 с. − ISBN 5406008560.

Приложение А. Исходные данные к лабораторной работе

№	y^1	y^2	y^3	y^4	y^5	y^6	x^1	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6	x^7	x^8
1	71	31	60	203	8,5	12	0,55	30,1	250	5	11	8,60	17	14,8
2	68	30	72	213	8	16	0,55	29,8	250	5	10,5	8,60	22	12,8
3	67	27	65	224	7,3	18	0,55	28,4	250	5	9,2	8,60	29,7	7,3
4	68	30	67	243	8,1	16	0,55	27,1	250	5	9,5	8,60	34,1	14
5	68	29	68	256	7,8	18	0,55	25,3	250	5	9,4	8,60	38	9,5
6	64	26	92	314	6,8	22	0,55	18,3	250	5	9	8,60	58,7	6,7
7	62	25	102	356	6	37	0,55	18	250	5	8,5	8,60	64,2	6,2
8	64	30	77	450	7,5	19	0,55	17,7	250	5	8,5	8,60	64,4	8,5
9	58	21	120	412	5,5	65	0,55	21,7	250	5	8,5	8,60	68	7,5
10	62	24	132	349	5	34	0,55	17,3	250	5	8,4	8,60	71	5,6
11	51	20	142	375	5	35	0,55	16,6	250	5	6,5	8,60	82	5,2
12	53	22	150	366	5	41	0,55	16,6	230	5	7,1	8,60	82	5,2
13	49	17	132	394	6,5	30	0,55	16,6	230	6	6,1	8,60	82	5,2
14	55	18	132	432	5	65	0,55	19	250	5	7	8,60	85,1	3,1
15	53	18	110	459	5,2	62	0,55	19	230	6	7	8,60	85,1	3,1

Продолжение табл.

16	57	19	127	432	4,5	65	0,55	19	230	5	8	8,60	85,1	3,1
17	59	20	136	421,9	4	70	0,55	19	220	5	8,5	8,60	85,1	3,1
18	45	17	150	498	5,7	46	0,55	15,2	250	5	2,5	8,60	170,2	3
19	50	18	150	451	5,4	78	0,55	15,2	230	5	3,5	8,60	170,2	3
20	43	16	150	448	3,5	150	0,55	13	250	5	2	8,60	270	2,1
21	47	18	150	439	3	150	0,55	13	230	5	3	8,60	270	2,1
22	48	18	150	445	3	150	0,55	13	220	5	3,5	8,60	270	2,1
23	54	21	150	400	7,2	70	0,55	18,3	250	5	7,3	8,60	55,5	6,4
24	58	23	150	476	6,9	71	0,55	20,4	250	5	7,5	8,60	54,1	7,9
25	55	23	150	483	6,8	65	0,55	16,5	250	5	7	8,60	67	6,2
26	54	18	150	371	6,5	65	0,55	16,9	250	5	7,5	8,60	81,5	7,7
27	53	17	150	381	6	68	0,55	16,6	250	5	7	8,60	90,1	7,9
28	52	17	150	466	4,7	63	0,55	15,9	250	5	6,5	8,60	99,5	3,5
29	69	25	67	149	6,9	14	1,85	27,1	250	5	7,2	8,9	34	14
30	68	19	65	210	6	18	1,85	19,9	250	5	8,5	8,9	41	13,1
31	63	18	113	245	5	98	1,85	21,2	250	5	6,5	8,9	58	11,7
32	63	18	113	245	5	38	1,85	18,3	250	5	6,5	8,9	83,64	4,3
33	68	19	133	235	2,5	47	1,85	18,3	230	5	4,1	8,9	83,64	4,3
34	54	17	132	263	5,3	27	1,85	18,3	230	6	3,5	8,9	83,64	4,3
35	63	20	143	271	4,9	44	1,85	15,9	250	5	6,3	8,9	96	11,1
36	57	21	128	294,9	5	43	1,85	16,3	250	5	5,5	8,9	101	6,9
37	56	17	134	306	4,5	41	1,85	15,8	250	5	5,6	8,9	103	6,6
38	66	18	150	300	4,3	49	1,85	15,8	230	5	4,5	8,9	103	6,6
39	68	19	150	257	4,3	66	1,85	15,8	220	5	4,2	8,9	103	6,6
40	65	18	134	309	4,1	51	1,85	15,7	250	5	6	8,9	107	6,1
41	64	17	143	306	4,7	49	1,85	15,6	230	5	6,5	8,9	115	7,2
42	53	16	150	326	3,8	44	1,85	13,9	250	5	5	8,9	119	10,4

Окончание табл.

43	55	17	150	329	3,4	50	1,85	13,9	230	6	5,1	8,9	119	10,4
44	51	18	150	296	3,7	40	1,85	13,7	250	5	5	8,9	120	10,3
45	56	19	150	295,3	3,6	49	1,85	13,7	220	5	3,5	8,9	120	10,3
46	51	18	150	308	3,7	31	1,85	13,7	220	6	4,4	8,9	120	10,3
47	49	17	96	318,5	3,8	31	1,85	13,2	220	6	5	8,9	130,5	8,2
48	57	18	150	302,3	3	66	1,85	13,2	220	5	5,5	8,9	130,5	8,2
49	53	16	150	319	4	49	1,85	13,2	250	5	4,5	8,9	130,5	8,2
50	52	17	150	340	3,5	150	1,85	12,6	230	5	4,1	8,9	146,3	6,5
51	50	16	150	331	3,9	100	1,85	12,8	250	5	4	8,9	148,2	6,9
52	49	17	150	342	3,6	84	1,85	10,2	250	5	3,3	8,9	171	5,7
53	49	15	150	312	3,5	86	1,85	10,2	250	5	3,5	8,9	200	9,3
54	59	19	150	186	4,8	106	1,85	9,8	230	4	4	8,9	230	5,7
55	45	12	150	338	3,3	65	1,85	7,9	250	5	1,5	8,9	302	5,6
56	61	20	142	306	4,3	43	1,85	14,8	250	5	6	8,9	98,4	4,1
57	64	22	132	300	5	39	1,85	15,4	250	5	5,5	8,9	113	9,4