

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)» (СГАУ)

*Д.А. УГЛАНОВ*

## ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ТЕПЛОМАССОБМЕНА

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)» в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования направлений 13.03.03 Энергетическое машиностроение, 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 24.03.05 Двигатели летательных аппаратов, 24.04.05 Двигатели летательных аппаратов и специальности специальности 24.05.02 Проектирование авиационных двигателей и энергетических установок

Самара

Издательство СГАУ

2015

УДК СГАУ: 533

ББК СГАУ: 31.31

У25

*Угланов, Дмитрий Александрович*

У **Интенсификация тепломассообмена:** учеб. пособие / *Д.А. Угланов.* –  
Самара: Изд-во СГАУ, 2015. – 140 с.

**ISBN 978-5-7883-1044-9**

Предназначено для студентов, обучающихся по следующим направлениям подготовки бакалавра: 13.03.03 Энергетическое машиностроение, 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 24.03.05 Двигатели летательных аппаратов, 24.04.05 Двигатели летательных аппаратов; по специальности 24.05.02 Проектирование авиационных двигателей и энергетических установок, а также может быть полезно слушателям курсов, аспирантам и специалистам.

Разработано на кафедре теплотехники и тепловых двигателей.

УДК СГАУ: 533

ББК СГАУ: 31.31

ISBN 978-5-7883-1044-9

© СГАУ, 2015

## 1 Виды теплопереноса

**Теплопередача** — учение о процессах распространения тепла. Распространение тепла осуществляется тремя основными способами: теплопроводностью, конвекцией и тепловым излучением.

**Теплопроводность** представляет собой процесс распространения тепловой энергии при непосредственном соприкосновении тел или отдельных частей тела, имеющих различную температуру. Теплопроводность обусловлена движением микрочастиц тела.

**Конвекция** возможна только в текучей среде. Под конвекцией тепла понимают процесс переноса тепловой энергии при перемещении объемов жидкости или газа в пространстве из области с одной температурой в область с другой. При этом перенос тепла неразрывно связан с переносом самой среды.

**Тепловое излучение** — это процесс распространения тепловой энергии с помощью электромагнитных волн. При тепловом излучении происходит двойное превращение энергии: тепловая энергия излучающего тела переходит в лучистую и обратно — лучистая энергия, поглощаясь телом, переходит в тепловую.

В природе и технике элементарные процессы распространения тепла — теплопроводность, конвекция и тепловое излучение — очень часто происходят совместно.

Теплопроводность в чистом виде большей частью имеет место лишь в твердых телах.

Конвекция, тепла всегда сопровождается теплопроводностью, так как при движении жидкости или газа неизбежно соприкосновение отдельных частиц, имеющих различные температуры. Совместный процесс конвекции и теплопроводности называется **конвективным теплообменом** или **теплоотдачей**.

Конвективная теплоотдача часто сопровождается излучением.

В технике и быту часто происходят процессы теплообмена между различными теплоносителями, разделенными твердой стенкой. Процесс передачи тепла от одного теплоносителя к другому через разделяющую их стенку называется **теплопередачей**. Процесс теплопередачи осуществляется различными элементарными процессами теплопереноса, происходящими одновременно.

### **1.1 Основные понятия и определения в теплопроводности, конвективном и лучистом теплообмене**

В общем случае процесс передачи тепла теплопроводностью в сплошной неподвижной среде сопровождается изменением температуры, как в пространстве, так и во времени.

Аналитическое исследование теплопроводности сводится к изучению пространственно-временного изменения температуры, т. е. к нахождению уравнения

$$t = f(x, y, z, \tau). \quad (1.1)$$

Уравнение (1.1) представляет собой математическое выражение температурного поля. Таким образом, температурное поле есть совокупность значений температуры во всех точках изучаемого пространства для каждого момента времени. Различают **стационарное** и **нестационарное** температурные поля. Уравнение(1.1) является записью наиболее общего вида температурного поля, когда температура изменяется с течением времени от одной точки к другой. Такое поле отвечает неустановившемуся тепловому режиму теплопроводности и носит название **нестационарного температурного поля**.

Если тепловой режим является установившимся, то температура в каждой точке поля с течением времени остается неизменной и такое температурное поле называется **стационарным**. В этом случае температура является функцией только координат:

$$t = f_1(x, y, z);$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0.$$
(1.2)

Температурное поле, соответствующее уравнениям (1.1) и (1.2) является пространственным, так как температура является функцией трех координат. Если температура есть функция двух координат, то поле называется двухмерным:

$$t = f_2(x, y, \tau);$$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = 0.$$
(1.3)

Если температура есть функция одной координаты, то поле называется одномерным:

$$t = f_3(x, \tau);$$

$$\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0.$$
(1.4)

Наиболее простой вид имеет уравнение одномерного стационарного температурного поля:

$$t = f_4(x);$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$$
и

$$\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0$$
(1.5)

Если соединить точки тела, имеющие одинаковую температуру, получим поверхность равных температур, называемую **изотермической**. Итак, изотермической поверхностью называется геометрическое место точек с одинаковой температурой. (рис. 1.1)

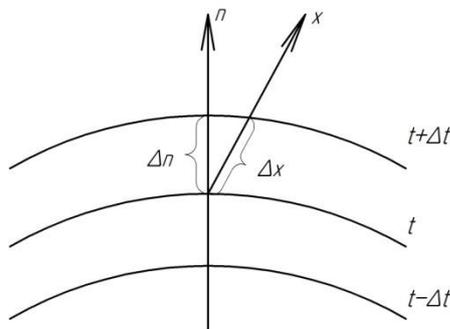


Рисунок 1.1 – Изотермы.

Возрастание температуры в направлении нормали к изотермической поверхности характеризуется градиентом температуры. **Градиент температуры** есть вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры и численно равный производной от температуры по этому направлению, т. е.

$$\text{grad } t = n_0 \frac{\partial t}{\partial n}, \quad (1.6)$$

где  $n_0$  – единичный вектор, нормальный к изотермической поверхности и направленный в сторону возрастания температур;

$\frac{\partial t}{\partial n}$  – производная температуры по нормали  $n$ .

**Конвективный теплообмен** или **теплоотдача** – перенос тепла между поверхностью твердого тела и жидкой средой за счет совместного действия теплопроводности среды и конвекции в ней.

Различают три вида движения жидкости при теплообмене: вынужденное, свободное, капиллярное.

Вынужденное движение возникает под действием посторонних возбудителей (насос, вентилятор и др.)

Свободное движение происходит за счет разности плотностей нагретых и холодных частиц жидкости в поле тяжести. Возникновение и интенсивность свободного движения определяется родом жидкости, изменением температуры, напряженностью гравитационного поля, объемом пространства.

Капиллярное возникает за счет сил притяжения в пористых структурах и трубах малого диаметра (тепловые трубы).

В технике наряду с вынужденным движением часто проявляется и свободное. Чем выше температурный напор между стенкой и теплоносителем  $\Delta t$ , тем больше относительное влияние последнего.

**Вставить рисунок и пояснение из Исаченко**

**Тепловое излучение** представляет собой процесс распространения внутренней энергии излучающего тела путем электромагнитных волн. Электромагнитными волнами называют электромагнитные возмущения, исходящие из излучаемого тела и распространяющиеся со скоростью света в вакууме  $c=3 \cdot 10^8$  м/сек. При поглощении электромагнитных волн какими-либо другими телами они вновь превращаются в тепловую энергию. Возбудителями электромагнитных волн являются заряженные материальные частицы, т.е. электроны и ионы, входящие в состав вещества.

Таким образом, излучение имеет двойственный характер, поскольку оно обладает свойствами непрерывности поля электромагнитных волн и свойствами дискретности, типичными для фотонов. Синтезом обоих свойств является представление, согласно которому энергия и импульсы сосредоточиваются в фотонах, а вероятность нахождения их в том или ином месте пространства – в волнах. Соответственно этому излучение характеризуется длиной волны ( $\lambda$ ) или частотой колебаний ( $\nu = c / \lambda$ ).

Большинство твердых и жидких тел имеет **сплошной спектр излучения**, т.е. излучает энергию всех длин волн в интервале от 0 до  $\infty$ . К числу твердых тел, имеющих сплошной спектр излучения, относятся непроводники и полупроводники электричества, а также металлы в окисленном состоянии. Некоторые тела излучают энергию только в определенных интервалах длин волн. К ним относятся чистые металлы и газы, которые характеризуются выборочным, или селективным излучением. Излучение различных тел различно. Оно зависит от природы тела, температуры, состояния поверхности, а для газов – еще от объема газового слоя и давления. Большинство встречающихся в природе и технике твердых и жидких тел имеет значительную поглощательную и излучательную способность. Вследствие этого в процессах лучистого теплообмена участвуют лишь тонкие поверхностные слои. Для проводников тепла толщина этих слоев имеет порядок 1 мк, а для непроводников тепла –

порядок 1 мм. Поэтому применительно к твердым телам, а также жидкостям тепловое излучение в ряде случаев приближенно можно рассматривать как поверхностное явление. Излучение в газах носит объемный характер.

Излучение всех тел зависит от температуры. С увеличением температуры поток излучения возрастает, так как увеличивается внутренняя энергия тела. Изменение температуры тела вызывает не только изменение абсолютной величины интенсивности излучения, но сопровождается еще изменением спектрального состава или «цвета» излучения. С повышением температуры повышается интенсивность коротковолнового излучения и уменьшается интенсивность длинноволновой части спектра. Зависимость излучения от температуры значительно большая, чем в процессах теплопроводности и конвекции. Поэтому при низких температурах преобладающую роль может играть теплообмен за счет конвекции и а при высоких – основным видом переноса тепла может быть тепловое излучение.

Тело излучает энергию при данной температуре в виде спектра. Энергия излучения в единицу времени, относящаяся к узкому интервалу изменений длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$  называется потоком монохроматического, спектрального или однородного излучения ( $Q_\lambda$ ). Суммарное излучение с поверхности тела во всем спектральном диапазоне называется интегральным или полным лучистым потоком ( $Q$ ).

Интегральный лучистый поток, испускаемый с единицы поверхности тела, называется плотностью интегрального излучения

$$E = \frac{dQ}{dF}, \text{ Вт/м}^2, \quad (1.7)$$

где  $dQ$  – лучистый поток, Вт, испускаемый с элемента поверхности  $dF$ . Лучистый поток для всей поверхности можно выразить как

$$Q = \int_F E dF, \text{ вт.} \quad (1.8)$$

Здесь  $F$  – полная поверхность тела,  $\text{м}^2$ .

Если плотность интегрального излучения для всех элементов поверхности излучающего тела постоянна, то зависимость (1.8) переходит в соотношение

$$Q = EF, \text{ вт.} \quad (1.9)$$

Отношение плотности лучистого потока, испускаемого в бесконечно малом интервале длин волн, к величине этого интервала длин волн носит название спектральной интенсивности излучения:

$$J = \frac{dE}{d\lambda}, \text{ вт/м}^3. \quad (1.10)$$

## 1.2 Основные уравнения переноса тепла в стационарных процессах (уравнение теплопроводности, уравнение Ньютона-Рихмана, уравнение Стефана-Больцмана)

**Теплопроводность.** Необходимым условием распространения тепла является неравномерность распределения температуры в рассматриваемой среде. Таким образом, для передачи тепла теплопроводностью необходимо неравенство нулю температурного градиента в различных точках тела.

Согласно гипотезе Фурье количество тепла  $dQ_\tau$ , проходящее через элемент изотермической поверхности  $dF$  за промежуток времени  $d\tau$ , пропорционально температурному градиенту  $\frac{\partial t}{\partial n}$ .

$$dQ_\tau = -n_0 \lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau, \text{ Дж} \quad (1.11)$$

Опытным путем установлено, что коэффициент пропорциональности в уравнении (1.11) есть физический параметр вещества. Он характеризует

способность вещества проводить тепло и называется **коэффициентом теплопроводности**.

Количество тепла, проходящее в единицу времени через единицу площади изотермической поверхности  $q = dQ_\tau / dF d\tau$ , называется **плотностью теплового потока**. Плотность теплового потока есть вектор, определяемый соотношением

$$\vec{q} = -n_0 \lambda \frac{\partial t}{\partial n}, \text{ Вт/м}^2. \quad (1.12)$$

Вектор плотности теплового потока  $q$  направлен по нормали к изотермической поверхности. Его положительное направление совпадает с направлением убывания температуры, так как тепло всегда передается от более горячих частей тела к холодным. Таким образом, векторы  $q$  и  $\text{grad } t$  лежат на одной прямой, но направлены в противоположные стороны. Это и объясняет наличие знака минус в правых частях уравнений (1.11) и (1.12).

Линии, касательные к которым совпадают с направлением вектора называются линиями теплового потока. Линии теплового потока ортогональны к изотермическим поверхностям (рис. 1.2).

Скалярная величина в плотности теплового потока будет равна

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}, \text{ Вт/м}^2 \quad (1.13)$$

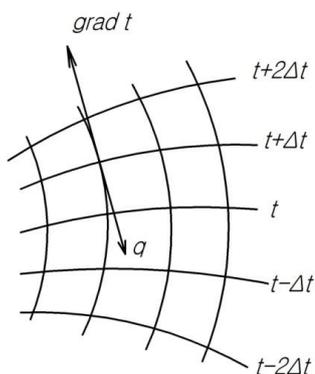


Рисунок 1.2 – Изотермы и линии теплового тока

Самым большим удельным потоком тепла будет тот, который рассчитан вдоль нормали к изотермическим поверхностям. Если такой поток

спроектировать на координатные оси  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , то согласно уравнению (1.12) получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}; \\ q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}; \\ q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z}. \end{array} \right\} \quad (1.14)$$

Как было сказано, коэффициент теплопроводности является физическим параметром вещества. В общем случае коэффициент теплопроводности зависит от температуры, давления и рода вещества. В большинстве случаев коэффициент теплопроводности для различных материалов определяется опытным путем. Известен ряд методов экспериментального определения коэффициента теплопроводности. Большинство из них основано на измерении теплового потока градиента температур в заданном веществе. Коэффициент теплопроводности при этом определяется соотношения

$$\lambda = \frac{|q|}{|\text{grad } t|}, \text{ Вт/м К} \quad (1.15)$$

Из уравнения (1.15) следует, что коэффициент теплопроводности численно равен количеству тепла, которое проходит в единицу времени через единицу изотермической поверхности при температурном градиенте, равном единице. На рисунке 1.3. приведены численные значения коэффициентов теплопроводности различных материалов.

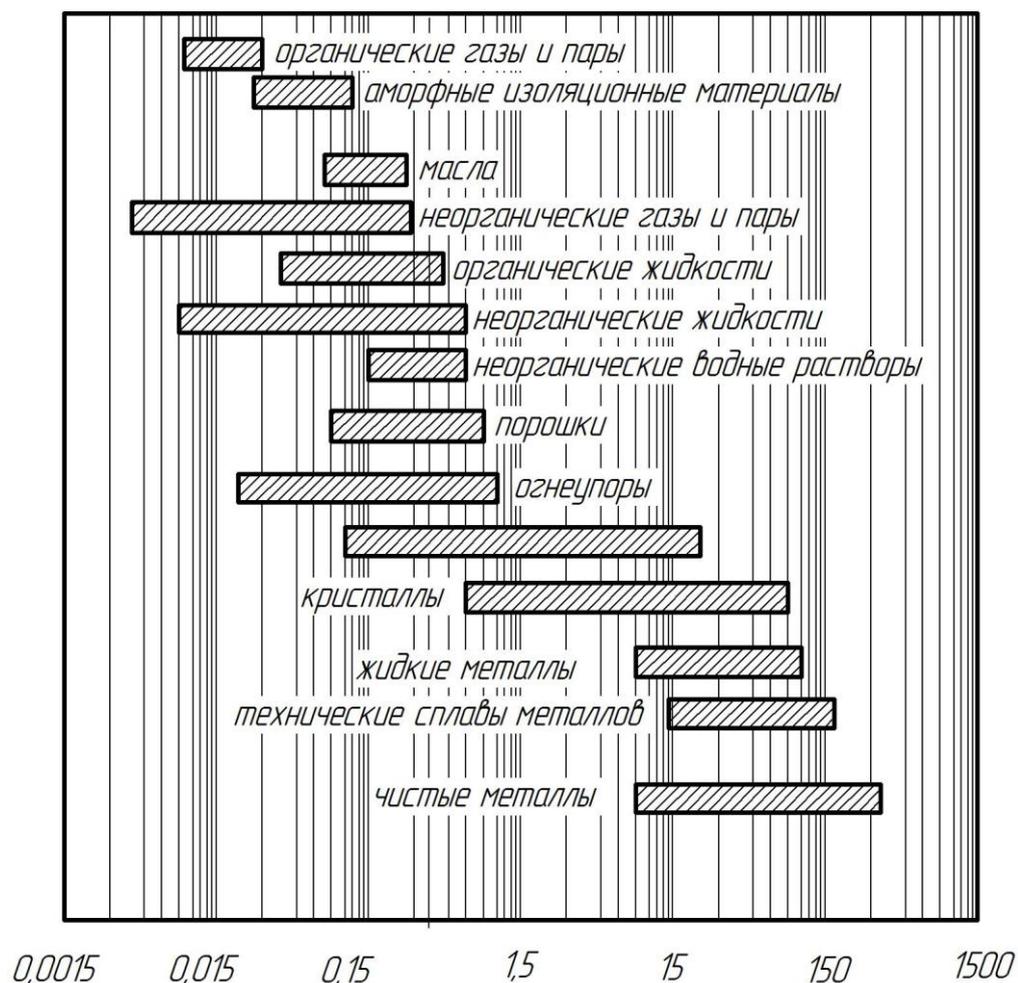


Рисунок 1.3 – Порядок величин коэффициентов теплопроводности различных веществ.

**Теплоотдача.** Основным соотношением для расчета теплопереноса при конвективном теплообмене будет формула именуемая законом Ньютона-Рихмана

$$Q = \alpha F (t_c - t_{жс}), [Вт]. \quad (1.16)$$

$$\alpha = \frac{Q}{F (t_c - t_{жс})}, \left[ \frac{Вт}{м^2 \cdot К} \right]. \quad (1.17)$$

Здесь **коэффициент теплоотдачи  $\alpha$**  – это количество теплоты, которое передается в единицу времени с единицы площади поверхности теплообмена при температурном напоре между стенкой и жидкостью равной 1К.

$\alpha$  может изменяться по поверхности, поэтому различают локальный или местный и средний по поверхности коэффициенты теплоотдачи. Величина коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  зависит от характера течения жидкости или газа (ламинарное или турбулентное течение). Движение жидкости может быть естественным или вынужденным.

При любом течении жидкости в тонком слое у поверхности из-за наличия вязкого трения течение жидкости затормаживается и скорость падает до нуля – в вязком подслое. При ламинарном течении перенос тепла в основном осуществляется теплопроводностью. При турбулентном течении теплопроводность наблюдается в пограничном подслое, а в ядре потока – имеет место массоперенос. На интенсивность теплоотдачи существенно влияет термическое сопротивление вязкого подслоя.

В общем случае  $\alpha$  является сложной функцией:

$$\alpha = f(\omega, t_c, t_{ж}, \lambda, C_p, \rho, \mu, a, \phi, l_1, l_2 \dots),$$

где в скобках кроме скорости, параметров состояния и теплофизических свойств теплоносителя представлены также  $\phi$  - форма и  $l_1, l_2$  - размеры поверхности.

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}; \quad \rho = \mu \frac{d\omega}{du}; \quad \nu = \frac{\mu}{\rho}; \quad \beta = \frac{1}{\nu} \left( \frac{\partial \nu}{\partial \tau} \right)_{P=const},$$

где  $\beta$  температурный коэффициент объемного расширения.

В практических расчетах задача конвективного теплообмена обычно сводится к нахождению коэффициенты теплоотдачи  $\alpha$ . Он рассчитывается с использованием, так называемых, критериальных уравнений, полученных эмпирическим путем. Подробнее о них будет сказано в разделе ....

**Лучистый теплообмен** в качестве основного уравнения опирается на Закон Стефана – Больцмана, который устанавливает зависимость плотности интегрального полусферического излучения от температуры. Используя закон

Планка, плотность интегрального полусферического излучения определяют как суммарную энергию излучения тела по всем длинам волн:

$$E_0 = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} J_0 d\lambda = c_1 \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} . \quad (1.18)$$

После выполнения операции интегрирования получаем зависимость

$$E_0 = \sigma T^4, \text{ Вт/М}^2. \quad (1.19)$$

Для удобства практических расчетов последняя зависимость обычно представляется в форме

$$E_0 = c_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4, \text{ Вт/М}^2, \quad (1.20)$$

где  $c_0=5,670 \text{ Вт/М}^2(\text{° К})^4$  – коэффициент излучения абсолютно черного тела.

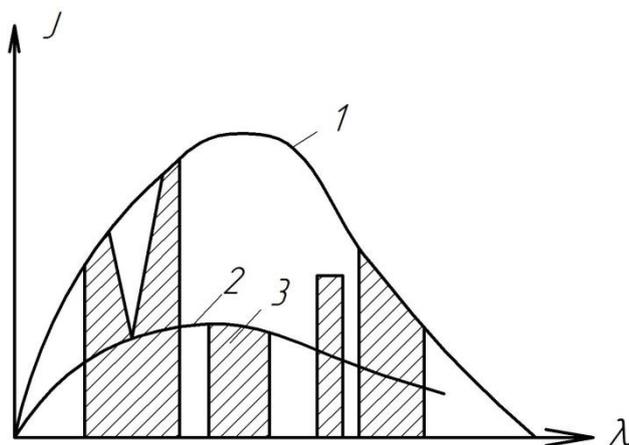


Рисунок 1.4 – Интенсивность черного, серого и селективного излучения в зависимости от длины волны.

1 – черное, 2 – серое, 3 – селективное излучение.

Индекс «0» показывает, что рассматривается излучение черного тела; уравнения (1.18 – 1.20) выражают закон Стефана – Больцмана. Согласно этому закону плотность полусферического интегрального излучения зависит только от температуры и изменяется пропорционально четвертой степени абсолютной температуры. При температуре абсолютного нуля плотность интегрального полусферического черного излучения равна нулю. Уравнение (1.18) было

получено Стефаном экспериментальным путем. Позднее было обосновано теоретически Больцманом. Исторически закон Стефана – Больцмана был сформулирован раньше закона излучения Планка.

Закон Стефана – Больцмана может быть применен к серым телам. В этом случае используется положение том, что у серых тел, так же как и у черных, собственное излучение пропорционально абсолютной температуре в четвертой степени, но энергия излучения меньше, чем энергия излучения абсолютно черных тел при той же температуре (рис.1.4). Тогда этот закон для серых принимает вид:

$$E = \varepsilon E_0 = \varepsilon c_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 = c \left( \frac{T}{100} \right)^4. \quad (1.21)$$

Здесь

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0} = \frac{c}{c_0} \leq 1. \quad (1.22)$$

$\varepsilon$  – интегральная или средняя степень черноты серого тела;  $c$  – его коэффициент излучения,  $\text{Вт/м}^2(\text{° К})^4$ .

Интегральная степень черноты представляет собой отношение плотности собственного интегрального излучения серого тела к плотности интегрального излучения абсолютно черного тела при той же температуре.

$$q_{1,2} = c_{1,2} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт/м}^2, \quad (1.23)$$

где приведенные степень черноты и коэффициент излучения системы тел 1 и 2 соответственно равны:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}; \quad (1.24)$$

$$c_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}}, \text{ Вт/м}^2(\text{° К})^4. \quad (1.25)$$

Полный результирующий поток составит:

$$Q_{1,2} = q_{1,2} F_1 = c_{1,2} F_1 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт}. \quad (1.26)$$

### 1.3 Сложный теплообмен

Сложный процесс теплообмена представляет собой совокупность одновременно протекающих процессов теплопроводности, конвективного переноса тепла и теплового излучения. Например, теплообмен через воздушные прослойки осуществляется как за счет теплопроводности и конвекции, так и за счет лучистого переноса тепла. Одновременный перенос тепла за счет теплопроводности, конвекции и теплового излучения имеет место также в среде, заполняющей поры в пористых материалах. В высокотемпературных теплообменных устройствах наряду с конвекцией приобретает большое влияние лучистый теплообмен. В общем случае указанные процессы оказывают взаимное влияние друг на друга, но рассчитать это влияние весьма затруднительно.

Аналитические решения задач о совместном влиянии лучистого теплообмена и теплопроводности или конвекции базируются на совмещении соответствующих уравнениях переноса энергии. Однако такие решения получены применительно к отдельным частным случаям, например совместному действию излучения и вынужденной конвекции в цилиндрической трубе и др. Практически расчет теплообмена при совместном действии теплового излучения и теплопроводности или конвекции часто производится с использованием понятия эффективной теплопроводности, эффективной теплоотдачи и эффективного теплового излучения. Эти методы состоят в замене

коэффициентов теплопроводности и теплоотдачи некоторыми величинами, учитывающими лучистый перенос тепла

$$\begin{cases} \lambda_{\text{эфф}} = \lambda + \lambda_p; \\ \alpha_{\text{эфф}} = \alpha + \alpha_p, \end{cases} \quad (1.27)$$

где  $\lambda_p$  и  $\alpha_p$  – радиационные коэффициенты теплопроводности и теплоотдачи.

Радиационный коэффициент теплопроводности определяется по величине плотности лучистого потока, которую по аналогии с законом Фурье можно представить в виде зависимости

$$E = -\lambda_p \text{grad}T \quad . \quad (1.28)$$

Радиационная составляющая коэффициента теплоотдачи также определяется по плотности лучистого потока, которую в этом случае представляют по аналогии с законом Ньютона – Рихмана:

$$q = \alpha_p \Delta T \quad , \quad (1.29)$$

где  $\text{grad}T$  – температурный градиент;  $\Delta T$  – температурный напор между газом и поверхностью.

В обоих случаях процесс теплового излучения рассматривается как процесс теплообмена, сопутствующий теплопроводности и конвекции, которые приняты за основные процессы переноса.

Если в качестве основного процесса теплообмена принимается тепловое излучение, то влияние теплопроводности и конвекции учитывается соответствующим увеличением степени черноты газа  $\varepsilon$ . В этом случае потоки тепла, переносимые за счет теплопроводности и конвекции, представляют по аналогии с законом лучистого теплообмена:

$$q_k = \varepsilon_k c_0 \left[ \left( \frac{T_r}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 \right] \quad (1.30)$$

откуда находится конвективная составляющая  $\varepsilon_k$  к приведенной степени черноты. Тогда приведенная степень черноты с учетом конвективного теплообмена представится суммой

$$\varepsilon_{эфф} = \varepsilon + \varepsilon_k$$

## 1.4 Теплопередача через стенки

Передача тепла от одной подвижной среды (жидкости или газа) к другой через разделяющую их однородную или многослойную твердую стенку любой формы называется **теплопередачей**. Теплопередача включает в себя теплоотдачу от более горячей жидкости к стенке, теплопроводность в стенке, теплоотдачу от стенки к более холодной подвижной среде.

### Плоские стенки

Рассмотрим теплопередачу через однослойную и многослойную плоские стенки.

Пусть плоская однородная стенка имеет толщину  $\delta$  (рис.1.5). Заданы коэффициент теплопроводности стенки  $\lambda$ , температура среды  $t_{ж1}$  и  $t_{ж2}$ , а также коэффициенты теплоотдачи  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ ; будем считать, что величины  $t_{ж1}$ ,  $t_{ж2}$ ,  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  постоянны и не меняются по поверхности. Это позволяет рассматривать изменение температуры жидкостей и стенки только в направлении, перпендикулярном плоскости стенки.

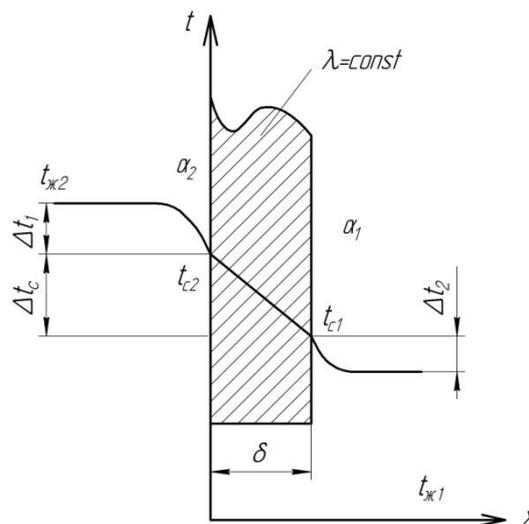


Рисунок 1.5 – Теплопередача через плоскую однослойную стенку.

При заданных условиях необходимо найти тепловой поток от горячей жидкости к холодной и температуру на поверхностях стенки.

Удельный тепловой поток от горячей жидкости к стенке определяется уравнением теплоотдачи:

$$q = \alpha_1 (t_{ж1} - t_{c1}) . \quad (1.31)$$

При стационарном тепловом режиме тот же тепловой поток пройдет путем теплопроводности через стенку:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{c1} - t_{c2}) . \quad (1.32)$$

Тот же тепловой поток передается от второй поверхности стенки к холодной жидкости за счет теплоотдачи

$$q = \alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}) . \quad (1.33)$$

Уравнения (1.31)-(1.32) можно записать в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} q \frac{1}{\alpha_1} = t_{ж1} - t_{c1}; \\ q \frac{\delta}{\lambda} = t_{c1} - t_{c2}; \\ q \frac{1}{\alpha_2} = t_{c2} - t_{ж2}. \end{array} \right. \quad (1.34)$$

Сложив равенства (1.34) почленно, получим:

$$q \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = t_{ж1} - t_{ж2} .$$

Отсюда

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)} , \text{Вт/м}^2 . \quad (1.35)$$

Обозначим:

$$k = \frac{1}{\left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)} \text{Вт/м}^2 \cdot \text{град} . \quad (1.36)$$

С учетом (1.36) уравнение (1.35) можно записать в следующем виде:

$$q = k(t_{ж1} - t_{ж2}) \text{ Вт/м}^2. \quad (1.37)$$

Величина  $k$  имеет ту же размерность, что и  $\alpha$ , и называется **коэффициентом теплопередачи**. Коэффициент теплопередачи характеризует интенсивность передачи тепла от одной жидкости к другой через разделяющую их стенку и численно равен количеству тепла, которое передается через единицу поверхности стенки в единицу времени при разности температур между теплоносителями в 1 градус.

Величина, обратная коэффициенту теплопередачи, называется **полным термическим сопротивлением** теплопередачи.

Полное термическое сопротивление однослойной стенки запишется:

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}. \quad (1.38)$$

Удельный тепловой поток через многослойную стенку, состоящую из  $n$  слоев, будет равен:

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2} + \sum_{j=1}^{j=m} R_k} = k(t_{ж1} - t_{ж2}), \text{ Вт/м}^2. \quad (1.39)$$

Здесь  $R_{kj}$  контактные термические сопротивления между слоями.

### Цилиндрические стенки

Рассмотрим однородную цилиндрическую стенку (трубу) с постоянным коэффициентом теплопроводности  $\lambda$ . Заданы: постоянные температуры подвижных сред  $t_{ж1}$  и  $t_{ж2}$  и коэффициенты теплоотдачи на внутренней и наружной поверхностях трубы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  (рис. 1.6).

Необходимо найти  $q_l$  и  $t_c$ . Будем полагать, что длина трубы велика по сравнению с толщиной стенки. Тогда потерями тепла с торцов трубы можно пренебречь, и при установившемся тепловом режиме количество тепла, которое будет передаваться от горячей среды к поверхности стенки, будет также проходить через стенку и отдаваться от стенки к холодной жидкости. Следовательно, для одного погонного метра трубы можно написать:

$$\left. \begin{array}{l} q_l = \alpha_1 \pi d_1 (t_{ж1} - t_{c1}); \\ q_l = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}}; \\ q_l = \alpha_2 \pi d_2 (t_{c2} - t_{ж2}). \end{array} \right\}, \quad q_l = \frac{Q}{l} \quad (1.40)$$

Отсюда следует

$$q_l = \frac{\pi (t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}, \text{ Вт/м.} \quad (1.41)$$

Обозначим:

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}, \text{ Вт/м} \cdot \text{град} \quad (1.42)$$

С учетом (1.42) уравнение (1.41) запишется

$$q_l = k_l \pi (t_{ж1} - t_{ж2}) \text{ Вт/м.} \quad (1.43)$$

Величина **k** называется **линейным коэффициентом теплопередачи**.

Величина  $k_l$  численно равна количеству тепла, которое проходит через стенку трубы длиной в 1 м в единицу времени от одной среды к другой при разности температур между ними в 1 град.

Величина  $R_l=1/k_l$ , обратная коэффициенту теплопередачи, называется **линейным термическим сопротивлением** теплопередачи.

$$R_l = \frac{1}{k_l} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}, \text{ м} \cdot \text{град/Вт} \quad (1.44)$$

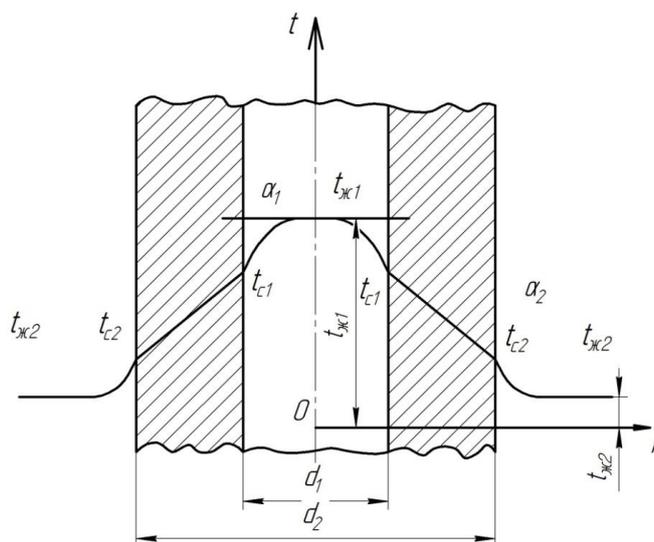


Рисунок 1.6 – Теплопередача через однородную цилиндрическую стенку

Если тепловой поток через однородную цилиндрическую стенку отнести к внутренней или наружной поверхности стенки, то получим плотность теплового потока, отнесенную к единице соответствующей поверхности трубы:

$$q_1 = \frac{Q}{\pi d_1 l} = \frac{k_l}{d_1} (t_{ж1} - t_{ж2}), \text{ Вт/М}^2;$$

$$q_2 = \frac{Q}{\pi d_2 l} = \frac{k_l}{d_2} (t_{ж1} - t_{ж2}), \text{ Вт/М}^2,$$

или

$$q_1 = k_1 (t_{ж1} - t_{ж2})$$

и

$$q_2 = k_2 (t_{ж1} - t_{ж2}),$$

где

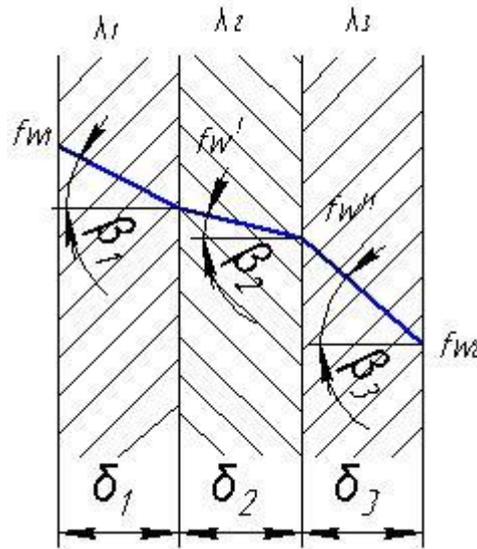
$$k_1 = \frac{k_l}{d_1} \text{ и } k_2 = \frac{k_l}{d_2},$$

Последнее соотношение устанавливает связь между коэффициентом теплопередачи при отнесении теплового потока к единице длины цилиндрической стенки и к единице поверхности:

$$k_l = d_1 k_1 = d_2 k_2, \text{ вт / м} \cdot \text{град} .$$

Формулы же для  $k_1$  и  $k_2$  в развернутом виде имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d_1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{d_1}{\alpha_2 d_2}}, \text{ вт / м}^2 \cdot \text{град} ; \\ k_2 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{d_2}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2}} \end{array} \right. \quad (1.45)$$



$$q_l = \frac{\pi (t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}}, \text{ вт/м}, \quad (1.46)$$

или

$$q_l = k_1 \pi (t_{ж1} - t_{ж2}), \text{ вт/м}. \quad (1.47)$$

Величина

$$\frac{1}{k_l} = R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}} \quad (1.48)$$

называется **полным термическим сопротивлением многослойной стенки.**

Для расчета стационарной теплопроводности многослойной плоской стенки с идеальным контактом между поверхностями

**Дано:**  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ . Г.У. 1-го рода при  $x = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$ ;  $t = t_{w2}$ .

При  $x = 0$ ;  $t = t_{w1}$ .

$$q = -\frac{\lambda_1}{\delta_1}(t'_w - t_{w1}) \rightarrow (t'_w - t_{w1}) = -q \cdot \frac{\delta_1}{\lambda_1};$$

$$q = -\frac{\lambda_2}{\delta_2}(t''_w - t'_w) \rightarrow (t''_w - t'_w) = -q \cdot \frac{\delta_2}{\lambda_2};$$

$$q = -\frac{\lambda_3}{\delta_3}(t_{w2} - t''_w) \rightarrow (t_{w2} - t''_w) = -q \cdot \frac{\delta_3}{\lambda_3}.$$

Просуммировав полученные выражения, получим:

$$(t_{w2} - t_{w1}) = -q \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \right);$$

Для идеального контакта:

$$q = \frac{t_{wi} - t_{w_{n+1}}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \quad (5),$$

где  $i$  – номер слоя.

Из приведенных зависимостей видно, что:

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \text{tg } \beta,$$

Поскольку  $q = -\lambda \cdot \text{tg } \beta$ , тогда:

$$-\lambda_1 \cdot \text{tg } \beta_1 = -\lambda_2 \cdot \text{tg } \beta_2 = \dots = -\lambda_n \cdot \text{tg } \beta_n;$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\text{tg } \beta_1}{\text{tg } \beta_2};$$

$$\beta_2 < \beta_1; \quad \text{tg } \beta_1 < \text{tg } \beta_2;$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} < 1 \rightarrow \lambda_1 < \lambda_2.$$

Таким образом, чем  $\downarrow \alpha$ , тем  $> \lambda$ .



## 2 Интенсификация теплопереноса в процессах теплопроводности

### 2.1 Дифференциальное уравнение теплопроводности

Изучение любого физического явления сводится к установлению зависимости между величинами, характеризующими это явление. Для сложных физических процессов, в которых определяющие величины могут существенно изменяться в пространстве и времени, установить зависимость между этими величинами очень трудно. В этих случаях на помощь приходит метод математической физики, который исходит из того, что ограничивается промежуток времени и из всего пространства рассматривается лишь элементарный объем. Это позволяет в пределах элементарного объема и выбранного малого отрезка времени пренебречь изменением некоторых величин, характеризующих процесс, и существенно упростить зависимость.

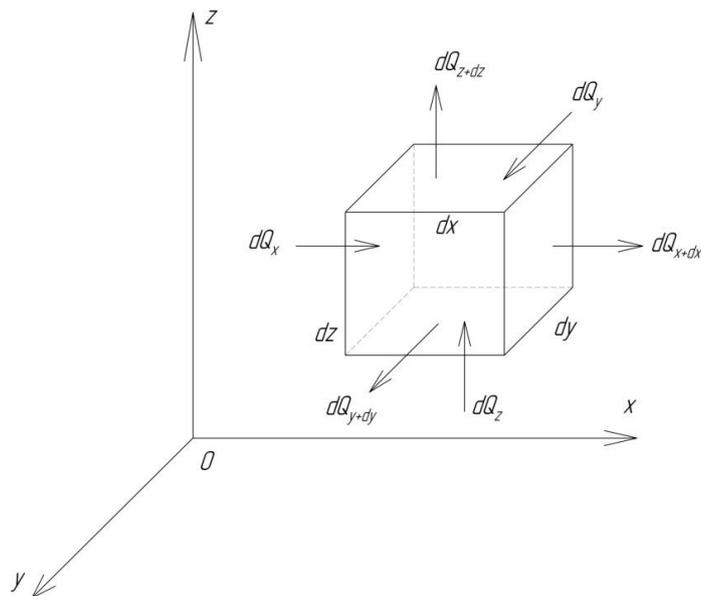


Рисунок 2.1 – Схема расчета количества тепла для элементарного объема

Выбранные таким образом элементарный объем  $dV$  и элементарный промежуток времени  $d\tau$ , в пределах которых рассматривается изучаемый процесс, с математической точки зрения являются величинами бесконечно малыми, а с физической точки зрения – величинами еще достаточно большими, чтобы в их пределах можно было игнорировать дискретное

строение среды и рассматривать ее как континуум (сплошную). Полученная таким образом зависимость является общим дифференциальным уравнением рассматриваемого процесса. Интегрируя дифференциальное уравнение, можно получить аналитическую зависимость между величинами для всей области интегрирования и всего рассматриваемого промежутка времени.

При решении задач, связанных с нахождением температурного поля, необходимо иметь дифференциальное уравнение теплопроводности. Для облегчения вывода дифференциального уравнения сделаем следующие допущения:

- тело однородно и изотропно;
- физические параметры постоянны;
- деформация рассматриваемого объема, связанная с изменением температуры, является малой величиной по сравнению самим объемом;
- макроскопические частицы тела неподвижны;
- внутренние источники тепла в теле, которые в общем случае могут быть заданы как  $f(x, y, z, \tau)$ , распределены равномерно.

В основу вывода дифференциального уравнения теплопроводности положен закон сохранения энергии, который в рассматриваемом случае может быть сформулирован следующим образом: количество тепла  $dQ$ , введенное в элементарный объем извне за время  $d\tau$  вследствие теплопроводности, а также от внутренних источников тепла, равно изменению внутренней энергии вещества, содержащегося в элементарном объеме:

$$dQ_{\tau} + dQ_V = dU, \text{ дж}, \quad (2.1)$$

где  $dQ_{\tau}$  – количество тепла, введенное в элементарный объем путем теплопроводности за время  $d\tau$  ;

$dQ_V$  – количество тепла, которое за время  $d\tau$  выделилось в элементарном объеме  $dV$  за счет внутренних источников;

$dU$  – изменение внутренней энергии вещества, в элементарном объеме  $dv$ , за время  $d\tau$ .

Количество тепла, которое будет отводиться через противоположные грани в тех же направлениях, обозначим соответственно  $dQ_{x+dx}$ ,  $dQ_{y+dy}$ ,  $dQ_{z+dz}$ . Количество тепла, подведенное к грани  $dy \cdot dz$  в направлении оси  $ox$  за время  $d\tau$ , составляет  $dQ_x = q_x \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau$ , где  $q_x$  – проекция плотности теплового потока на направление нормали к указанной грани. Количество тепла, отведенного через противоположную грань элементарного объема в направлении оси  $ox$ , запишется как:

$$dQ_{x+dx} = q_{x+dx} \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau.$$

Разница количества тепла, подведенного к элементарному объему и отведенных от него за время  $d\tau$  в направлении оси  $ox$  представляет собой количество тепла  $dQ_{x1}$ :

$$dQ_{x1} = dQ_x - dQ_{x+dx} \quad (2.2)$$

или

$$dQ_{x1} = q_x \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau - q_{x+dx} \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau \quad (2.3)$$

Функция  $q_{x+dx}$  является непрерывной в рассматриваемом интервале  $dx$  и может быть разложена в ряд Тейлора:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx + \frac{\partial^2 q_x}{\partial x^2} \frac{dx^2}{2!} + \dots$$

Если ограничиться двумя первыми членами ряда, то уравнение (2.3) запишется в следующем виде:

$$dQ_{x1} = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau \quad (2.4)$$

Аналогичным образом можно найти количество тепла, подводимое к элементарному объему и в направлениях двух других координатных осей  $oy$  и  $oz$ .

Количество тепла  $dQ_\tau$ , подведенное теплопроводностью к рассматриваемому объему, будет равно:

$$dQ_{\tau} = - \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dx dy dz d\tau \quad (2.5)$$

Определим вторую составляющую уравнения (2.1)  $dQ_v$ . Обозначим удельную производительность внутренних источников тепла через  $q_v$ , Вт/м<sup>3</sup>. Удельную производительность внутренних источников называют также «объемной плотностью тепловыделения». Объемная плотность – это количество тепла, которое выделяется в единице объема вещества в единицу времени.

$$dQ_v = q_v dV d\tau. \quad (2.6)$$

Третья составляющая уравнения (2.1), характеризующая изменение внутренней энергии, может быть найдена по известному уравнению

$$dU = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} dV d\tau \quad (2.7)$$

Подставляя полученные выражения (2.5), (2.6) и (2.7) в уравнение (2.1), получаем:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = - \frac{1}{c\rho} \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + \frac{q_v}{c\rho} \quad (2.8)$$

Напомним, что проекции вектора плотности теплового потока на координатные оси  $ox$ ,  $oy$ ,  $oz$  определяются выражением

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \cos(n, \hat{x}),$$

где

$$\frac{\partial t}{\partial n} \cos(n, \hat{x}) = \frac{\partial t}{\partial x}, \quad \text{т. е.} \quad q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x};$$

аналогично

$$q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}; \quad q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z}.$$

Подставляя полученные выражения проекций вектора плотности теплового потока в уравнение (2.8), получаем:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c\rho}. \quad (2.9)$$

Если в уравнении (2.9) обозначить

$$\frac{\lambda}{c\rho} = a, \text{ м}^2/\text{сек} \quad (2.10)$$

и

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = \nabla^2 t, \quad (2.11)$$

где  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа в декартовой системе

координат.

Выражение  $\nabla^2 t$  в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}, \quad (2.12)$$

где  $r$  – радиус-вектор;

$\varphi$  – полярный угол;

$z$  – аппликата.

Выражение  $\nabla^2 t$  в сферических координатах имеет вид:

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \mu} [(1 - \mu^2) \frac{\partial t}{\partial \mu}] + \frac{1}{r^2 (1 - \mu^2)} \frac{\partial^2 t}{\partial \psi^2} \quad (2.13)$$

где  $r$ -радиус-вектор;  $\mu = \cos \theta$ ;

$\theta$  и  $\varphi$  -соответственно полярное расстояние и долгота.

С учетом сказанного в общем виде дифференциальное уравнение теплопроводности (1-24) запишется:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{q_v}{c\rho} \quad (2.14)$$

Уравнение (2.9), равно как и (2.14), называется дифференциальным уравнением теплопроводности или энергии. Оно устанавливает связь между временным и пространственным изменением температуры в любой точке тела, в котором происходит процесс теплопроводности.

Коэффициент пропорциональности  $a$  в уравнении (2.14) называется **коэффициентом температуропроводности** и является физическим параметром вещества. Он существует для нестационарных тепловых процессов и характеризует скорость изменения температуры. Если коэффициент теплопроводности характеризует способность тел проводить тепло, то коэффициент температуропроводности является мерой теплоинерционных свойств тела. Из уравнения (2-14) следует, что изменение температуры во времени  $\partial t / \partial \tau$  для любой точки пространства пропорционально величине  $a$ . Иначе говоря, скорость изменения температуры в любой точке тела будет тем больше, чем больше коэффициент температуропроводности  $a$ . Поэтому при прочих равных условиях выравнивание температуры во всех точках пространства будет происходить быстрее в том теле, которое обладает большим коэффициентом температуропроводности. Величина коэффициента температуропроводности зависит от природы вещества. Например, жидкости и газы обладают большой тепловой инерционностью и, следовательно, малым коэффициентом температуропроводности. Металлы обладают малой тепловой инерционностью, так как они имеют большой коэффициент температуропроводности.

## **2.2 Факторы, параметры и свойства веществ, влияющие на перенос тепла теплопроводностью.**

### **Теплопроводность в твердых телах, жидкостях и газах**

Согласно кинетической теории вещества перенос тепла теплопроводностью в газах при обычных давлениях и температурах определяется переносом кинетической энергии молекулярного движения в результате хаотического движения и столкновения отдельных молекул газа. При этом коэффициент теплопроводности определяется соотношением

$$\lambda = 1/3 \bar{w} l c_v \rho, \quad (2.15)$$

где  $\bar{w}$  – средняя скорость перемещения молекул газа;  
 $\bar{l}$  – средняя длина свободного пробега молекул газа между их соударениями;

$c_v$  – теплоемкость газа при постоянном объеме;

$\rho$  – плотность газа.

С увеличением давления в равной мере увеличивается  $\rho$  и уменьшается  $\bar{l}$  и произведение  $\bar{l}\rho$  сохраняется постоянным.

Поэтому коэффициент теплопроводности мало зависит от давления.

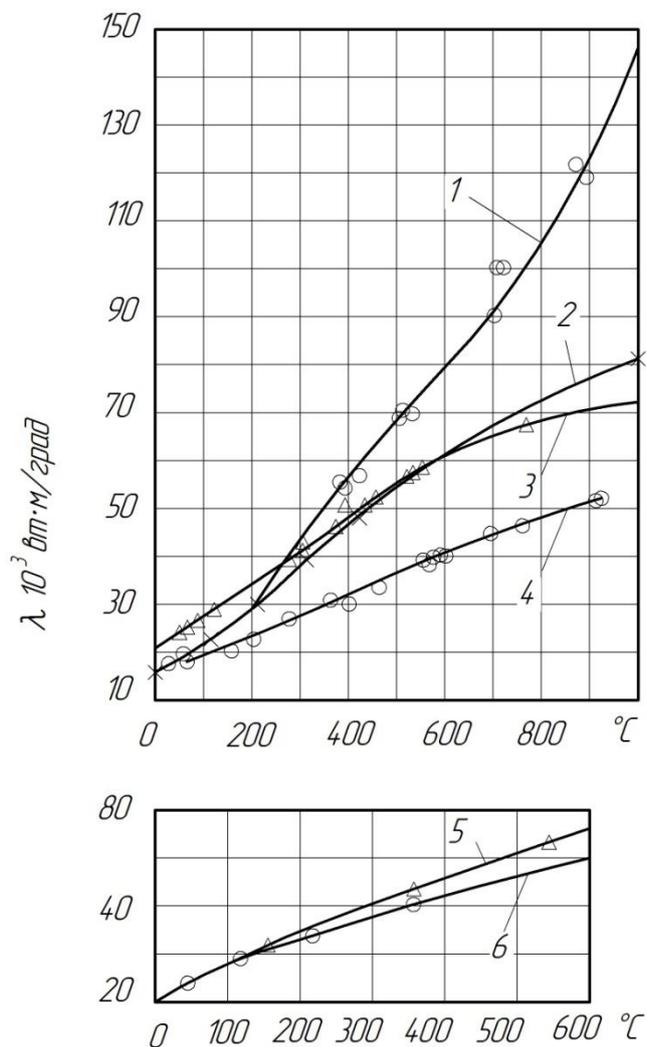


Рисунок 2.2 – Коэффициенты теплопроводности газов.

1 – водяной пар; 2 – двуокись углерода; 3 – воздух; 4 – аргон; 5 – кислород; 6 – азот.

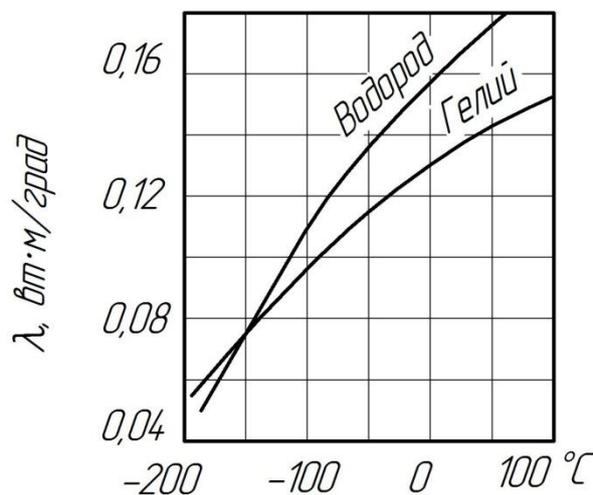


Рисунок 2.3 – Коэффициенты теплопроводности гелия и водорода.

Теплоемкость газов возрастает с повышением температуры. Сказанным объясняется тот факт, что коэффициент теплопроводности для газов с повышением температуры возрастает.

Коэффициент теплопроводности газов лежит в пределах значений от  $\lambda = 0,006$  до  $\lambda = 0,6$  Вт/м·К.

На рис. 2.2 представлены коэффициенты теплопроводности различных газов, проведенного Н. Б. Варгафтиком.

Среди газов резко выделяются своим высоким коэффициентом теплопроводности гелий и водород. Коэффициент теплопроводности у них в 5-10 больше, чем у других газов. Это хорошо видно на рис. 2.3. Молекулы гелия и водорода обладают малой массой, а следовательно, имеют большую среднюю скорость перемещения, чем и объясняется их высокий коэффициент теплопроводности.

Коэффициенты теплопроводности водяного пара и других реальных газов, существенно отличающихся от идеальных, существенно зависят также от давления.

Для газовых смесей коэффициент теплопроводности не может быть определен по закону аддитивности, его нужно определять опытным путем.

Механизм распространения тепла в капельных жидкостях можно представить как перенос энергии путем нестройных упругих колебаний.

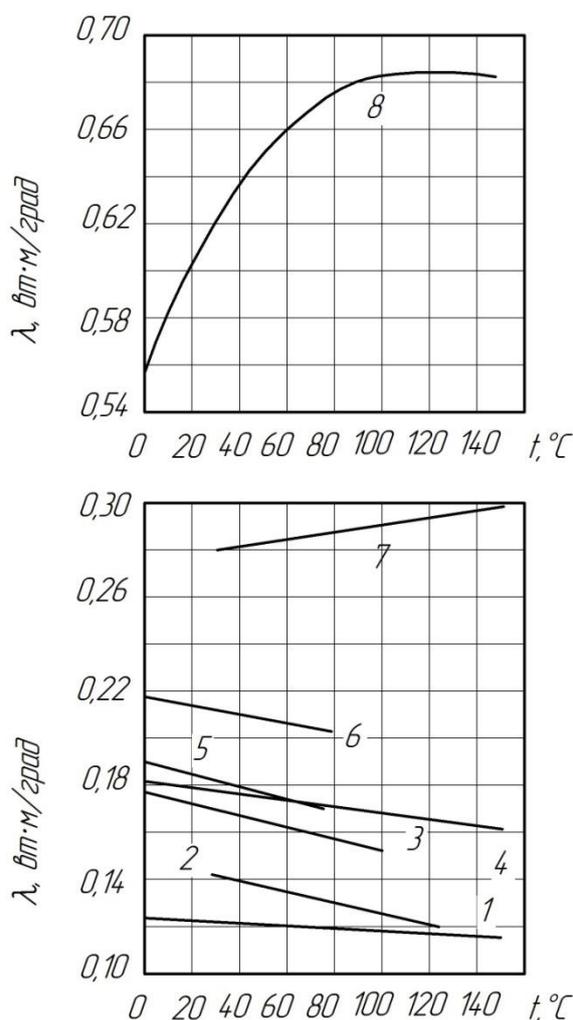


Рисунок 2.4. –  $\lambda(t)$  различных жидкостей

1 – вазелиновое масло; 2 – бензол; 3 – ацетон; 4 – касторовое масло; 5 – спирт этиловый; 6 – спирт метиловый; 7 – глицерин; 8 – вода.

Опыты подтверждают, что для большинства жидкостей с повышением температуры коэффициент теплопроводности  $\lambda$  убывает, исключение составляют вода и глицерин (рис. 2.4). Коэффициент теплопроводности капельных жидкостей лежит примерно в пределах  $\lambda = 0,07 \dots 0,7$   $\text{Вт}/\text{м}\cdot\text{К}$ .

При повышении давления коэффициенты теплопроводности жидкостей возрастают.

В металлах основным передатчиком тепла являются свободные электроны, которые можно уподобить идеальному одноатомному газу. Передача тепла при помощи колебательных движений атомов или в виде

упругих звуковых волн не исключается, но эта доля незначительна по сравнению с переносом энергии электронным газом. Вследствие движения свободных электронов происходит выравнивание температуры во всех точках нагревающегося или охлаждающегося металла. Свободные электроны движутся как из областей, более нагретых, в области, менее нагретые, так и в обратном направлении. В первом случае они отдают энергию атомам, во втором отбирают. Так как в металлах носителями тепловой и электрической энергии являются электроны, то коэффициенты теплопроводности и электропроводности пропорциональны друг другу. При повышении температуры вследствие усиления тепловых неоднородностей рассеивание электронов увеличивается. Это влечет за собой уменьшение коэффициентов тепло- и электропроводности чистых металлов (рис. 2.5).

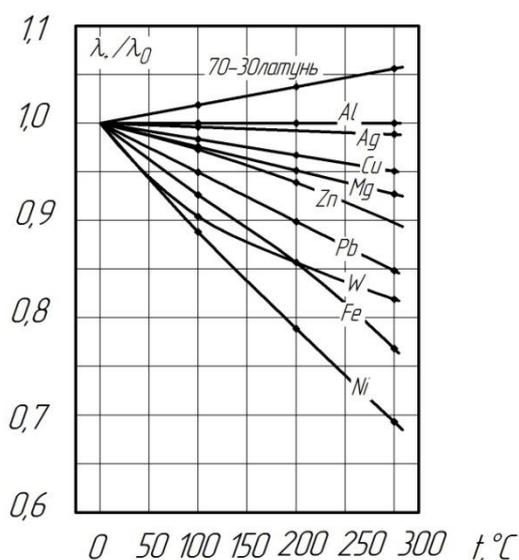


Рисунок 2.5 – Зависимость коэффициента теплопроводности от температуры для некоторых металлов

При наличии разного рода примесей коэффициент теплопроводности металлов резко убывает. Это можно объяснить увеличением структурных неоднородностей, которые приводят к рассеиванию электронов. Так, например, для чистой меди  $\lambda = 396$  Вт/м·град, а для меди со следами мышьяка  $\lambda = 142$  Вт/м·град. В отличие от чистых металлов коэффициенты теплопроводности сплавов при повышении температуры увеличиваются (рис. 2.6).

Таким образом, чтобы интенсифицировать теплообмен в процессе теплопроводности необходимо правильно выбирать материал (либо вещество) с учетом влияния температурного фактора. Возможно воздействие температурой, а также давлением (для сжимаемых сред).

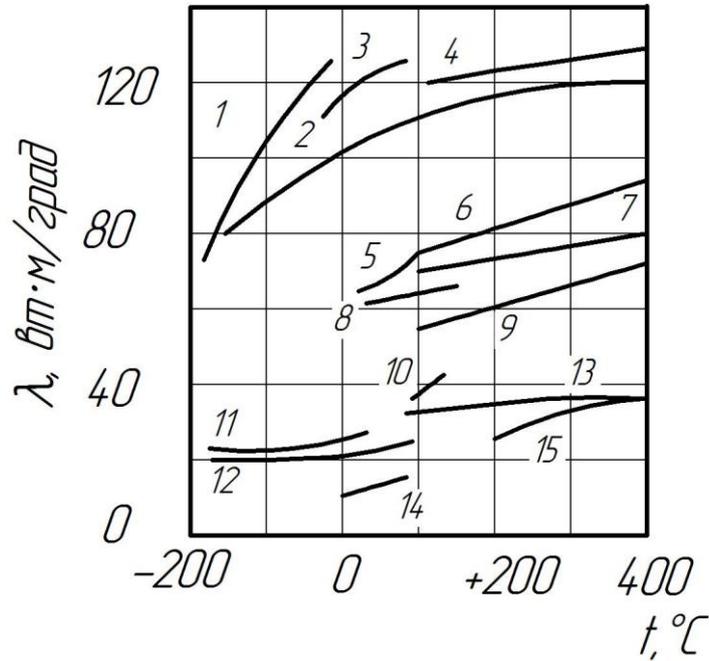


Рисунок 2.6 –  $\lambda(t)$  различных сплавов

1 – латунь 18; 2 – латунь 30; 3 – латунь 30; 4 – нихром; 5 – бронза; 6 – марганцевая бронза; 7 – орудийная бронза; 8 – сплав олова и цинка; 9 – фосфористая бронза; 10 – белый металл; 11 – константан; 12 – монель-металл; 13 – марганин; 14 – никелевая сталь; 15 – жидкий сплав олова с цинком.

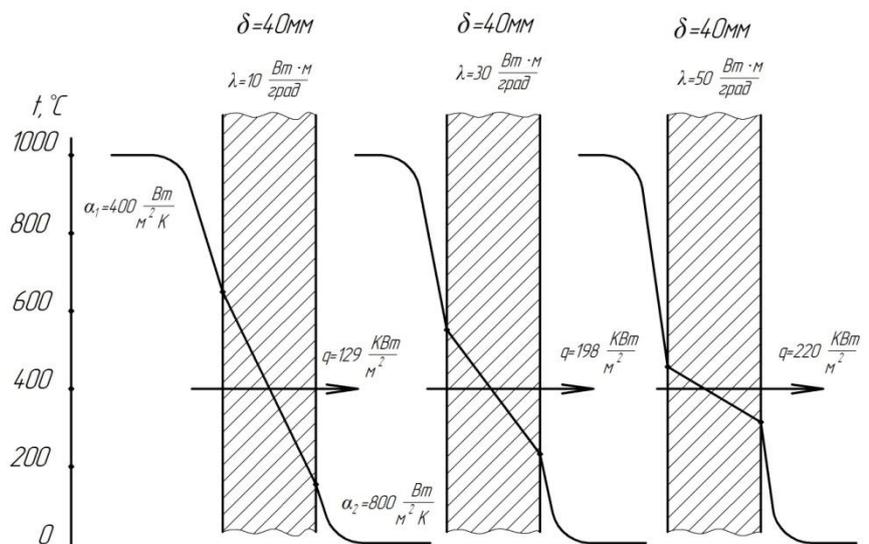


Рис. 2.7. Влияние теплопроводности стенки на ее тепловое состояние при теплопередаче.

На рис. 2.7 приведены графики распределения температуры в стенке, иллюстрирующие влияние теплопроводности стенки на ее тепловое состояние. Выбраны стенки одинаковой толщины с идентичными условиями теплообмена со стороны теплоносителей и одинаковыми уровнями температур. Сравнение показывает, что при одинаковой толщине стенок выбор материала с меньшей теплопроводностью приводит не только к снижению теплового потока, но и к изменению температурных уровней на поверхностях стенки. При этом температурный градиент в стенке увеличивается, что, в свою очередь может быть не желательным в плане термических напряжений и деформаций.

Большая теплопроводность увеличивает тепловой поток и выравнивает температуру в самой стенке. При принятии решений о выборе материала стенки следует учитывать не только её прогнозируемое тепловое состояние, но и допустимые уровни температуры эксплуатации.

### 2.3 Интенсификация теплопередачи путем оребрения стенок

При передаче тепла через цилиндрическую стенку величина термических сопротивлений  $1/\alpha_1 d_1$  и  $1/\alpha_2 d_2$  определяется не только величиной коэффициентов теплоотдачи, но и размерами самих поверхностей. При передаче тепла через шаровую стенку влияние диаметров  $d_1$  и  $d_2$  сказывается еще сильнее, что видно из соотношений  $1/\alpha_1 d_1^2$  и  $1/\alpha_2 d_2^2$ . Отсюда следует, что если  $\alpha$  мало, то термическое сопротивление теплоотдачи можно уменьшить путем увеличения соответствующей поверхности. Такой же результат можно получить и для плоской стенки, если площадь поверхности увеличить путем оребрения. Последнее обстоятельство и положено в основу интенсификации теплопередачи за счет оребрения. При этом тепловые сопротивления станут пропорциональными величинам

$$\frac{1}{\alpha_1 F_1} \text{ и } \frac{1}{\alpha_2 F_2} .$$

Следует учесть, что при использовании метода оребрения нужно руководствоваться следующими соображениями: если  $\alpha_1 \ll \alpha_2$ , то оребрять поверхность со стороны  $\alpha_1$  следует до тех пор, пока  $\alpha_1 F_1$  не достигнет значения  $\alpha_2 F_2$ . Дальнейшее увеличение поверхности  $F_1$  малоэффективно.

Ребристые поверхности изготавливаются или в виде сплошных отливок или отдельных ребер, прикрепленных к поверхности.

Строгое аналитическое решение задачи о распространении тепла в ребре связано со значительными трудностями. В основу математического решения кладут некоторые допущения, которые позволяют сравнительно простым путем получить нужное решение. Ниже рассмотрим метод решения задач о теплопроводности в ребрах простейших геометрических форм.

## 2.4 Теплопередача через оребренную плоскую стенку

Необходимо найти тепловой поток через плоскую ребристую стенку безграничных размеров. Стенка оребрена со стороны меньшего коэффициента теплоотдачи (рис. 2.8).

Заданы постоянные значения коэффициентов теплоотдачи на неоребренной поверхности стенки  $\alpha_1$ , гладкой части оребренной поверхности  $\alpha_c$  и на поверхности ребер  $\alpha_p$ . Заданы геометрические размеры ребер (рис. 2.7) и температуры теплоносителей  $t_{ж1}$  и  $t_{ж2}$ .

Поскольку для ребра  $b \gg \delta$ , то полагаем, что периметр поперечного сечения ребер  $u=2b$ . Площадь поперечного сечения ребра  $t=b\delta$ .

Следовательно,  $m = \sqrt{\frac{\alpha_p u}{\lambda f}} = \sqrt{\frac{2\alpha_p}{\lambda f}}$ , 1/м. Подставив полученное

выражение для  $m$  в уравнение (2-82), умножив и разделив на  $2l$ , получим:

$$Q_p = \vartheta_1 \sqrt{\alpha_p 2b\lambda b\delta} \frac{2l}{2l} th\left(\sqrt{\frac{2\alpha_p \delta}{\lambda}} \frac{l}{\delta}\right) = \vartheta_1 F_p \alpha_p \frac{th\left(\sqrt{\frac{2\alpha_p \delta}{\lambda}} \frac{l}{\delta}\right)}{\frac{l}{\delta} \sqrt{\frac{2\alpha_p \delta}{\lambda}}}.$$

Здесь  $2\alpha_p \delta / \lambda = B_i$  безразмерный комплекс, называемый **критерием Био**.

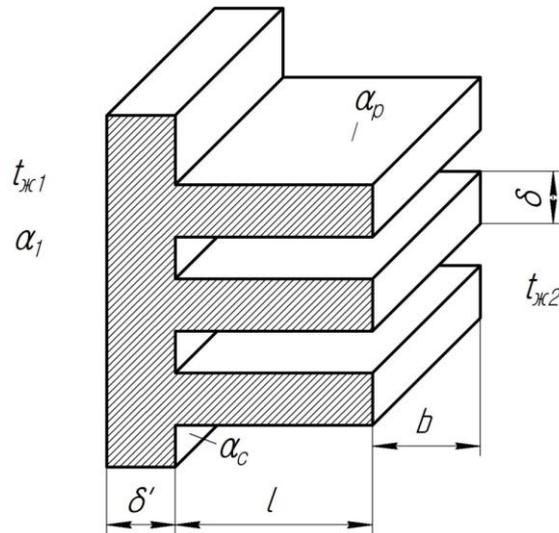


Рисунок 2.7 – Теплопередача через оребренную стенку

Критерий  $B_i$  является важной характеристикой процесса теплопроводности. Он представляет собой отношение внутреннего термического сопротивления теплопроводности к внешнему термическому сопротивлению теплоотдачи.

$$B_i = \frac{\frac{\delta}{\lambda}}{\frac{1}{\alpha_p}}$$

Окончательно уравнение для теплового потока с поверхности ребра можно записать в следующем виде:

$$Q_p = \alpha_p G_1 F_p \frac{th\left(\sqrt{2Bi} \frac{l}{\delta}\right)}{\frac{l}{\delta} \sqrt{2Bi}}, \text{ Вт.} \quad (2-16)$$

Обозначим  $\frac{th\left(\sqrt{2Bi} \frac{l}{\delta}\right)}{\frac{l}{\delta} \sqrt{2Bi}} = E$ . Величина  $E$  называется коэффициентом

эффективности ребра. Тогда уравнение (2-16) принимает вид:

$$Q_p = \alpha_p G_1 F_p E, \text{ Вт.} \quad (2-17)$$

Величина  $E = f\left(\frac{l}{\delta}\sqrt{2Bi}\right)$  стремится к своему максимальному значению, равному единице, при  $\frac{l}{\delta}\sqrt{2Bi} \rightarrow 0$  (при заданных геометрических размерах ребра последнее возможно в случае, если  $\lambda \rightarrow \infty$ , т.е.  $Bi \rightarrow 0$ ).

Итак, количество тепла, которое будет отдаваться с поверхности ребра,

$$Q_p = \alpha_p \vartheta_1 F_p E, \text{ Вт.}$$

Тепло, отдаваемое гладкой частью ребренной поверхности,

$$Q_c = \alpha_c \vartheta_1 F_c, \text{ Вт.}$$

Общее количество тепла

$$Q = Q_p + Q_c = \alpha_p \vartheta_1 F_p E + \alpha_c \vartheta_1 F_c \quad (\text{а})$$

или

$$Q = \alpha_{\text{пр}} \vartheta_1 F_{p.c.} \quad (\text{б})$$

Из сопоставления (а) и (б) следует, что

$$\alpha_{\text{пр}} = \alpha_p E \frac{F_p}{F_{p.c.}} + \alpha_c \frac{F_c}{F_{p.c.}}. \quad (2-18)$$

Величина  $\alpha_{\text{пр}}$ , входящая в уравнение (2-84) называется приведенным коэффициентом теплоотдачи. Это такой усредненный коэффициент теплоотдачи ребристой стенки, который учитывает теплоотдачу поверхности ребра, поверхности гладкой части стенки и эффективность ребра.

Тогда для передачи тепла через ребристую стенку можно записать систему уравнений:

$$Q = \alpha_1 F_1 (t_{ж1} - t_{c1});$$

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{c1} - t_{c2}) F_1;$$

$$Q = \alpha_{\text{пр}} (t_{c2} - t_{ж2}) F_{p.c.}$$

Из этих уравнений получаем:

$$Q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{\delta'}{\lambda F_1} + \frac{1}{\alpha_{np} F_{p.c}}}, \text{ Вт.} \quad (2-19)$$

Если поток отнести к единице оребренной поверхности стенки, то

$$\frac{Q}{F_{p.c.}} = q_{p.c.} = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} \frac{F_{p.c.}}{F_1} + \frac{\delta'}{\lambda_1} \frac{F_{p.c.}}{F_1} + \frac{1}{\alpha_{np}}} = k_{p.c.} (t_{ж1} - t_{ж2}), \text{ Вт/М}^2 \quad (2.20)$$

где

$$k_{p.c.} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \frac{F_{p.c.}}{F_1} + \frac{\delta'}{\lambda_1} \frac{F_{p.c.}}{F_1} + \frac{1}{\alpha_{np}}}, \text{ Вт/М}^2 \cdot \text{град,}$$

– коэффициент теплопередачи через ребристую стенку при отнесении теплового потока к оребренной поверхности.

Если тепловой поток отнести к неоребренной поверхности стенки, то получим:

$$\frac{Q}{F_1} = q_1 = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta'}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{np}} \frac{F_1}{F_{p.c}}} = k_1 (t_{ж1} - t_{ж2}), \text{ Вт/М}^2 \quad (2-87)$$

где

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta'}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{np}} \frac{F_1}{F_{p.c}}}, \text{ Вт/М}^2 \cdot \text{град,}$$

– коэффициент теплопередачи при отнесении теплового потока к неоребренной поверхности стенки.

Отношение оребренной поверхности  $F_{p.c}$  к гладкой  $F_1$  называется коэффициентом оребрения.

Влияние оребрения на коэффициент теплопередачи можно показать на следующем примере. Пусть  $\alpha_1=1000$  и  $\alpha_2=20$  Вт/м<sup>2</sup>·град. Предположим, что термическое сопротивление стенки  $\delta'/\lambda$  мало им можно пренебречь, тогда

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_{np}} \frac{F_1}{F_{p.c}}}, \text{ Вт/М}^2 \cdot \text{град.}$$

Для плоской поверхности (коэффициент оребрения  $F_{p.c}/F_1$  равен единице) получим:

$$k'_1 = \frac{1}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{20}} \approx 20 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Если стенка имеет ребра с одной стороны, причем коэффициент  $F_{p.c}/F_1=2$ , то

$$k'_1 = \frac{1}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{2}} \approx 40 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Следовательно, при заданных соотношениях коэффициентов теплоотдачи при оребрении плоской стенки со стороны малого  $\alpha$  с коэффициентом оребрения  $F_{p.c}/F_1=2$  передача тепла увеличивается примерно в 2 раза.

## 2.5 Теплопроводность круглого ребра постоянной толщины

Ребра, имеющие переменное поперечное сечение по высоте, рассчитываются значительно сложнее, чем прямые ребра постоянного сечения. Рассмотрим расчет теплопроводности круглого ребра постоянной толщины (рис. 2-9). Круглые ребра применяются при оребрении цилиндрических поверхностей (труб).

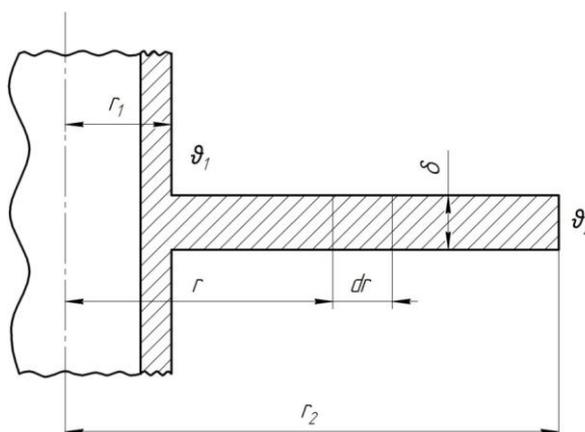


Рисунок 2.9 – Теплопередача через круглое ребро постоянной толщины

Заданы внутренний радиус ребра  $r_1$ , наружный  $r_2$ , толщина и коэффициент теплопроводности. Температура окружающей среды  $t_{ж} = \text{const}$ . Избыточная температура ребра

$$\vartheta = t - t_{ж} .$$

Заданы постоянный коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  на всей поверхности ребра и температура у основания ребра  $v_1$ .

Режим стационарный, и температура изменяется только по высоте ребра. Найдем для этих условий дифференциальное уравнение, которым описывается процесс теплопроводности в ребре. Составим уравнение баланса энергии для кольцевого элемента ребра толщиной  $dr$ :

$$Q_r - Q_{r+dr} = dQ \quad (2-21)$$

Находя составляющие уравнения (2-88), получаем дифференциальное уравнение следующего вида:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\vartheta}{dr} - \frac{2\alpha}{\lambda \delta} \vartheta = 0 \quad (2-22)$$

Обозначим  $\frac{2\alpha}{\lambda \delta} = m^2$ ,  $mr = z$  и  $\frac{1}{r} = \frac{m}{z}$ , тогда уравнение (2-89) после подстановки  $\frac{\partial \vartheta}{dr} = \frac{\partial \vartheta}{dz} m$  и  $\frac{\partial^2 \vartheta}{dr^2} = m^2 \frac{d^2 \vartheta}{dz^2}$  принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial \vartheta}{dz} - \vartheta = 0 . \quad (2-23)$$

Уравнение (2-23) представляет собой уравнение Бесселя, имеющее общее решение вида

$$\vartheta = C_1 I_0(z) + C_2 K_0(z) \quad (2-24)$$

где  $I_0(z) = I_0(mr)$  – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка;

$K_0(z) = K_0(mr)$  – модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка;

Эти функции имеют следующие свойства:

при  $r=0$   $I_0(mr) = 1$  и  $K_0(mr) = \infty$  ;

при  $r = \infty$   $I_0(mr) = \infty$  и  $K_0(mr) = 0$  .

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определяются из граничных условий.

Если теплоотдачей с торца круглого ребра пренебречь, то расчетные формулы будут иметь вид:

для текущей температуры в ребре

$$\vartheta = \vartheta_1 \frac{I_0(mr)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr_1)} ; \quad (2-25)$$

для температуры на конце ребра

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{I_0(mr_2)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr_2)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr_1)} \quad (2-26)$$

для количества тепла

$$Q = -\lambda 2\pi r_1 \left( \delta \frac{d\vartheta}{dr} \right)_{r=r_1} = 2\pi r_1 \lambda \delta m \vartheta_1 \psi , \text{ Вт}, \quad (2-27)$$

где

$$\psi = \frac{I_1(mr_2)K_1(mr_1) - I_1(mr_1)K_1(mr_2)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr_1)} .$$

При пользовании этими формулами теплоотдача с торца может быть учтена условным увеличением высоты ребра ( $r_2$ ) на половину толщины торца.

Полученные формулы (2-25) – (2-27) громоздки и мало удобны технических расчетов. Поэтому для круглых ребер постоянного сечения, а также для различных прямых ребер переменного сечения расчет можно свести к расчету прямых ребер постоянного сечения. При этом количество тепла, которое будет отдаваться поверхностью круглого ребра постоянной толщины,

$$Q' = \varepsilon' F' q , \text{ Вт} \quad (2-28)$$

где  $Q'$  – количество тепла, отдаваемого круглым ребром;

$F'$  – поверхность круглого ребра;

$q=Q/F$  – количество тепла, отдаваемого в единицу времени единицей поверхности прямого ребра, толщина которого равна толщине круглого, а длина равна 1 м;

$\varepsilon' = f\left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}, \frac{r_2}{r_1}\right)$  – поправочный коэффициент, определяемый по кривым

на рис. 2.10.

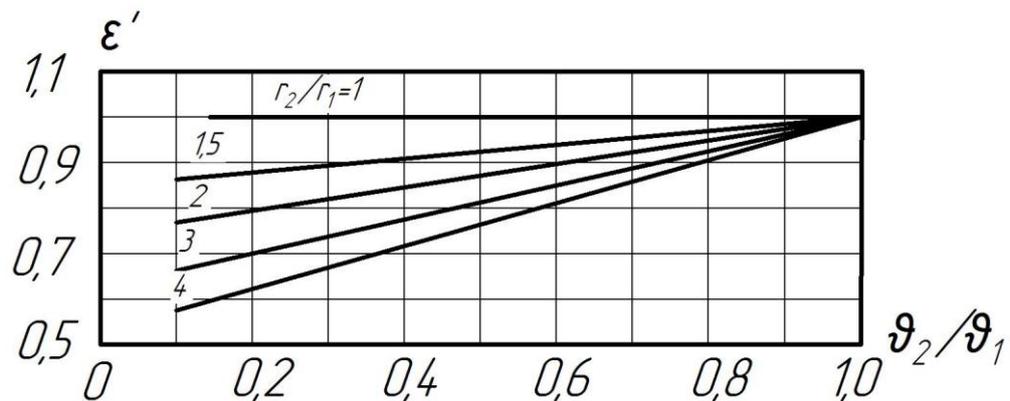


Рисунок 2.10 –  $\varepsilon' = f\left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}, \frac{r_2}{r_1}\right)$  поправочный коэффициент для расчета

круглых ребер постоянной толщины

Здесь  $\vartheta_2 / \vartheta_1$  – отношение температур на концах ребра, вычисленных по формулам для прямого ребра постоянного сечения.

Таким образом, вычислив температуру на конце ребра и плотность теплового потока для прямого ребра и подставив  $q$  и  $\varepsilon'$  в уравнение (2-28), получим значение теплового потока для круглого ребра.

## 2.6 Интенсификация теплопередачи путем увеличения коэффициентов теплоотдачи

Из уравнения теплопередачи

$$Q = kF dt, \text{ Вт,}$$

следует, что при заданных размерах стенки и температурах жидкостей величиной, определяющей теплопередачу, является  $k$ . Но поскольку

теплопередача – явление сложное, то правильное решение можно найти только на основе анализа частных составляющих, характеризующих процесс. Так, например, если мы имеем дело с плоской стенкой, для которой

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}},$$

то при  $\frac{\delta}{\lambda} \rightarrow 0$  (можно принять для тонких стенок или с большим коэффициентом  $\lambda$ )

$$k' = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_1}{1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_2}{1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1}}. \quad (2-29)$$

Из уравнения (2-29) следует, что коэффициент теплопередачи не может быть больше самого малого  $\alpha$ . При  $\alpha_2 \rightarrow \infty$   $k'$  стремится к своему предельному значению  $\alpha_1$ . При  $\alpha_1 \rightarrow \infty$  коэффициент теплопередачи стремится к  $\alpha_2$ .

Проследим это на численных примерах.

а)  $\alpha_1 = 40$  и  $\alpha_2 = 5000$  Вт/м<sup>2</sup>·град;

$\alpha_1 = 200$  и  $\alpha_2 = 10000$  Вт/м<sup>2</sup>·град.

По формуле (2-29) находим, что коэффициенты теплопередачи будут равны:

$k'_1 = 39,7$  и  $k'_2 = 39,8$  Вт/м<sup>2</sup>·град.

б)  $\alpha_1 = 80$  и  $\alpha_2 = 5000$  Вт/м<sup>2</sup>·град;

$\alpha_1 = 200$  и  $\alpha_2 = 5000$  Вт/м<sup>2</sup>·град.

Для случая «б» находим, что коэффициенты теплопередачи становятся равными:

$k'_1 = 78,8$  и  $k'_2 = 192$  Вт/м<sup>2</sup>·град.

Из рассмотренного примера видно, что при  $\alpha_1 \ll \alpha_2$  увеличение большего из коэффициентов теплоотдачи ( $\alpha_2$ ) практически не дает

увеличения  $k'$ . Увеличение меньшего из коэффициентов теплоотдачи ( $\alpha_1$ ) в 2 и в 5 раз дает увеличение  $k'$  почти во столько же раз.

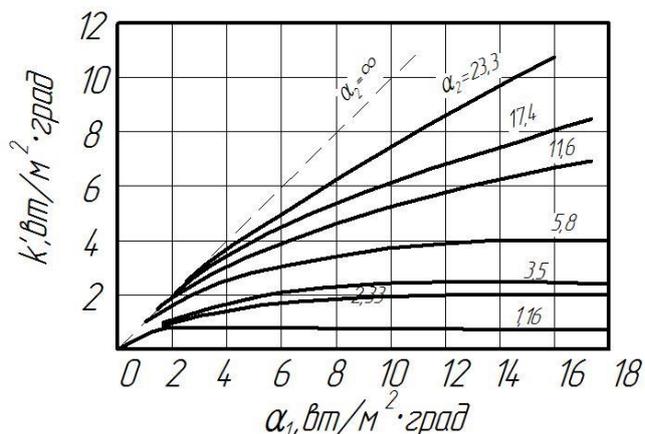


Рисунок 2.11 – Зависимость  $k' = f(\alpha_1, \alpha_2)$

На рис. 2-11 представлена зависимость  $k' = f(\alpha_1, \alpha_2)$  согласно формуле (2-29). Из графика следует, что при увеличении  $\alpha_1$  значение  $k'$  быстро растет до тех пор, пока не сравняется с  $\alpha_2$ . После того как  $\alpha_1$  станет больше  $\alpha_2$ , рост  $k'$  замедляется и при дальнейшем увеличении  $\alpha_1$  практически прекращается. Следовательно, при  $\alpha_1 \ll \alpha_2$  для увеличения  $k'$  следует увеличивать  $\alpha_1$ , т. е. уменьшать большее из термических сопротивлений  $1/\alpha_1$ . Иначе говоря, при  $\alpha_1 \ll \alpha_2$ , увеличение  $k'$  возможно только за счет увеличения  $\alpha_1$ . Если  $\alpha_1 \approx \alpha_2$ , увеличение коэффициента теплопередачи возможно за счет увеличения любого из  $\alpha$ .

## 2.7. Интенсификация теплопередачи как способ тепловой защиты стенки

При рассмотрении процесса теплопередачи (раздел 1.4) можно выявить влияние коэффициентов теплоотдачи на распределение температуры в стенке и сам уровень температуры.

Вполне очевидно, что температурный напор между теплоносителем и стенкой обратно пропорционален (для плоской стенки) коэффициенту теплоотдачи  $\alpha$ . На рис. ... в масштабе температурной шкалы показано, как влияет уровень коэффициента теплоотдачи на температурный напор между стенкой и теплоносителем и значения температуры на поверхностях  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$ .

Так, при заданных неизменных температурах  $t_{ж1}$  и  $t_{ж2}$ , толщине и теплопроводности стенки и постоянном значении коэффициента теплоотдачи  $\alpha_1$  увеличение коэффициента теплоотдачи со стороны холодного теплоносителя приводит к

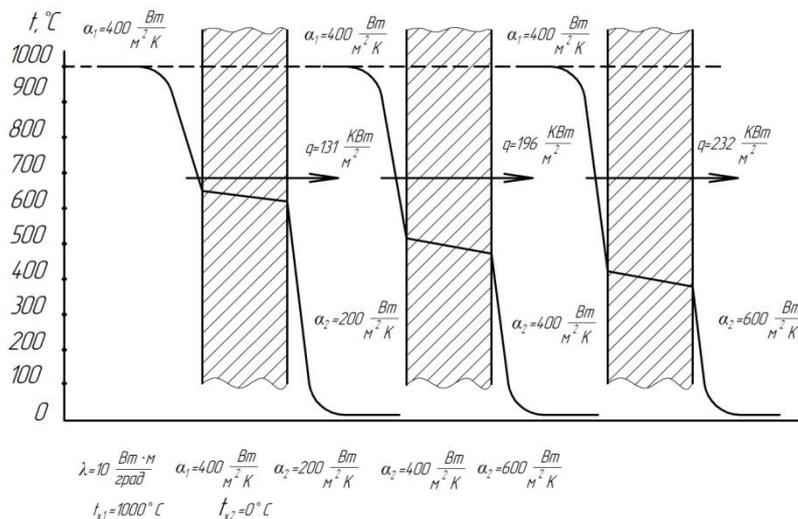


Рис. 2.12 Влияние интенсификации теплоотдачи со стороны холодного теплоносителя и тепловое состояние стенки при процессе теплопереноса.

понижению температуры  $t_{c1}$  на поверхности с горячей стороны и снижению общей средней температуры стенки.

Таким образом, изменяя интенсивность теплообмена с одной из сторон стенки можно существенно влиять на температурное состояние конструкции, снижать теплонапряженность узлов и деталей.

## 2.8 Нестационарные процессы теплопроводности

Среди практических задач нестационарной теплопроводности важнейшее значение имеют две группы процессов: а) тело стремится к тепловому равновесию; б) температура тела претерпевает периодические изменения.

К первой группе относятся процессы прогрева или охлаждения тел, помещенных в среду с заданным тепловым состоянием, например, прогрев болванки в печи, в металлургии – охлаждение брусков и чушек, охлаждение закаливаемой детали и т.д.

Ко второй группе относятся процессы в периодически действующих подогревателях, например, тепловой процесс регенераторов, насадка которых

периодически нагревается горячим теплоносителем, то охлаждается холодным теплоносителем.

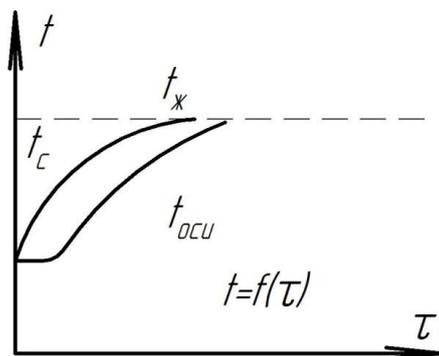


Рисунок 2.13 – Характер изменения температуры тела во времени

На рис. 2.13 показан характер кривых, полученных при нагревании однородного твердого тела в среде с постоянной температурой  $t_{ж}$ . По мере нагрева температура в каждой точке асимптотически приближается к температуре нагревающей среды. Наиболее быстро изменяется температура точек, лежащих вблизи поверхности тела. С увеличением времени прогрева эта разность будет уменьшаться, и теоретически через достаточно большой отрезок времени она будет равна нулю.

В условиях передачи тепла через стенку при внезапном изменении температуры одного из теплоносителей не все тепло будет передаваться через стенку: часть его уйдет на изменение внутренней энергии самой стенки, и только при наступлении стационарного процесса все тепло будет передаваться через стенку от одной жидкости к другой.

Приведенные примеры указывают на то, что нестационарные тепловые процессы всегда связаны с изменением внутренней энергии (энтальпии) тела.

## 2.9 Охлаждение (нагревание) пластины

Дана пластина толщиной  $2\delta$ . Размеры пластины в направлении осей  $Oy$  и  $Oz$  безграничны. В начальный момент ( $\tau=0$ ) температура в пластине распределена равномерно и равна  $t=t_0=const, \vartheta = \vartheta_0 = \vartheta_{,ж} = Const$ . Охлаждение происходит в среде с постоянной температурой  $t_{ж}=const$ . На обеих

поверхностях отвод тепла осуществляется при одинаковом коэффициенте теплоотдачи ( $\alpha = \text{const}$ ) во всем промежутке времени. Отсчет температуры пластины для любого времени будем вести от температуры окружающей среды, т.е.  $t - t_{\text{ж}} = \vartheta$ . В дифференциальное уравнение (3-1) и в граничные условия подставим избыточную температуру  $\vartheta$ . Температура вдоль осей  $Oy$  и  $Oz$  не изменяется, так что  $d\vartheta / dy = 0$  и  $d\vartheta / dz = 0$ .

Если температурное поле меняется во времени, то есть  $t = f(\tau)$ , то протекающие в таких условиях процессы называются нестационарными.

Нестационарность обусловлена изменением температуры тела, то есть его нагревом или охлаждением.

Скорость изменения энтальпии пропорционально изменению  $\lambda$  и обратно пропорциональна аккумулирующей способности  $c\rho$ . В целом, скорость процесса определяется значением коэффициента температуропроводности  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ .

Решить задачу нестационарной теплопроводности означает найти  $t = t(\tau, x, y, z)$  и  $Q = Q(\tau, x, y, z)$ . Такие решения могут быть получены из дифференциального уравнения теплопроводности.

Рассмотрим бесконечную плоскую пластину (рис 2.14).

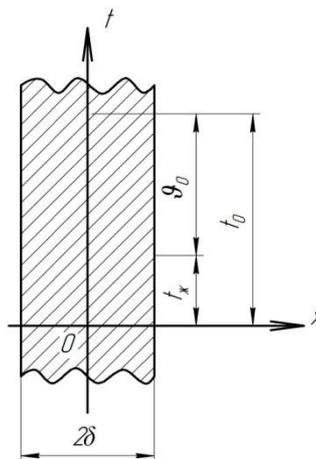


Рисунок 2.14 – Бесконечная плоская пластина

$$\tau = 0; t_0 = t = \text{const}; t_a = \text{const}; \alpha = \text{const}; \vartheta = t - t_{\text{ж}}; \frac{d\vartheta}{dy} = 0; \frac{d\vartheta}{dz} = 0$$

Формулировка задачи:

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} (1) - \text{диф. уравнение теплопроводности} \\ \tau = 0, \vartheta = \vartheta_0 = t_0 - t_{ж} - \text{начальные условия} \\ x = 0, \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{x=0} = 0 - \text{условия симметрии} \\ x = \delta, \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{x=\delta} = -\frac{\alpha}{\lambda} \vartheta_{x=\delta} - \text{граничные условия 3-го рода} \end{array} \right.$$

Решение дифференциального уравнения ищем в виде произведения двух функций:

$$\vartheta = f(\tau, x) = \varphi(\tau) \cdot \psi(x) \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial \varphi(\tau)}{\partial \tau} \cdot \psi(x) = a \cdot \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} \varphi(\tau) \quad (2.31)$$

$$\varphi'(\tau) \cdot \psi(x) = a \cdot \psi''(x) \cdot \varphi(\tau)$$

$$\frac{\varphi'(\tau)}{\varphi(\tau)} = a \frac{\psi''(x)}{\psi(x)} \quad (2.32)$$

уравнение (2-32) выполняется при любых  $x$  и  $\tau$ , и в другом виде:

$$\frac{1}{a} \frac{\varphi'(\tau)}{\varphi(\tau)} = \frac{\psi''(x)}{\psi(x)} = -k^2$$

$$\frac{\varphi'(\tau)}{\varphi(\tau)} + ak^2 = 0 \quad (2.33)$$

$$\frac{\psi''(x)}{\psi(x)} + k^2 = 0 \quad (2.34)$$

Общие решения этих дифференциальных уравнений будут:

$$\varphi(\tau) = C_1 e^{-ak^2 \tau}, \quad \psi(x) = C_2 \sin(kx) + C_3 \cos(kx), \quad \text{подставим их в уравнение (2-30):}$$

$$\vartheta = [C_2 \sin(kx) + C_3 \cos(kx)] \cdot C_1 e^{-ak^2 \tau} \quad (2.35)$$

Уравнение (7) выполнимо при любых  $C_1, C_2, C_3$  и  $k$ .

На середине пластины:

$$x = 0, \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{x=0} = 0$$

Тогда

$$\left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{x=0} = C_1 e^{-ak^2 \tau} \cdot k \cdot [C_2 \cos(kx) - C_3 \sin(kx)]_{x=0} = 0$$

$C_2 \cos(0) = C_3 \sin(0)$ , т.е.  $C_2 = 0$ , т.е. частичное решение  $\psi(x) = C_2 \sin(kx)$  не удовлетворяет заданным граничным условиям.

Обозначим

$$C_1 C_3 = A \rightarrow \vartheta = A e^{-ak^2 \tau} \cos(kx) \quad (2.36)$$

с учетом граничных условий  $\left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{x=\delta} = -\frac{\alpha}{\lambda} \vartheta_{x=\delta}$ :

$$-k A e^{-ak^2 \tau} \sin(k\delta) = \frac{\alpha}{\lambda} A e^{-ak^2 \tau} \cos(k\delta),$$

$$ctg(k\delta) = \frac{k\delta}{\frac{\alpha\delta}{\lambda}}; \quad k\delta = \mu; \quad \frac{\alpha\delta}{\lambda} = Bi;$$

откуда

$$ctg(\mu) = \frac{\mu}{Bi} \quad (2.37)$$

Тогда для каждого  $Bi$  существует бесконечное множество решений, здесь  $\mu$  – корень характеристического уравнения(2.13).

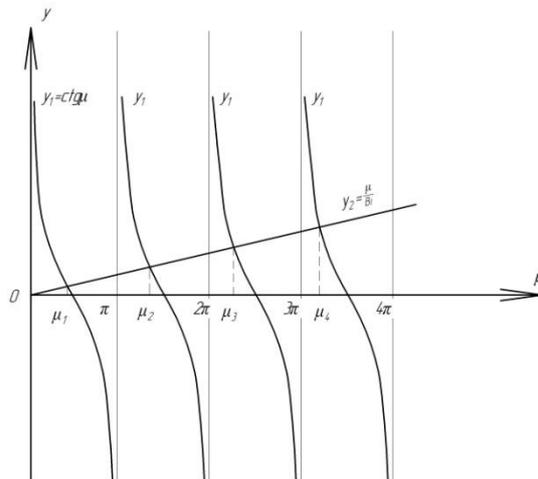


Рисунок 2.15 – Решения уравнения 2.37

Каждому  $\mu$  будет соответствовать свое частное решение.

$$\vartheta_n = A_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2}} \quad (2.38)$$

Общее решение

$$\rho_n = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2}} \quad (2.39)$$

при  $\tau = 0$   $\vartheta_0 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right)$  (11') умножим на  $\cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right)$

$$\vartheta_0 \int_{-\delta}^{+\delta} \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) dx = A_n \int_{-\delta}^{+\delta} \cos^2\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) dx$$

$$\frac{2\delta}{\mu_n} \sin \mu_n = \delta \left( 1 + \frac{1}{2\mu_n} \sin 2\mu_n \right)$$

$$A_n = \vartheta_0 \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cdot \cos \mu_n};$$

подставим в уравнение 2.39

Тогда уравнение нестационарного температурного поля будет иметь вид:

$$\vartheta_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \vartheta_0 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cdot \cos \mu_n} \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2}}.$$

Приведем величины к безразмерному виду:

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \Theta, \quad \frac{x}{\delta} = X, \quad \frac{a\tau}{\delta^2} = F_0, \quad \frac{A_n}{\vartheta_0} = D_n.$$

Тогда уравнение будет иметь вид:

$$\Theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cdot \cos \mu_n} \cos(\mu_n X) e^{-\mu_n^2 F_0}$$

Таким образом  $\Theta = \Theta(Bi, F_0)$

Для центра и для поверхности:

$$\Theta = \frac{\vartheta_0}{\vartheta} = \frac{t_{\text{жс}} - t_0}{t_{\text{жс}} - t_{\tau=0}};$$

$$\Theta = \frac{v_c}{v} = \frac{t_{\text{жс}} - t_c}{t_{\text{жс}} - t_{\tau=0}}$$

## 2.9 Анализ свойств нестационарного температурного поля

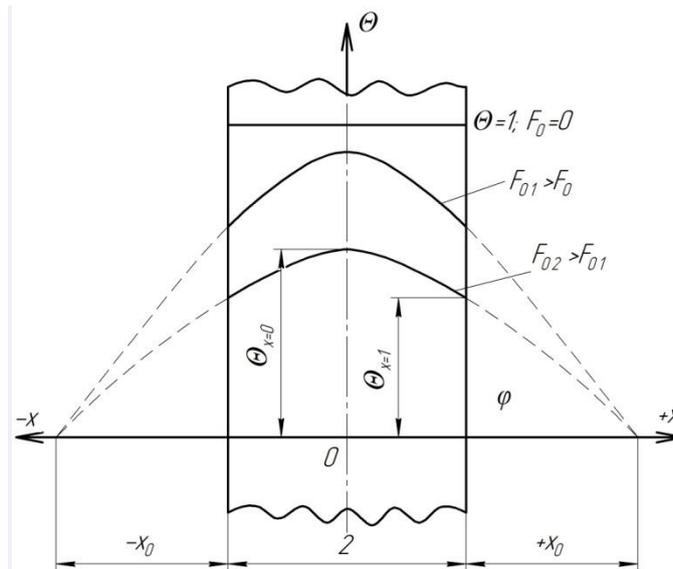


Рисунок 2.16 – Изменение температурного поля в плоской неограниченной стенке при ее охлаждении (общий случай)

Случай, когда  $B_i \rightarrow \infty$  (в инженерных расчетах). Если критерий  $B_i$  стремится к бесконечности, то температура поверхности пластины сразу становится равной температуре окружающей среды, в которую помещена

пластина. При  $B_i = \infty$   $X_0 = \frac{1}{B_i} = 0$ . Это означает, что точка пересечения

касательных к температурным кривым находится на поверхности

пластины (рис. 2.16). Из  $B_i = \frac{\delta / \lambda}{1 / \alpha}$  следует что,  $B_i \rightarrow \infty$  при заданных физических параметрах и толщине пластины тогда, когда  $\alpha \rightarrow \infty$ , т.е. это возможно при очень большой интенсивности отвода тепла от поверхности. В этих условиях процесс охлаждения определяется физическими свойствами и размерами тела.

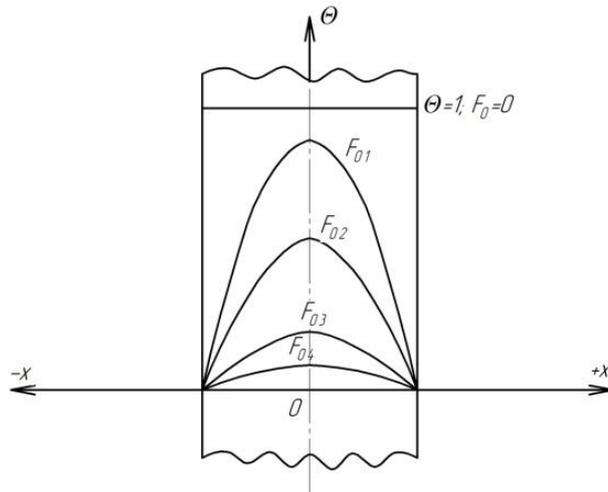


Рисунок 2.17 – Распределение температуры в плоской стенке при ее охлаждении в условиях  $Bi \rightarrow \infty$

$$Fo_1 < Fo_2 < Fo_3 < Fo_4$$

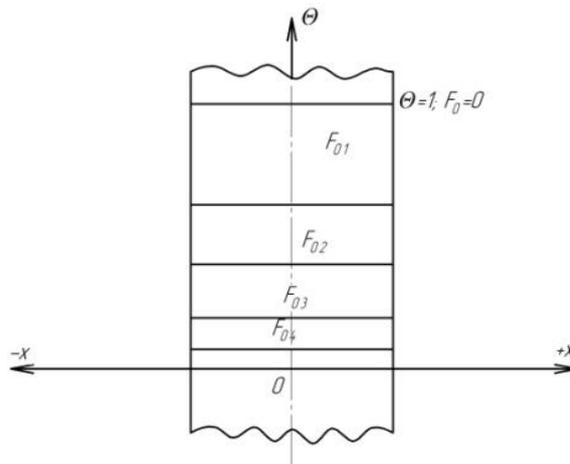


Рисунок 2.18 – Распределение температуры в плоской стенке при ее охлаждении в условиях  $Bi \rightarrow 0$

$$Fo_1 < Fo_2 < Fo_3 < Fo_4$$

При  $F_0 \geq 0,3$

$$\Theta = \frac{2 \sin \mu_1}{\mu_1 + \sin \mu_1 \cos \mu_1} \cos(\mu_1, X) e^{-\mu_1^2 F_0}$$

$$\Theta = D_1 \cos(\mu_1, X) e^{-\mu_1^2 F_0}$$

При введении соответствующих безразмерных комплексов :

$$\Theta_{x=0} = N(Bi) e^{-\mu_1^2 F_0}$$

$$\Theta_{x=1} = P(Bi) e^{-\mu_1^2 F_0}$$

Таким образом при заданной координате,  $\theta$  есть функция только двух величин  $-Bi$  и  $F_0$ , и в практических расчетах достаточно первого члена ряда, а безразмерная координата направляющей точки определяется как:

$$X_0 = \pm \frac{1}{Bi}; X_0 = \frac{\lambda}{\alpha}$$

## 2.10 Периодические процессы теплопроводности

Периодические процессы теплопроводности возникают тогда, когда начальные условия приобретают вид условий периодичности, или

$$T(\tau, \bar{x}) = T(\tau + \tau_0, \bar{x}),$$

где  $\tau_0$  — период процесса.

Для характеристики периодических процессов часто используют также понятие частоты ( $1/\tau_0$ ) или круговой частоты ( $\omega_0 = 2\pi/\tau_0$ ).

Рассмотрим процесс теплопроводности в полугограниченном массиве с периодически меняющейся температурой поверхности  $T_w$ .

Закон изменения данной температуры приведен на рис. 2.19.

Если обозначить  $\vartheta_w = T_w - T_\infty$  и  $\vartheta_{w,A}$  — амплитудой изменения температуры, то закон изменения избыточной температуры  $\vartheta_w$  будет

$$\vartheta_w = \vartheta_{w,A} \sin \omega \tau, \quad (2-40)$$

где  $\omega = 2\pi/\tau_0$  — круговая частота процесса.

Математическое описание в виде дифференциального уравнения теплопроводности для одномерной задачи (плоской стенки) будет

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}. \quad (2-41)$$

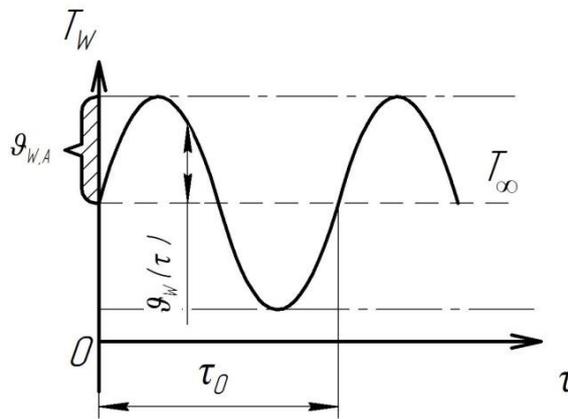


Рисунок 2.19 Зависимость температуры стенки от времени при нестационарной теплопроводности (периодический процесс)

Граничные условия:

$$\text{при } x = 0, \quad \vartheta = \vartheta_w(\tau),$$

$$\text{при } x = \infty, \quad \vartheta = 0.$$

Условие периодичности в виде

$$\vartheta(\tau, x) = \vartheta(\tau + \tau_0, x)$$

говорит о том, что в каждой точке тела (стенки) на координате  $\tau$  ( $x = \text{const}$ ) температурный напор  $\vartheta$  изменяется по периодическому закону.

На основе физики процесса можно говорить о том, что вглубь тела уходят температурные волны и, следовательно, решение должно содержать выражение для прогрессивной волны вида:

$$\sin(\omega \tau - \kappa x) \quad (2.42)$$

где  $\kappa = 2\pi/\lambda_0$  — волновое число, характеризующее длину волны  $\lambda_0$ ; примем, что величина  $\kappa$  пока неизвестна.

С другой стороны, температурные колебания должны затухать по мере удаления от поверхности. Можно предложить, что затухание носит экспоненциальный характер вида

$$e^{-px}, \quad (2.43)$$

где  $p$  — коэффициент (декремент) затухания,  $1/\text{м}$ , также пока неизвестная величина.

Сконструируем будущее решение задачи из выражений (2.42) и (2.43) в виде:

$$\vartheta = \vartheta_{w,A} e^{-px} \sin(\omega \tau - \kappa x). \quad (2.44)$$

Выражение (2.44) удовлетворяет граничным условиям и условиям периодичности. Если теперь при каких-либо значениях  $p$  и  $\kappa$  соотношение (2.44) будет также удовлетворять дифференциальному уравнению теплопроводности (2.41), то это действительное решение задачи.

Найдем из выражения (2.44):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} &= \omega \vartheta_{w,A} e^{-px} \cos(\omega \tau - \kappa x), \\ \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} &= (p^2 - \kappa^2) \vartheta + 2\kappa p \vartheta_{w,A} e^{-px} \cos(\omega \tau - \kappa x). \end{aligned}$$

Подставим полученные выражения в (2.41) и найдем условия, при которых оно обращается в тождество. Чтобы дифференциальное уравнение

$$\begin{cases} p = \kappa, \\ 2\kappa^2 a = \omega. \end{cases} \quad (2.45)$$

Из выражения (2.45) следует

$$\kappa = p = \sqrt{\omega / (2a)}. \quad (2.46)$$

Итоговый вид решения задачи будет:

$$\vartheta = \vartheta_{w,A} e^{-\kappa x} \sin(\omega \tau - \kappa x),$$

где  $\kappa$  определяется по формуле (2.46).

Длина распространяющейся в теле температурной волны  $\lambda_0$ :

$$\lambda_0 = 2\pi / \kappa = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega}} \sqrt{2a} = 2\sqrt{\pi a \tau_0}.$$

Полученное выражение для длины волны позволяет отметить одну особенность решения задачи.

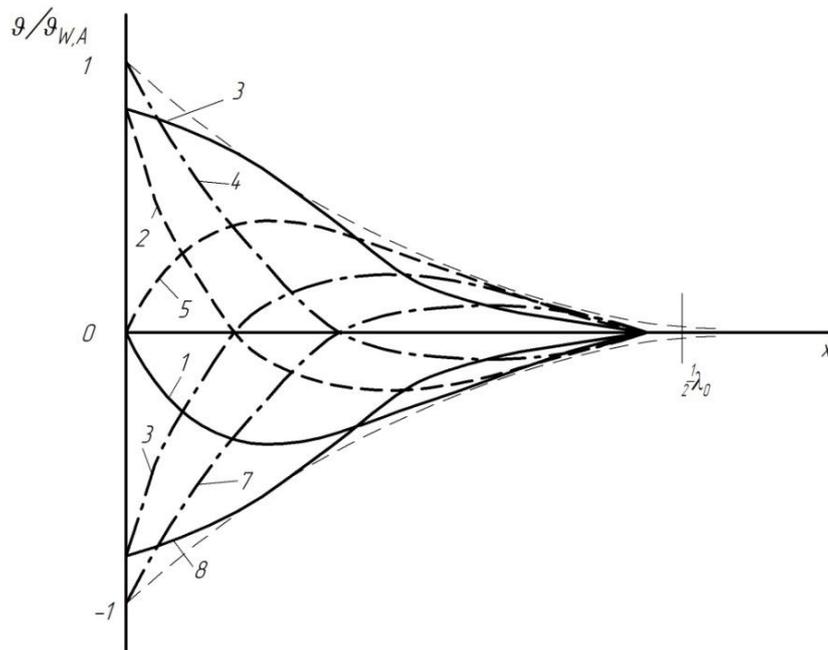
В точке массива, отстоящей от поверхности на расстоянии равном длине волны ( $x = \lambda_0$ ), значение  $\kappa \lambda_0 = 2\pi$ , и температурный напор, согласно (2.47) уменьшается в  $e^{-2\pi}$  раз (это соответствует значению  $\approx 535$ ). Следовательно, можно считать, что точка  $x = \lambda_0$  — есть глубина проникновения

колебаний температуры. И это положение выполняется при любом материале массива. Графическое изображение возникающих температурных полей приведено на рис. 2.20.

$$\frac{\omega}{\kappa} = \frac{\lambda_0}{\tau_0} = 2 \sqrt{\frac{\pi a}{\tau_0}}$$

Поток тепла на поверхности тела:

$$q_w(\tau) = -\lambda \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{x=0},$$



1- 0; 2 —  $1/8x_0$ ; 3 —  $2/8x_0$ ; 4 —  $3/8x_0$ ; 5 —  $4/8x_0$ ; 6 —  $5/8x_0$ ; 7 —  $6/8x_0$ ; 8 —  $7/8x_0$

Рисунок 2.20 — Распределение температурного поля в полуограниченном массиве в различные моменты времени при нестационарной теплопроводности (периодический процесс)

или

$$q_w(\tau) = \lambda \kappa \vartheta_{w,A} (\sin \omega t + \cos \omega t),$$

или

$$q_w(\tau) = \lambda \sqrt{2} \kappa \vartheta_{w,A} \sin(\omega \tau + \pi/4). \quad (2.48)$$

Как следует из выражения (2.48), поток тепла сдвинут по фазе на  $\pi/4$  по сравнению с температурными колебаниями.

В среднем же, за период, поток тепла при указанном законе изменения температуры равен нулю.

«Амплитуда» потока тепла  $q_w$  есть

$$q_{w,A} = \sqrt{\frac{2\pi}{a\tau_0}} \lambda \vartheta_{w,A}.$$

В заключение раздела укажем некоторые характерные цифры. Так, для тела в виде большого пространства, например, поверхность суши (планеты Земля):

$\tau_0 = 24$  ч (суточное колебание температуры),

$\lambda_0 \sim 1$  м (глубина проникновения в почву).

При  $\tau_0 = 1$  год (годовое колебание температуры)

$\lambda_0 = 20$  м (глубина проникновения в почву в течение года).

Для тел из металлов при периоде колебаний температуры в 1 с глубина проникновения составляет 2—4 см.

### 3 Конвективный теплообмен.

#### 3.1 Приведение дифференциальных уравнений конвективного теплообмена и условий однозначности к безразмерному виду

(Исаченко, Осипова, Сухомед)

Пусть поверхность твердого тела омывается несжимаемой жидкостью, температура и скорость которой вдали от тела постоянны и равны соответственно  $t_0$  и  $w_0$ . Размеры тела  $l_0$  и другие заданы. Температура поверхности тела равна  $t_c$ . Для определенности примем, что  $t_c > t_0$ . Будем полагать, что физические параметры жидкости постоянны (учтем только подъемную силу, возникающую в результате зависимости плотности от температуры). Теплота трения не учитывается. Рассматриваемый процесс является стационарным.

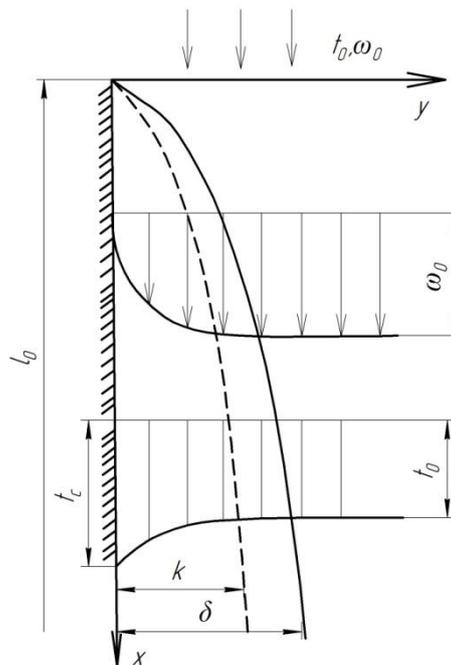


Рисунок 3.1 – К постановке краевой задачи конвективного теплообмена

Расположим оси координат так, как показано на рис. 3.1. Для простоты примем, что ось  $y$  нормальна к поверхности тела, а ось  $x$  направлена вдоль тела и вертикальна.

При этом  $g_x=g$ , а проекции вектора сил тяжести (или подъемной силы) на оси  $y$  и  $z$  будут равны нулю ( $g_y=g_z=0$ ).

При принятых условиях конвективный теплообмен описывается системой дифференциальных уравнений, состоящей из уравнения теплоотдачи, уравнения энергии, уравнений движения и уравнения сплошности. Напишем уравнения; при этом учтем, что ввиду стационарности процесса производные по времени равны нулю. Введем также обозначение  $\vartheta = t - t_0$ , где  $t$  – температура жидкости (заметим, что  $dt = d\vartheta$ , так как  $t_0 = \text{const}$ ).

Уравнение теплоотдачи:

$$\alpha = - \frac{\lambda}{\vartheta_c} \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \right)_{y=0} ;$$

уравнение энергии:

$$w_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + w_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + w_z \frac{\partial \vartheta}{\partial z} = \alpha \left( \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right) ;$$

уравнение движения:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} = g\beta\vartheta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) ;$$

$$w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_y}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) ;$$

$$w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right) ;$$

уравнение сплошности:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0 .$$

Напишем граничные условия:

1) Вдали от тела ( $x < 0$ )

$$\vartheta = \vartheta_0 = t_0 - t_0 = 0 ; w_x = w_0 ; w_y = w_z = 0 .$$

2) На поверхности тела ( $y=0, 0 \leq x \leq l_0$ )

$$\vartheta = \vartheta_c = t_c - t_0 = \text{const} ; w_x = w_y = w_z = 0 .$$

a)

В уравнениях и условиях однозначности можно различить три вида величин:

независимые переменные – это координаты  $x, y$  и  $z$ ;

зависимые переменные – это  $\alpha$ ,  $\vartheta$ ,  $w_x$ ,  $w_y$ ,  $w_z$  и  $p$ ; зависимые переменные однозначно определяются значениями независимых переменных, если заданы величины, входящие в условия однозначности;

постоянные величины – это  $w_0$ ,  $t_0$ ,  $l_0$ ,  $\vartheta_c$ ,  $\mu$ ,  $\alpha$ ,  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\rho$  и др.; они задаются условиями однозначности и для определенной задачи являются постоянными величинами, не зависящими от других переменных; от задачи к задаче они могут меняться.

Таким образом, искомые зависимые переменные  $\alpha$ ,  $\vartheta$ ,  $w_x$ ,  $w_y$ ,  $w_z$  и  $p$  зависят от большого числа величин: они являются функцией независимых переменных и постоянных величин, входящих в условия однозначности.

Величины, содержащиеся в уравнениях и условиях однозначно, можно сгруппировать в безразмерные комплексы. В этом случае число безразмерных комплексов будет меньше числа размерных величин.

Для приведения к безразмерному виду выберем масштабы приведения. В качестве масштабов удобно принять постоянные величины, входящие в условия однозначности. Для линейных величин выберем какой-либо характерный размер, например длину поверхности теплообмена  $l_0$ , скорости –  $w_0$ , для температуры –  $\vartheta_c$ .

Обозначим безразмерные величины:

$$X = \frac{x}{l_0}, Y = \frac{y}{l_0}, Z = \frac{z}{l_0}, W_x = \frac{w_x}{w_0}, \quad (6)$$

$$W_y = \frac{w_y}{w_0}, W_z = \frac{w_z}{w_0}, \Theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_c}.$$

Тогда

$$x = l_0 X, y = l_0 Y, z = l_0 Z, w_x = w_0 W_x, \quad (7)$$

$$w_y = w_0 W_y, w_z = w_0 W_z \text{ и } \vartheta = \vartheta_c \Theta.$$

Подставим в уравнения значения величин согласно равенствам (7). Подстановка в уравнение теплообмена дает:

$$\alpha = -\frac{\lambda}{g_c} \left[ \frac{\partial(g_c \Theta)}{\partial(l_0 Y)} \right]_{Y=0} = -\frac{\lambda}{l_0} \left( \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)_{Y=0},$$

или после умножения левой и правой части на  $l_0 / \lambda$

$$\frac{\alpha l_0}{\lambda} = - \left( \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)_{Y=0}. \quad (3.1)$$

Преобразуем уравнение энергии. Например, как:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = \frac{\partial(g_c \Theta)}{\partial(l_0 X)^2} = \frac{\partial}{\partial(l_0 X)} \left[ \frac{\partial(g_c \Theta)}{\partial(l_0 X)} \right] = \frac{g_c}{l_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2},$$

В результате подстановки равенств (в) после умножения левой и правой частей уравнения энергии на  $l_0^2 / a$  будем иметь:

$$\frac{w_0 l_0}{a} \left( W_x \frac{\partial \Theta}{\partial X} + W_y \frac{\partial \Theta}{\partial Y} + W_z \frac{\partial \Theta}{\partial Z} \right) = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2}. \quad (3.2)$$

Аналогично преобразуем и уравнения движения. После подстановки равенств (в) в левую и правую части уравнение движения относительно оси x умножим на  $l_0^2 / g \cdot \omega_0$ .

В результате получим:

$$\frac{w_0 l_0}{v} \left( W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial Z} \right) = \frac{g \beta g_c l_0^2}{v w_0} \Theta + \frac{l_0}{\rho v w_0} \frac{\partial p}{\partial X} + \nabla^2 W_x.$$

Сделаем следующие преобразования отдельных комплексов, входящих в последнее уравнение:

$$\frac{g \beta g_c l_0^2}{v w_0} \Theta = \frac{g \beta g_c l_0^3}{v^2} \frac{v}{w_0 l_0} \Theta$$

и

$$\frac{l_0}{\rho v w_0} \frac{\partial p}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{p}{\rho w_0^2} \frac{w_0 l_0}{v} \right).$$

Учитывая эти преобразования, получаем:

$$\frac{w_0 l_0}{v} \left( W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial Z} \right) = \frac{g \beta g_c l_0^3}{v^2} \frac{v}{w_0 l_0} \Theta - \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{p}{\rho w_0^2} \frac{w_0 l_0}{v} \right) + \nabla^2 W_x. \quad (3.3)$$

Аналогично приводятся к безразмерному виду и уравнения движения относительно осей  $y$  и  $z$ . Так по условиям задачи  $g_y=g_z=0$ , в этих уравнениях отсутствует член, учитывающий подъемную силу. Очевидно, новых безразмерных комплексов эти уравнения не дают, в связи с чем они в дальнейшем не рассматриваются.

После преобразования уравнения сплошности получим:

$$\frac{w_0}{l_0} \left( W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial Z} \right) = 0$$

или, так как  $w_0/l_0$  не равно нулю:

$$\left( W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial Z} \right) = 0. \quad (3.4)$$

Приводя к безразмерному виду граничные условия, получаем:

- 1) Вдали от тела ( $X \ll 0$ )  $\Theta = \Theta_0 = 0$ ,  $W_x = 1$ ,  $W_y = W_z = 0$ .
- 2) На поверхности тела ( $Y=0$ ,  $0 \leq X \leq 1$ )  $\Theta = \Theta_c = 1$ ,  $W_x = W_y = W_z = 0$ .

Из условий следует, что несмотря на то, что величины  $w_0$ ,  $t_0$ ,  $t_c$  и др., входящие в размерные граничные условия, могут иметь различные численные значения, безразмерные  $\Theta_0, \Theta_c, W_x$  и др. имеют в рассматриваемом случае вполне конкретную численную величину.

### 3.2 Критерии подобия и критериальные уравнения

Помимо безразмерных величин  $\Theta$ ,  $W_x$ ,  $W_y$  и  $W_z$  и безразмерных координат, входящих в уравнения конвективного теплообмена и условия однозначности, в уравнения входят также безразмерные комплексы состоящие из разнородных физических величин, например:

$$\frac{\alpha l_0}{\lambda}, \frac{w_0 l_0}{\nu}, \frac{w_0 l_0}{a}, \frac{g \beta \vartheta_c l_0^3}{\nu^2}, \frac{p}{\rho w_0^2}.$$

Этим комплексам, называемым критериями подобия, присвоены имена ученых, внесших значительный вклад в развитие гидродинамики или теплопередачи.

Первый из этих безразмерных комплексов обозначают

$$Nu \equiv \frac{\alpha_{жс} l_0}{\lambda_{жс}} \quad (3.5)$$

и называют критерием Нуссельта или критерием теплоотдачи. Критерий Нуссельта характеризует теплообмен на границе «стенка-жидкость». В задачах конвективного теплообмена критерий Nu обычно является искомой величиной, поскольку в него входит определяемая величина коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ .

Несмотря на внешнее сходство с критерием Био, рассмотренным при изучении теплопроводности, критерий Нуссельта существенно отличается от него. В критерий Bi входит коэффициент теплопроводности твердого тела; в критерий Nu – коэффициент теплопроводности жидкости. Кроме того, в критерий Био коэффициент теплоотдачи вводится как величина, заданная в условиях однозначности; мы же рассматриваем коэффициент теплоотдачи, входящий в Nu, как величину искомую, а характерные размеры  $\delta$  или  $l_0$  относят к поверхности теплообмена.

Безразмерный комплекс

$$Re \equiv \frac{w_0 l_0}{\nu} \quad (3.6)$$

называют критерием Рейнольдса. Он характеризует соотношение сил инерции и сил вязкости. Критерий Рейнольдса будет получен, если член уравнения движения, учитывающий инерционные силы, разделить на член, учитывающий в этом уравнении силы трения:

$$\frac{(\vec{w}, grad) \vec{w}}{\nu \nabla^2 \vec{w}} = \frac{w_0^2 / l_0}{\nu w_0 / l_0^2} \frac{(\vec{W}, grad) \vec{W}}{\nabla^2 \vec{W}} = \frac{w_0 l_0}{\nu} \frac{(\vec{W}, grad) \vec{W}}{\nabla^2 \vec{W}}.$$

По существу такую же операцию мы выполнили в 3.2 при приведении уравнения движения к безразмерному виду.

Критерий Рейнольдса является очень важной характеристикой, так как характеризует режим течения теплоносителя (жидкости, газа).

Третий безразмерный комплекс обозначают

$$Pe \equiv \frac{w_0 l_0}{a} \quad (3.7)$$

и называют критерием Пекле. Его можно преобразовать следующим образом:

$$\frac{w_0 l_0}{a} = \frac{w_0 l_0 c_p \rho}{\lambda} = \frac{\rho c_p w_0 g}{\frac{\lambda}{l_0} g};$$

здесь числитель характеризует тепло, переносимое конвекцией, а знаменатель – тепло, переносимое теплопроводностью.

По существу мы уже получили ранее критерий Пекле путем деления конвективного члена уравнения на член, учитывающий перенос тепла теплопроводностью.

Безразмерный комплекс

$$Gr \equiv \frac{g \beta g_c l_0^3}{\nu^2} \quad (3.8)$$

называют критерием Грасгофа. Он характеризует отношение подъёмных сил, возникающих в жидкости вследствие разности плотностей к силам вязкости.

Вместо Gr можно написать его модификацию:

$$Ar \equiv \frac{g l_0^3}{\nu^2} \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} \quad (3.9)$$

Критерий Ar называется критерием Архимеда. При условии  $\beta = \text{const}$  (коэффициент сжимаемости) он идентичен критерию Грасгофа.

Критерий Архимеда обычно используют при рассмотрении процессов свободного движения в жидкости, в которой находятся твердые частицы, пузырьки или капли другой жидкости. В этом случае  $\rho_0$  и  $\rho$  и будут соответствовать плотности одной и другой фаз.

Безразмерный комплекс

$$Eu \equiv \frac{p}{\rho w_0^2} \quad (3.10)$$

называют критерием Эйлера. Этот критерий характеризует соотношение сил давления и сил инерции. В уравнения конвективного теплообмена он входит только под знаком производной. Следовательно, для рассматриваемой нами

несжимаемой жидкости с постоянными физическими параметрами существенно не абсолютное значение давления, а его изменение. Поэтому критерий Эйлера обычно представляют в виде

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho w_0^2} = \frac{p - p_0}{\rho w_0^2},$$

где  $p_0$  – какое-либо фиксированное значение давления, например, давление на входе в канал. Это давление может быть неизвестной величиной.

Используя обозначения критериев, систему безразмерных дифференциальных уравнений можно записать в следующем виде:

$$Nu = -(\partial \Theta / \partial Y)_{Y=0}; \quad (3.11)$$

$$Pe \left( W_x \frac{\partial \Theta}{\partial X} + W_y \frac{\partial \Theta}{\partial Y} + W_z \frac{\partial \Theta}{\partial Z} \right) = \nabla^2 \Theta; \quad (3.12)$$

$$Pe \left( W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial Z} \right) = \frac{Gr}{Re} \Theta - \frac{\partial}{\partial X} (Eu Re) + \nabla^2 W_x; \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial W_x}{\partial X} + \frac{\partial W_x}{\partial Y} + \frac{\partial W_x}{\partial Z} = 0. \quad (3.14)$$

К уравнениям (3.11) – (3.14) нужно добавить безразмерные уравнения движения относительно осей  $y$  и  $z$  – только в этом случае система уравнений будет замкнутой.

Система безразмерных дифференциальных уравнений и безразмерных условий однозначности (см. 3.2) представляет собой математическую формулировку задачи. Безразмерные величины  $X, Y, Z, \Theta, W_x, W_y, W_z, Nu, Re, Pe, Gr$  и  $Eu$  можно рассматривать как новые переменные. Их можно разделить на три группы:

независимые переменные – это безразмерные координаты  $X, Y, Z$ ;

зависимые переменные – это  $Nu, \Theta, W_x, W_y, W_z$  и  $Eu$ ; они однозначно определяются значениями независимых переменных при определенных значениях величин, входящих в условиях однозначности.

постоянные величины – это  $Pe, Re, Gr$ ; они заданы условиями однозначности и для конкретной задачи являются постоянными

[действительно, как следует из (3.6) – (3.8), критерии  $Pe$ ,  $Re$  и  $Gr$  состоят только из величин, входящих в условия задачи].

В результате можно написать:

$$Nu = f_1(X, Y, Z, Pe, Re, Gr); \quad (3.15)$$

$$\Theta = f_2(X, Y, Z, Pe, Re, Gr); \quad (3.16)$$

$$Eu = f_3(X, Y, Z, Pe, Re, Gr); \quad (3.17)$$

$$W_x = f_4(X, Y, Z, Pe, Re, Gr). \quad (3.18)$$

Уравнения вида (3.15) – (3.18) называют критериальными уравнениями.

Аналогичные критериальные уравнения имеют место для  $W_y$  и  $W_z$ .

Для многих процессов течения и теплоотдачи существенен не только размер  $l_0$ , но и некоторые другие характерные размеры.

Например, при движении жидкости в прямой гладкой трубе характерными размерами являются диаметр и (или) длина трубы; если труба изогнута, то дополнительным характерным размером является радиус кривизны трубы. При течении жидкости в шероховатых трубах представляют интерес размеры, оценивающие высоту неровностей и их концентрацию на поверхности теплообмена. Все необходимые размеры  $l_0$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  и т. д. должны быть заданы в условиях задачи. В этом случае под знаком функций в уравнениях (3.15) – (3.18) должны быть величины

$$L_1 = \frac{l_1}{l_0}, L_2 = \frac{l_2}{l_0} \text{ и т.д.}$$

Очевидно, внесение в этом случае под знак функции величин  $L_1, L_2, \dots, L_n$  является необходимым. Во всех случаях список безразмерных величин должен соответствовать математической формулировке задачи. Произвольное же исключение или введение под знак функции новых переменных безусловно недопустимо. Любая подобного рода операция будет не обоснована.

Из уравнения теплоотдачи  $Nu = -(\partial\Theta / \partial Y)_{Y=0}$ , где  $Y$  – координата, нормальная к поверхности тела, следует, что для определения  $Nu$  достаточно знать градиент температур при  $Y=0$ , т.е. на стенке.

Из определения коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  следует, что он и, следовательно, критерий Нуссельта характеризуют теплообмен на границе «стенка жидкость». Нахождение  $\alpha$  или  $Nu$  для точек пространства, не лежащих на поверхности стенки, не имеет смысла.

Ввиду этого в критериальное уравнение (3.15) должны входить только те безразмерные координаты, значения которых не равны постоянной для всех точек поверхности тела. Например, в рассматриваемом случае согласно условию для всех точек поверхности тела  $Y=0$ , следовательно, координату  $Y$  можно исключить из критериального уравнения (3.15).

Расположение точки на плоской поверхности может быть описано двумя координатами. При измерении коэффициента теплоотдачи только вдоль одной координаты, например  $X$ , координату  $Z$  можно исключить. Если бы в рассматриваемом случае протяженность тела вдоль оси  $Z$  была бы бесконечна и можно было бы пренебречь краевыми гидродинамическими и тепловыми эффектами, то можно было бы полагать, что течение и теплообмен вдоль оси  $Z$  неизменны, и исключить последнюю координату из (3.15) – (3.18).

Очевидно, при неизменной математической формулировке задачи новые безразмерные величины могут быть получены соответствующим комбинированием старых безразмерных величин, однако при этом число переменных под знаком функции не должно измениться.

Критерий  $Pe$ , полученный при приведении к безразмерному виду уравнения энергии, можно представить как произведение двух критериев:

$$Pe = Re \ Pr = \frac{w_0 l_0}{\nu} \frac{\nu}{a}. \quad (3.19)$$

Безразмерная величина  $Pr = \nu / a$  представляет собой новый критерий, называемый критерием Прандтля. Критерий Прандтля целиком составлен из

физических параметров, а поэтому и сам является физическим параметром. Его можно записать и в следующем виде:

$$Pr \equiv \frac{v}{a} = \frac{\mu c_p}{\lambda}. \quad (3.20)$$

Критерию Прандтля можно придать определенный физический смысл. Уравнение энергии (уравнение теплопроводности)

$$\frac{Dt}{d\tau} = a \nabla^2 t$$

и уравнение движения (без учета массовых сил и для безнапорного течения)

$$\frac{D\vec{w}}{d\tau} = \nu \nabla^2 \vec{w}$$

по своей записи аналогичны. При  $a = \nu$  расчетные поля температур и скоростей будут подобны, если только аналогичны и условия однозначности.

Условию  $a = \nu$  соответствует равенство  $Pr \equiv \frac{\nu}{a} = 1$ . Таким образом, при определенных условиях критерию Прандтля может быть придан смысл меры подобия полей температур и скоростей.

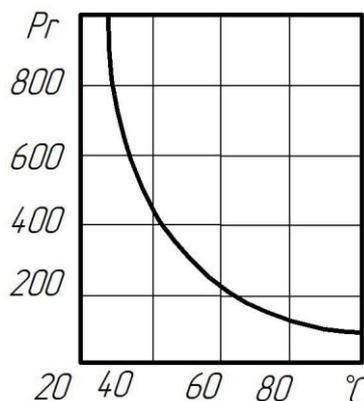


Рисунок 3.2 – Изменение числа Прандтля трансформаторного масла в зависимости температуры

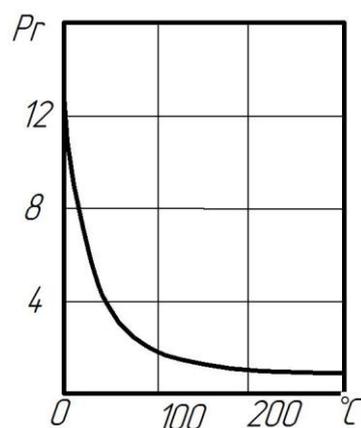


Рисунок 3.3 – Изменение числа Прандтля воды в зависимости температуры в интервале температур от 0 до 300 °С

Критерий  $Pr$  капельных жидкостей сильно зависит от температуры, причем для большинства жидкостей эта зависимость в основном аналогична зависимости вязкости  $\mu$ , так как теплоемкость  $c_p$  и коэффициент теплопроводности  $\lambda$  зависят от температуры более слабо. Как правило, при увеличении температуры  $Pr$  резко уменьшается (рис. 3.2).

Зависимость величины  $Pr$  воды от температуры на линии насыщения приведена на рис. 3.3. Значения  $Pr$  для воды при температурах от 0 до 180 °С значительно уменьшаются с ростом температуры (от 13,7 до 1), что связано с резким уменьшением вязкости воды и ростом  $\lambda$  в этой области температур. Теплоемкость при этом очень слабо зависит от температуры. При температурах от 130 до 310 °С значения  $Pr$  для воды очень незначительно изменяются и близки к единице. Характер зависимости  $Pr$  от температуры резко изменяется только при давлениях и температурах близких к критическим. Теплообмен в околоскритической области будет рассмотрен особо.

Критерий  $Pr$  газов мало зависит ни от температуры и от давления и для данного газа является величиной постоянной, определяемой атомностью газа.

В соответствии с кинетической теорией газов величина  $Pr$  имеет следующие значения:

|                                       |      |
|---------------------------------------|------|
| Для одноатомных газов.....            | 0,67 |
| Для двух атомных газов .....          | 0,72 |
| Для трехатомных газов.....            | 0,8  |
| Для четырехатомных и более газов..... | 1    |

Действительные значения  $Pr$  реальных газов несколько отличаются от указанных значений.

Критерий  $Pr$  тяжелых и щелочных жидких металлов, применяемых в качестве теплоносителей изменяется в пределах  $Pr \approx 0,005 \div 0,05$ . Малые значения  $Pr$  жидких металлов объясняются высокой теплопроводностью последних.

В зависимости от величины критерия  $Pr$  жидкости делят на три группы: жидкости с числами  $Pr \leq 1$  (жидкие металлы), теплоносители с  $Pr \approx 1$  (газы и неметаллические капельные жидкости при больших температурах), жидкости с числами  $Pr > 1$  (неметаллические капельные жидкости).

Учитывая, что  $Re = Re \cdot Pr$ , критериальные уравнения (3.15)–(3.18) можно записать в виде

$$Nu = \Phi_1(X, Y, Z, Re, Pr, Gr); \quad (3.21)$$

$$\Theta = \Phi_2(X, Y, Z, Re, Pr, Gr); \quad (3.22)$$

$$Eu = \Phi_3(X, Y, Z, Re, Pr, Gr); \quad (3.23)$$

$$W_x = \Phi_4(X, Y, Z, Re, Pr, Gr). \quad (3.24)$$

Аналогичные критериальные уравнения имеют место  $W_y$  и  $W_z$ .

Исходя из критериальных уравнений (3.15) – (3.18) и (3.21) – (3.24), критерии можно разделить на два вида:

определяемые критерии – это критерии, в которые входят искомые зависимые переменные; в рассматриваемом случае зависимыми переменными являются  $\alpha$ ,  $\vartheta$ ,  $w_x$ ,  $w_y$ ,  $w_z$  и  $p$ , следовательно, определяемыми являются критерии  $Nu, \Theta, W_x, W_y, W_z$  и  $Eu$ ;

определяющие критерии – это критерии которые целиком составлены из независимых переменных или постоянных величин, входящих в условия

однозначности; в рассматриваемом случае определяющими являются критерии  $X, Y, Z, Re, Pr$  (или  $Pe$ ) и  $Gr$ .

В зависимости от условий задачи определяющие критерии могут стать определяемыми и наоборот. Например, при свободной конвекции (без сопутствующего вынужденного движения) скорости являются величинами неизвестными (кроме значений вдали от тела и на стенке, где  $w = 0$ ). В этом случае в критерий  $Re$  может быть введено только какое-либо неизвестное значение скорости (например,  $w_{max}$ ) и  $Re$  становится определяемым критерием, выпадая в уравнениях (3.21) – (3.24) из-под знаков функций.

Различают также критерии-комплексы и критерии-симплексы. Критерии-комплексы составлены из нескольких неоднородных величин (например,  $Re = \frac{w_0 l_0}{\nu}$ ), а критерии-симплексы представляют собой отношение двух однородных величин (например,  $X = x/l_0$ ,  $W_x = w_x/w_0$  и др.). Критерии-симплексы называют параметрическими критериями.

### **Теплоотдача при вынужденном продольном обтекании плоской поверхности**

Будем полагать, что плоская поверхность омывается потоком жидкости, скорость и температура которого вдали от твердого тела постоянны и равны соответственно  $W_0$  и  $t_0$ . Поток направлен вдоль стенки.

Около стенки образуется гидродинамический пограничный слой. В пределах слоя скорость жидкости изменяется от нуля до скорости невозмущенного потока. Течение в пограничном слое будет ламинарным и турбулентным. Однако и при турбулентном слое у стенки образуется весьма тонкий слой жидкости, называемый ламинарным или вязким подслоем, в котором течение подчиняется закономерностям ламинарного движения.

Опыт показывает, что переход из ламинарной формы течения в турбулентную происходит не в точке, а на некотором участке. Течение на этом участке имеет нестабильный характер и называется переходным.

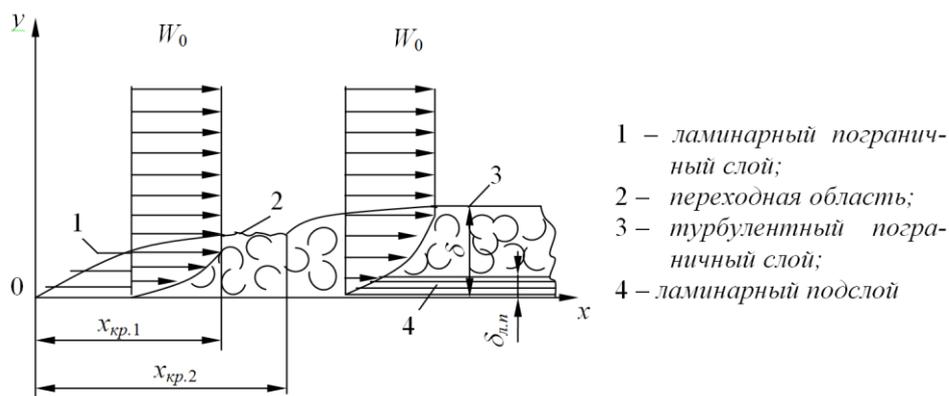


Рисунок 3.4 - Схема пограничного слоя

О режиме течения в пограничном слое судят по критической величине критерия Рейнольдса:

$$Re = \frac{W_0 x}{\nu}$$

где  $x$  – продольная координата, отсчитываемая от передней кромки.

Согласно [14] переход ламинарного режима в турбулентный происходит при  $Re = 1 \cdot 10^4 \div 4 \cdot 10^6$ .

При наличии теплообмена, кроме гидродинамического, образуется также и тепловой пограничный слой. В пределах теплового слоя температура жидкости изменяется от значения, равного температуре поверхности стенки  $t_w$ , до значения, равного температуре жидкости вдали от пластины  $t_0$ .

Определяющими параметрами процесса конвективного теплообмена являются определяющий размер и определяющая температура.

За определяющий размер принимают тот размер, от которого процесс теплообмена зависит в большей степени и который в большей степени отвечает физическому существованию процесса.

За определяющую температуру принимают ту температуру, при которой проводят вычисления физических параметров, составляющих критерии подобия.

Для расчета теплоотдачи при ламинарном режиме

$$Re_{f,l_0} = \frac{W_0 \cdot l_0}{\nu} \leq 4 \cdot 10^4,$$

(где  $l_0$  – длина пластины) могут быть рекомендованы следующие формулы:

для локальной теплоотдачи:

$$Nu_{f,x} = 0,33 \cdot Re_{f,x}^{0,5} \cdot Pr_f^{0,33} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_W} \right)^{0,25}; \quad (3.25)$$

для средней теплоотдачи

$$\bar{Nu}_{f,l_0} = 0,66 \cdot Re_{f,l_0}^{0,5} \cdot Pr_f^{0,33} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_W} \right)^{0,25}. \quad (3.26)$$

Здесь за определяющую температуру принята температура набегающей на тело жидкости  $t_0$ , что отмечено индексом  $f$  (исключение составляет величина  $Pr_W$ , выбираемая по температуре стенки). За определяющие размеры берутся величины  $x$ ,  $l_0$ , отсчитываемые от начала пластины.

Для расчета теплоотдачи при турбулентном режиме ( $Re_{f,l_0} \geq 4 \cdot 10^6$ ) рекомендуются формулы:

для локальной теплоотдачи:

$$Nu_{f,x} = 0,0296 \cdot Re_{f,x}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_W} \right)^{0,25}; \quad (3.27)$$

для средней теплоотдачи (формула (3-12), /27/):

$$\bar{Nu}_{f,l_0} = 0,037 \cdot Re_{f,l_0}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_W} \right)^{0,25}. \quad (3.28)$$

## Теплоотдача при вынужденном течении жидкости в трубах

Течение жидкости в трубах может быть ламинарным и турбулентным. О режиме течения судят по величине критерия:

$$Re = \frac{\bar{W} \cdot d}{\nu}, \quad (3.29)$$

где  $\bar{W}$  – средняя скорость жидкости,  $d$  – внутренний диаметр трубы.

Если  $Re < Re_{кр.1} \approx 2000$ , то течение является ламинарным. Развитое турбулентное течение в технических трубах устанавливается при  $Re > Re_{кр.2} \approx 10^4$ . Течение при  $Re \approx 2 \cdot 10^3 \div 10^4$  называется переходным. Ему соответствует и переходный режим теплоотдачи.

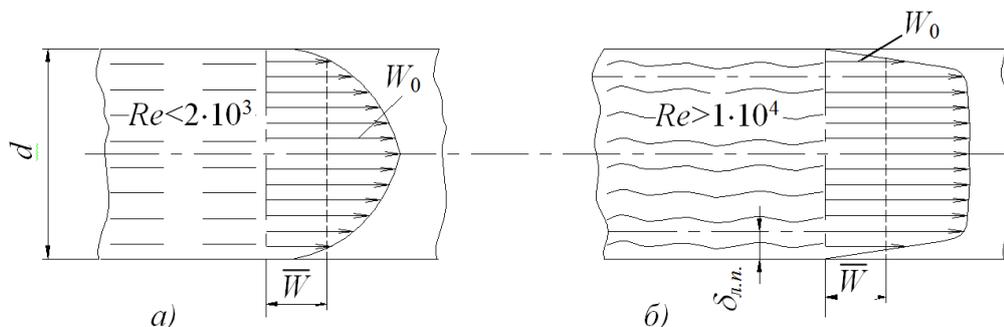


Рисунок 3.5 - Распределение скорости по сечению при ламинарном (а) и турбулентном (б) режимах изотермического течения жидкости в трубах

При ламинарном течении жидкости,  $Re_{f,d} < 2 \cdot 10^3$ , для определения среднего коэффициента теплоотдачи рекомендуется следующая расчетная формула (формула (3-33) /27/):

$$\overline{Nu}_f = 0,15 \cdot Re_f^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot Gr_f^{0,1} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_W} \right)^{0,25}. \quad (3.30)$$

При развитом турбулентном режиме,  $Re_f > 10^4$ , расчетная формула имеет следующий вид (формула (3-28) /27/)

$$\overline{Nu}_f = 0,21 \cdot Re_f^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_W} \right)^{0,25} \quad (3.31)$$

В качестве определяющих величин были приняты: диаметр трубы  $d$ , определяющая температура  $t_f$ , средняя скорость жидкости  $W$ .

Для воздуха эти формулы упрощаются и принимают следующий:

$$\overline{Nu}_f = 0,018 \cdot Re_f^{0,33} \cdot Gr_f^{0,1} ; \quad (3.32)$$

$$\overline{Nu}_f = 0,018 \cdot Re_f^{0,8} \quad (3.33)$$

Приведенные формулы (3.30) – (3.33) применимы к трубам любой формы поперечного сечения – круглого, квадратного, прямоугольного, треугольного, кольцевого ( $d_2/d_1=1 \div 5,6$ ), щелевого ( $a/b=1 \div 40$ ,  $a$  и  $b$  – размеры щели), а также для продольно омываемых пучков труб при  $l/d_{эк} > 50$ .

В этих случаях за определяющий размер надо принимать эквивалентный диаметр  $d_{эк}$ , равный учетверенной площади поперечного сечения канала, деленной на его полный (смоченный) периметр, независимо от того, какая часть этого периметра участвует в теплообмене. Для круглых труб эквивалентный диаметр равен геометрическому.

При  $l/d < 50$  значение коэффициента теплоотдачи выше, поэтому полученное значение  $\alpha$  умножается еще на поправочный коэффициент  $\varepsilon_e > 1$ .

### Теплоотдача при поперечном омывании одиночной трубы

Омывание трубы поперечным потоком жидкости характеризуется рядом особенностей. Плавное безотрывное обтекание цилиндра, которое

имеет место при  $Re = \frac{W_0 \cdot d}{\nu} < 5$  ( $W_0$  – скорость набегающего потока,  $d$  – внешний диаметр), при  $Re > 5$  меняется.

Пограничный слой, образующийся на передней половине трубы, в корневой части отрывается от ее поверхности, и позади цилиндра образуются два симметричных вихря.

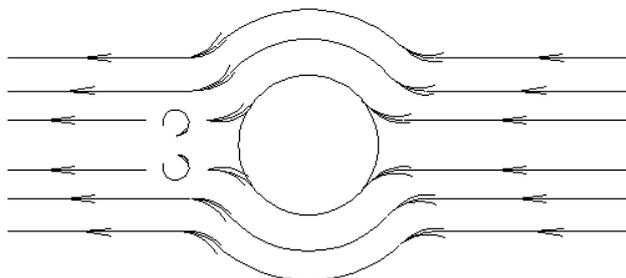


Рисунок 3.6 - Омывание цилиндра с отрывом от пограничного слоя

При дальнейшем увеличении критерия Рейнольдса вихри вытягиваются по течению все дальше и дальше от цилиндра. При  $Re \geq 10^3$  вихри периодически отрываются от трубы и уносятся потоком жидкости, образуя за цилиндром вихревую дорожку.

При обработке и обобщении опытных данных по теплоотдаче при поперечном обтекании труб в качестве определяющих принимаются следующие величины: скорость  $W_0$ , температура  $t_f$  набегающего потока и диаметр трубы  $d$ .

Для одиночного цилиндра расчетные формулы для определения среднего по окружности цилиндра коэффициента теплоотдачи имеют следующий вид:

При  $Re_f = 5 \div 1 \cdot 10^3$  (формула 9-1 /14/):

$$\overline{Nu}_f = 0,5 \cdot Re_f^{0,5} \cdot Pr^{0,38} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_W} \right)^{0,25} \quad (3.34)$$

При  $Re_f = 1 \cdot 10^3 \div 2 \cdot 10^5$  (формула 9-2 /14/):

$$\overline{Nu}_f = 0,25 \cdot Re_f^{0,6} \cdot Pr^{0,38} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_W} \right)^{0,25} \quad (3.35)$$

Формулы (2.24) и (2.25) справедливы для любых жидкостей. Для воздуха эти закономерности упрощаются и принимают вид:

$$\overline{Nu}_f = 0,43 \cdot Re_f^{0,5}; \quad (3.36)$$

$$\overline{Nu}_f = 0,216 \cdot Re_f^{0,6} \quad (3.37)$$

### **Теплоотдача при свободном движении жидкости**

Свободное движение возникает за счет изменения в рассматриваемой жидкости массовых (объемных) сил. Такими силами являются сила тяжести, центробежная сила и силы за счет наведения в жидкости электромагнитного поля высокой напряженности.

В уравнении движения (2.4а) гравитационные силы учитываются членом  $\rho g \vartheta$ . Произведение  $\rho g$  имеет размерность силы, отнесенной к единице объема. При теплообмене температура жидкости переменна. Вследствие этого возникает разность плотностей и, как следствие, разность гравитационных сил, представляющих собой подъемную силу.

Рассмотрим теплоотдачу при свободном гравитационном движении.

При рассмотрении теплоотдачи при свободном движении жидкости в большом объеме предполагается, что объем жидкости настолько велик, что свободное движение, возникающее у других тел, расположенных в этом объеме, не сказывается на рассматриваемом течении. Как и при вынужденной конвенции, свободное движение жидкости может быть как ламинарным, так и турбулентным.

### **Теплопередача при свободном ламинарном движении вдоль вертикальной пластины**

Пусть вертикальная пластина с неизменной температурой поверхности  $t_w$ , находится в жидкости или газе. Жидкость вдали от пластины

неподвижна (вынужденное течение отсутствует), температура жидкости вдали от пластины постоянна и равна  $t_0$ . Примем, что  $t_W > t_0$ . При этом у пластины появляется подъемное движение нагретого слоя жидкости. Вдали от пластины скорость по-прежнему равна нулю.

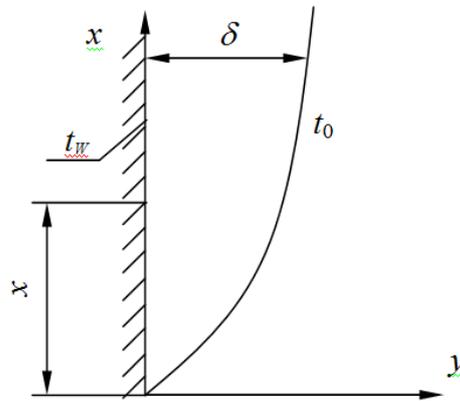


Рисунок 3.7 - К выводу формулы для коэффициента теплоотдачи при свободной конвенции.  $\delta$  - толщина движущегося слоя жидкости.

Толщина движущегося слоя жидкости переменна по высоте и связана со скоростью движения в этом слое.

Текущее значение критерия Нуссельта аналитически получено в виде:

$$Nu_x = 0,473 (Gr_x \cdot Pr)^{0,25}, \quad (3.38)$$

где  $Gr_x = \frac{g\beta\vartheta_W \cdot x^3}{\nu_0^2}; \quad \nu_0 = \frac{\mu}{\rho_0}; \quad Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda}.$

Здесь  $\vartheta_W = t_W - t_0$ ;  $\beta$  - коэффициент объемного расширения жидкости;

$\mu$  - коэффициент динамической вязкости,

$\lambda$  - коэффициент теплопроводности,

$C_p$  - удельная теплоемкость жидкости в движущемся слое.

Средняя теплоотдача вертикальной пластины при  $t_w = const$  в ламинарном течении:

$$\overline{Nu}_\ell = 0,63 (Gr_\ell \cdot Pr)^{0,25} \quad (3.39)$$

Произведение критериев  $Gr_\ell \cdot Pr$  часто называют критерием Рэлея и обозначают  $Ra$ .

Для расчета местных коэффициентов теплоотдачи при свободном ламинарном течении вдоль вертикальных стенок можно использовать формулу:

$$Nu_{f,x} = 0,60 \cdot (Gr_{f,x} \cdot Pr_f)^{0,25} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \quad (3.40)$$

Здесь определяющей является температура жидкости за пределами движущегося слоя.  $Pr_w$  выбирается по местной температуре стенки. Определяющий размер – продольная вдоль потока координата, отсчитываемая от места начала теплообмена. Формула (2.30) получена при условии, что  $q_w = const$ .

Расчетная формула для средних коэффициентов теплоотдачи:

$$\overline{Nu}_{f,\ell} = 0,75 \cdot (Gr_{f,\ell} \cdot Pr_f)^{0,25} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \quad (3.41)$$

Здесь определяющей температурой по-прежнему является температура жидкости за пределами движущегося слоя, определяющий размер – длина пластины, отсчитываемая от начала теплообмена. Формула (2.31) получена для теплоносителей с числами Прандтля  $0,7-3 \cdot 10^3$ . Ею следует пользоваться при  $10^3 < Gr_{f,x} \cdot Pr_f < 10^9$ .

## Теплоотдача при свободном турбулентном движении вдоль вертикальной пластины

Развитое турбулентное течение наступает при числах  $Gr_{f,x} \cdot Pr_f \geq 6 \cdot 10^{10}$ .

Для местных коэффициентов теплоотдачи предложена формула:

$$Nu_{f,x} = 0,15 \cdot \left( Gr_{f,x} \cdot Pr_f \right)^{0,33} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_W} \right)^{0,25} \quad (3.42)$$

Определяющие температура и линейный размер выбраны так же, как и в формуле (2.31).

Линейный размер входит в критерии  $Nu$  и  $Gr$ :

$$Nu_{f,x} = \frac{\alpha \cdot x}{\lambda_f} \quad \text{и} \quad Gr_{f,x}^{0,33} = \left( \frac{g \cdot \beta_f \cdot \vartheta_W \cdot x^3}{\nu_f^2} \right)^{0,33}$$

Отсюда следует, что при развитом турбулентном течении коэффициент теплоотдачи не зависит от линейного размера и, следовательно, местный коэффициент теплоотдачи равен среднему:

$$Nu_{f,x} = \overline{Nu}_{f,\ell}$$

Описанная картина свободного движения вдоль вертикальной стенки типична также и для свободного движения у наклонной стенки, шаров, горизонтальных круглых и овальных труб.

### Теплоотдача жидких металлов

Расплавленные металлы применяют в тех случаях, когда необходимо обеспечить интенсивный отвод тепла от поверхности нагрева или когда при низком давлении требуется иметь высокую температуру рабочей жидкости. Наиболее приемлемыми теплоносителями являются щелочные и тяжелые металлы и их сплавы: натрий, калий, натриево-калиевый сплав, литий, висмут, ртуть и т.д. Физические свойства жидких металлов существенно отличаются от свойств обычных теплоносителей – воды, масла и т.д. У металлов больше плотность и коэффициент теплопроводности; значение же теплоемкости ниже, особенно мала величина критерия Прандтля ( $Pr \approx 0,005 - 0,05$ ). Кроме того, у тяжелых и щелочных металлов физические параметры слабо зависят от температуры.

Для расчета теплоотдачи при турбулентном течении ( $Re_d > 2000$ ) в прямой круглой трубе для гидродинамически и термически стабилизированного течения и  $q_w = const$  в характерном для жидких металлов интервале чисел в [14] рекомендуется формула:

$$Nu_d = 7 + 0,025 Pe_d^{0,8}, \quad (3.43)$$

где  $Pe_d = Re_d \cdot Pr = \frac{\bar{W} \cdot d}{a}$  – число Пекле.

При  $q_w = const$  критерий  $Nu_d$  в области стабилизированного ламинарного течения не зависит от  $Pe_d$  и равен постоянному значению:

$$Nu_d = 4,36. \quad (3.44)$$

### **Теплоотдача при течении газа с большими скоростями**

При течении газа с большими скоростями гидродинамические и тепловые процессы непрерывно связаны. Течение характеризуется взаимным преобразованием внутренней и кинетической энергии потока и расширением газа. Для характеристики газовых потоков скорость их

движения сопоставляется со скоростью распространения звука в этой среде. Это отношение обозначают буквой  $M$  и называют числом Маха. Если  $M < 1$ , то поток называется дозвуковым, если  $M = 1$  – звуковым и если  $M > 1$  – сверхзвуковым.

В реальных условиях частицы газа, непосредственно прилегающие к поверхности теплоизолированного тела, будут иметь температуру, превышающую температуру газа вдали от тела. Эта температура называется собственной, адиабатической или равновесной. Собственная температура (иногда ее называют также температурой восстановления) определяется из уравнения:

$$T_{\text{соб.}} = T_H \left( 1 + r \frac{\kappa - 1}{2} M_H^2 \right), \quad (3.45)$$

где  $T$  – температура незаторможенного потока (термодинамическая температура);

$\kappa$  – показатель адиабаты ( $\kappa = \frac{c_P}{c_V}$  – соотношение удельных теплоемкостей

при постоянных давлении и объеме);  $M_H$  – число Маха набегающего потока.

Для продольно обтекаемой пластины при ламинарном течении  $r = \sqrt{Pr}$ , при турбулентном течении  $r = \sqrt[3]{Pr}$ .

Уравнение теплоотдачи при течении газа с большими скоростями принимает вид

$$q_W = \alpha (T_{\text{соб.}} - T_W), \quad (3.46)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи

Местные коэффициенты теплоотдачи при продольном омывании пластины турбулентным пограничным слоем рассчитываются по формуле (формула (11-34) /14/):

$$Nu_{z,x} = 0,0296 \cdot Re_{z,x}^{0,8} \cdot Pr_z^{0,43} \cdot \left( \frac{T_z}{T} \right)^{0,38}. \quad (3.47)$$

Здесь  $T_z$  – температура газа вдали от стенки,  $T_T$  – температура торможения.

Для ламинарного пограничного слоя может быть рекомендовано выражение

$$Nu_{z,x} = 0,332 \cdot Re_{z,x}^{0,5} \cdot Pr_z^{0,33} \cdot \left( \frac{T_z}{T_T} \right)^{0,38}. \quad (3.48)$$

### 3.3 Интенсификация теплообмена при течении в трубах и каналах

#### 3.3.1 Увеличение коэффициента теплоотдачи за счет искусственной турбулизации потока, воздействия на пограничный слой и образования микроциркуляций у поверхности теплообмена

В этом параграфе будут рассмотрены методы интенсификации теплообмена только при турбулентном течении однофазного теплоносителя в прямых каналах.

Для таких течений часто возникает идея интенсифицировать теплообмен путем искусственной турбулизации потока. Это можно достигнуть закруткой потока, созданием в нем вихрей, отрывных зон и т. п. Но все эти способы связаны с увеличением гидравлических потерь в канале. Поэтому важно иметь критерии для оценки целесообразности методов интенсификации теплоотдачи. Удобно сравнивать поверхности, имеющие устройства для искусственной турбулизации потока, с такими же гладкими каналами без этих устройств. Тепловой и гидравлический расчет теплообменных устройств для выбранных типов и эквивалентных диаметров гладких поверхностями однозначно определит их размеры, количество, числа Рейнольдса в них и температуры стенок.

Интенсификация теплообмена в этих каналах увеличит по сравнению с гладкими (индекс «0») как число Нуссельта, так и коэффициент гидравлического сопротивления.

Важно оценить соотношение между  $Nu/Nu_0$  и  $\xi/\xi_0$ , при котором поверхность теплообмена (габариты и масса) уменьшится. При заданных габаритах это обеспечит уменьшение температуры стенки.

Для определенности будет рассмотрен трубчатый теплообменный аппарат, в котором один теплоноситель течет в трубах, а другой между ними. Пусть теплоноситель в трубах имеет меньший коэффициент теплоотдачи при допустимом значении гидравлических потерь. В этом примере в первую очередь следует интенсифицировать теплообмен в трубах.

### Нужен рисунок

Используем соотношения :

$$Q = Fa \left| \bar{T}_c - \bar{T}_{ж} \right| = kF \Delta \bar{T} \quad (3.49)$$

$$\Delta p = A \xi \operatorname{Re}^2 \frac{l}{d}; \quad G = B \operatorname{Re} dn.$$

Здесь  $A$  и  $B$  для данного теплоносителя и диаметра трубы — размерные константы,  $n$  — число трубок в пучке, а  $l$  — их длина. Тогда при заданных значениях  $Q$ ,  $\Delta p$ ,  $G$  можно составить отношения величин для трубок с интенсификацией к величинам для гладкой трубы:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{F Nu \left| \bar{T}_c - \bar{T}_{ж} \right|}{F_0 Nu_0 \left| \bar{T}_c - \bar{T}_{ж} \right|_0} = \frac{\xi \operatorname{Re}^2 l}{\xi_0 \operatorname{Re}_0^2 l_0} = \frac{\operatorname{Re} n}{\operatorname{Re}_0 n_0} \quad (3.50)$$

Для площади теплообмена  $F = \pi dln$ , и уравнения (3.25) следует:

$$\frac{l}{l_0} = \frac{n Nu \left| \bar{T}_c - \bar{T}_{ж} \right|}{n_0 Nu_0 \left| \bar{T}_c - \bar{T}_{ж} \right|_0} \quad (3.51)$$

Здесь и в уравнении (3.50) учтено, что  $\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{Nu}{Nu_0}$ .

Из уравнений (3.50) и (3.51) следует:

$$\frac{F}{F_0} = \frac{\xi}{\xi_0} \left( \frac{Nu_0}{Nu} \right)^2 \frac{(\bar{T}_c - \bar{T}_{ж})_0^2}{(\bar{T}_c - \bar{T}_{ж})^2} \left( \frac{Re}{Re_0} \right)^3 \quad (3.52)$$

Удобней вести сравнение при значениях  $\left( \frac{\xi}{\xi_0} \right)_1$  и  $\left( \frac{Nu}{Nu_0} \right)_1$  найденных при одинаковых Re. Полагая  $\xi \sim Re^{-0,2}$  и  $Nu \sim Re^{0,8}$ , имеем

$$\frac{\xi}{\xi_0} = \left( \frac{\xi}{\xi_0} \right)_1 \left( \frac{Re_0}{Re} \right)^{0,2} \quad \text{и} \quad \frac{Nu}{Nu_0} = \left( \frac{Nu}{Nu_0} \right)_1 \left( \frac{Re}{Re_0} \right)^{0,8}$$

Тогда выражение (3.28) будет иметь вид

$$\frac{F}{F_0} = \left( \frac{\xi}{\xi_0} \right)_1 \left( \frac{Nu_0}{Nu} \right)_1^2 \frac{(\bar{T}_c - \bar{T}_{ж})_0^2}{(\bar{T}_c - \bar{T}_{ж})^2} \left( \frac{Re}{Re_0} \right)^{1,2}$$

Для того, чтобы  $\ll 1$ , необходимо условие

$$\left( \frac{Nu}{Nu_0} \right)_1 > \left( \frac{\xi}{\xi_0} \right)_1 \left( \frac{Re}{Re_0} \right)^{1,2} \frac{(\bar{T}_c - \bar{T}_{ж})_0^2}{(\bar{T}_c - \bar{T}_{ж})^2} \quad (3.53)$$

Если интенсификация в каналах сопровождается выполнением условия (3.46), она обеспечивает уменьшение габаритов теплообменного аппарата.

Из уравнения (3.52) получаем

$$\bar{T}_c - \bar{T}_{ж} = \frac{k}{\alpha} \Delta \bar{T}$$

Без учета термического сопротивления стенки коэффициент

теплопередачи  $k = \frac{\alpha \alpha_2}{\alpha + \alpha_2}$ . Тогда  $\bar{T}_c - \bar{T}_{ж} = \frac{k}{\alpha} \Delta \bar{T}$

и неравенство (3.52) будет иметь вид

$$\left( \frac{Nu}{Nu_0} \right)_1^2 > \left( \frac{\xi}{\xi_0} \right)_1 \left( \frac{Re}{Re_0} \right)^{1,2} \left( \frac{Nu_2}{Nu_2_0} \right)^2 \left( \frac{\alpha + \alpha_2}{\alpha_0 + \alpha_2} \right)^2 \quad (3.54)$$

Таким образом, интенсификация внутри труб наиболее эффективна, если она сопровождается такой же или большей интенсификацией

теплоотдачи в межтрубном пространстве (индекс «2») или если  $\alpha_2 \gg \alpha$ . Помимо удовлетворения условию (3.54) метод интенсификации теплоотдачи должен быть технологичным как при изготовлении поверхности теплообмена, так и при сборке. Он не должен снижать надежность и эксплуатационные качества теплообменного аппарата.

Удовлетворить всем этим требованиям не так просто. Поэтому из большого числа описанных в литературе (см. обзор литературы в работах [32], [60]) методов интенсификации на практике используются лишь немногие. Остальные либо не технологичны, либо не удовлетворяют неравенству (3.54).

Каким же должен быть метод интенсификации теплообмена, чтобы наилучшим образом удовлетворять неравенству (3.54).

Из уравнения (3.15) и рис. 25 и 26 нетрудно прийти к выводу, что большая часть располагаемого температурного напора срывается в тонком пристенном слое. В нем  $q$  близок к  $q_0$ , а  $\xi_0$  мало. Этот слой тем тоньше, чем больше число Прандтля. В ядре потока, где наоборот  $q$  мало, а  $\xi_0$  велико, срывается не более 20—30% располагаемого температурного напора у газов и не более 5% у капельных жидкостей с  $Pr > 1$ .

Следственно, искусственная турбулизация должна увеличивать интенсивность турбулентных пульсаций и  $\xi_0$  только в узком слое около стенки. Нет смысла затрачивать энергию на увеличение турбулизации, в ядре потока это только увеличит сопротивление  $\xi$  и мало повлияет на число  $Nu$ .

Но каким образом можно увеличить значение  $\xi_0$  около стенки, практически не изменяя его в ядре потока?

Анализ показывает [32], что этого можно добиться созданием небольших отрывных зон (вихрей), расположенных около стенки на определенных расстояниях по длине канала.

При образовании вихря около стенки на его верхней границе градиент скорости имеет максимум. Там же имеет большое значение турбулентное

касательное напряжение ( $\overline{(\rho \omega'_x \omega'_r)}$ ). Поэтому порождение турбулентных пульсации ( $\overline{(-\rho \omega'_x \omega'_r \frac{\partial \omega_x}{\partial r})}$ ) на верхней границе вихря происходит весьма интенсивно.

Возникшие продольные пульсации скорости, распадаясь передают свою энергию более мелким пульсациям. Причем энергия проходит сложный путь через пульсации давления к поперечным пульсациям и т. д., пока не произойдет ее диссипация. За это время пульсации скорости переносятся основным потоком вдоль линий тока и диффундируют в стороны от них.

Если вихрь мал и его граница расположена близко к стенке, то возникшие на ней пульсации скорости увеличат близко у стенки и тем самым интенсифицируют теплоотдачу.

При слишком частом расположении таких вихрей энергия возникших на них пульсаций скорости не успевает затухать на пути до следующего вихря и, в основном, диффундирует в ядро потока. Так происходит в шероховатых каналах, в которых  $\xi_0$  увеличивается по всему сечению канала. Это не рациональный метод интенсификации теплоотдачи. Дополнительная турбулизация ядра потока почти не увеличивает теплоотдачу, но ведет к большим гидравлическим потерям.

Целесообразно вихри около стенки располагать на таком расстоянии друг от друга (порядка 10 высот турбулизатора и больше), чтобы кинетическая энергия возникших на вихрях пульсаций частично успевала диссипировать на пути до следующего вихря. Тогда ее диффузия в ядро потока будет мала.

Большие вихри также не рациональны. Они ведут к большим гидравлическим потерям, а возникшие на их верхней границе пульсации переносятся потоком далеко от стенки и турбулизируют в основном ядро потока.

Вихри можно образовать, разместив на стенке поперек потока небольшие выступы или канавки. В случае выступов некоторую роль в

интенсификации теплоотдачи будет играть подвод теплоносителя из ядра потока к стенке в зоне присоединения потока.

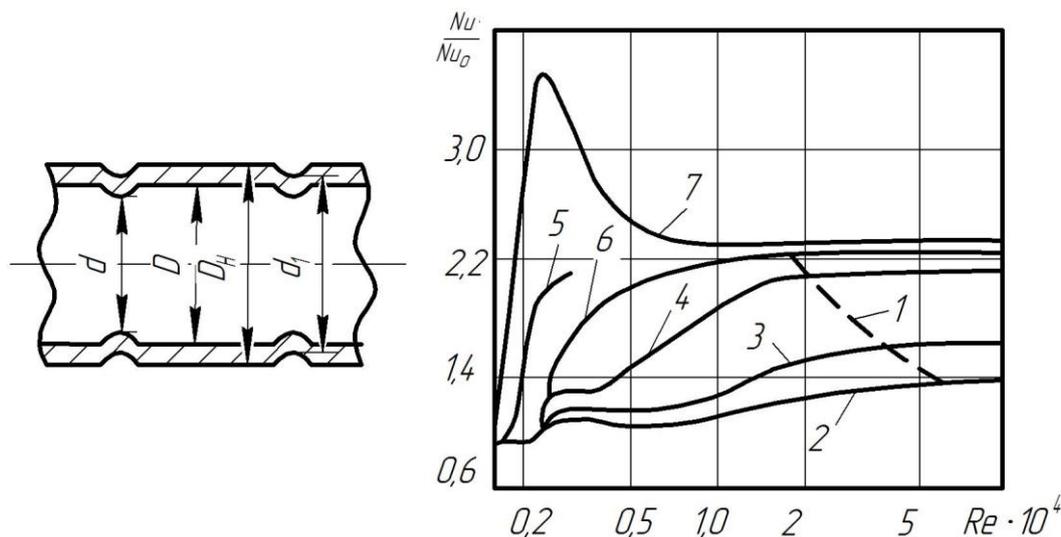
В качестве примера метода интенсификации теплоотдачи, разработанного с учетом сказанного выше, можно привести метод, исследование которого описано в ряде работ [17], [18], [19], [32], [60]. Он предназначен для интенсификации теплообмена в трубах и трубных пучках при их продольном обтекании.

Предварительно откалиброванная трубка по специальной технологии накатывается роликами. На ее внешней поверхности образуются периодически расположенные канавки, а на внутренней — диафрагмы с плавной конфигурацией. Разрез такой трубки представлен на рис. 3.7 [17]. Эта трубка при оптимальных типах накатки сохраняет прочность гладкой, обеспечивает интенсификацию теплоотдачи с двух сторон и не изменяет технологии сборки.

Для определения соотношений  $\frac{Nu}{Nu_0}$  и  $\frac{\xi}{\xi_0}$  внутри труб были проведены исследования на газах, воде и водо-глицериновых смесях при различных сочетаниях  $\frac{d}{D}$  и  $\frac{t}{D}$ .

На рис. 3.2 представлена зависимость  $\frac{Nu}{Nu_0}$  от числа Re для различных размеров диафрагм.

При ламинарном течении между выступами диафрагм создаются застойные зоны. Они служат дополнительным термическим сопротивлением и ухудшают теплоотдачу. Но с ростом  $x/d$  этот эффект уменьшается благодаря возрастающему влиянию конвекции.



1 — высота диафрагмы совпадает с  $\delta^* = 0,95 \cdot (T_c - T_0)$  для гладкой трубы; 2— $d/D=0,983$ ; 3— $d/D = 0,966$ ; 4— $d/\ell \geq 0,943$ ; 5—  $d/D=0,912$  (шаг  $t/D = 1,0$ ); 6- $d/D=0,92$ ; 7—  $d/D=0,875$ . Для кривых 2, 3, 4, 6, 7 шаг  $r/D=0,5$ ;  $t$  — расстояние между выступами

Рисунок 3.7 – Влияние числа  $Re$  на эффективность интенсификации теплообмена:

При увеличении числа Рейнольдса за диафрагмами возникают вихри, что приводит к росту уровня возмущений в потоке и переходу к турбулентному течению при меньших, чем в гладкой трубе, критических числах Рейнольдса. Заметное уменьшение значения  $Re_{кр}$  наблюдается при  $d / D < 0,94$ . Например, при  $\frac{d}{D} = 0,875$   $Re_{кр} = 1580$ .

Переход к турбулентному течению, как и в гладких трубах, сопровождается возникновением турбулентных пробок. Возникнув в начальных сечениях трубы, эти турбулентные пробки, чередуясь с ламинарными (перемежаемость течения) двигаются вниз по течению. В этом движении они непрерывно увеличивают свою длину. Теплоотдача в них выше почти в 2 раза, чем в ламинарных пробках. Диапазон чисел  $Re$ , в котором наблюдается перемежаемость, меньше, чем в гладких трубах.

Как видно из рис. 3.8, теплоотдача в переходной области течения выше, чем в гладких трубах, особенно при  $d/D < 0,94$ . При развитом турбулентном

течении  $\frac{Nu}{Nu_0}$  слабо зависит от Re. При больших числах Re отношение

$\frac{Nu}{Nu_0}$  может уменьшаться.

С ростом чисел Re или Pr толщина слоя, в котором срабатывает в гладкой трубе основная часть (например, 90—99%) температурного напора, все время уменьшается.

Когда верхняя граница вихря, примерно совпадающая с высотой диафрагмы, достигает границы этого слоя (пунктирная линия на рис. 3.4), эффективность интенсификации максимальна. Если граница вихря выходит за этот слой (дальнейший рост Re или Pr, или увеличение высоты диафрагмы), то турбулизируются слои с малым градиентом температуры и достаточно большим  $\varepsilon_q$ . Дополнительная интенсификация теплоотдачи в этом случае мала, а гидравлические потери продолжают расти.

Сказанное хорошо иллюстрирует рис. 3.8 [60], на котором видно, как с ростом чисел Re и Pr наступает «насыщение»  $\frac{Nu}{Nu_0}$  при увеличении высоты выступа диафрагм.

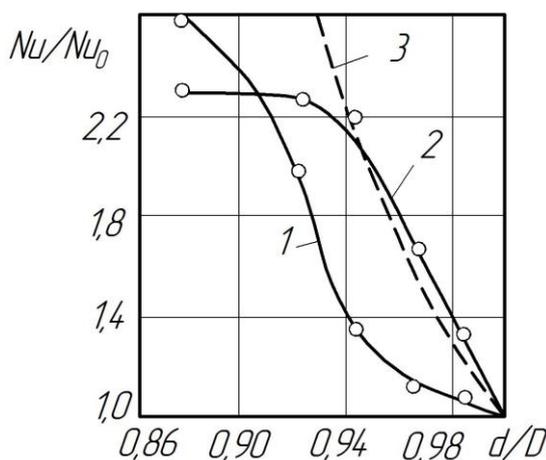


Рисунок 3.8 – Влияние высоты турбулизаторов на эффективность интенсификации теплообмена (шаг  $t/D = 0,5$ ): 1 - Pr=5; Re=4·10<sup>3</sup>; 2 – Pr=5; Re=4·10<sup>4</sup>; 3 – Pr=0,7; Re=4·10<sup>4</sup>

Теплоотдача газов ( $Re = 10^4 \div 4 \cdot 10^5$ ) и жидкостей ( $Pr > 1$ ) при  $10^4 < Re < Re^*$  для рассмотренного метода интенсификации обобщается эмпирической зависимостью [60] для  $\frac{d}{D} = 0,9 \div 0,98$  и  $\frac{t}{D} = 1 \div 10$

$$\frac{Nu}{Nu_0} = \left( 1 + \frac{\lg Re_c - 4,6}{7,45} \right) \left\{ \frac{1,14 - 0,28 \sqrt{1 - \frac{d}{D}}}{1,14} \right\} \exp \left[ \frac{9 \left( 1 - \frac{d}{D} \right)}{\left( t/D \right)^{0,58}} \right]. \quad (3.55)$$

Для  $\frac{d}{D} = 0,88 \div 0,98$  и  $\frac{t}{D} = 0,25 \div 0,8$

$$\frac{Nu}{Nu_0} = \left[ 1 + \frac{\lg Re - 4,6}{35} \right] \left\{ 3 - 2 \exp \left[ \frac{-18,2 \left( 1 - \frac{d}{D} \right)^{1,13}}{\left( t/D \right)^{0,326}} \right] \right\}. \quad (3.55a)$$

$Re^*$  — число Рейнольдса (см. пунктирную линию на рис. 3.7), при котором высота выступа диафрагмы равна толщине слоя с перепадом температур, составляющим 0,95 ( $T_c - T_0$ ) в гладкой трубе ( $T_0$  — температура на оси трубы)

$$Re^* = 3150 / \left( 1 - \frac{d}{D} \right)^{1,14} Pr^{0,57}.$$

Теплоотдача жидкостей при  $Re^* < Re \leq 10^5$ ,  $Pr = 2,5 \div 50$ ,  $d/D \geq 0,94$  и  $\frac{t}{D} = 0,5$  обобщается зависимостью [60]

$$\frac{Nu}{Nu_0} = \left[ 100 \left( 1 - \frac{d}{D} \right) \right]^{0,445} \quad (3.56)$$

Гидравлическое сопротивление для жидкостей и газов при  $Re = 10^4 \div 4 \cdot 10^5$  и  $Pr = 0,5 \div 50$  обобщается формулой [60] для  $\frac{d}{D} = 0,9 \div 0,98$  и

$\frac{t}{D} = 0,5 - 10$

$$\frac{\xi}{\xi_0} = \left[ 1 + \frac{100(\lg Re - 4,6) \left(1 - \frac{d}{D}\right)^{1,65}}{\exp\left[\left(t/D\right)^{0,3}\right]} \right] \exp \left[ \frac{25 \left(1 - \frac{d}{D}\right)^{1,32}}{\left(t/D\right)^{0,75}} \right] \quad (3.57)$$

ДЛЯ  $\frac{d}{D} = 0,9 \div 0,98$  И  $\frac{t}{D} = 0,25$

$$\frac{\xi}{\xi_0} = \left[ 1 + \frac{\lg Re - 4,6}{6 \left(\frac{Re}{10^5}\right)^{0,33}} \right] \left[ \left(3 \frac{d}{D} - 2\right) \left(2,5 - 1,5 \frac{d}{D}\right) \exp \left[ 17 \left(1 - \frac{d}{D}\right)^{0,858} \right] \right] \quad (3.57a)$$

Формулы (3.31) — (3.33) верны при  $\frac{t}{D} = 0,25 \div 10$ ,  $\frac{d}{D} = 0,88 \div 0,98$  (для газов) и  $\frac{d}{D} = 0,94 \div 0,98$  (для жидкостей).

Для газов влияние температурного фактора в накатанных трубках специально в этих опытах не учитывалось, хотя опыты велись и при нагреве и при охлаждении газа.

Однако было установлено, что с уменьшением  $\frac{d}{D}$  влияние температурного фактора ослабевает, так как плотность газа около стенки с ростом турбулизации приближается к средней для всего сечения. Для жидкостей при нагреве влияние изменения физических свойств также ослабевает с ростом высоты выступа диафрагмы.

$$\xi = \xi_{uz} \left( \frac{\mu_c}{\mu_{ж}} \right)^m, \text{ где } m = \frac{1}{3} \left( \frac{d}{D} \right)^{2,64} \text{ при } \frac{t}{D} = 0,5$$

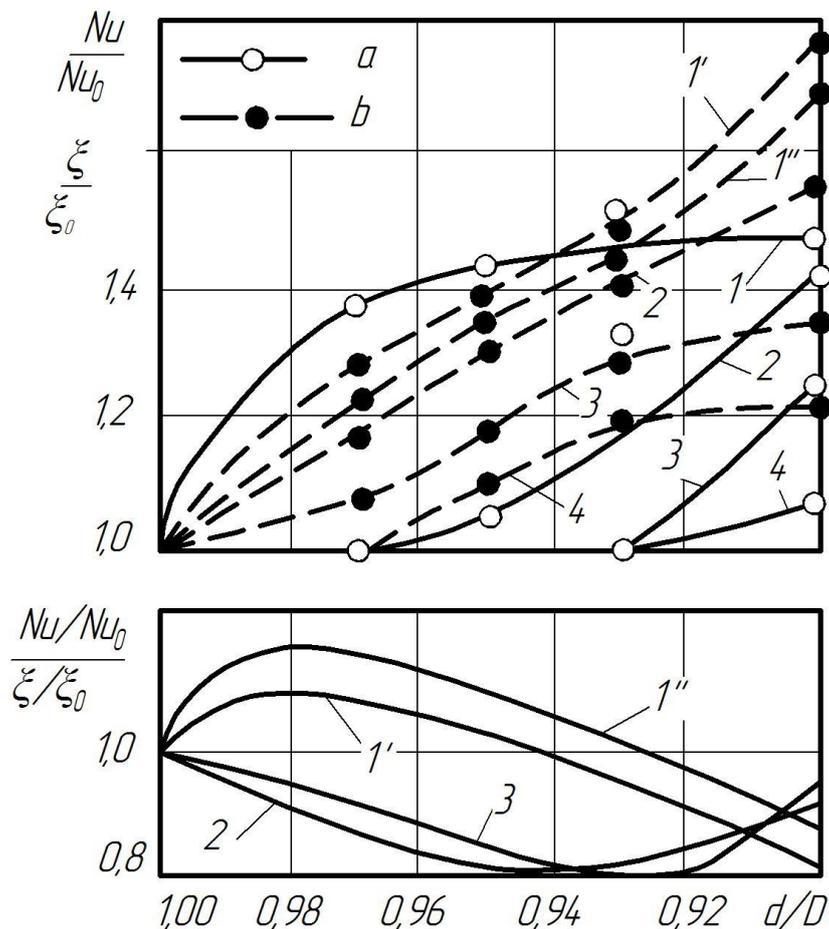
и

$$m = \frac{1}{3} \cdot 10^{-\frac{0,369}{t/D} (1,217 + \lg t/D)} \text{ при } \frac{d}{D} = 0,94$$

Для определения соотношений  $\frac{Nu}{Nu_0}$  и  $\frac{\xi}{\xi_0}$  в продольно омываемом пучке труб с поперечными канавками были проведены

эксперименты [60]. Эксперименты проводились на шахматных пучках труб с  $s/D_n=1,2$  при нагреве и охлаждении воздуха.

Результаты экспериментов представлены на рис. 3.9. Из этих графиков следует, что при ламинарном течении канавки не влияют ни на теплоотдачу, ни на гидравлическое сопротивление.



1 —  $Re=4 \cdot 10^4 \div 10^5$ ; 1' —  $Re = 10^5$ ; 1'' —  $Re = 4 \cdot 10^4$ ; 2 —  $Re = 2 \cdot 10^4$ ; 3 —  $Re = 10^4$ ; 4 —  $Re=6 \cdot 10^3$

Рисунок 3.9 – Зависимость отношений  $\frac{Nu}{Nu_0}$ ;  $\frac{\xi}{\xi_0}$  и  $\frac{Nu}{Nu_0} / \frac{\xi}{\xi_0}$  от глубины

накатки  $\frac{d_1}{D_n}$  для шага накатки  $t / D_n = 0,454$  :

С ростом числа  $Re$  в широкой части ячейки поперечного сечения пучка труб, где наибольшие градиенты скорости, в канавке возникает вихрь. Он обуславливает более раннее, чем в гладкой трубе, возникновение

турбулентного течения в широкой части ячейки. Вначале турбулентное течение охватывает малую часть периметра трубки. Поэтому оно больше сказывается на увеличении  $\frac{\xi}{\xi_0}$ , чем на  $\frac{Nu}{Nu_0}$ .

Для наиболее эффективного шага накатки канавок  $\frac{t}{D_n} = 0,454$  и

$\frac{d_1}{D_n} = 0,9 \div 0,97$  значение  $\frac{Nu}{Nu_0}$  начинает расти и стабилизируется

соответственно при следующих числах

$$Re = \frac{\rho_{ж} \omega d_2}{\mu_{ж}} ;$$

$$Re_1 = \left( 30 \frac{d_1}{D_n} - 26,4 \right) 10^4 ;$$

$$Re_2 = \left( 16,8 \frac{d_1}{D_n} - 12,1 \right) 10^4 .$$

Теплоотдача и гидравлическое сопротивление обобщаются следующими формулами: для  $Re_1 \leq Re \leq Re_2$

$$\frac{Nu}{Nu_0} = 1 + 0,465 \frac{\lg Re - \lg Re_1}{\lg Re_2 - \lg Re_1} \left\{ 1 - \exp \left[ -33,7 \left( 1 - \frac{d_1}{D_n} \right) \right] \right\} ;$$

ДЛЯ  $Re > Re_2$

$$\frac{Nu}{Nu_0} = 1,465 - 0,465 \exp \left[ -33,7 \left( 1 - \frac{d_1}{D_n} \right) \right] ;$$

ДЛЯ  $Re = 3,1 \cdot 10^3 \div 2 \cdot 10^4$

$$\frac{\xi}{\xi_0} = 1 + 6,72 (\lg Re - 3,5) \left( 1 - \frac{d_1}{D_n} \right) - 0,035 \sin \left[ 20 \left( \frac{d_1}{D_n} - 0,95 \right) \pi \right] ;$$

ДЛЯ  $Re \geq 2 \cdot 10^4 \div 10^5$

$$\frac{\xi}{\xi_0} = 1 + 2,86 (\lg Re - 2,27) \left( 1 - \frac{d_1}{D_n} \right) + 0,09 (\lg Re - 4,3) \sin \left[ 20 \left( \frac{d_1}{D_n} - 0,95 \right) \pi \right].$$

В этих формулах значения  $Nu_0$  и  $\xi_0$   $d_1$  — внутренний диаметр канавки;  $D_n$  — наружный диаметр трубы;  $T_{жс}$  — определяющая температура;  $d_s$  — определяющий размер. Увеличение шага расположения канавок  $t$  заметно снижает  $\frac{Nu}{Nu_0}$  и  $\frac{\xi}{\xi_0}$ .

Интенсификация теплоотдачи в межтрубном пространстве, так же как и в трубах, уменьшает влияние температурного фактора на теплоотдачу и гидравлическое сопротивление.

Опыты на пучках при нагреве воды при  $\frac{s}{D_n} = 1,16; 1,2; 1,34; 1,4$  показали, что эффект интенсификации убывает с ростом шага пучка  $\frac{s}{D_n}$ .

В пучках труб с большим шагом эффективней будет интенсификация за счет поперечных небольших ребер на внешней поверхности трубок [20].

Применение рассмотренного выше метода интенсификации теплоотдачи позволяет при прочих равных условиях уменьшить габариты и вес трубного пучка в 1,5—2 раза по сравнению с гладкотрубным..

Для других типов каналов и в частности активной зоны ядерных реакторов на основе изложенного анализа и примера можно выбрать свой технологичный метод интенсификации теплоотдачи, учитывающий специфику работы и производства теплообменного устройства.

### **3.13 Интенсификация естественной конвекции (влияние формы, положения поверхности и размера тела)**

### **3.14 Теплоотдача при высокой скорости газа**

## **4 Интенсификация теплообмена в двухфазных текучих средах**

### **4.1 Теплоотдача при кипении и конденсации жидкости**

Теплообмен при кипении различных жидкостей, особенно воды, давно изучается с целью проведения расчетов различных теплообменных устройств, в которых происходит кипение. Однако долгое время в энергетике и в других промышленных и транспортных теплообменных устройствах использовались высококипящие жидкие теплоносители. В подавляющем большинстве случаев при этом пузырьковый режим кипения являлся нормальным расчетным режимом. При пузырьковом кипении пар обычно образуется на твердой теплопередающей поверхности в виде пузырьков, которые, достигнув определенных размеров, отрываются от поверхности подъемными силами или силами сопротивлениядвигающейся жидкости. Коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении очень высок. Это обеспечивает большие тепловые потоки при малых температурных напорах. Следовательно, обеспечивается низкая температура стенки, не на много превышающая температуру кипения (насыщения) жидкости для данного давления.

При пленочном кипении жидкость отделена от теплопередающей твердой поверхности пленкой пара. Пленка пара играет роль тепловой изоляции, в которой температура падает от температуры стенки  $T_w$  до температуры насыщения  $T_s$  на поверхности жидкости. Коэффициент теплоотдачи при пленочном кипении из-за теплового сопротивления пленки пара много ниже, чем при пузырьковом кипении. Поэтому чтобы сообщить жидкости один и тот же тепловой поток при пленочном кипении, необходимо создать температурный напор  $\Delta T = T_w - T_s$  во много раз больший, чем при пузырьковом кипении.

Когда задано тепловыделение (электронагрев, атомный реактор и т. п.), переход от пузырькового кипения к пленочному, который называется первым кризисом кипения, ведет к резкому увеличению температуры стенки и часто, для обычных жидкостей, к ее разрушению.

Упомянутые особенности пузырькового и пленочного режимов кипения предопределили широкое использование в теплообменных устройствах пузырькового кипения и стремление избежать пленочного.

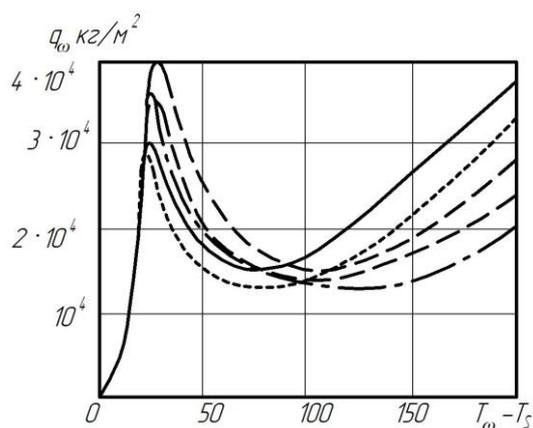
Поэтому долгое время интенсивно изучался лишь теплообмен при пузырьковом кипении. По мере роста энергетической напряженности теплообменных устройств и

особенно после появления атомных реакторов с жидкостным охлаждением большое внимание было обращено на изучение критических тепловых нагрузок, т. е. максимальных тепловых потоков  $q_{кр1}$  превышение которых ведет к кризису пузырькового кипения. Кризис пленочного кипения, т. е. переход к пузырьковому кипению, называется часто вторым кризисом кипения. Он сопровождается значительным увеличением теплового потока.

Серьезными стимулами исследований пленочных исследований оказались освоение кипящих атомных реакторов и особенно широкое применение криогенных (низкокипящих) жидкостей в качестве горючих и окислителей для двигателей летательных аппаратов.

Средняя температура конструкции летательных аппаратов, как на земле, так и в полете обычно много выше температуры предельного перегрева криогенных жидкостей. Поэтому заправка баков перед стартом, заполнение «горячих» магистралей жидкостью перед запуском двигателей и тому подобные процессы сопровождаются захлаживанием конструкции в процессе пленочного кипения. Пленочное кипение может возникнуть и на стенках уже заполненных баков при больших теплопотоках, например, вследствие аэродинамического нагрева летательного аппарата.

Применение криогенных жидкостей в первую очередь поставило вопрос, подчиняются ли они зависимостям, полученным ранее для пузырькового и пленочного кипения обычных жидкостей в большом объеме.



1 — водород; 2 — неон; 3 — кислород; 4 — азот; 5 — аргон

Рисунок 4.2 – Зависимость плотности теплового потока от температурного напора в большом объеме

На рис. 4.2 даны зависимости плотности теплового потока от температурного напора  $T_w - T_s$  для жидких водорода, неона, кислорода, азота и аргона, полученные при

захолаживании короткого вертикального цилиндра в сосуде Дюара с насыщенной криогенной жидкостью. Кривые слева от максимума  $q_w$  соответствуют пузырьковому кипению, между максимумом и минимумом — неустойчивому пленочному кипению (переходное кипение) и справа от минимума  $q_w$  — устойчивому пленочному кипению.

Характер этих кривых качественно подобен друг другу и кривым для обычных жидкостей. Количественно же они различаются.

Наиболее удачно в области пузырькового кипения экспериментальные данные обобщаются в критериях, полученных С. С. Кутателадзе, зависимостью (при  $p_s/p_{кр} < 0,6$ )

$$q_w = 4,87 \cdot 10^{-11} \left( \frac{c_{pж}}{r \rho_c} \right)^{1,5} \left[ \frac{\lambda_{ж} \rho_{ж}^{1,282} p^{1,75}}{\sigma^{0,906} \mu_{ж}} \right] (T_w - T_s)^{2,5} \quad (4.1)$$

Тепловой поток при кризисе пузырькового кипения также обобщается формулой С. С. Кутателадзе (при  $p_s/p_{кр} < 0,3$ )

$$q_{кр1} = 15,7 r \rho_c^{0,55} \left[ \sigma (\rho_{ж} - \rho_n)^{0,25} \right] \quad (4.2)$$

Экспериментальные данные по устойчивому пленочному кипению насыщенных жидкостей при атмосферном давлении наиболее удачно обобщает зависимость Брина и Вествоутера

$$q_w = \left\{ 4,94 \left[ \frac{(\rho_{ж} - \rho_n)^{0,375}}{\sigma^{0,125}} \right] + 0,115 \left[ \frac{\sigma^{0,375}}{D (\rho_{ж} - \rho_n)^{0,125}} \right] \right\} \times \left( \frac{\lambda_n r' \rho_n}{\mu_n} \right)^{0,25} (T_w - T_s)^{0,25} \quad (4.3)$$

Здесь  $r'$  — эффективная теплота испарения, учитывающая и перегрев пара:

$$r' = \frac{[r + 0,3 c_{pn} (T_w - T_s)]^2}{r}$$

Формулы (4.1) — (4.3) даны в системе единиц СГС.  $T_s$  — определяющая температура.  $D$  — диаметр цилиндрического нагревателя.

Следует отметить, что в большом диапазоне давлений пленочное кипение исследовано слабо. На основании наиболее надежного из опубликованных исследований для горизонтальных цилиндров с  $D > 1$  см и плоскостей можно рекомендовать формулу

$$Nu^* = 0,346 \left[ \frac{Ra^* r^*}{(T_s / T_{кр})^2} \right]^{0,276} \quad (4.4)$$

где  $Nu^* = \frac{q_w L}{\lambda_{nf} \Delta T}$

$$L = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_{жс} - \rho_n)}} \text{ — характеристическая длина Лапласа;}$$

$$r^* = \frac{1}{2} + \frac{r}{c_{pn} + \Delta T}$$

$$Ra^* = L^3 g \rho_{nf} (\rho_{жс} - \rho_{nf}) \frac{Pr_{nf}}{\mu_{nf}^2} \text{ — число Рэлея для пленочного кипения.}$$

Индекс «f» означает отнесение величины к  $T_f = 0,5(T_w + T_s)$ . Формула (4.4) обобщает данные в диапазоне  $p_s/p_{кр} = 0,02 \div 0,9$ .

Экспериментальные данные по кризису пленочного кипения (второй кризис) лучшим образом обобщаются зависимостью Линарда и Вонга с уточненной константой (система СГС)

$$q_{кр2} = 0,114 \left( \frac{r \rho_{ns}}{D} \right) \left[ \frac{2g(\rho_{жс} - \rho_{ns})}{\rho_{жс} - \rho_{ns}} + \frac{4\sigma}{D^2(\rho_{жс} + \rho_{ns})} \right]^{\frac{1}{2}} \times \left[ \frac{g(\rho_{жс} - \rho_{ns})}{\sigma} + \frac{2}{D^2} \right]^{-\frac{3}{4}} \quad (4.5)$$

Считается, что проделанное ими сравнение указывает на применимость формул, полученных или проверенных для обычных жидкостей к криогенным в отмеченных выше диапазонах давлений.

Все приведенные формулы справедливы для кипения в большом объеме, когда вся жидкость имеет температуру насыщения  $T_s$  (температуру кипения при данном давлении). При пленочном кипении в насыщенной жидкости все тепло от стенки идет на испарение жидкости и частично на перегрев пара выше температуры  $T_s$ . Поверхность раздела фаз имеет также температуру  $T_s$  или очень близкую к ней.

Наиболее полное теоретическое исследование пленочного кипения недогретой жидкости в большом объеме на вертикальной поверхности и горизонтальном цилиндре выполнили К. Нашикава и Т. Ито. Они принимали течение в паровой пленке и в жидкости ламинарным и допускающим описание уравнениями пограничного слоя. Физические свойства и температура стенки принимались постоянными, а поверхность гладкой.

Радиационный теплообмен между стенкой и жидкостью считался пренебрежимо малым, В результате численного расчета было установлено, что

$$\frac{Nu}{Gr^{*1/4}} = f(Pr_n, Pr_{ж}, R, V, Sc, Sp)$$

$$\text{Здесь } Nu = \frac{q \omega^z}{\lambda_n \Delta T}; \quad Gr^* = \frac{g(\rho_{ж} - \rho_n) z^3}{v_n^2 \rho_n}$$

$$R = \sqrt{\frac{(\rho\mu)_n}{(\rho\mu)_{ж}}}; \quad V = R \sqrt[4]{\left(\frac{\rho_{ж}}{\rho_n}\right) \left(\frac{c_{пж}}{\beta_{ж} r}\right)}$$

$$Sc = \frac{c_{пж} \Delta T_n}{r}; \quad Sp = \frac{c_{пн} \Delta T}{r Pr_n}$$

Влияние  $Pr_{ж}$  сказывается при малых  $Sp$  (теплоотдача падает с ростом  $Pr_{ж}$ ), а  $Pr_n$  при больших  $Sp$  (теплоотдача растет с ростом  $Pr_n$ ). Влияние недогрева и температурного напора зависит от отношения

$$\frac{Sc}{Sp} = \frac{c_{пж} \Delta T_n}{c_{пн} \Delta T} Pr_n$$

Чем больше это отношение, тем сильнее влияние недогрева.

Для больших  $Sc/Sp$  тепловой поток в жидкость много больше теплового потока на испарение и перегрев пара, следовательно,  $q_w \approx q_{ж}$ , а  $q_{ж}$  непосредственно зависит от недогрева. При малых  $Sc/Sp$ , наоборот,  $q_w \approx q_n + q_k \gg q_{ж}$ . Поэтому роль  $q_{ж}$  недогрева мала.

При увеличении  $R$  жидкость больше увлекается поднимающимся вверх паром, и тепловой поток в ней растет. Рост  $V$  снижает теплоотдачу.

При турбулентном режиме течения в паровой пленке по исследованиям В. М. Боришанского и др., а также Хсу и Вествоутера на вертикальных поверхностях и цилиндрах было установлено, что теплоотдача в большинстве случаев не зависит от длины поверхности. Граница раздела фаз подвержена сильным возмущениям. На вертикальном цилиндре грушевидные пузыри пара движутся вверх, разделенные тонкими перемычками жидкости, которые близко подходят к поверхности нагрева. Для расчета теплоотдачи ряд исследователей получил, исходя из разных предположений, свои формулы, дающие близкие результаты.

Из них наиболее удобна формула Фредеркинга и Кларка. Исходя из того, что теплоотдача при турбулентном режиме не зависит от геометрии, эти исследователи предложили общую зависимость в виде

$$Nu_n = C Gr_n^{*1/3} f\left(Pr_n, \frac{r}{c_{пн} \Delta T}, \frac{\mu_n \rho_n}{\mu_{ж} \rho_{ж}}\right).$$

Свои и другие экспериментальные данные они обобщили формулой

$$Nu_n = 0,14 (Gr_n^* Pr_n)^{1/3} \quad (4.6)$$

которая обобщает также данные экспериментов, полученные при ускорении  $a$  ниже и выше ускорения земного притяжения  $g$ . Здесь:

$$Gr_n^* = \frac{l^3 \rho_n (\rho_{ж} - \rho_n) g}{\mu_n^2} \left( \frac{r}{c_{pn} \Delta T} + 0,5 \right) \left( \frac{a}{g} \right).$$

Для расчета процессов захлаживания криогенными жидкостями важно знать, когда наступит кризис пленочного кипения, так как переход к пузырьковому кипению резко увеличивает теплоотдачу и ускоряет процесс захлаживания.

Для большого объема теоретическое объяснение кризиса кипения было дано С. С. Кутателадзе. Он объяснил возникновение кризиса гидродинамическими явлениями в пристенном слое. Решив уравнения для пара и жидкости, двигающихся в противоположных направлениях около поверхности нагрева, С. С. Кутателадзе получил критерий для определения  $q_{кр1}$  и  $q_{кр2}$  в большом объеме насыщенной жидкости:

$$\frac{q_{кр i}}{r \sqrt{\sigma_n \left( 1 + \frac{\rho_n}{\rho_{ж}} \right)} \sqrt[4]{g \sigma (\rho_{ж} - \rho_n)}} = k_i = const_{i=1,2} \quad (4.7)$$

Из опытных данных  $k_x = 0,13 \div 0,2$ , а отношение  $k_2/k_1 = 0,17 \div 0,2$ .

Для  $q_{кр1}$  уравнение (4.7) было приведено выше в виде (4.2).

Рассмотрим теперь, главным образом, пленочное кипение криогенных жидкостей при вынужденном их движении. Теплообмен и особенно гидродинамика при пленочном течении в каналах (обычно в трубах) пока изучены слабо. Они существенно зависят от режима течения. При пленочном кипении в трубах наблюдаются следующие режимы течения, терминология которых еще не установилась окончательно.

1. Стержневой (кольцевой) режим течения — жидкая фаза образует ядро потока, а газообразная фаза движется в виде пленки у поверхности трубы. Этот режим существует обычно в начальном участке пленочного кипения.

2. Снарядный режим течения — образуется как результат разрушения жидкой струи на сравнительно крупные жидкие «снаряды», отделенные друг от друга паровыми перемычками. По-видимому, стержневой режим переходит в снарядный, когда развитие капиллярных волн (определяемых действием поверхностного натяжения) преобладает над динамическим воздействием пара. Капиллярные волны обуславливают сильные пульсации струи и стремятся, разрушив ее на крупные капли, уменьшить энергию поверхностного натяжения. Наиболее вероятно образование капель, диаметр которых

составляет 4—5 диаметров струи. Но этому мешают стенки трубы и вместо капель образуются снаряды с длиной такого же порядка.

Другой, чаще встречающийся механизм возникновения снарядного режима течения, связан с пульсациями расхода жидкости (рис. 4.3). Когда жидкость поступает в горячую магистраль, она бурно кипит. Если отвод образующегося пара затруднен, его давление возрастает, это затормозит жидкость. Вследствие замедления головная часть жидкой струи оторвется, образуя жидкий «снаряд». Увеличение давления пара улучшит его отвод и уменьшит парообразование. Тогда давление снова упадет, а жидкая струя ускорится.

Следовательно, частота жидких «снарядов» будет совпадать с частотой колебаний расхода и определяется гидродинамикой всей магистрали и теплообменом в ней.

3. Дисперсный режим — вся жидкость движется в виде мелких капель разного размера, распределенных - в потоке пара. Дисперсный режим образуется либо непосредственно из стержневого, либо из снарядного.

В первом случае под сильным динамическим воздействием, пара жидкое ядро разваливается сначала на мелкие струйки, а затем на капли все меньших размеров. Во втором случае под динамическим воздействием пара «снаряды» жидкости разрушаются на капли. Если труба расположена перпендикулярно или под углом к направлению поля массовых сил (горизонтально или наклонно на поверхности земли), то распределение фаз во всех трех режимах перестает быть симметричным. Концентрация тяжелой фазы увеличивается в «нижней» части сечения трубы, а легкой — в «верхней».

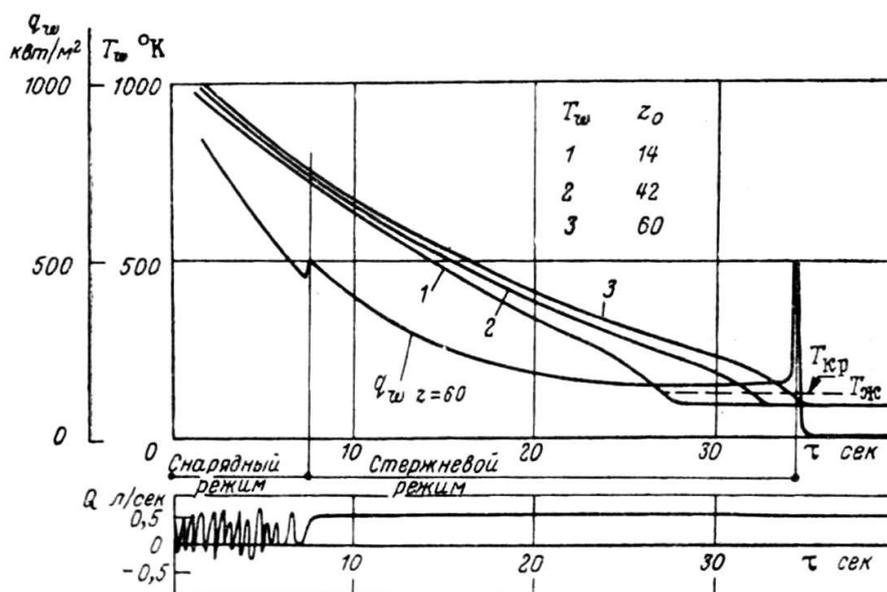


Рисунок 4.3 –Типичное изменение со временем расхода, теплового потока и температуры стенки в снарядном и стержневом режимах

Асимметрия тем больше, чем меньше числа Рейнольдса смеси. Это может привести к появлению нового режима течения.

4. Расслоенный режим — образуется из стержневого режима в горизонтальной трубе. В верхней части трубы течет пар. Жидкость течет в нижней части трубы, отделенная от стенок тонким слоем пара, который движется вверх. Если скорость пара достаточно велика, на верхней поверхности жидкости будут образовываться волны, которые могут достигать верхней стенки трубы.

## 5 Интенсификация теплообмена при тепловом излучении

### 5.1 Основные факторы, физические параметры и свойства поверхностей и веществ, влияющие на перенос тепла излучением

Основные понятия и соотношения для переноса тепла излучением были представлены в первом разделе.

В силу общей природы электромагнитных волн основные законы, которым подчиняется излучение, являются для них общими. Эти законы получены применительно к идеальному телу, которым является абсолютно черное тело, и термодинамически равновесному излучению. **Равновесным** называется излучение, при котором все тела, входящие в данную замкнутую излучающую систему, принимают одинаковую температуру.

Тепловое равновесие имеет динамический характер: при одинаковых температурах каждое из тел испускает и поглощает одинаковое количество лучистой энергии.

**Закон Планка** является одним из основных законов излучения. Он устанавливает зависимость интенсивности излучения от температуры и длины волны:

Используя закон Планка, плотность интегрального полусферического излучения определяют как суммарную энергию излучения тела по всем длинам волн:

$$E_0 = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} J_0 d\lambda = c_1 \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} d\lambda \quad (5.1)$$

Согласно (5.1) каждой длине волны соответствует свое значение интенсивности излучения. Распределение спектральной интенсивности излучения по длинам волн и температурам по закону Планка показано на рис. 5.1. Из него следует, что интенсивность излучения, характеризующаяся отдельными изотермами, проходит через максимум. При длинах волн  $\lambda = 0$  и  $\lambda = \infty$  эта интенсивность обращается в нуль. Свойствами теплового излучения лучистая энергия обладает при длинах волн от 0,8 до 40 мк. С повышением температуры интенсивность излучения значительно увеличивается.

Поскольку закон Планка получен для идеального тела, для реальных тел он выражает максимально возможную интенсивность излучения. Закон Планка подтверждается опытом.

#### **Закон Релея—Джинса**

Закон Планка имеет два предельных случая. К одному из них относится случай, когда

$$\lambda T \geq c_2 \text{ или } \frac{c_2}{\lambda T} \leq 1.$$

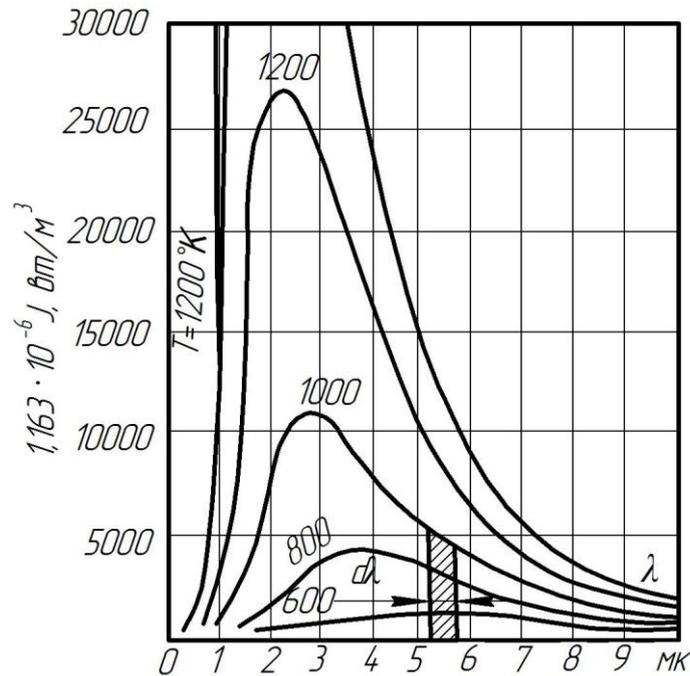


Рисунок 5.1 – Графическое представление закона Планка.

При этом условии можно ограничиться двумя слагаемыми разложения экспоненциальной функции (5.1) в ряд по степеням  $c_2/\lambda T$ :

$$e^{\frac{c_2}{\lambda T}} = 1 + \frac{1}{1!} \left( \frac{c_2}{\lambda T} \right) + \frac{1}{2!} \left( \frac{c_2}{\lambda T} \right)^2 + \dots$$

Тогда (5.1) переходит в соотношение

$$J = \frac{c_1 T}{c_2 \lambda^4} \tag{5.2}$$

Зависимость (5.2) выражает закон Релея-Джинса.

### **Закон смещения Вина**

Второй предельный случай соответствует малому значению произведения  $\lambda T$ . Тогда в зависимости (5.1) можно пренебречь единицей и она переходит в закон излучения Вина:

$$J = \frac{c_1}{\lambda^5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}. \tag{5.3}$$

Положения максимумов в интенсивности излучения (рис. 16-4) можно получить из экстремального значения функции (5.1). Для этого находится производная функции по

длине волны. Приравнивая производную к нулю, получаем следующее трансцендентное уравнение:

$$e^{-\frac{c_2}{\lambda_{МАКС} T}} + \frac{c_2}{5 \lambda_{МАКС} T} - 1 = 0 .$$

Решение этого уравнения дает:

$$\frac{c_2}{\lambda_{МАКС} T} = 4,965 ,$$

откуда

$$\lambda_{МАКС} T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{° К}. \quad (5.4)$$

Здесь  $\lambda_{МАКС}$  — длина волны, которой соответствует максимальная интенсивность излучения. Зависимость (5.3) выражает закон смещения Вина. Согласно этому закону максимальная величина спектральной интенсивности излучения с повышением температуры сдвигается в сторону более коротких волн.

Величина максимальной интенсивности излучения черного тела может быть найдена из закона Планка (5.1), если вместо  $\lambda = \lambda_{МАКС}$  ввести величину согласно зависимости (5.3):

$$J_{МАКС} = c_3 T^5, \text{ вт/м}^2, \quad (5.5)$$

где постоянная  $c_3 = 1,307 \text{ вт/м}^2 \cdot (\text{° К})^5$ .

Из зависимости (5.5) следует, что величина максимальной интенсивности излучения пропорциональна абсолютной температуре тела в пятой степени.

**Закон Стефана – Больцмана** устанавливает зависимость плотности интегрального полусферического излучения от температуры.

$$E_0 = \sigma T^4, \text{ вт/м}^2 \quad (5.6)$$

Для удобства практических расчетов последняя зависимость обычно представляется в форме

$$E_0 = c_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4, \text{ вт/м}^2, \quad (5.7)$$

где  $c_0 = 5,670 \text{ вт/м}^2 (\text{° К})^4$  – коэффициент излучения абсолютно черного тела.

Закон Стефана – Больцмана может быть применен к серым телам. В этом случае используется положение том, что у серых тел, так же как и у черных, собственное излучение пропорционально абсолютной температуре в четвертой степени, но энергия излучения меньше, чем энергия излучения абсолютно черных тел при той же температуре (рис 16-6). Тогда этот закон для серых принимает вид:

$$E = \varepsilon E_0 = \varepsilon c_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 = c \left( \frac{T}{100} \right)^4. \quad (5.8)$$

Здесь

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0} = \frac{c}{c_0} \leq 1 \quad (5.9)$$

$\varepsilon$  – интегральная или средняя степень черноты серого тела;  $c$  – его коэффициент излучения,  $\text{Вт/м}^2(\text{ }^\circ\text{K})^4$ .

Интегральная степень черноты представляет собой отношение плотности собственного интегрального излучения серого тела к плотности интегрального излучения абсолютно черного тела при той же температуре.

**Закон Кирхгофа** устанавливает связь между энергиями излучения и поглощения серых и абсолютно черного тел. Его можно получить из теплового баланса излучающей системы, состоящей из относительно большого замкнутого пространства с теплоизолированными стенками и помещенных внутри него двух тел. Перенос тепла за счет теплопроводности и конвекции отсутствует. При температурном равновесии каждое из этих двух тел излучает энергию, равную соответственно  $E_1F_1$  и  $E_2F_2$ . Если плотность падающего излучения окружающих стенок пространства составляет величину  $E_c$ , а коэффициенты поглощения тел равны  $A_1$  и  $A_2$ , то они поглощают энергию в количествах  $E_cA_1F_1$  и  $E_cA_2F_2$ .

Следовательно, уравнения теплового баланса имеют вид:

$$E_1 = E_cA_1;$$

$$E_2 = E_cA_2.$$

Из последних равенств следует:

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \dots = E_c = E_o = f(T), \quad (5.10)$$

так как для черного тела  $A_0=1$ , а приведенные уравнения теплового баланса справедливы и при других температурах. Зависимость (5.10) устанавливает, что при температурном равновесии отношение энергии излучения к энергии поглощения не зависит от природы тела и равно энергии излучения абсолютно черного тела при той же температуре. Таким образом, если тело мало излучает, то оно и мало поглощает. Этот результат является содержанием закона Кирхгофа. Кроме того, он устанавливает, что при равновесном излучении коэффициент поглощения численно равен степени черноты:

$$A = \varepsilon. \quad (5.11)$$

Этот результат можно получить, если плотность интегрального излучения выразить из закона Стефана — Больцмана (5.8)

$$E = \varepsilon E_0$$

и сопоставить ее с величиной, представленной по закону Кирхгофа (5.10):

$$E = AE_0. \quad (5.12)$$

Закон Кирхгофа справедлив и для монохроматического излучения. В этом случае он принимает вид:

$$\frac{J_{\lambda 1}}{A_{\lambda 1}} = \frac{J_{\lambda 2}}{A_{\lambda 2}} = \dots = \frac{J_0}{1} = J_0 = f(\lambda, T). \quad (5.13)$$

Из последней зависимости следует, что спектры излучательной и поглощательной энергий тел характеризуются одинаковыми длинами волн.

Для монохроматического излучения равенство (5.11) переходит в зависимость

$$A_{\lambda} = \varepsilon_{\lambda} \quad (5.14)$$

Здесь  $A_{\lambda}$  характеризует поглощательную способность в узком интервале длин волн. Соответственно этому  $\varepsilon_{\lambda}$  характеризует степень черноты одноцветного или монохроматического излучения. Использование закона Кирхгофа в форме (5.13) и соотношения (5.14) позволяет для монохроматической степени черноты получить зависимость

$$\varepsilon_{\lambda} = \frac{J}{J_0} = f(\lambda, T). \quad (5.15)$$

Степени черноты  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_{\lambda}$  характеризуют излучение, исходящее с поверхности тел по всем направлениям полусферического пространства. Наряду с ними можно рассматривать также еще степень черноты серых тел, отвечающую направленному излучению, т. е. связанную с определенными направлениями излучения:

$$\varepsilon_{\psi} = \frac{E_{\psi}}{E_{0\psi}}, \quad (5.16)$$

$$\varepsilon_{\lambda, \psi} = \frac{J_{\psi}}{J_{0\psi}}. \quad (5.17)$$

Если изменение излучения по отдельным направлениям подчиняется закону косинусов, то направленная степень черноты не зависит от угла  $\psi$  и совпадает по величине с полусферической степенью черноты тела.

### *Закон косинусов Ламберта*

Выше указывалось, что интенсивность излучения в общем случае зависит от направления и является величиной, пропорциональной косинусу угла  $\psi$  между направлением излучения и нормалью к поверхности тела.

$$dE_{\psi} = B d\omega \cos \psi ; dJ = B_{\lambda} d\omega \cos \psi \quad (5.18)$$

Телесный угол  $d\omega$  представляет собой угол, под которым из какой-либо точки элементарной площадки одного тела видна элементарная площадка другого тела (рис. 5.2). По определению элементарный пространственный угол выражается как  $d\omega = \frac{dF}{r^2}$

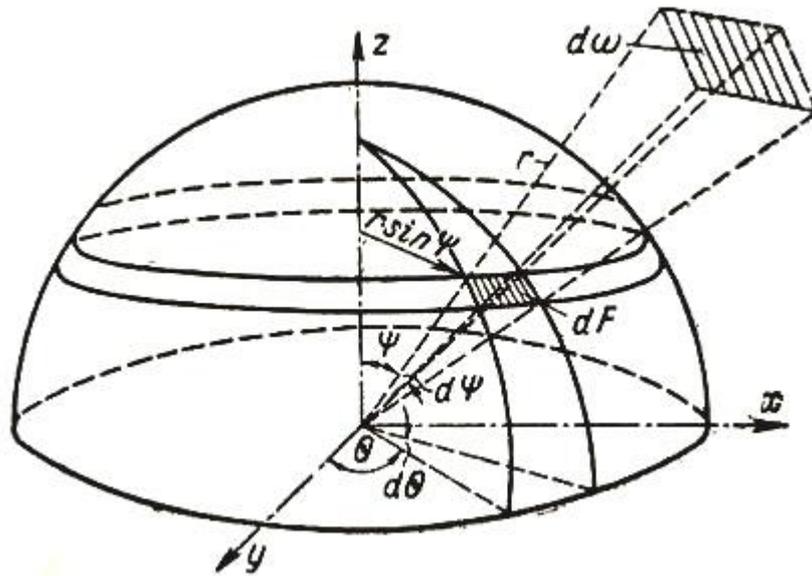


Рисунок 5.2 – К определению пространственного телесного угла.

где  $dF$  — элементарная площадка, вырезанная телесным углом на поверхности сферы радиусом  $r$ .

Элементарная площадка может быть представлена произведением двух элементарных дуг:  $r d\psi$  и  $r \sin \psi d\Theta$ , т. е.

$$dF = r^2 d\psi \sin \psi d\Theta \quad (5.19)$$

Здесь  $\psi$  — угол, дополнительный к углу широты;  $\Theta$  — угол долготы.

Следовательно,

$$d\omega = d\psi \sin \psi d\Theta \quad (5.20)$$

Подставим в зависимость (5.18) значение  $d\omega$  из (5.20):

$$dE_{\psi} = B d\psi \sin \psi d\Theta \cos \psi \quad (5.21)$$

Для черного и диффузного излучений яркость не зависит от направления излучения и может быть принята постоянной величиной. Следовательно, плотность полусферического излучения в пределах телесного угла  $\omega = 2\pi$  будет равна:

$$E = B \int_0^{2\pi} d\Theta \int_0^{\pi/2} \sin \psi \cos \psi d\psi = B \pi , \quad (5.22)$$

откуда  $B=E/\pi$ , где  $E$  — плотность интегрального полусферического излучения абсолютно черного тела, определяемая по закону Стефана — Больцмана;  $B$  — яркость интегрального излучения.

Для монохроматического излучения соотношение (5.22) переходит в зависимость

$$J = B_\lambda \pi . \quad (5.23)$$

Здесь  $J$  — спектральная интенсивность излучения, определяемая по закону Планка;  $B_\lambda$  — яркость монохроматического излучения.

Из соотношений (5.22) и (5.23) следует, что яркость излучения в направлении нормали к поверхности излучения в  $\pi$  раз меньше плотности полного полусферического излучения. Подставив найденные значения яркости излучения из (5.22) и (5.23) в зависимости (5.18), получим:

$$dE_\psi = \frac{E}{\pi} d\omega \cos \psi ;$$

$$dJ_\psi = \frac{J}{\pi} d\omega \cos \psi . \quad (5.24)$$

Зависимости (5.24) выражают закон косинусов, или закон направлений Ламберта. Закон Ламберта справедлив для черных тел и тел с диффузным излучением. Многие тела не подчиняются закону Ламберта. Так, например, полированные металлы имеют яркость излучения при  $\psi = 60 \div 80^\circ$ , превышающую яркость излучения в направлении нормали к поверхности тела. При дальнейшем увеличении угла  $\psi$  яркость резко падает до нуля (рис. 5.3). Для таких материалов, как корунд, окисленная медь, яркость излучения по нормали выше, чем при излучении в других направлениях.

Если для данного тела известна зависимость яркости  $B$  интегрального или  $B_\lambda$  монохроматического излучения от угла  $\psi$ , то плотность интегрального полусферического излучения тела определяется соотношениями:

$$E = 2\pi \int_0^{\pi/2} B(\psi) \sin \psi \cos \psi d\psi ; \quad (5.25)$$

$$E = 2\pi \int_0^\infty d\lambda \int_0^{\pi/2} B_\lambda(\psi) \sin \psi \cos \psi d\psi . \quad (5.26)$$

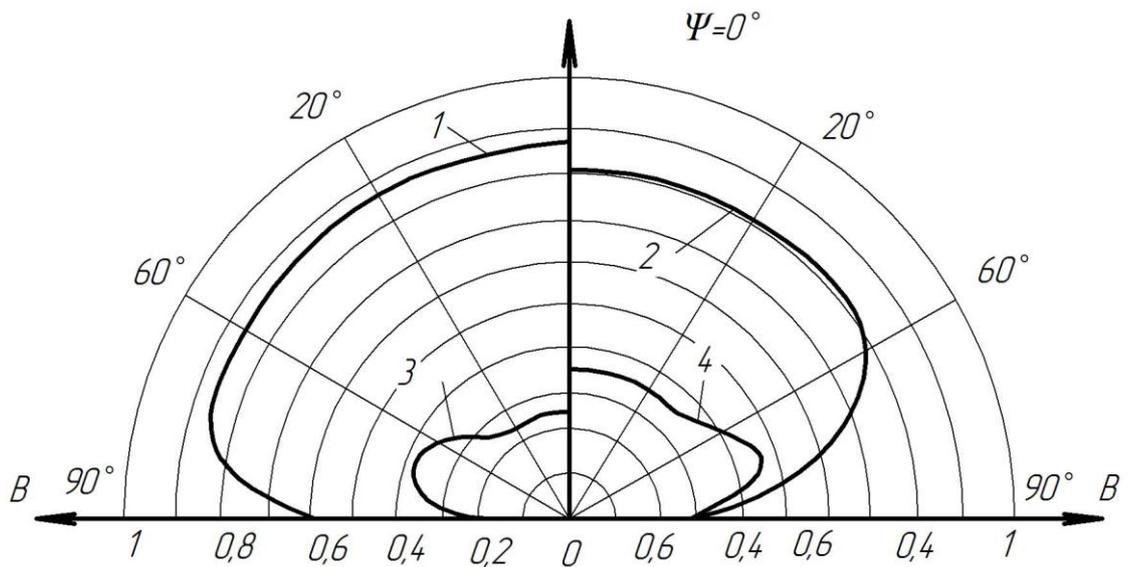


Рисунок 5.3 – Зависимость яркости от направления излучения

Указать кому принадлежать линии 1.2.3.

## 5.2 Концентраторы и приемники лучистых потоков

Системы «концентратор — приемник» предназначены для концентрации солнечного излучения и превращения его в тепло. Подобное использование лучистой энергии не является единственно возможным. Здесь мы рассмотрим солнечное излучение как один из возможных источников тепла.

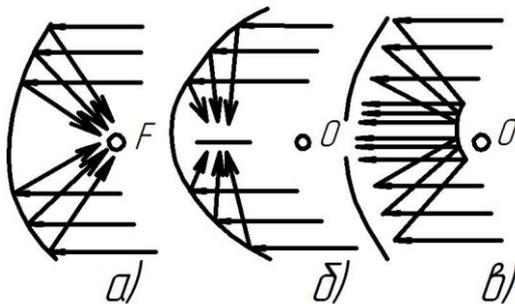


Рисунок 5.4—Схемы отражателей-концентраторов различной формы:  
 а — параболоид вращения; б — сфероид;  
 в — двухзеркальная система с параболоидными отражателями

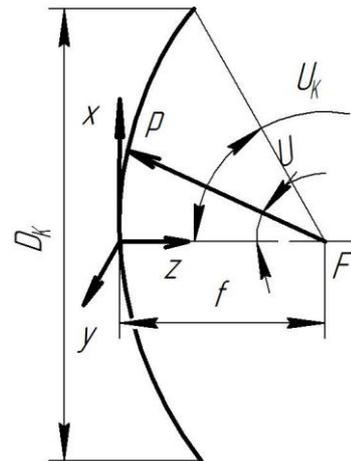


Рисунок 5.5 – Геометрические параметры концентратора, имеющего форму параболоида вращения

Для обеспечения эффективной работы преобразователей тепловой энергии в электрическую необходимо располагать плотностями тепловых потоков, значительно превосходящими плотность солнечного излучения за пределами земной атмосферы. Это достигается путем соответствующей концентрации солнечного излучения в весьма ограниченной по размерам области с помощью отражателей-концентраторов. Концентрирующая способность отражателя, т. е. способность обеспечивать ту или иную степень повышения плотности излучения, прежде всего, определяется его конфигурацией, а также геометрическим совершенством и оптическими свойствами зеркальной поверхности. В качестве концентраторов могут использоваться отражатели различной геометрии, в том числе имеющие форму любой поверхности вращения 2-го порядка (конус, эллипсоид, параболоид, полусфера и т. д.); цилиндрические поверхности (параболоцилиндр, круговой цилиндр), а также сложные оптические системы, состоящие из нескольких элементов (например, двухзеркальная система с параболоидными и сферическими отражателями). Схемы некоторых отражателей-концентраторов показаны на рис. 5.4. Наиболее эффективными из них являются концентраторы, имеющие форму параболоида вращения, которые и рассматриваются в дальнейшем.

На рис. 5.5 изображено меридианальное сечение такого параболоида и обозначены параметры, которыми обычно характеризуется его геометрия. Используя уравнение параболы в полярных координатах  $\rho — U$

$$\rho = \frac{2f}{1 + \cos U} \quad (5.27)$$

можем записать основное соотношение, связывающее диаметр концентратора  $D_K$ , его фокусное расстояние  $f$  и угол, раскрытия  $U_K$ :

$$D_K = \frac{4f \sin U_K}{1 + \cos U_K} \quad (5.28)$$

Площадь отражающей поверхности концентратора определяется уравнением

$$S_K = \frac{8\pi f^2}{3} \frac{1 - \cos^2 \frac{U_K}{2}}{\cos^3 \frac{U_K}{2}} \quad (5.29)$$

Геометрия параболоидного отражателя характеризуется обычно двумя независимыми параметрами: углом раскрытия  $U_K$  (или отношением  $\frac{D_K}{f}$ ) и

диаметром  $D_k$  (либо фокусным расстоянием  $f$ ). Третий параметр, согласно уравнению (5.28), является производным.

Концентрирующая способность отражателей зависит не только от геометрических характеристик, но и от свойств отражающего покрытия, обеспечивающего зеркальность отражения лучистых потоков. В качестве отражающих покрытий для концентраторов, используемых в солнечных тепловых энергетических установках (СТЭУ), могут использоваться различные металлы: алюминий, серебро, золотой др. В качестве отражающего покрытия для изготавливаемых в настоящее время концентраторов СТЭУ используется, как правило, алюминий. Интегральный оптический коэффициент отражения полированного алюминия по отношению к солнечному излучению за пределами земной атмосферы оценивается величиной  $\rho_0 = 0,90 \div 0,92$ .

Для предохранения отражающего слоя алюминия от воздействия внешней среды его обычно покрывают защитной пленкой монооксида кремния. Это приводит к снижению коэффициента отражения до величины  $\rho_0 = 0,87 \div 0,89$ . Заметим, однако, что применяя многослойные дифракционные защитные покрытия, можно не только не снижать, но даже повышать отражательную способность концентратора.

Коэффициент отражения концентраторов СТЭУ зависит не только от физических свойств материала покрытия, но и от микрогеометрии отражающей поверхности. Практически невозможно получить настолько гладкую поверхность, чтобы отражение было полностью зеркальным. Реальная поверхность всегда имеет микронеровности (шероховатости), которые вызывают частичное рассеяние отраженного излучения. Степень рассеяния зависит от соотношения между длиной волны излучения и размерами микронеровностей.

Потери на диффузное рассеяние можно учесть так называемым коэффициентом зеркальности  $k_3$ , который показывает, какая доля отраженного поверхностью излучения отражается зеркально. Для концентраторов с высококачественным покрытием коэффициент зеркальности близок к единице. Таким образом, общие потери энергии при отражении солнечного излучения от поверхности реального концентратора должны оцениваться коэффициентом зеркального отражения  $R_3$ :

$$R_3 = k_3 \rho_0 \quad (5.30)$$

Этот коэффициент можно рассматривать и как к. п. д. концентратора, поскольку он представляет собой отношение зеркально отраженного

сконцентрированного потока лучистой энергии к потоку энергии, падающему на концентратор.

Коэффициент отражения металлических поверхностей, вообще говоря, зависит от угла падения лучей. Однако эта зависимость проявляется ощутимо лишь при достаточно больших значениях угла падения (от  $40^\circ$  и выше). Поскольку угол раскрытия концентраторов СТЭУ обычно не превосходит  $50-70^\circ$ , то даже для периферийных областей отражателей влиянием угла падения на коэффициент зеркального отражения  $R_3$  допустимо пренебречь.

С учетом изложенного можно считать, что из каждой точки  $k$  отражающей поверхности (рис. 5.6) концентратора исходит пучок отраженных лучей, имеющих одинаковую яркость и заключенных в круговом коническом пучке, угол при вершине которого равен углу при вершине пучка солнечных лучей  $2\psi_c$ , падающих в эту точку. Если в окрестности точки  $k$  выделить элементарную площадку  $dS_k$ , то энергия лучей в отраженном пучке будет определяться лучистым потоком

$$dN_{\text{отр}} = E_c R_3 dS_{k\perp}, \quad (5.31)$$

где  $dS_{k\perp}$  — проекция площадки  $dS_k$  на плоскость, перпендикулярную направлению падающего солнечного излучения;  $E_c$  — солнечная постоянная, равная за пределами атмосферы  $\sim 1400 \text{ Вт/м}^2$ . Угол  $\psi_{\text{отр}}$  между осью отраженного пучка и нормалью  $n$  к площадке  $dS_k$  определяется законом зеркального отражения, т. е. равен углу  $\psi_{\text{пад}}$ , который составляет ось падающего пучка с этой нормалью. Следовательно, при заданном положении отражающей поверхности относительно направления солнечного излучения направление оси отраженного пучка будет зависеть от пространственной ориентации площадки  $dS_k$ .

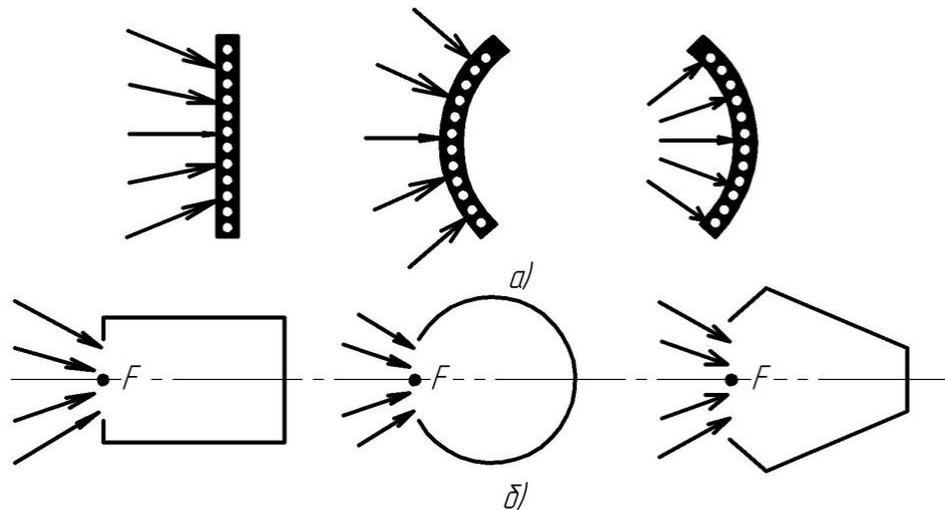
### 5.3 Геометрические и оптико-физические характеристики концентраторов, приемников излучения и радиаторов-излучателей

Основным назначением приемника является поглощение сконцентрированного лучистого потока с целью последующего его превращения в тепло, которое затем уже используется тем или иным способом на борту КА. Приемник, таким образом, выполняет роль преобразователя лучистой энергии в тепловую и образует вместе с концентратором систему, эквивалентную источникам тепла других видов (химических, ядерных).

Преобразование лучистой энергии в приемниках любых типов должно происходить с минимальными потерями, среди которых могут наблюдаться:

- отражение падающего излучения поверхностью приемника;
- собственное тепловое излучение нагретых стенок приемника и др.

Эффективность приемника зависит от его геометрических параметров, оптических свойств лучевоспринимающей поверхности, организации процесса теплоотвода и т. д. По геометрическим признакам все приемники можно разделить на приемники (рис. 5.8) открытого и закрытого типов. Приемники открытого типа (см. рис. 6, *a*) характеризуются тем, что взаимное облучение элементов поверхности у них почти полностью отсутствует. Основное достоинство таких приемников — возможность обеспечения равномерного подвода энергии по всей лучевоспринимающей поверхности. Однако потери за счет отражения и собственного излучения в данном случае слишком велики, что исключает их практическое использование в СТЭУ космического назначения. В разрабатываемых в настоящее время СТЭУ используются ; главным образом приемники закрытого типа (полостные), представляющие собой полость той или иной конфигурации с отверстием для входа сконцентрированного излучения. Плоскость входного отверстия приемника совмещается, как правило, с фокальной плоскостью концентратора. Потери энергии в таких приемниках оказываются существенно меньшими, чем в приемниках открытого типа за счет многократных отражений и переизлучений внутри полости.



а — открытого типа; б — закрытого типа

Рисунок 5.7 – Схемы приемников сконцентрированного излучения:

В большинстве случаев приемники СТЭУ имеют форму поверхностей вращения (цилиндр, сфера, полусфера, конус), изображенных на рис. 5.4. Однако в СТЭУ со статическими преобразователями, в частности, с многоэлементными ТЭМП, по ряду

причин энергетического и конструктивно-технологического характера используются также приемники в виде многогранников той или иной конфигурации (куб, призма).

Возможность регулирования оптических свойств внутренней поверхности полостных приемников весьма ограничена. Объясняется это довольно высоким уровнем рабочих температур этой поверхности, что накладывает существенные ограничения на выбор материалов стенок, их покрытий и т. д. С другой стороны, относительное влияние оптических свойств лучевоспринимающих стенок приемника на его эффективность и равномерность распределения энергии по внутренней поверхности непосредственно связано с геометрией и температурой стенок полости, что обуславливает необходимость рассмотрения всех перечисленных факторов в комплексе.

Передача тепла от приемника к преобразователю тепловой энергии может осуществляться различными способами, зависящими от схемы СТЭУ и типа применяемого преобразователя. Стенки приемника могут быть, например, образованы непосредственно элементами преобразователя (катоды ТЭМП, горячие поверхности термоэлементов ТЭЛП). Чаще отвод тепла от приемника осуществляется с помощью теплоносителя. В этом случае характер изменения температуры внутренней поверхности полости в значительной степени зависит от свойств и режима течения теплоносителя.

Перейдем к расчету приемников лучистой энергии полостного типа. В задачу этого расчета в общем случае входит определение поля температур на лучевоспринимающей поверхности, к. п. д. приемника и т. д. Детальный расчет температурного поля приемника представляет собой весьма сложную задачу, требующую применения машинных методов решения. Такой расчет является необходимым, в основном, для установления возможности возникновения критических тепловых режимов в отдельных местах приемника. Вместе с тем, для общих расчетов СТЭУ, в первую очередь, важно бывает знать к. п. д. лучевоспринимающей части приемника (т. е. собственно полости), под которым подразумевается отношение полезно используемого лучистого потока к потоку, вошедшему внутрь полости. Что же касается максимальной температуры рабочего процесса преобразователя тепла (температуры теплоносителя на выходе из приемника, катодов ТЭМП, горячих поверхностей ТЭЛП), то обеспечение заданного ее значения достигается применением соответствующей геометрии приемника, размерами и геометрическим совершенством концентратора, точностью его ориентации на Солнце и др.

Достаточно простой способ определения к. п. д. лучевоспринимающей части приемника, который нашел широкое применение в практике инженерных расчетов, базируется на следующих допущениях:

1. Температура внутренней поверхности полости приемника постоянна. Это допущение приемлемо при реализации специальных мероприятий по выравниванию температурных неравномерностей и при температурах до 1000—1200°K не вносит заметных погрешностей в расчет.

2. Отражение и излучение стенок полости имеет диффузный характер и подчиняется закону Ламберта.

3. Лучистые потоки распределяются по внутренней поверхности полости равномерно.

Для выполнения расчетов приемника необходимо знать среднее значение углового коэффициента внутренней поверхности полости по отношению к входному отверстию. Этот коэффициент, как известно, определяется выражением

$$\theta_{\Pi} = \frac{1}{S_{\Pi}} \int \int \frac{\cos \nu_1 \cdot \cos \nu_2}{\pi \cdot l_{\Pi}^2} dS_{\Pi} dS_{\text{вх}} \quad (5.32)$$

где  $S_{\Pi}$  — площадь внутренней поверхности полости (рис. 5.8);  $S_{\text{вх}}$  — площадь входного отверстия;  $\nu_1, \nu_2$  — углы, образуемые направлением линии, соединяющей элементарные площадки  $dS_{\Pi}$  и  $dS_{\text{вх}}$  с нормальми к ним;

$l_{\Pi}$  — расстояние между площадками  $dS_{\Pi}$  и  $dS_{\text{вх}}$ .

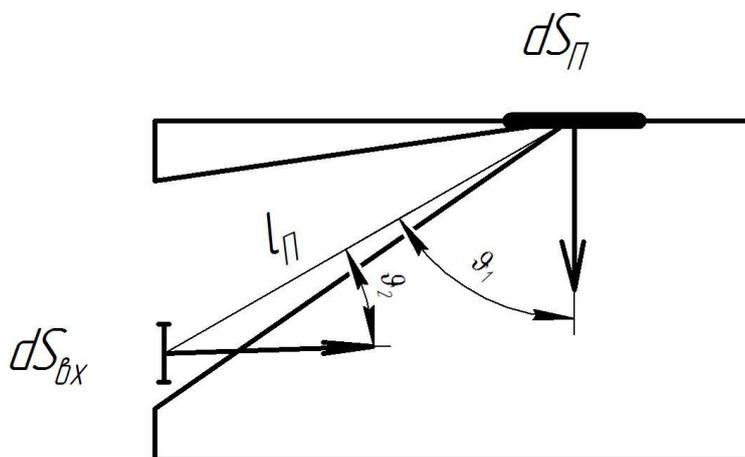


Рисунок 5.8 – Расчетная схема приемника закрытого типа

Величина  $\theta_{\Pi}$  зависит от формы и размеров приемника и в общем случае может быть определена на основании табличных данных или путем расчета.

Однако при принятых допущениях с достаточной степенью точности можно считать, что '

$$\theta_{\text{эфп}} = \frac{S_{\text{вх}}}{S_{\Pi}} \quad (5.33)$$

Уравнение теплового баланса лучевоспринимающей части приемника на основании очевидных физических соображений можно представить в виде

$$Q_{пол} = Q_{вх} - Q_{ном}^{omp} - Q_{ном}^{изл} \quad (5.34)$$

где  $Q_{пол}$  — лучистый поток, превращенный в теплоту и отведенный от стенок приемника;  $Q_{вх}$  — сконцентрированный лучистый поток, вошедший внутрь приемника;  $Q_{ном}^{omp}$  — лучистый поток, потерянный за счет отражения через входное отверстие;  $Q_{ном}^{изл}$  — лучистый поток, потерянный за счет собственного излучения стенок приемника через входное отверстие.

При условии совпадения плоскости входного отверстия с фокальной плоскостью концентратора лучистый поток, вошедший внутрь полости, определяется выражением

$$Q_{вх} = 2\pi \int_0^{r_{BX}} E_r r dr = \frac{\pi E_{max}}{c} (1 - e^{-cr^2}) \quad (5.35)$$

Полагая, что коэффициент поглощения лучистой энергии  $a_{п}$  внутренней поверхностью приемника известен, определим количество поглощенной полостью теплоты. С этой целью рассмотрим процесс поглощения и отражения лучистых потоков внутри полости. При попадании лучистого потока на стенки полости часть его  $Q_{вх} a_{п}$  поглощается, а часть  $Q_{вх}(1 - a_{п})\theta_{п}$  уходит через входное отверстие обратно. Оставшийся поток вновь отражается стенками. Вторичное отражение сопровождается новым поглощением уже переотраженного потока в количестве  $Q_{вх}(1 - a_{п})(1 - \theta_{п})a_{п}$  и соответственно новым отражением в количестве  $Q_{вх}(1 - a_{п})^2 (1 - \theta_{п})$ . При этом через входное отверстие вновь уходит часть потока  $Q_{вх} (1 - a_{п})^2 (1 - \theta_{п}) \theta_{п}$ , а оставшаяся часть  $Q_{вх} (1 - a_{п})^2 (1 - \theta_{п})^2$  подвергается новому переотражению и т. д. После  $n$ -го отражения поглощенный поток будет равен

$Q_{вх}(1 - a_{п})^n (1 - \theta_{п})^n a_{п}$ , а суммарный лучистый поток, поглощенный стенками приемника, выразится уравнением

$$Q_{пол} = Q_{вх} a_{п} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (1 - a_{п})^n (1 - \theta_{п})^n \right] \quad (5.36)$$

Используя формулу для суммы членов геометрической прогрессии, последнее уравнение можно представить в виде

$$Q_{\text{пол}} = Q_{\text{вх}} \frac{a_{\Pi}}{1 - (1 - a_{\Pi})(1 - \theta_{\Pi})} = Q_{\text{вх}} \bar{a}_{\Pi} \quad (5.37)$$

где  $\bar{a}_{\Pi} = 1 - \left( \frac{a_{\Pi}}{1 - (1 - a_{\Pi})(1 - \theta_{\Pi})} \right)$  — эффективная поглощательная способность полости.

Соответственно этому лучистый поток, потерянный за счет отражения через входное отверстие, может быть выражен как

$$Q_{\text{пот}}^{\text{отр}} = Q \quad (5.38)$$

Лучистый поток, обусловленный тепловым излучением внутренних стенок полости, можно определить, приняв обычно встречающееся в подобного рода расчетах условие равенства излучающей способности поверхности ее поглощательной способности:  $\varepsilon_{\Pi} = a_{\Pi}$ .

Полный поток лучистой энергии в фокальной плоскости можно определить, полагая  $r_{\text{вх}} \rightarrow \infty$ , т. е.  $Q_{\text{max}} = \frac{\pi E_{\text{max}}}{c}$ . Подставляя  $E_{\text{max}}$  и  $c$ , получим  $Q_{\text{max}} = E_c \pi R_k^2 R_3$ , т. е. результат, совпадающий с энергетическим балансом в системе «Солнце — концентратор — фокальная плоскость».

Тогда, согласно закону Стефана—Больцмана

$$Q_{\text{пол}}^{\text{изл}} = a_{\Pi} \sigma T_{\Pi}^4 S_{\Pi} \quad (5.39)$$

где  $T_{\Pi}$ —среднее значение температуры стенок полости.

Часть этого потока, а именно  $Q_{\text{пот}}^{\text{изл}} \theta_{\Pi}$ , теряется через входное отверстие приемника, а другая часть  $Q_{\text{пол}}^{\text{изл}} (1 - \theta_{\Pi})$  попадает на внутреннюю поверхность полости, причем частично, ею поглощается —  $Q_{\text{пол}}^{\text{изл}} (1 - \theta_{\Pi}) a_{\Pi}$ , а частично - отражается и т. д. По аналогии с предыдущим, можно получить следующее выражение для определения лучистого потока, потерянного через входное отверстие за счет собственного излучения стенок полости:

$$Q_{\text{пот}}^{\text{изл}} = \sigma T_{\Pi}^4 S_{\Pi} \frac{a_{\Pi} \theta_{\Pi}}{1 - (1 - a_{\Pi})(1 - \theta_{\Pi})} = \bar{a}_{\Pi} \theta_{\Pi} \sigma T_{\Pi}^4 S_{\Pi} \quad (5.40)$$

Подставляя выражения (5.35), (5.38) и (5.40) в уравнение (5.34), получим

$$Q_{\text{пол}} = \bar{a}_{\Pi} \left[ \frac{\pi E_{\text{max}}}{c} (1 - e^{-\varepsilon r_{\text{вх}}^2}) - \theta_{\Pi} \sigma T_{\Pi}^4 S_{\Pi} \right] \quad (5.41)$$

К. п. д. лучевоспринимающей части приемника, согласно данному ранее определению, выразится отношением

$$\eta_{\text{приемника}} = \frac{Q_{\text{пол}}}{Q_{\text{вх}}} = \bar{a}_{\Pi} \left[ 1 - \frac{\theta_{\Pi} \sigma T_{\Pi}^4 S_{\Pi} c}{\pi E_{\text{max}} (1 - e^{-\varepsilon r_{\text{вх}}^2})} \right] \quad (5.42)$$

Из этой формулы видно, что данный к. п. д. зависит от параметров не только приемника, но и концентратора, Однако и совокупные параметры этих устройств нельзя выбирать только из условия максимума рассматриваемого к. п. д., поскольку он представляет собой не к. п. д. приемника в целом, а лишь наиболее значительной его части. Общий к. п. д. приемника, позволяющий перейти к оценке эффективности системы «концентратор — приемник», как первичного источника тепла, должен учитывать некоторые дополнительные потери. Последние зависят от особенностей потребителей теплоты. Например, при одних и тех же значениях параметров потребителя тепла — тепловой мощности и температуры — площадь внутренней поверхности полости  $S_{II}$  может быть различной в зависимости от условий теплосъема. Следовательно, различными будут и утечки тепла и потери температурного напора. Таким образом, оптимизация системы «концентратор — приемник» должна проводиться применительно к конкретной схеме потребителя теплоты.

#### 5.4. Оптимизация параметров системы «концентратор-приемник»

Тепловая энергия солнечного излучения, выделяемая в приемнике, в большинстве случаев используется для преобразования в электрическую с помощью различных типов-преобразователей — ТЭМП, ТЭЛП, МГДП, ПТУ и т. д. Могут быть и другие пути использования тепла, например, в системах жизнеобеспечения, для нагрева рабочего тела (водорода, лития) в камерах тепловых реактивных двигателей и т. д. Но вне зависимости от типа все подобные устройства как потребители теплоты характеризуются двумя параметрами — тепловой мощностью и температурой.

Рассмотрим одну из наиболее распространенных схем, в которой теплота от приемника отводится с помощью теплоносителя. Тогда; при известных значениях массового расхода теплоносителя и температуры на входе в приемник  $T_{т.вх}$  и выходе  $T_{т.вых}$  (эти параметры однозначно определяют потребную тепловую мощность) можно найти площадь теплопередающей поверхности приемника, входящую в уравнение (5.42):

$$S_{II} = \frac{M_{сек} (T_{т.вх} - T_{т.вых})}{k \theta_{cp}} \quad (5.43)$$

где  $\theta_{cp}$  — средний температурный напор;  $k$  — коэффициент теплопередачи.

Полученные в предыдущих параграфах соотношения позволяют перейти к рассмотрению основного показателя системы «концентратор — приемник» — общего к. п. д. процесса преобразования падающего на отражатель солнечного излучения в тепло

$$\eta_{к-п} = \frac{Q_{пол}}{Q_0} \quad (5.44)$$

где  $Q_0 = E_c \Pi R_K^2$

Подставляя в это уравнение значение  $Q_{пол}$  из (5.41), после преобразований можно прийти к следующему выражению:

$$\eta_{к-п} = \bar{a}_\Pi \left[ R_3 \left( 1 - e^{-C' r_{BX}^2} \right) - \frac{\theta_\Pi \sigma T_\Pi^4}{E_c} r_{BX}^{-2} \right] \quad (5.45)$$

где  $C' = (h_{дин})^2 \sin^2 U_K$  — геометрический параметр;

$\bar{r}_{BX} = \frac{r_{BX}}{R_K}$  — относительный радиус входного отверстия приёмника

Как следует из уравнения (5.45), при заданных параметрах концентратора ( $U_K, R_3, h_{дин}$ ), оптических свойствах ( $a_\Pi$ ) и температуре стенок приемника ( $T_\Pi$ ), основной величиной, определяющей баланс энергии в системе является относительный радиус входного отверстия  $\bar{r}_{BX}$ , который должен быть выбран таким, чтобы к. п. д. системы был максимальным. Оптимальное значение  $(\bar{r}_{BX})_{opt}$  можно найти, определив производную  $\partial \eta_{к-п} / \partial \bar{r}_{BX}$  и приравняв ее нулю. В результате получим

$$(\bar{r}_{BX})_{opt} = \left( \frac{1}{C'} \ln \frac{R_3 C' E_c}{\theta_\Pi \sigma T_\Pi^4} \right)^{0,5} \quad (5.46)$$

Подстановка значения  $(\bar{r}_{BX})_{opt}$  в уравнение (5.45) дает следующее выражение для максимального к. п. д.

$$\eta_{к-п(max)} = \bar{a}_\Pi \left[ R_3 - \frac{\theta_\Pi \sigma T_\Pi^4}{C' E_c} \left( 1 + \ln \frac{R_3 E_c}{\theta_\Pi \sigma T_\Pi^4} \right) \right] \quad (5.47)$$

Полученные зависимости позволяют определять параметры системы «концентратор— приемник», соответствующие оптимальному варианту по балансу лучистой энергии, т. е. обеспечивающие минимум лучистых потерь. Однако поскольку в уравнение (5.47) входят величины  $a_\Pi$  и  $\theta_\Pi$ , зависящие от площади входного отверстия приемника  $S_{BX}$ , расчет относительных параметров системы должен проводиться методом последовательных приближений. В качестве первого приближения принимается  $a_\Pi = \theta_\Pi = 1$ . Это дает возможность определить из уравнения (5.47) величину

$\eta_{к-п max}$  получить соответствующие ей значения  $R_K$  и  $r_{BX}$ . Второе приближение состоит в

определении  $\eta_{\kappa-n \max}$  уже по уточненным значениям  $\theta_{\Pi}$  и  $a_{\Pi}$ , найденным с помощью полученного  $\Gamma_{\text{вх}}$  по уравнениям (5.33) и (5.37). При этом используется площадь поверхности приемника  $S_{\Pi}$ . Для приемлемой точности расчетов достаточно 2—3 приближений.

Задавшись фиксированными значениями  $U_{\kappa}$ ,  $R_3$ ,  $a_{\Pi}$  и  $T_{\Pi}$ , можно рассчитать зависимость  $\eta_{\kappa-n \max}$  и  $R_{\kappa}$  от  $h_{\text{дин}}$  и определить, как изменяются  $\eta_{\kappa-n \max}$  и  $R_{\kappa}$  в зависимости от точности ориентации  $\beta_m$  при различных точностях отражающей поверхности, характеризуемыми  $\sigma_{\kappa}$  (рис. 5.9). Аналогичным образом можно исследовать и влияние других параметров на  $(\eta_{\kappa-n})$  и  $R_{\kappa}$ .

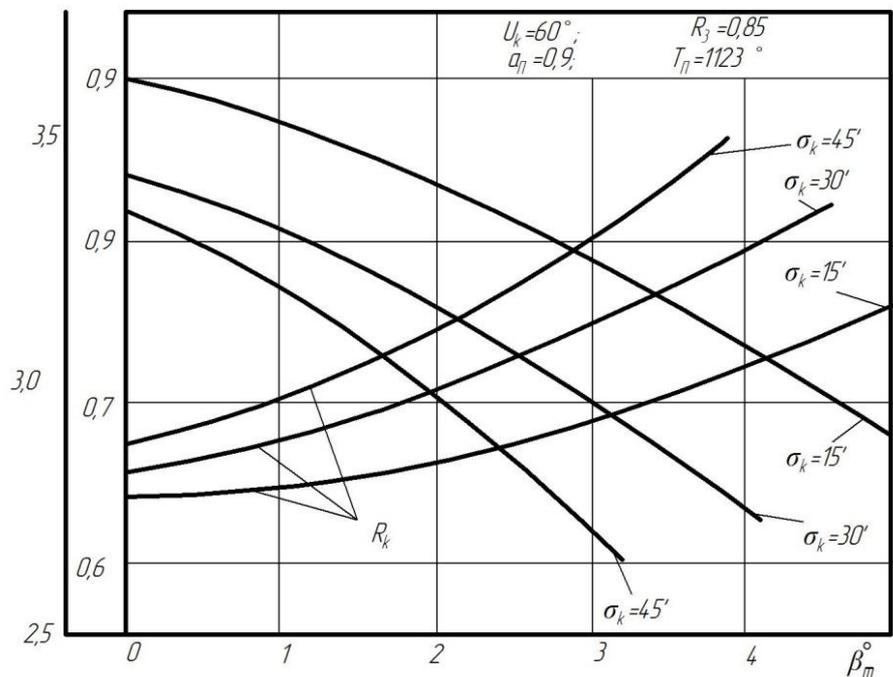


Рисунок 5.9 – Зависимости максимального к.п.д. системы «концентратор-приемник» и оптимального радиуса концентратора от  $\beta_m$  и  $\sigma_{\kappa}$

Остановимся в заключение на важной особенности солнечного источника тепла — вопросе аккумулирования тепловой энергии. Последнее в значительной мере может повысить эффективность системы «концентратор — приемник» в целом. Использование теплового аккумулятора позволяет отказаться вспомогательных источников электроэнергии и избежать многократных отключений преобразователей тепла при попадании КА в тень Земли или других планет. Существенно также и то, что оказывается возможным сохранение постоянного теплового режима работы преобразователей различных типов вне зависимости от освещенности КА.

Аккумуляция теплоты может осуществляться за счет теплоемкости веществ, теплоты плавления или испарения, термо-, химических реакций, теплоты растворения, адсорбции, сублимации и т. п. По ряду, соображений, наиболее подходящим для использования в тепловых аккумуляторах СТЭУ следует считать, процесс плавления. Принцип работы теплового аккумулятора с использованием скрытой теплоты фазового перехода (плавления и затвердевания) заключается в следующем: В освещаемый период обращения КА теплота от приемника лучистой энергии теплопроводностью или с помощью теплоносителя подводится к аккумулялирующему теплоту веществу, которое при этом постепенно расплавляется. В период отсутствия освещенности преобразователю передается теплота, запасенная в расплавленном веществе и выделяющаяся в процессе его затвердевания. Основные требования к аккумулялирующему теплоту веществу заключаются в следующем:

1) обеспечение максимальной температуры цикла рабочего процесса преобразователя теплоты, для чего необходимо иметь соответствующую температуру фазового перехода;

2) высокая теплота плавления;

3) возможность длительного использования (термическая стабильность и т. д.).

Для максимальных температур рабочего процесса преобразователей теплоты порядка  $600\div 700^{\circ}\text{C}$  в наибольшей степени перечисленным требованием удовлетворяет гидрид лития. При температурах  $850\div 900^{\circ}\text{C}$  — фторид лития или фторид натрия. При еще более высоких температурах могут применяться окислы некоторых металлов ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) или их смеси ( $\text{MgO} + \text{BeO}$ ).

## 6. Интенсификация теплообмена в теплообменных аппаратах

### 6.1 Типы и схемы теплообменных аппаратов, классификация

Теплообменными аппаратами (теплообменниками) называются устройства, предназначенные для передачи тепла от одного теплоносителя к другому с целью осуществления различных тепловых процессов (нагрева, охлаждения, кипения, конденсации или более сложных физико-химических процессов).

Теплоноситель, имеющий более высокую температуру, называется первичным (горячим), а обладающий более низкой температурой и воспринимающий тепло — вторичным (холодным).

Все теплообменные аппараты по способу передачи тепла могут быть разделены на две большие группы: поверхностные и контактные (рис. 6.1).

В поверхностных теплообменниках оба теплоносителя отделены один от другого твердой стенкой или поочередно контактируют с одной и той же стенкой, которая участвует в процессе теплообмена и образует так называемую поверхность теплообмена. В зависимости от назначения теплообменного аппарата эту поверхность также часто называют поверхностью нагрева или охлаждения.

Поверхностные теплообменники разделяются на рекуперативные и регенеративные.

В рекуперативных аппаратах одна сторона поверхности теплообмена все время омывается горячим теплоносителем, а другая сторона — холодным. Тепло от одного теплоносителя к другому передается через разделяющую их стенку из теплопроводного материала. Направление теплового потока  $Q$  в стенке остается неизменным.

В регенеративных аппаратах одна и та же поверхность теплообмена попеременно омывается то одним, то другим теплоносителем. В период нагрева, т. е. при контакте с первичным теплоносителем, в стенках аккумулируется тепло, которое в период охлаждения отдается протекающему вторичному теплоносителю.

Направление потока тепла в стенках периодически меняется. Примером таких установок являются воздухоподогреватели газотурбинных установок, воздухоподогреватели типа Юнгстрем.

Термин «регенеративный теплообменный аппарат» нельзя путать с термином «регенератор», употребляемым в газотурбинных установках. Регенератором называется теплообменный аппарат, в котором воздух после компрессора предварительно подогревается отходящими газами из турбины. Регенератор. ГТУ может быть рекуперативным или регенеративным.

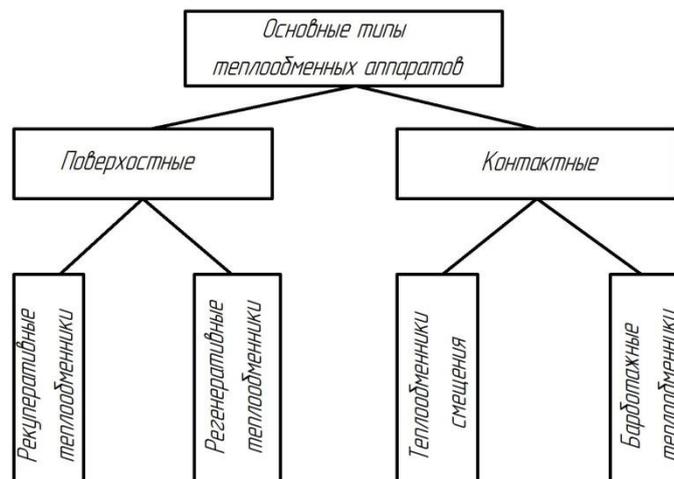


Рисунок 6.1 – Классификация теплообменных аппаратов по способу передачи тепла

В контактных теплообменных аппаратах передача тепла происходит при непосредственном контакте двух теплоносителей: горячего и холодного. При этом теплообмен сопровождается и массообменом.

Контактные теплообменные аппараты в свою очередь подразделяются на смешительные и барботажные.

В аппаратах смешительного типа нагретые и менее нагретые теплоносители перемешиваются и образуют растворы или смеси. Примером таких смешительных теплообменников могут явиться различного типа скрубберы.

В аппаратах барботажного типа более нагретый теплоноситель прокачивается через массу менее нагретого или наоборот, не смешиваясь с ним, как это имеет место в различного рода воздушных градирнях, при охлаждении смазочного масла в картере поршневого двигателя и в некоторых других случаях.

Рекуперативные теплообменные аппараты в свою очередь могут быть классифицированы по следующим признакам:

1) по роду теплоносителей в зависимости от их агрегатного состояния (рис.6.2);

2) по конфигурации поверхности теплообмена: трубчатые аппараты с прямыми трубками; трубчатые аппараты с U-образным трубным пучком; спиральные; пластинчатые; змеевиковые; ребристые;

3) по компоновке поверхности нагрева: тип «труба в трубе»; кожухотрубчатые аппараты; оросительные аппараты (не имеющие ограничивающего корпуса).

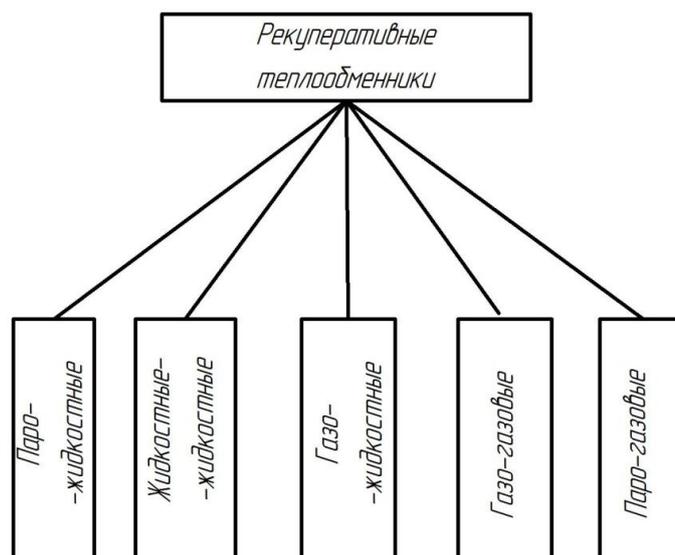


Рисунок 6.2 – Классификация рекуперативных теплообменников по виду агрегатного состояния теплоносителей

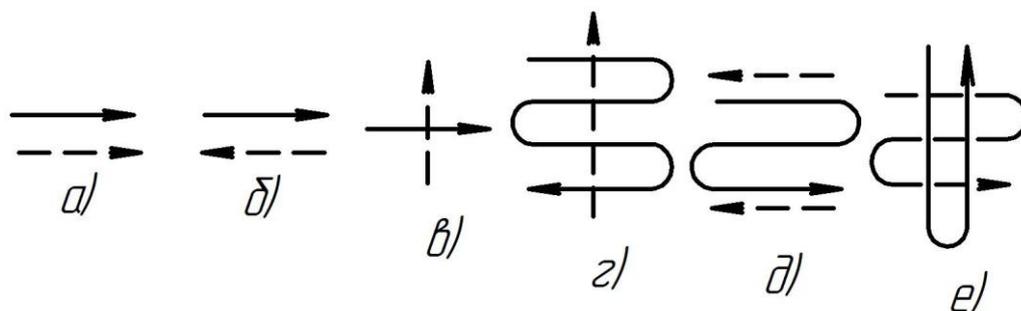
В соответствии с наличием или отсутствием изменения агрегатного состояния теплоносителей при прохождении их в тепло-обменном аппарате теплообменные аппараты классифицируются на:

- 1) без изменения агрегатного состояния, теплоносителей;
- 2) с изменением агрегатного состояния одного теплоносителя— конденсация пара (первичного теплоносителя) или кипение жидкости (вторичного теплоносителя);
- 3) с изменением агрегатного состояния обоих теплоносителей.

Кроме приведенных основных классификационных признаков теплообменных аппаратов, последние можно также классифицировать по целому ряду дополнительных признаков.

Все теплообменные аппараты поверхностного типа можно классифицировать по виду взаимного направления потоков теплоносителей:

- 1) прямоточные (прямоток), когда оба теплоносителя движутся параллельно в одном направлении (рис. 6.3, а);
- 2) противоточные (противоток), когда оба теплоносителя движутся в противоположных направлениях (рис. 6.3, б);
- 3) с перекрестным током — теплоносители движутся во взаимно-перпендикулярных направлениях. Перекрестный ток может быть однократным и многократным (рис.6.3, в, г);
- 4) с более сложными схемами различного сочетания прямотока, противотока и перекрестного тока (рис. 3, д, е).



а—прямоток; б—противоток; в—однократный перекрестный ток; г — многократный (четырёхкратный) перекрестный ток; д, е — сложные схемы

Рис. 3. Классификация поверхностных теплообменных аппаратов по виду взаимного направления потоков теплоносителей

Теплообменные аппараты можно также классифицировать по назначению (подогреватели, охладители и т. д.), материалу поверхности теплообмена, числу ходов теплоносителя и т. п.

При дальнейшем конкретном (разборе отдельных схем тепло-обменных аппаратов будут рассмотрены некоторые частные классификационные признаки теплообменников.

В зависимости от назначения, области применения и типа установки, в которой используются теплообменные аппараты, последние могут иметь самые различные формы и конструктивные схемы.

Теплопередающие поверхности также могут быть различных видов:

- 1) пучки труб как круглых, так и более сложных профилей;
- 2) поверхности, состоящие из пластин с различными типами ребер;
- 3) поверхности, состоящие из оребренных труб (круглых и более сложного профиля);
- 4) поверхности в виде сетчатых и сферических матриц.

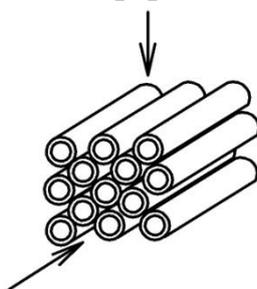


Рисунок 6.4 – Трубчатые поверхности

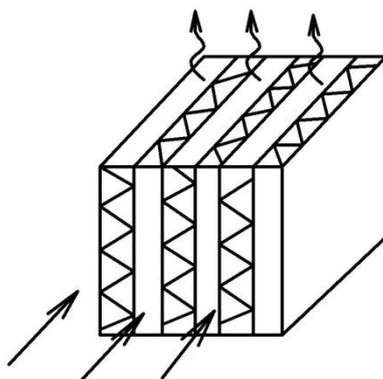


Рисунок 6.5 – Пластинчато-ребристые поверхности

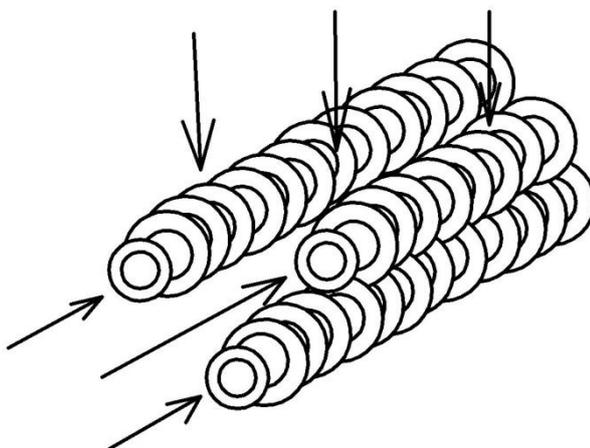


Рисунок 6.6 – Поверхности из оребренных труб

Различные виды конфигураций теплообменной поверхности изображены на рис. 6.4, 6.5, 6.6, 6.7. Подавляющее большинство теплообменных аппаратов паро- и газотурбинных установок представляет собой теплообменники, которые состоят из пучка труб, закрепленных в трубных досках камер распределения теплоносителей, и корпуса аппарата. Распространенность трубчатых теплообменников объясняется их сравнительной простотой, компактностью, удобством изготовления, эксплуатации и ремонта. Несмотря на конструктивное разнообразие теплообменной аппаратуры, можно отметить некоторые общие принципы ее рационального проектирования.

К основным задачам конструирования относятся: выбор направления движения теплоносителей, распределение теплоносителей по трубкам и в межтрубном пространстве, выбор скорости движения теплоносителей по системе теплообменного аппарата, сопряжение трубок с трубными досками и др.

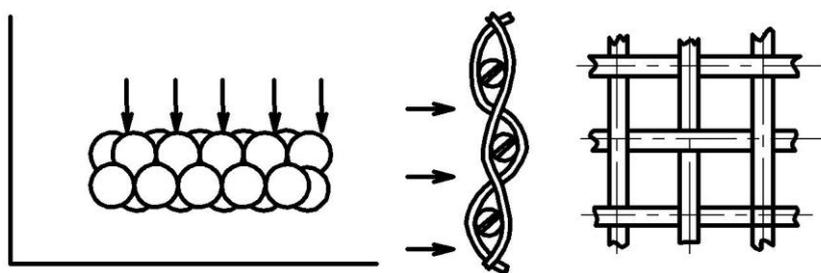
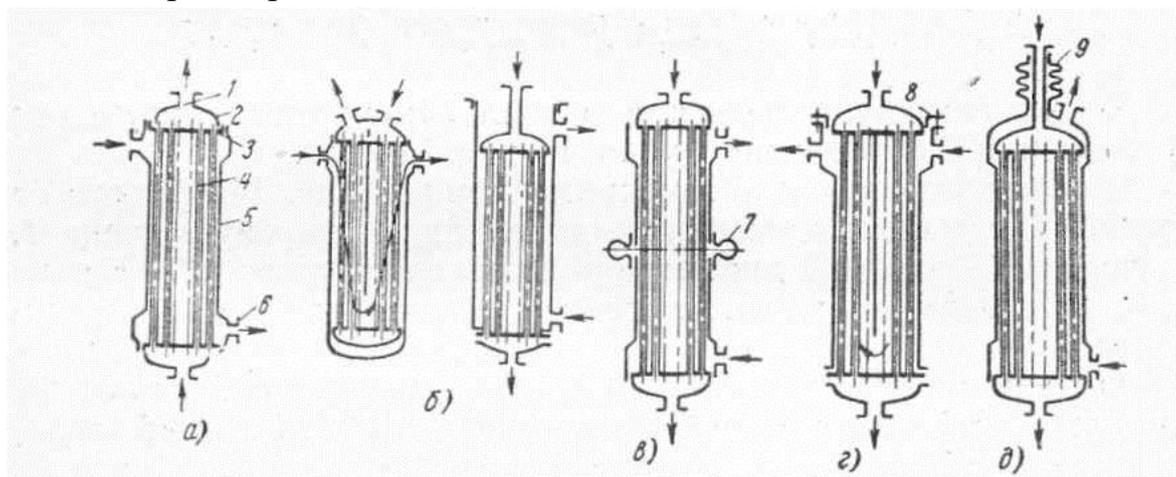


Рисунок 6.7 – Матричные поверхности

Таким образом, создаются две полости, разделенные стенками труб, — трубное и межтрубное пространства, через которые проходят обменивающиеся теплом теплоносители. Отвод и подвод теплоносителей производится через патрубки 1 и 6. Для уменьшения гидравлических сопротивлений в местах подвода теплоносителя в межтрубное пространство кожух обычно расширяется.



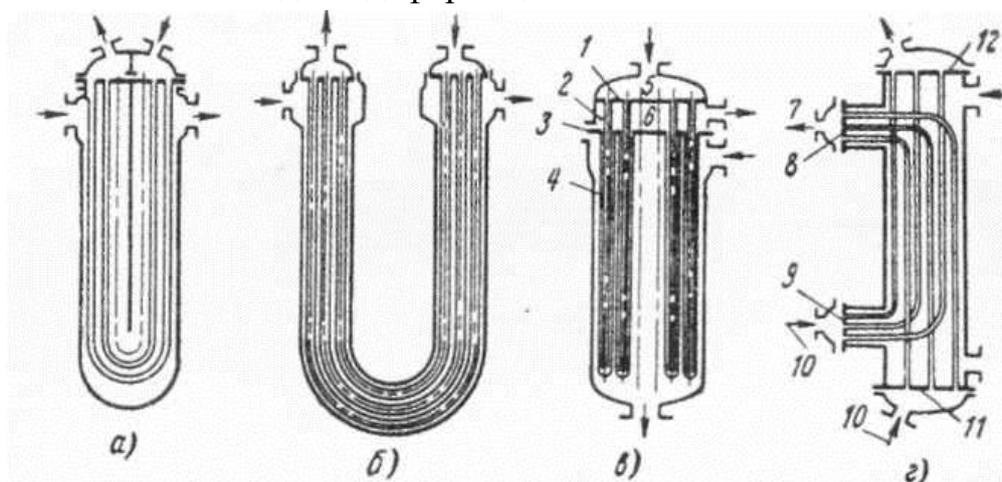
а—теплообменник с жестким закреплением трубок; б—теплообменники с плавающими головками; в—теплообменник с компенсатором на кожухе; г—теплообменник с сальником; д—теплообменник с компенсатором на патрубке; 1 и 6—патрубки; 2—днища; 3—трубная доска; 4—трубы; 5—кожух; 7—компенсатор; 8—сальник; 9—компенсатор (сильфон)

Рисунок 6.8 – Способы компенсации температурных удлинений в кожухо-трубчатых теплообменниках с прямыми трубками

В рабочем состоянии теплообменника трубы и кожух имеют различные температуры, что приводит к их неодинаковому удлинению. При наличии жесткой связи между трубами и кожухом в конструкции могут возникнуть опасные напряжения.

На рис. 6.8 показаны различные способы компенсации температурных удлинений в кожухо-трубчатых теплообменниках с прямыми трубками при помощи плавающих головок, наличии компенсатора на кожухе, применении теплообменников с сальником или компенсатором на патрубке. Иногда

трубкам и кожуху теплообменника придается U-образная форма (рис. 6.9). Такая форма трубок позволяет избежать их жесткой связи с кожухом и создает возможность свободной деформации.



а—теплообменник с U-образными трубками; б—теплообменник с U-образными трубками и кожухом; в—теплообменник с трубками Фильда; г—теплообменник с Г-образными трубами; 1, 3, 8, 9, 11 и 12—трубные доски; 2—трубки малого диаметра; 4— трубки большого диаметра; 5 и б—камеры; 7 и 10— патрубки

Рисунок 6.9 – Способы компенсации температурных удлинений в кожухо-трубчатых теплообменниках с изогнутыми трубками и трубками Фильда

То же самое получается и в теплообменниках с трубками Фильда или Г-образными трубками (рис. 6.9, в, з).

В теплообменниках с трубками Фильда (рис. 6.9, в) система трубок 2 с малым диаметром заделана в трубную доску 1, а трубки 4 большого диаметра — в трубную доску 3. Концы труб большого диаметра, удаленного от трубной доски, заглушены.

Трубки малого диаметра находятся внутри труб большого диаметра. Вся система труб заключена в кожух. Один из теплоносителей подводится в камеру 5, откуда он распределяется по трубкам малого диаметра, а оттуда к заглушённым концам труб большого диаметра. Далее теплоноситель проходит по кольцевому зазору, образованному трубками, и попадает в камеру 6, соединенную с отводным патрубком. Другой теплоноситель проходит по межтрубному пространству и омывает трубы большого диаметра с наружной стороны. Трубки могут свободно удлиняться при нагревании, и температурных напряжений в них не возникает.

В теплообменниках с Г-образными трубками последние изогнуты, что и позволяет им при нагреве свободно деформироваться независимо друг от друга и кожуха (рис.6.9, з)

Весьма важным вопросом конструирования теплообменников является вопрос о выборе направления движения теплоносителей.

В теплообменных аппаратах, работающих без изменения агрегатного состояния теплоносителей (и если продольное обтекание выгодней поперечного), для обеспечения наименьшей поверхности теплообмена следует применять принцип противоточного движения теплоносителей (противоток). Если же коэффициент теплопередачи выше для перекрестного тока, то для увеличения эффективности теплообменника следует обеспечивать многоперекрестный ток.

Коэффициент теплоотдачи растет при увеличении скорости движения теплоносителя, что в свою очередь повышает гидродинамическое сопротивление.

При продольном и поперечном обтекании поверхности теплообмена коэффициент теплоотдачи изменяется со скоростью потока в различной степени, а гидродинамическое сопротивление в обоих случаях практически одинаково меняется с изменением скорости потока. Поэтому в общем случае из сравнения изменения коэффициента теплоотдачи и гидродинамического сопротивления можно сделать вывод об условиях, при которых рациональнее применять продольное или поперечное омывание трубного пучка.

Весьма важным является обеспечение равномерного распределения теплоносителя по каналам теплообменника. При движении теплоносителя в трубах это достигается, например, подбором соответствующего режима течения в распределительном патрубке. В межтрубном пространстве выравнивание расхода теплоносителя по сечению теплообменного аппарата достигается соответствующим подбором зазоров между пучком и стенками корпуса; при поперечном обтекании пучка — устройством щитков для устранения протечек теплоносителя помимо пучка труб (рис. 6.10). Трубки размещаются обычно по сторонам правильных шестиугольников (рис. 6.11). На рис. 6.12 показан способ подвода теплоносителя в межтрубное пространство.

Вопрос о том, какой из теплоносителей направлять по трубкам, а какой в межтрубное пространство, решается в зависимости от ряда факторов эксплуатационного, конструктивного, теплового и гидродинамического характера. Из эксплуатационных требований основным является легкость очистки поверхности теплообмена и аппарата в целом. Из других факторов,

сильно влияющих на конструкцию теплообменника, большое значение имеют давление и температура теплоносителей. Теплоноситель с большим давлением и температурой целесообразно направлять по трубкам, чтобы не утяжелять корпус аппарата из-за необходимости соблюдения условий прочности.

На рис. 6.13 показана схема теплообменника типа труба в трубе. Такой теплообменник может состоять из нескольких параллельно собранных секций, каждая из которых набирается из нескольких U-образных элементов. Обычно он применяется из соображений прочности для теплоносителей, находящихся под высоким давлением и при высокой, температуре. Теплообменники винтового типа представляют собой многослойную систему труб, навитых на барабан (рис. 6.14).

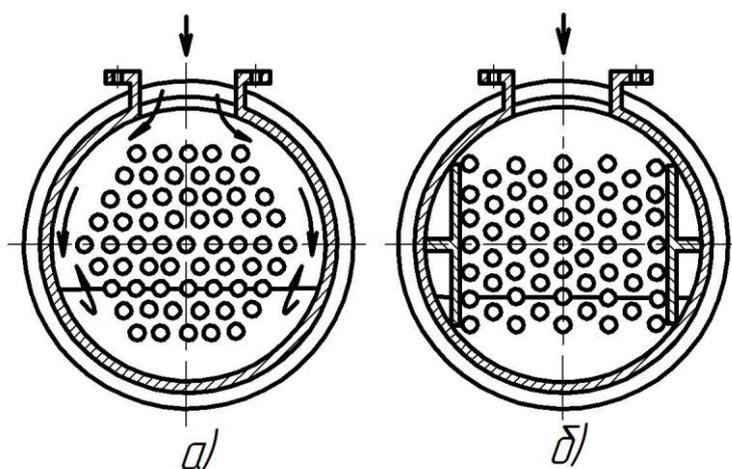


Рисунок 6.10 – Теплообменный аппарат без щиткового устройства (а), со щитковым устройством для устранения протечек теплоносителя (б)

В некоторых случаях оказываются полезными так называемые спиральные теплообменники, у которых теплопередающая поверхность образуется двумя приложенными друг к другу с зазором металлическими листами, свернутыми в виде архимедовой спирали (рис. 6.15). Торцы теплообменника герметизированы. Подобные теплообменники характеризуются большими поверхностями теплообмена в единице объема.

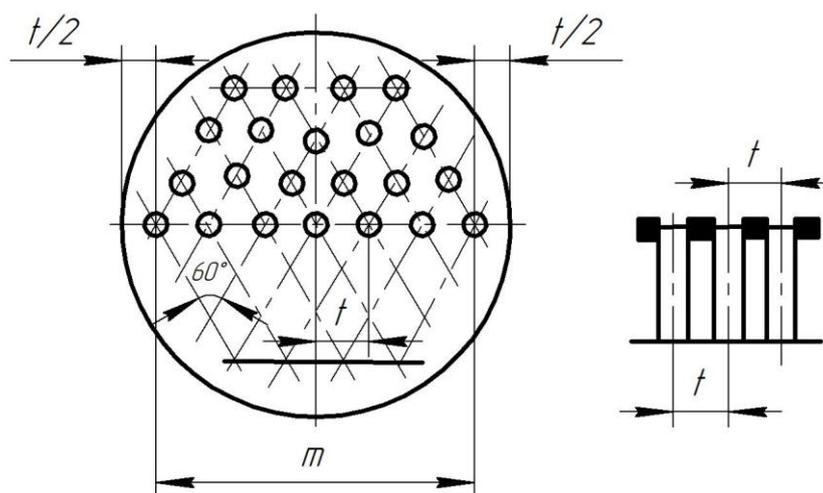


Рисунок 6.11 – Схема размещения труб в трубной решетке по сторонам правильных шестиугольников

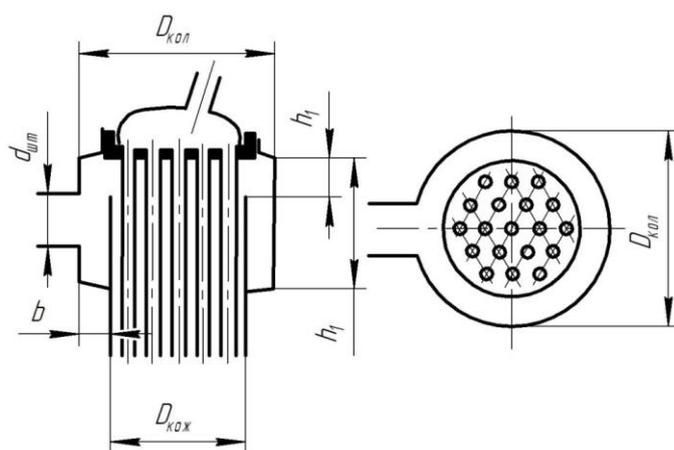
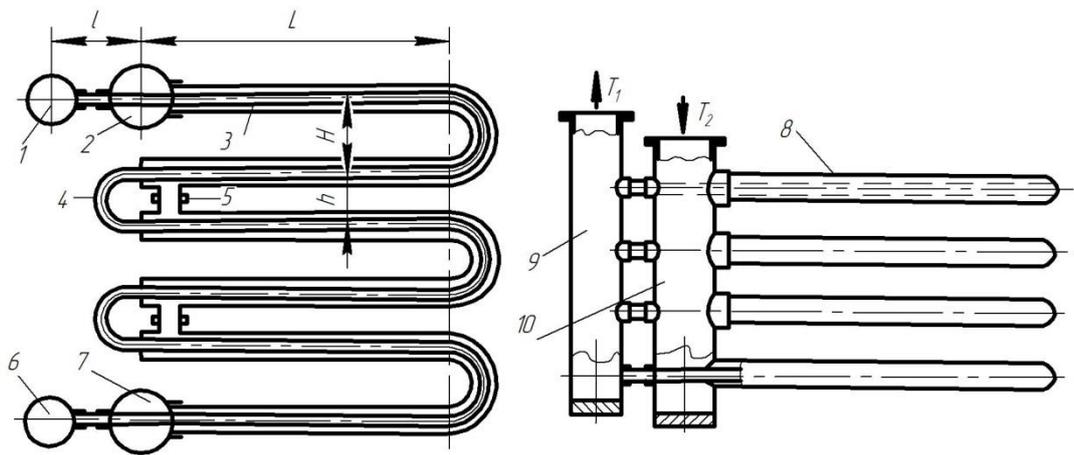


Рисунок 6.12 – Устройство подводов теплоносителя к межтрубному пространству кожухо-трубчатого теплообменника

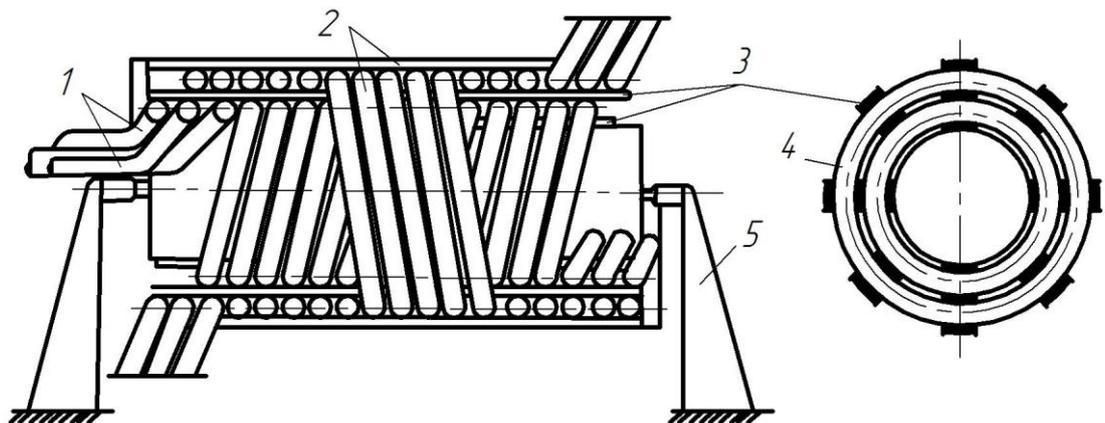
Когда по условиям теплопередачи необходимо иметь теплообменник с малыми проходными сечениями, но большой длины, применяют теплообменный аппарат винтового типа (рис. 6.16). Его теплопередающая поверхность образуется одной или несколькими трубами, идущими по винтовой линии в кольцевом пространстве между внутренним барабаном 2 и кожухом 1. Один из теплоносителей проходит внутри этих труб, второй — по винтовому каналу вдоль них. Направленное течение теплоносителя по межтрубному пространству достигается размещением в кольцевом зазоре перегородок 3, расположенных также по винтовой линии между барабаном и кожухом.



1—выход  $T_1$ ; 2—вход  $T_2$ ; 3, 4—внутренняя труба; 5—соединение межтрубного пространства; 6—вход в трубное пространство; 7—выход из межтрубного пространства; в—наружная труба; 9—коллектор трубного пространства; 10—коллектор межтрубного пространства

Рисунок 6.13 – Схема теплообменника типа труба в трубе

Теплообменники с ребристыми поверхностями применяются в том случае, когда коэффициент теплоотдачи одного из теплоносителей намного меньше коэффициента теплоотдачи другого. При этом теплоноситель с малым коэффициентом теплоотдачи должен омывать ребренную сторону поверхности, так как увеличение поверхности теплообмена при этом компенсирует малое значение коэффициента теплоотдачи.



1—первый ряд трубок (навивка левая); 2—второй ряд трубок (навивка правая); 3—долевые прокладки; 4—барабан; 5—опоры

Рисунок 6.14 – Схема изготовления витого теплообменника

Пластинчатые теплообменники представляют собой набор плоских металлических листов пластин, собранных с зазорами между ними (рис. 6.17). Зазоры образуются либо с помощью специальных простенок, либо с помощью выступов, выдавленных на пластинах. Боковые стенки таких

теплообменников герметизируются. Пластинчатые теплообменники обладают большой поверхностью теплообмена в единице объема. Однако их применение ограничено давлением теплоносителя.

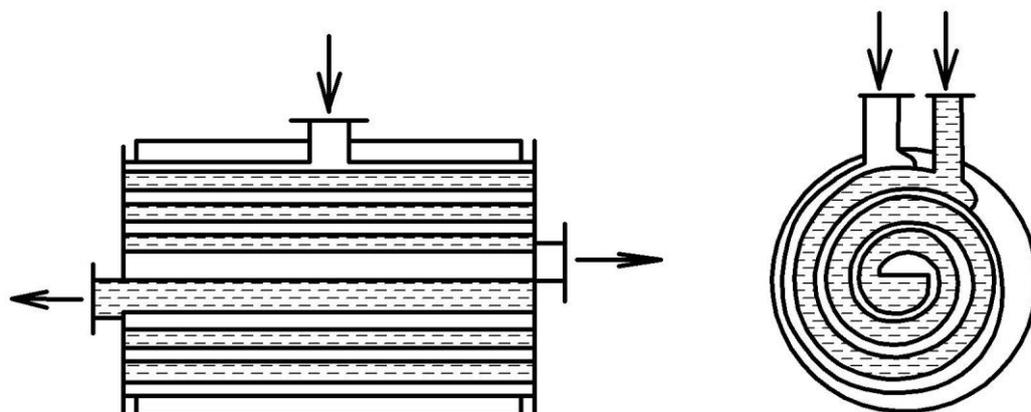
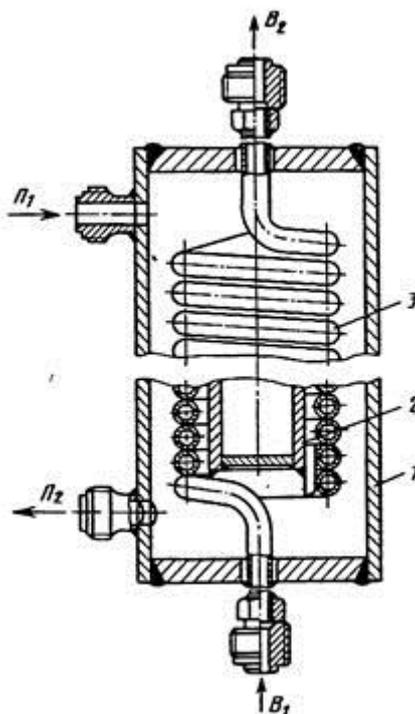


Рисунок 6.15 – Конструктивная схема спирального теплообменника

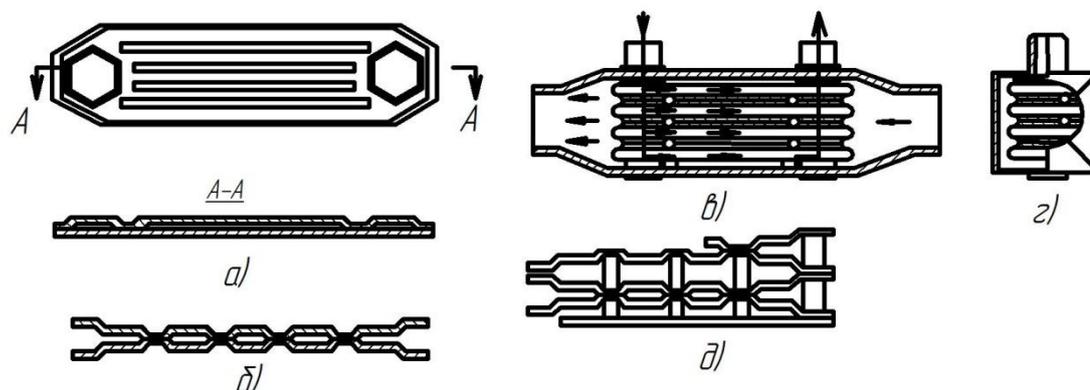
В современных летательных аппаратах для терморегулирования широко применяются холодильные установки замкнутого цикла с теплообменниками-конденсаторами и системы с расходом теплоносителя. В летательных аппаратах, предназначенных для полетов в безвоздушном пространстве, используются теплообменники-излучатели и конденсаторы-излучатели. В них тепло от теплоносителя отдается стенке, а от нее тепловым излучением в космическое пространство.



1—кожух; 2 — внутренний барабан; 3 — перегородки

Рисунок 6.16 – Конструктивная схема винтового теплообменника

Поскольку коэффициент теплоотдачи излучением обычно ниже коэффициента теплоотдачи от теплоносителя к стенке канала, то излучатели имеют оребрение. Оребрение увеличивает излучающую поверхность.



а—штампованная пластина; б—поперечный разрез элемента из 2 сваренных пластин; в—продольный разрез теплообменника (передняя стенка корпуса снята); г—поперечный разрез; д—поперечный разрез по поверхности теплообмена

Рисунок 6.17 – Пластинчатый теплообменник:

Системы охлаждения с расходуемым теплоносителем применяются на сверхзвуковых самолетах для терморегулирования в кабине экипажа и пассажирском салоне, в отсеках для шасси, приборов и т. д., а также для кондиционирования воздуха. Подобные системы применяются и на космических летательных аппаратах для охлаждения кабины или приборных отсеков на участках взлета, входа в атмосферу, аварийного спасения и т. д.

Учебное издание

*Угланов Дмитрий Александрович*

**ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ТЕПЛОМАССОБМЕНА**

*Учебное пособие*

*В авторской редакции*

Подписано в печать 15.12.2015 .Формат 60x84/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 9,0.

Тираж 25 экз. Заказ .

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)» (СГАУ)  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во СГАУ. 443086 Самара, Московское шоссе, 34.





