

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени академика С.П.КОРОЛЕВА»

# ИЗГИБ. УСТОЙЧИВОСТЬ

Лабораторные работы по сопротивлению материалов

*Методические указания*

Самара, 2007

Составители: В.С. Вакулюк, О.В. Каранаева, С.М. Лежин,  
В.Ф. Павлов, В.К. Шадрин

УДК 539.3/8 (076.5)

**Изгиб. Устойчивость:** Лабораторные работы по сопротивлению материалов /Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Сост. В.С. Вакулюк, О.В. Каранаева, С.М. Лежин, В.Ф. Павлов, В.К. Шадрин – Самара, 2007. – 32 с.

Приведены лабораторные работы по сопротивлению материалов, относящиеся к темам «Изгиб и устойчивость». Изложена методика проведения работ, даны схемы испытательных установок, протоколы испытаний, контрольные вопросы.

Лабораторные работы предназначены для студентов всех специальностей очной, очно-заочной и заочной форм обучения, изучающих курсы «Сопротивление материалов», «Прикладная механика», «Механика материалов», «Механика материалов и конструкций» и «Общая теория механики материалов и конструкций».

Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королева

Рецензент: канд. техн. наук, доц. В.А. Мехеда

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ

Цель работы - опытное определение деформаций и напряжений балки при плоском изгибе и сопоставление опытных данных с расчетными значениями, найденными по формулам сопротивления материалов.

### ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Испытуемая балка представляет собой часть лонжерона хвостового оперения самолета Ту-154, поперечное сечение которого показано на рис. 6.1. Балка установлена на двух опорах и нагружена сосредоточенной силой в середине пролета (рис.6.2). Сечение, в котором измеряются деформации, отстоит от правой опоры на расстоянии  $c$ .

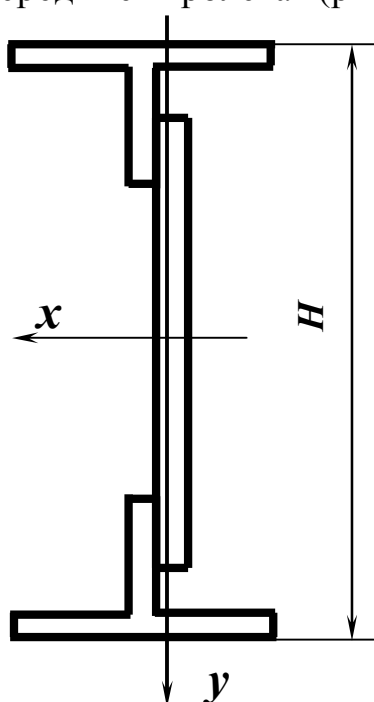


Рис. 6.1. Поперечное сечение балки

Нормальные напряжения определяются в крайних волокнах  $y = \pm \frac{H}{2}$  и на нейтральной оси  $y = 0$ , касательные напряжения - на нейтральной оси.

Нагружение балки осуществляется на универсальной испытательной машине. Опоры балки находятся на подвижной траверсе, силу на балку передает нож, закрепленный в неподвижной траверсе.

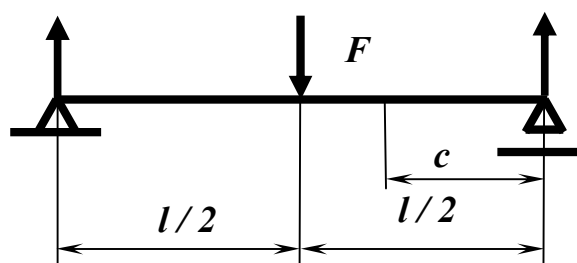


Рис. 6.2. Расчетная схема балки

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

Нормальные напряжения балки при прямом изгибе определяют по формуле

$$\sigma = \frac{M}{J_x} y, \quad (6.1)$$

где  $M$  — изгибающий момент в данном сечении балки;  
 $J_x$  — момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси;  
 $y$  — ордината точки, в которой определяют напряжение.

Касательные напряжения вычисляют по формуле Журавского

$$\tau = \frac{Q \cdot S_x^{omc}}{J_x \cdot b(y)}, \quad (6.2)$$

где  $Q$  — поперечная сила в данном сечении балки;  
 $S_x^{omc}$  — статический момент отсеченной части поперечного сечения балки относительно нейтральной оси;  
 $J_x$  — момент инерции всего поперечного сечения относительно нейтральной оси;  
 $b(y)$  — ширина сечения на уровне точки, в которой вычисляют напряжение.

Значения поперечной силы и статического момента, взятые по абсолютной величине, подставляют в формулу (6.2). Направление (знак) касательного напряжения совпадает с направлением поперечной силы.

Например, для балки двутаврового поперечного сечения эпюры напряжений  $\sigma$  и  $\tau$ , построенные по формулам (6.1) и (6.2), имеют следующий вид (рис. 6.3).

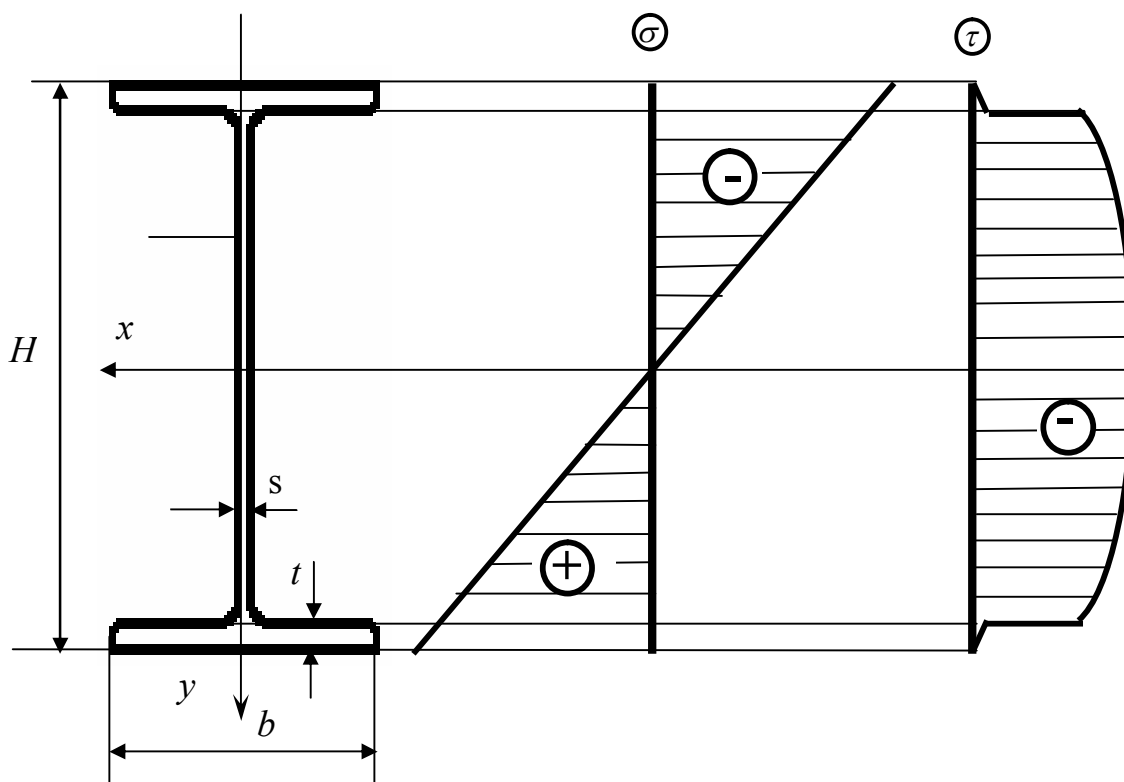


Рис. 6.3. Эпюры напряжений в балке двутаврового сечения

### ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ

Деформации измеряют проволочными или фольговыми тензорезисторами. Схема установки тензорезисторов в исследуемом сечении приведена на рис. 6.4. Для перевода показаний прибора, подключенного к тензорезисторам, в величины относительных линейных деформаций, используют либо тарировочный график, либо цену деления прибора, полученную при проведении лабораторной работы № 2.

Опытное определение нормальных напряжений при изгибе проводят на основании закона Гука, в котором используют измеренные величины относительных продольных деформаций. В данной работе напряжения находят в наиболее удаленных от нейтральной оси точках сечения I и II, испытывающих линейное напряженное состояние, и в точке III на нейтральной оси, испытывающей чистый сдвиг.

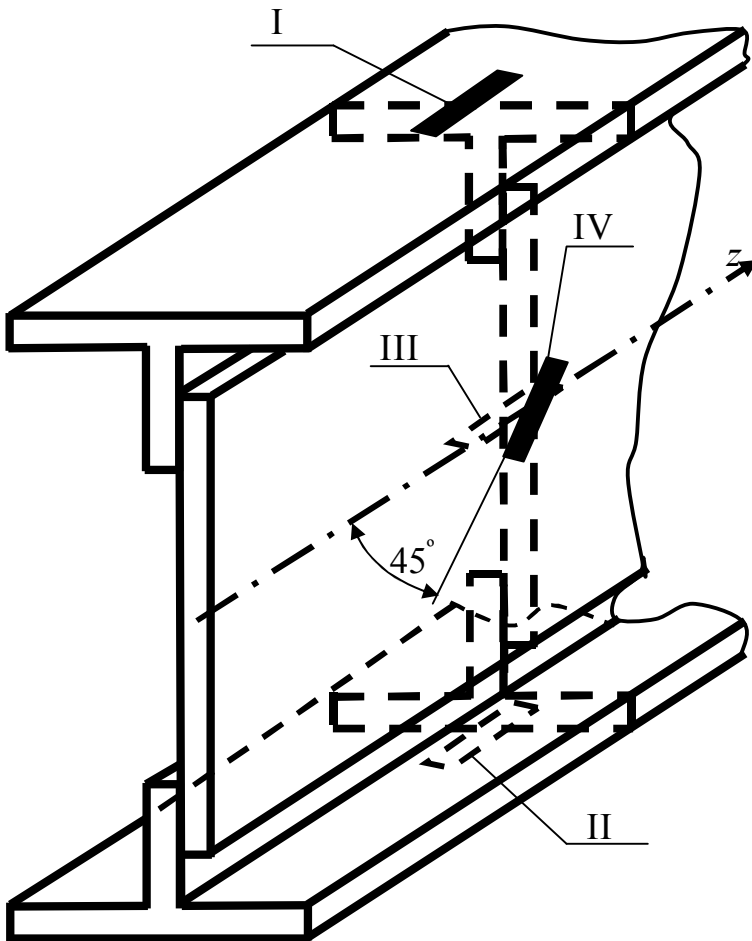


Рис.6.4. Схема установки тензорезисторов  $\sigma_2 = 0$  (рис. 6.5).

Тогда из обобщенного закона Гука следует

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1 + \mu}{E} \tau_{\text{наиб}}, \quad (6.4)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E} = -\frac{1 + \mu}{E} \tau_{\text{наиб}}.$$

Из этих выражений получается формула для вычисления опытного значения касательного напряжения

$$\tau_{\text{наиб}} = \frac{E}{1 + \mu} \varepsilon_1 = -\frac{E}{1 + \mu} \varepsilon_3 \quad (6.5)$$

Следовательно, опытное значение касательного напряжения  $\tau_{\text{наиб}}$  в точках на нейтральной оси можно найти, ограничившись измерением линейной деформации по направлению одного из главных напряжений под углом  $45^\circ$  к оси балки.

### ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Для заданной нагрузки  $F$  по формулам (6.1) и (6.2) определить

В случае линейного напряженного состояния закон Гука выражается зависимостью

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (6.3)$$

где  $E$  — модуль продольной упругости материала балки;  $\varepsilon$  — относительная линейная деформация в направлении напряжения  $\sigma$ .

Следовательно, для точек сечения I, II нормальные напряжения можно определить, измерив линейную деформацию  $\varepsilon$  вдоль оси балки и применив формулу (6.3).

В точках на нейтральной оси материал балки испытывает деформацию чистого сдвига. При этом главные напряжения

$$\sigma_1 = \tau_{\text{наиб}}; \quad \sigma_3 = -\tau_{\text{наиб}}$$

действуют на площадках под углом  $45^\circ$  к оси балки, а

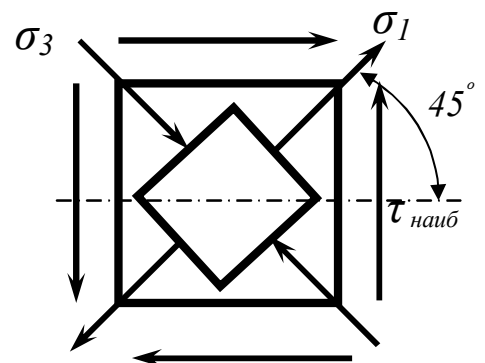


Рис. 6.5. Напряженное состояние в точках нейтральной оси

теоретические значения нормальных  $\sigma_T$  и касательных  $\tau_T$  напряжений в исследуемых точках, вычислив предварительно  $S_x^{omc}$  и  $J_x$  сложного поперечного сечения лонжерона.

2. Нагрузить балку небольшой предварительной силой и записать начальные показания прибора, подключенного к тензорезисторам, в протокол испытаний (табл. 6.1); догрузить балку заданной силой  $F$  и записать конечные показания.

3. По средним из 3-х опытов приращением показаний прибора, переведенных в величины деформаций, с помощью формул (6.3) и (6.5) вычислить опытные значения напряжений  $\sigma_{on}, \tau_{on}$ .

4. Провести сопоставление опытных и теоретических значений напряжений путем вычисления расхождений по формулам

$$\frac{|\sigma_T - \sigma_{on}|}{|\sigma_T|} 100\%; \quad \frac{|\tau_T - \tau_{on}|}{|\tau_T|} 100\%.$$

5. Опытные и теоретические значения напряжений занести в протокол результатов исследований (табл. 6.2).

### *СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА*

1. Расчетная схема балки с эпюрами  $Q$  и  $M$ .
2. Схема расположения тензорезисторов.
3. Поперечное сечение лонжерона с вычислением необходимых геометрических характеристик.
4. Расчет теоретических и опытных значений напряжений.
5. Протокол испытаний и таблица результатов исследований.

### *КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ*

1. В каком случае брус испытывает плоский (прямой) изгиб?
2. По каким формулам вычисляются напряжения в балке?
3. Как определить напряжения в балке опытным путем?
4. Как распределены нормальные и касательные напряжения в поперечном сечении лонжерона (построить эпюры)?
5. Как доказать, что в точках нейтральной оси балки главные напряжения имеют значения  $\sigma_1 = \tau_{наиб}$ ;  $\sigma_3 = -\tau_{наиб}$ ?
6. Как расположены главные площадки на уровне нейтральной оси двутавровой балки и в точках, наиболее удаленных от этой оси?

Таблица 6.1. Протокол испытаний

№ опыта	Нагрузка $F$ , кН	Верхние волокна			Нижние волокна			Средние волокна					
		$A_{I}$ , дел	$\Delta A_{I}$ , дел	$\Delta A_{I \text{ ср}}$ , дел	$A_{II}$ , дел	$\Delta A_{II}$ , дел	$\Delta A_{II \text{ ср}}$ , дел	$A_{III}$ , дел	$\Delta A_{III}$ , дел	$\Delta A_{III \text{ ср}}$ , дел	$A_{IV}$ , дел	$\Delta A_{IV}$ , дел	$\Delta A_{IV \text{ ср}}$ , дел
1													
2													
3													

Таблица 6.2. Результаты исследований

Верхние волокна			Нижние волокна			Средние волокна		
$\sigma_T$ , МПа	$\sigma_{on}$ , МПа	Расхождение, %	$\sigma_T$ , МПа	$\sigma_{on}$ , МПа	Расхождение, %	$\tau_T$ , МПа	$\tau_{on}$ , МПа	Расхождение, %

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОГИБА БАЛКИ С ПОДАТЛИВЫМ ЗАКРЕПЛЕНИЕМ

Цель работы - опытное определение прогиба балки с податливым закреплением и сопоставление полученной величины с теоретическим значением, найденным по формулам сопротивления материалов.

### ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

В работе рассматривается прогиб конца трубки обратного клапана гидросистемы самолета МИГ, вызванный силой  $F$  (рис. 7.1).

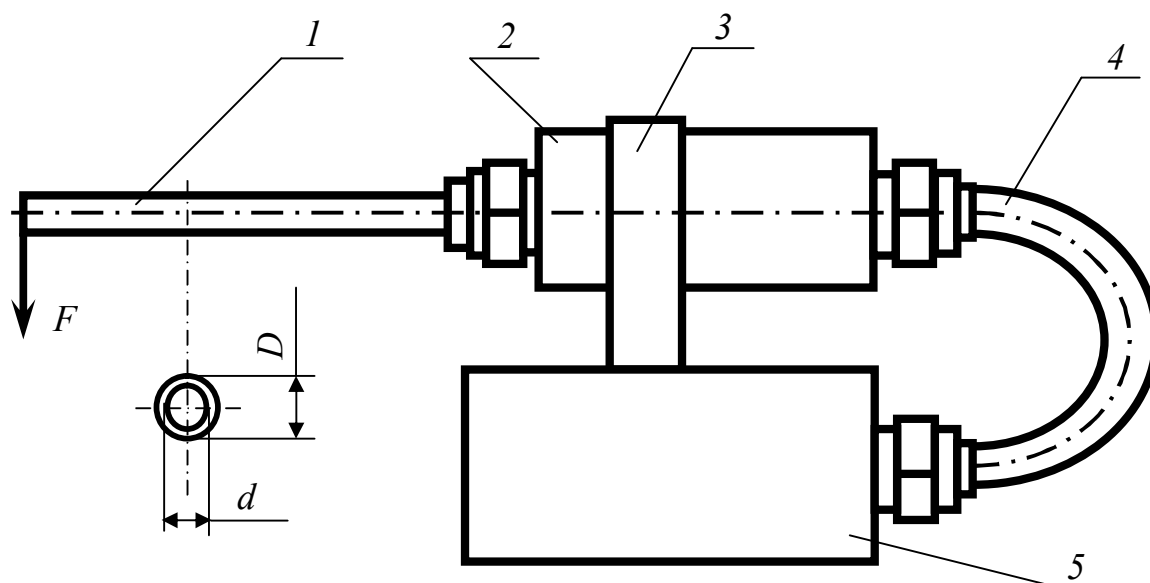


Рис.7.1. Трубка обратного клапана гидросистемы самолета МИГ

Трубка 1 присоединена к обратному клапану 2, который с помощью хомутка 3 и трубки подвода гидросмеси 4 крепится к основанию 5, заменяющему лонжерон крыла самолета. Расчетной схемой трубки 1 является консольная балка с податливо закрепленным правым концом (рис. 7.2).

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

Для определения линейных и угловых перемещений балок при изгибе используют дифференциальное уравнение изогнутой оси балки

$$E \cdot J_x \cdot y'' = M(z) \quad (7.1)$$

В случае консольной балки, нагруженной на свободном конце силой  $F$  (рис. 7.2), уравнение (7.1) запишется как

$$E \cdot J_x \cdot y'' = -F \cdot (l - z) \quad (7.2)$$

После интегрирования этого уравнения получим следующие выражения для углов поворота поперечных сечений и прогибов:



$$E \cdot J_x \cdot y' = -F \cdot \left( l \cdot z - \frac{z^2}{2} \right) + C, \quad (7.3)$$

$$E \cdot J_x \cdot y = -F \cdot \left( \frac{l \cdot z^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) + C \cdot z + D \quad (7.4)$$

Постоянные интегрирования  $C$  и  $D$  находим из граничных условий, которые для рассматриваемой балки состоят в том, что при  $z = 0$   $y' = y'_0$ ,  $y = y_0$ , где  $y'_0$  и  $y_0$  - соответственно угол поворота и прогиб в месте податливого закрепления трубки. Используя эти условия, найдем

$$C = EJ_x y'_0, \quad D = EJ_x y_0 \quad (7.5)$$

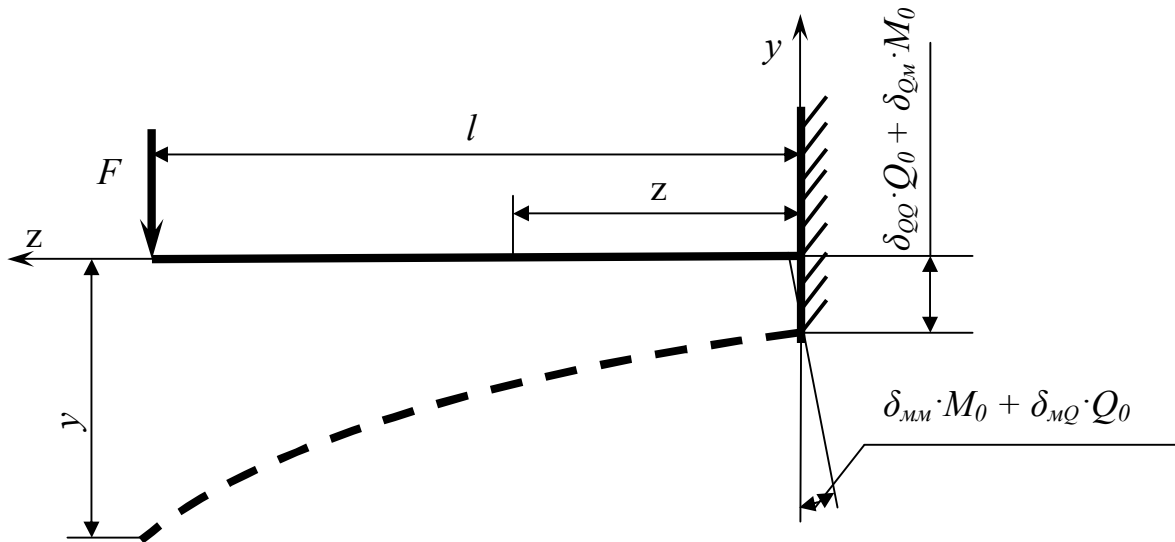


Рис. 7.2. Расчетная схема трубки

Для балок с неподатливым закреплением  $y'_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ , в связи с чем равны нулю и постоянные интегрирования  $C$  и  $D$ . Когда закрепление податливо, эти величины отличны от нуля, значения  $y'_0$ ,  $y_0$  приходится определять через найденные опытным путем податливости закрепления.

Податливость  $\delta$  представляет величину перемещения, вызванного действием единичной нагрузки. При обозначении податливости используют два индекса, например  $\delta_{QQ}$  или  $\delta_{QM}$ . Первый индекс обозначает направление перемещения, второй - единичную нагрузку, вызывающую это перемещение. Так,  $\delta_{QM}$  обозначает перемещение (прогиб) по направлению поперечной силы, вызванное действием единичной пары сил.

Закрепление (опора) характеризуется главными и побочными податливостями. Для рассматриваемой опоры типа защемления главными будут податливости  $\delta_{QQ}$  и  $\delta_{MM}$ , побочными -  $\delta_{QM}$  и  $\delta_{MQ}$  (рис. 7.3), причем на основании теоремы о взаимности перемещений  $\delta_{QM} = \delta_{MQ}$ .

Если учесть, что в опорном сечении рассматриваемой балки действуют поперечная сила  $Q_0$  и изгибающий момент  $M_0$ , то угол поворота и прогиб на опоре можно определить по следующим формулам:

$$y'_0 = \delta_{MM} \cdot M_0 + \delta_{MQ} \cdot Q_0, \quad (7.6)$$

$$y_0 = \delta_{QQ} \cdot Q_0 + \delta_{QM} \cdot M_0. \quad (7.7)$$

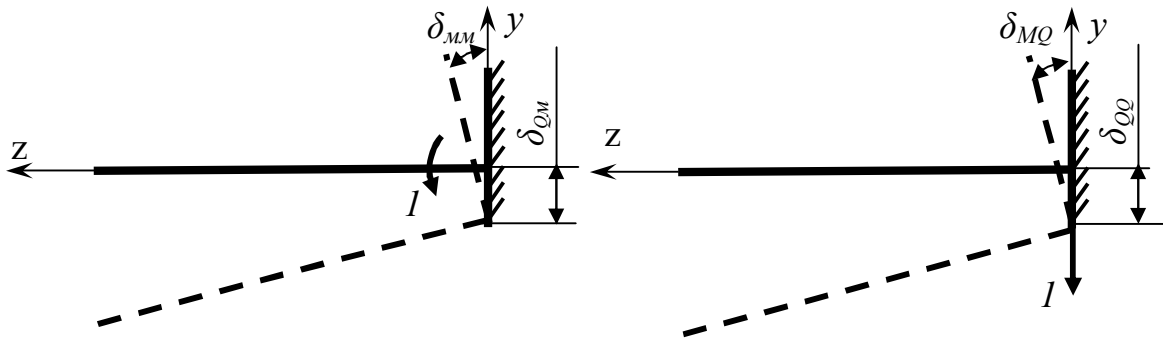


Рис. 7.3. Схема податливостей места закрепления трубки

После подстановки этих выражений в зависимости (7.5), а затем в (7.3) и (7.4), получим формулы для определения перемещений трубки в любом сечении

$$EJ_x y' = -F \cdot \left( l \cdot z - \frac{z^2}{2} \right) + EJ_x (\delta_{MM} \cdot M_0 + \delta_{MQ} \cdot Q_0), \quad (7.8)$$

$$EJ_x y = -F \cdot \left( \frac{l \cdot z^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) + EJ_x (\delta_{MM} \cdot M_0 + \delta_{MQ} \cdot Q_0) z + EJ_x (\delta_{QQ} \cdot Q_0 + \delta_{QM} \cdot M_0). \quad (7.9)$$

#### ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДАТЛИВОСТЕЙ И ПРОГИБА

Податливости опор, как правило, определяют опытным путем. В нашем

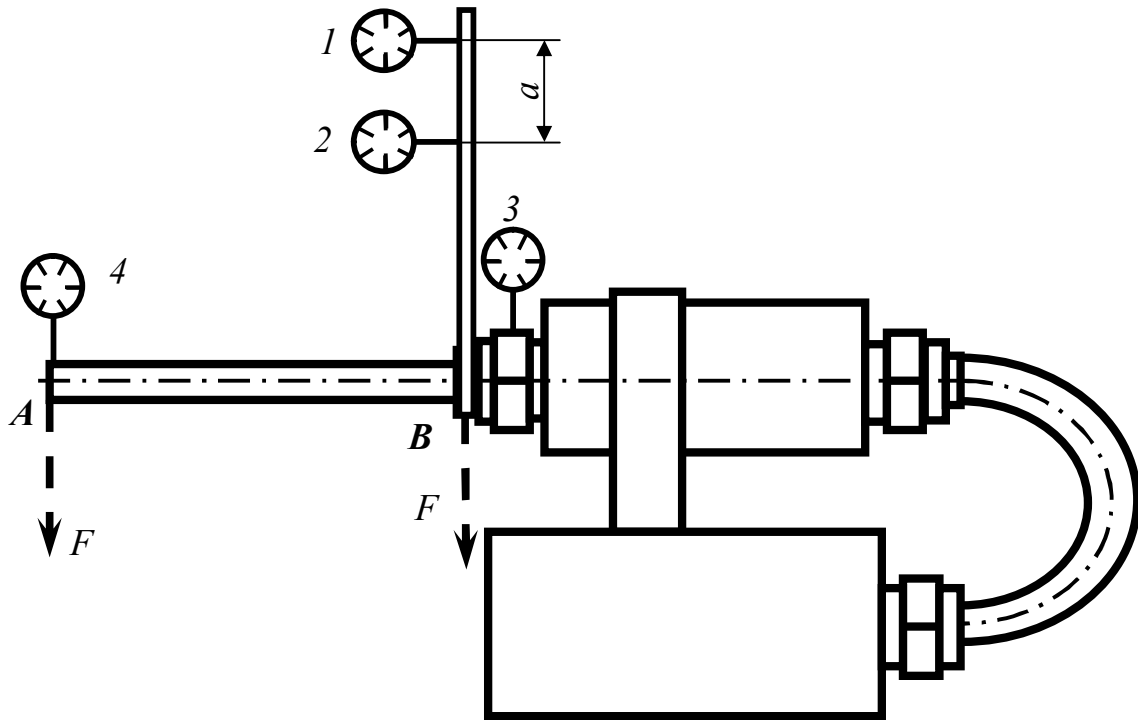


Рис. 7.4. Схема расположения индикаторов для определения прогиба и податливостей закрепления трубки

случае для этого следует использовать нагружение силой  $F$  в сечениях  $A$  и  $B$  (рис. 7.4). Индикаторы служат для определения: 1 и 2 -- угла поворота опорного сечения, 3 - вертикального перемещения опоры, 4 - измерения прогиба конца трубки.

Если приращения показаний индикаторов при нагружениях силой  $F$  в сечениях  $A$  и  $B$  обозначить через  $\Delta A_i$  и  $\Delta B_i$  соответственно, то главная линейная податливость будет

$$\delta_{QQ} = \frac{\Delta B_3}{F}. \quad (7.10)$$

При определении главной угловой податливости  $\delta_{MM}$  нужно учесть, что поворот опоры  $\frac{\Delta A_1 - \Delta A_2}{a}$  вызван не только изгибающим моментом  $M_0$ , но и поперечной силой  $Q_0$ . Вычитая из указанного выражения поворот от действия поперечной силы  $\frac{\Delta B_1 - \Delta B_2}{a}$ , получим

$$\delta_{MM} = \frac{(\Delta A_1 - \Delta A_2) - (\Delta B_1 - \Delta B_2)}{F \cdot l \cdot a} \quad (7.11)$$

На основании аналогичных соображений можно получить формулу для побочной податливости

$$\delta_{MQ} = \delta_{QM} = \frac{\Delta A_3 - \Delta B_3}{F \cdot l}. \quad (7.12)$$

Исследуемый прогиб в конце трубки определяем как

$$y_{on} = \Delta A_4. \quad (7.13)$$

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Нагрузить трубку заданной силой  $F$  в сечении  $A$ , а затем в сечении  $B$  и определить при этом перемещения  $\Delta A_i$  и  $\Delta B_i$ . Нагружение и считывание показаний с приборов осуществлять в два этапа: сначала дать небольшую предварительную нагрузку, а затем догрузить конструкцию заданной силой  $F$ .

2. Вычислить главные и побочную податливости по формулам (7.10) - (7.12) и опытный прогиб по формуле (7.13).

3. Вычислить прогиб конца трубки  $y_T$  по формуле (7.9), подставив в нее  $z = l$ .

4. Сравнить теоретическое и опытные значения прогибов путем вычисления расхождения по формуле

$$\frac{|y_T - y_{on}|}{|y_T|} \cdot 100\%.$$

5. Расчетные и опытные данные занести в протоколы (табл. 7.1, 7.2, 7.3).

Таблица 7.1. Протокол испытаний. Нагружение в сечении А

№ опыта	Нагрузка $F, Н$	Показания индикаторов, мм				Приращения показаний, мм				Средние значения, мм			
		$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$\Delta A_1$	$\Delta A_2$	$\Delta A_3$	$\Delta A_4$	$\Delta A_1$	$\Delta A_2$	$\Delta A_3$	$\Delta A_4$

Таблица 7.2. Протокол испытаний. Нагружение в сечении В

№ опыта	Нагрузка $F, Н$	Показания индикаторов, мм			Приращения показаний, мм			Средние значения, мм		
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$\Delta B_1$	$\Delta B_2$	$\Delta B_3$	$\Delta B_1$	$\Delta B_2$	$\Delta B_3$

Таблица 7.3. Податливости закрепления

$\delta_{OO}, \frac{мм}{Н}$	$\delta_{OM}, \frac{1}{Н}$	$\delta_{MM}, \frac{1}{Н \cdot мм}$

### СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схема установки и расположения индикаторов.
2. Схема перемещений трубки и места ее закрепления.

3. Протоколы испытаний.
4. Расчеты, относящиеся к определению податливостей и прогиба трубки.
5. Общий вывод.

### *КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ*

1. Что понимают под податливостью?
2. Какая разница между главными и побочными податливостями?
3. Как вывести формулы (7.6), (7.7), выражающие перемещения трубки в месте закрепления?
4. Как вывести формулы (7.10) - (7.12), используемые для подсчета податливостей?
5. Как доказать, что прогиб  $\delta_{QM}$  и угол поворота  $\delta_{MQ}$  имеют одинаковую размерность?
6. Как иным путем определить побочную податливость  $\delta_{MQ} = \delta_{QM}$ ?
7. Каково влияние податливости закрепления на исследуемый прогиб трубки (в процентах)?

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

*Цель работы* - ознакомление с теорией измерения остаточных напряжений и опытное определение остаточных напряжений пластины.

### ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

В любой детали еще до ее нагружения действуют так называемые остаточные напряжения, возникающие в результате неравномерных пластических деформаций или объемных изменений при обработке давлением, резанием, химико-термической обработке, обработке поверхностным пластическим деформированием (ППД).

Остаточные напряжения оказывают значительное влияние на сопротивление усталости: растягивающие снижают, а сжимающие повышают предел выносливости детали. В связи с этим при изготовлении деталей, особенно в авиастроении, применяют ППД, например, обдувку дробью, после которой в поверхностном слое детали возникают сжимающие остаточные напряжения.

В лабораторной работе определяют остаточные напряжения пластины, образовавшиеся после ППД (обдувки дробью). Исследованию подвергают полоску, вырезанную из пластины, например, из лопатки компрессора авиационного газотурбинного двигателя (рис. 8.1).

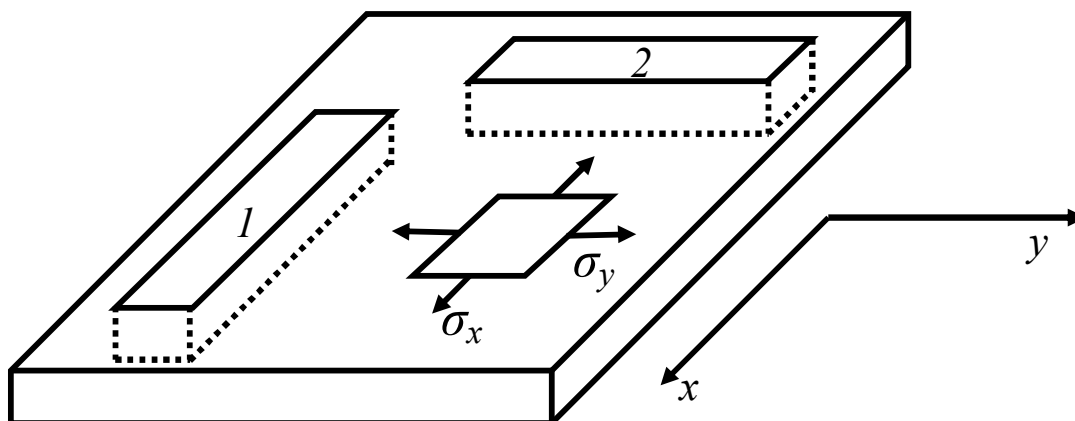


Рис. 8.1. Схема вырезки полосок из пластины

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

При определении остаточных напряжений в детали типа пластины из нее вырезают две полоски 1 и 2 (рис. 8.1). Оси полосок после вырезки в силу самоуравновешенности остаточных напряжений остаются прямыми. Затем удаляют продольные слои полосок и измеряют возникающие при этом прогибы, которые образуются за счет освобождения остаточных усилий.

Для установления связи между остаточными напряжениями и прогибами

полоски рассмотрим нагружение полоски  $l$ , эквивалентное удалению слоя толщиной  $a$  (рис. 8.2). По торцам зоны удаления слоев действуют остаточные напряжения  $\sigma_x$ , взятые с обратным знаком, так как удаление слоев эквивалентно разгрузке торцов от остаточных напряжений, т. е. нагружению остаточными напряжениями противоположного знака.

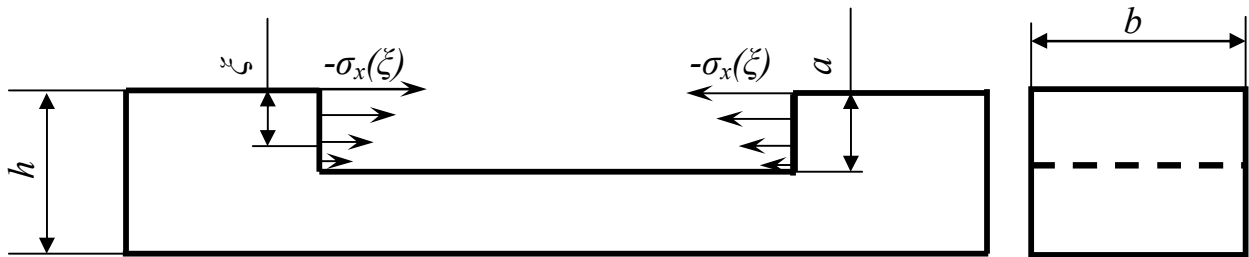


Рис.8.2. Нагружение полоски, эквивалентное удалению слоя толщиной  $a$

Расчетная схема полоски показана на рис. 8.3. Практическое значение имеют остаточные напряжения в тонком поверхностном слое ( $a = 50-100$  мкм), в связи с чем выражение для момента пары сил  $M(a)$  можно записать как

$$M(a) = \frac{b \cdot h}{2} \int_0^a \sigma_x(\xi) d\xi. \quad (8.1)$$

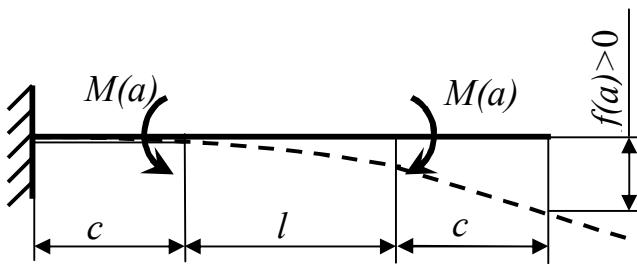


Рис. 8.3. Расчетная схема полоски

Выражение для прогиба  $f(a)$ , которое можно получить интегрированием дифференциального уравнения изогнутой оси полоски или способом Верещагина, имеет следующий вид:

$$f(a) = \frac{M(a) \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)}{2 \cdot E \cdot J}. \quad (8.2)$$

При вычислении момента инерции поперечного сечения изменением размеров сечения можно пренебречь и считать, что  $J = \frac{b \cdot h^3}{12}$ .

Из выражения (8.1) и (8.2) следует, что

$$\int_0^a \sigma_x(\xi) d\xi = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot f(a). \quad (8.3)$$

Продифференцировав выражение (8.3) по  $a$ , получим:

$$\sigma_x(a) = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot \frac{d f(a)}{d a}. \quad (8.4)$$

При удалении слоев полоски освобождаются не только напряжения  $\sigma_x$ , но также и  $\sigma_y$ . Влияние  $\sigma_y$  на прогиб  $f(a)$  обусловлено поперечной деформацией от этих напряжений, которая связана с продольной деформацией зависимостью  $\varepsilon_{non} = -\mu \cdot \varepsilon$ . В связи с этим в левую часть формулы (8.4) необходимо добавить  $-\mu \sigma_y(a)$ , т.е.

$$\sigma_x(a) - \mu \cdot \sigma_y(a) = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot \frac{d f(a)}{d a}. \quad (8.5)$$

По результатам исследования второй полоски получим:

$$\sigma_y(a) - \mu \cdot \sigma_x(a) = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot \frac{d f(a)}{d a}. \quad (8.6)$$

С помощью двух зависимостей (8.5) и (8.6) определим напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ . При  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ , что наблюдается после обдувки дробью, формула для определения остаточных напряжений пластины принимает следующий вид:

$$\sigma(a) = \frac{E \cdot h^2}{3 \cdot (1 - \mu) \cdot l \cdot (l + 2 \cdot c)} \cdot \frac{d f(a)}{d a}. \quad (8.7)$$

При использовании формул (8.5) - (8.7) возникает необходимость определять производную опытной функции  $f(a)$ , представленной таблично или графически. Здесь следует воспользоваться известными приближенными формулами, содержащими приращения функции:

для внутренних точек

$$\frac{d f}{d a}(a_i) = \frac{f(a_{i+1}) - f(a_{i-1}))}{a_{i+1} - a_{i-1}}, \quad (8.8)$$

для крайних точек

$$\frac{d f}{d a}(0) = \frac{f(a) - f(a_{n-1}))}{a - a_{n-1}}; \quad \frac{d f}{d a}(a_n) = \frac{f(a_n) - f(a_{n-1}))}{a_n - a_{n-1}}. \quad (8.9)$$

### ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПЛАСТИНЫ

Для определения остаточных напряжений опытным путем устанавливают зависимость прогибов полоски  $f$  от толщины удаленного слоя  $a$ . Схема установки для удаления слоев полоски электрохимическим способом и измерения прогибов изображена на рис. 8.4.

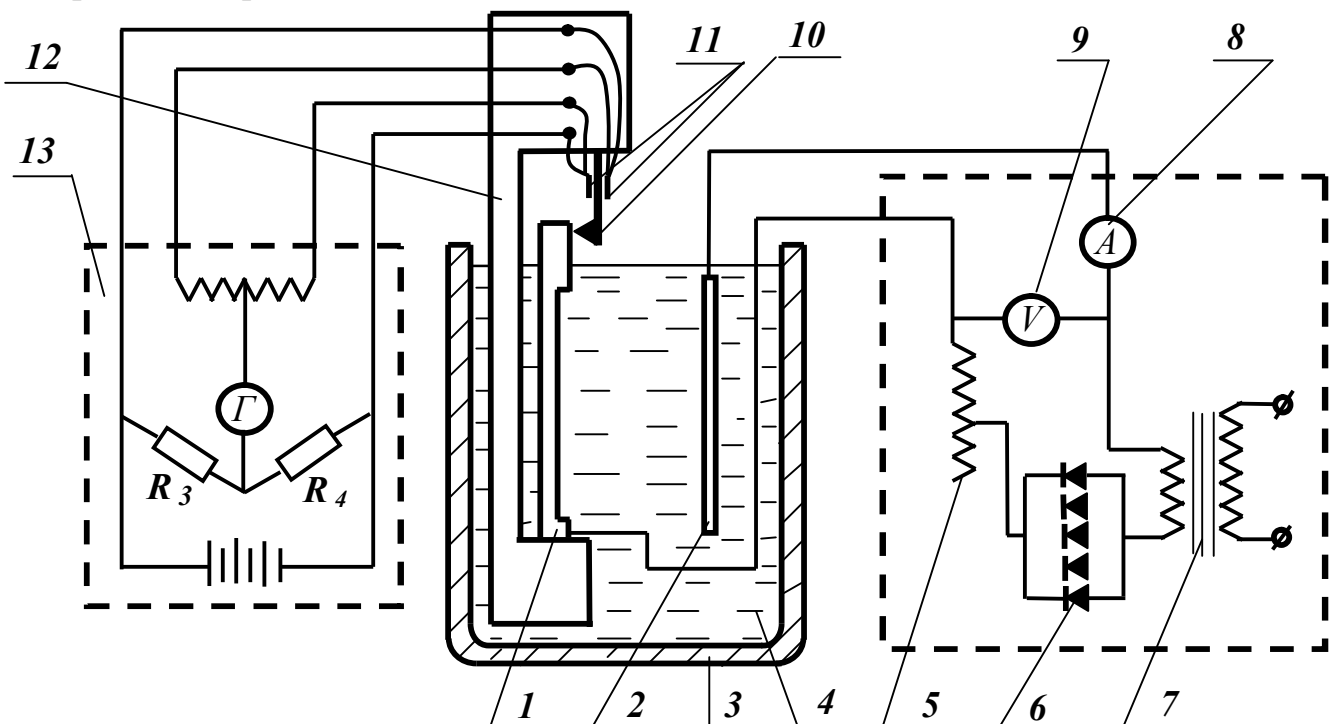


Рис. 8.4. Схема установки для травления

Исследуемую полоску 1 закрепляют в приспособлении 12 и погружают в



ванну 3 с электролитом 4. Напротив полоски устанавливают свинцовую пластину-катод 2. К образцу и свинцовой пластине через понижающий трансформатор 7, выпрямитель 6 и реостат 5 подводят постоянный ток, который вызывает анодное растворение поверхности исследуемой полоски, т. е. непрерывное удаление слоев. Возникающие при этом прогибы полоски измеряют с помощью тензостанции 13 и балочки 10 с наклеенными на нее тензорезисторами 11. Контроль процесса травления полоски осуществляется с помощью амперметра 8 и вольтметра 9. Слои полоски можно удалять и химическим способом без тока, если удастся подобрать достаточно активный травитель.

В связи с тем, что травление происходит практически равномерно, толщину удаленного слоя измеряют лишь после окончания опыта.

### ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Произвести обмер полоски.
2. Поверхности полоски, которые не должны подвергаться травлению, покрыть хлорвиниловым лаком.
3. Установить полоску в приспособлении так, чтобы измерительная балочка опиралась на нее с некоторым натягом.
4. Приспособление поместить в ванну с электролитом и приступить к травлению (удалению слоев).
5. Через равные промежутки времени регистрировать показания прибора, которые в дальнейшем перевести в величины прогибов полоски.
6. После окончания травления определить толщину удаленного слоя и скорость удаления слоёв, необходимую для перехода от зависимости  $f(t)$  к  $f(a)$ .
7. Вычислить по формулам (8.7) – (8.9) остаточные напряжения  $\sigma = \sigma(a)$  и построить эпюру этих напряжений.
8. Опытные и расчетные данные занести в протокол.

Таблица 8.1. Протокол испытаний и результаты исследования

Время травления	Показания прибора $A$ , дел	Приращение показаний прибора $\Delta A$ , дел	Прогиб образца, мкм	Толщина удаленного слоя $a$ , мкм	$\frac{df}{da}$	$\sigma$ , МПа

## *СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА*

1. Эскиз полоски с эквивалентными нагрузками и расчетная схема.
2. Схема установки для удаления слоев полоски и измерения прогибов.
3. Протокол испытаний и результаты исследования.
4. График прогибов и эпюра остаточных напряжений.
5. Расчеты, связанные с определением остаточных напряжений.
6. Общий вывод.

## *КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ*

1. Каковы причины образования остаточных напряжений?
2. Как остаточные напряжения влияют на прочность деталей?
3. Почему при выводе формулы для момента освободившихся при удалении слоя остаточных сил считают, что все силы имеют одинаковое плечо?
4. Как получить формулу (8.2), связывающую прогиб полоски при удалении слоев и момент освободившихся остаточных сил?
5. Почему прогиб полоски связан не только с напряжением  $\sigma_x$ , но и с напряжением  $\sigma_y$ ?
6. Как удаляют слои полоски при определении остаточных напряжений?
7. Как измеряют прогибы полоски при удалении слоев?
8. Как осуществить переход от зависимости прогиб - время к зависимости прогиб - толщина удаленного слоя?

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ БАЛКИ

*Цель работы* - опытное определение прогиба и угла поворота поперечного сечения статически неопределимой балки и сопоставление полученных результатов с теоретическими значениями, вычисленными по формулам сопротивления материалов.

### ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Балка изготовлена из прессованного двутаврового профиля Пр 125-1 (материал Д16Т), применяемого для изготовления стрингеров стабилизатора хвостового оперения самолета. Балка 6 одним концом закреплена и в промежуточном сечении имеет еще одну опору 7 (рис. 9.1), которую можно считать шарнирно-подвижной. Нагружение балки осуществляется сменными грузами 8, укладываемыми на подвеску 5, которая установлена в свободном конце балки.

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

Перемещения балки при плоском изгибе характеризуются двумя величинами: прогибом  $y$  и углом поворота поперечного сечения  $\theta$  (рис. 9.2).

Поскольку рассматриваемая балка является один раз статически неопределимой, то отысканию перемещений должно предшествовать раскрытие ее статической неопределимости, что осуществляется методом сил. За лишнее неизвестное можно принять реакцию на правой опоре  $R_B = X_1$ , величина которой находится с помощью канонического уравнения

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1F} = 0, \quad (9.1)$$

где  $\delta_{11}$  - перемещение в основной системе сечения  $B$  от действия единичной силы, соответствующей  $X_1$  (рис. 9.3),

$\Delta_{1F}$  - перемещение в основной системе сечения  $B$  от действия заданной силы  $F$  (рис. 9.4).

Для вычисления  $\delta_{11}$  и  $\Delta_{1F}$  можно применить формулу Верещагина

$$\Delta = \frac{\sum \Omega_i \cdot (\bar{M}_c)_i}{E \cdot J}, \quad (9.2)$$

где  $\Omega_i$  - площадь эпюры моментов от заданной силы;

$(\bar{M}_c)_i$  - ордината эпюры моментов от единичной нагрузки, расположенная под центром тяжести эпюры  $\Omega_i$ .

Искомые перемещения балки  $y$ ,  $\theta$  определяются также с помощью формулы (9.2), при этом используется эквивалентная система (рис. 9.5).

### ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОГИБА И УГЛА ПОВОРОТА ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Для определения опытного прогиба  $y$  и угла поворота  $\theta$  в заданном сечении

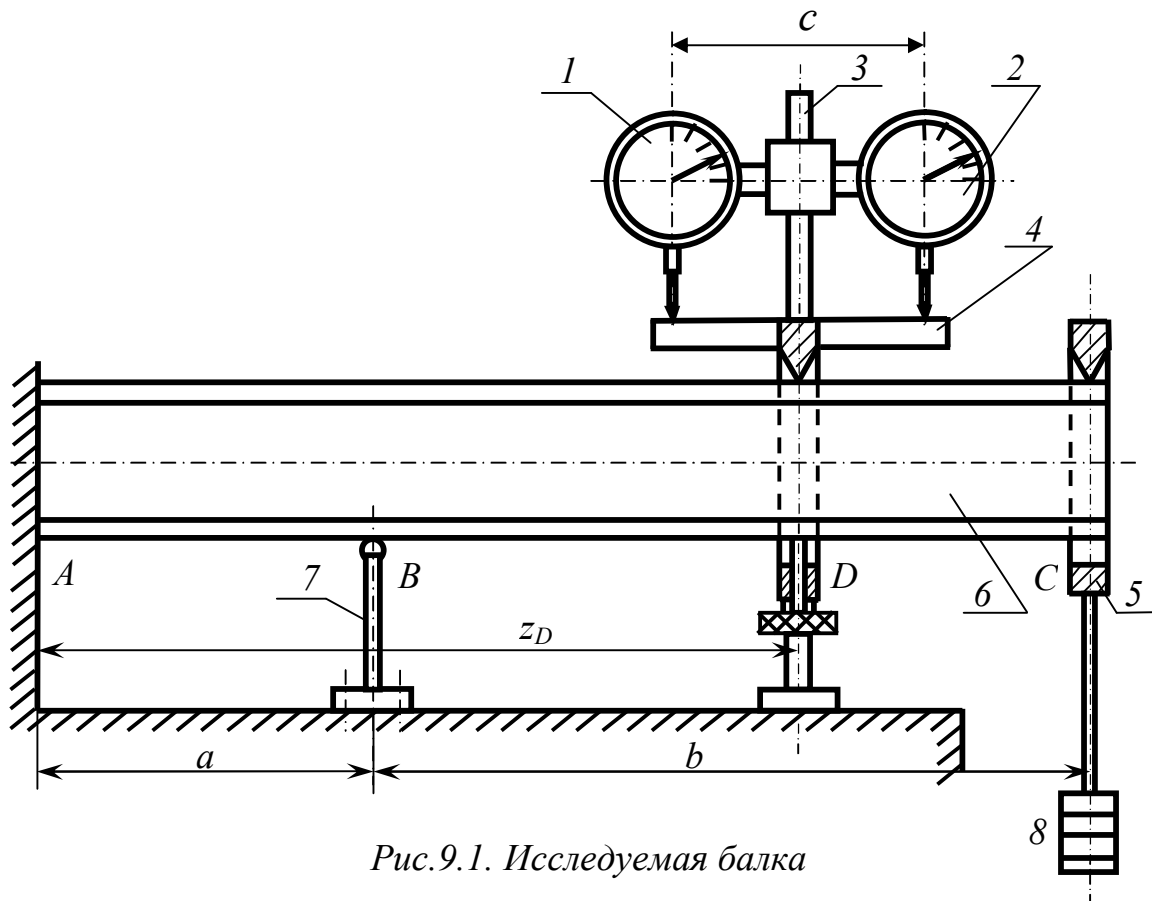


Рис.9.1. Исследуемая балка

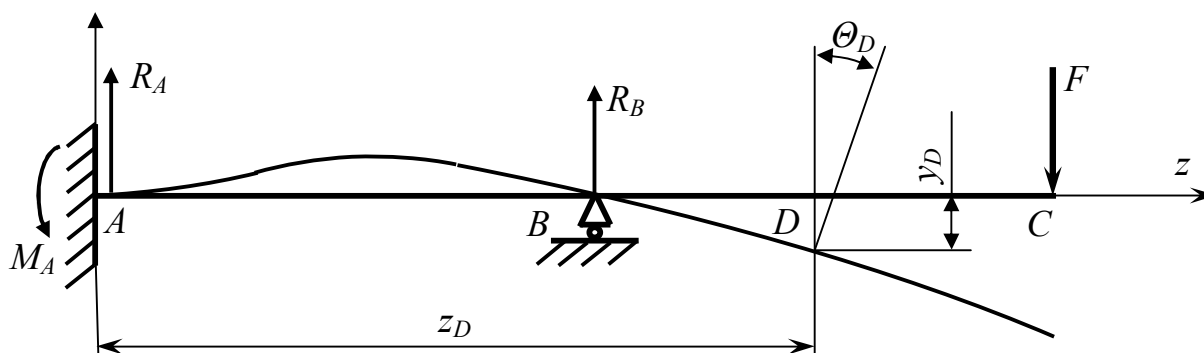


Рис.9.2. Схема перемещений балки

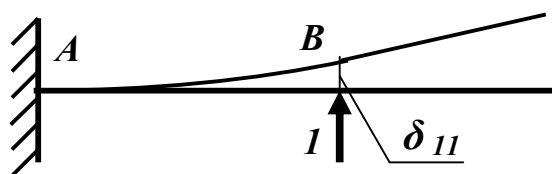


Рис.9.3. Нагружение основной системы единичной силой

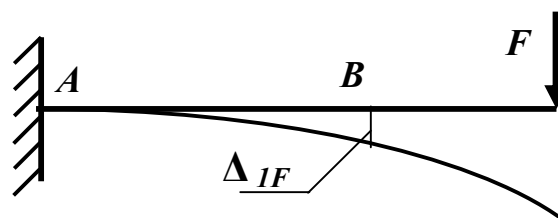


Рис.9.4. Нагружение основной системы заданной силой

используется устройство, состоящее из индикаторной стойки 3 (рис. 9.1), на которой установлены индикаторы часового типа 1, 2 и планки 4, закрепленной на балке 6. После нагружения балки силой  $F$  показания индикаторов изменятся на величину  $\Delta A_i$ . Искомые перемещения вычисляются по формулам

$$y_{on} = \frac{\Delta A_{2cp} + \Delta A_{1cp}}{2}, \quad \theta_{on} = \frac{\Delta A_{2cp} - \Delta A_{1cp}}{c}. \quad (9.3)$$

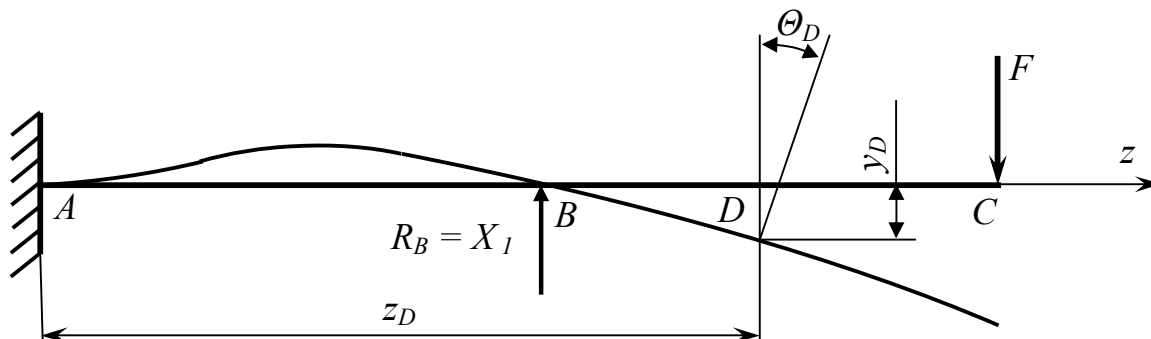


Рис.9.5. Эквивалентная система

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Вычислить перемещения  $\delta_{11}$ ,  $\Delta_{1F}$  и определить лишнее неизвестное  $X_1$  по формуле (9.1), используя заданное значение силы  $F$ .

2. Вычислить перемещения  $y_T$  и  $\theta_T$  в заданном сечении балки по формуле (9.2), используя эквивалентную систему. При этом единичные силовые факторы направить так, чтобы знаки теоретических и опытных перемещений были одинаковыми.

3. Установить угломер и индикаторную стойку с индикаторами в заданном сечении балки.

4. Нагрузить балку и записать возникающие при этом показания индикаторов  $\Delta A_i$ . Нагружение и снятие показаний с приборов осуществлять в два этапа: сначала дать небольшую предварительную нагрузку, а потом догрузить балку заданной силой  $F$ .

5. Вычислить  $\Delta A_i$ .

6. Вычислить опытные значения перемещений  $y_{on}$  и  $\theta_{on}$  по формулам (9.3).

7. Сравнить теоретические и опытные значения перемещений путем вычисления расхождений по формулам

$$\frac{|y_T - y_{on}|}{|y_T|} \cdot 100\%, \quad \frac{|\theta_T - \theta_{on}|}{|\theta_T|} \cdot 100\%.$$

8. Теоретические и опытные данные занести в протокол испытаний и результатов исследований (табл. 9.1).

Таблица 9.1. Протокол испытаний и результатов исследований

№ опыта	Абсцисса сечения $z_{D,MM}$	Нагрузка $F$ , Н	Показания индикаторов, мм						Прогиб, мм			Угол поворота, рад				
			$A_1$	$\Delta A_1$	$\Delta A_{1cp}$	$A_2$	$\Delta A_2$	$\Delta A_{2cp}$	$y_T$	$y_{on}$	Расхожд., %	$\Theta_T$	$\Theta_{on}$	Расхожд., %		

### СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схема установки.
2. Расчетная схема балки с обозначением исследуемых перемещений.
3. Протокол испытаний и результатов исследований.
4. Рисунки и расчеты, относящиеся к определению перемещений.
5. Общий вывод.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В каком случае брус испытывает прямой (плоский) изгиб?
2. Какие величины определяют перемещения балки при изгибе?
3. Какие балки относятся к статически неопределимым?
4. Что называют основной и эквивалентной системами?
5. Каков физический смысл канонического уравнения метода сил и входящих в него величин?
6. В каком направлении прикладывается единичная нагрузка при раскрытии статической неопределимости методом сил?
7. Как устроен и работает индикатор часового типа?

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПЛОСКОЙ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ

*Цель работы* - опытное определение деформаций и напряжений плоской статически неопределимой рамы и сопоставление их с результатами, полученными по формулам сопротивления материалов.

### ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

В лабораторной работе с помощью тензорезисторов определяют деформации и напряжения проставочного кольца авиационного турбореактивного двухконтурного двигателя (рис. 10.1). Кольцо 1 установлено на опоре 2 и нагружено в нижнем сечении грузом 3. На наружной поверхности кольца в окружном направлении наклеены тензорезисторы 4 для измерения деформаций.

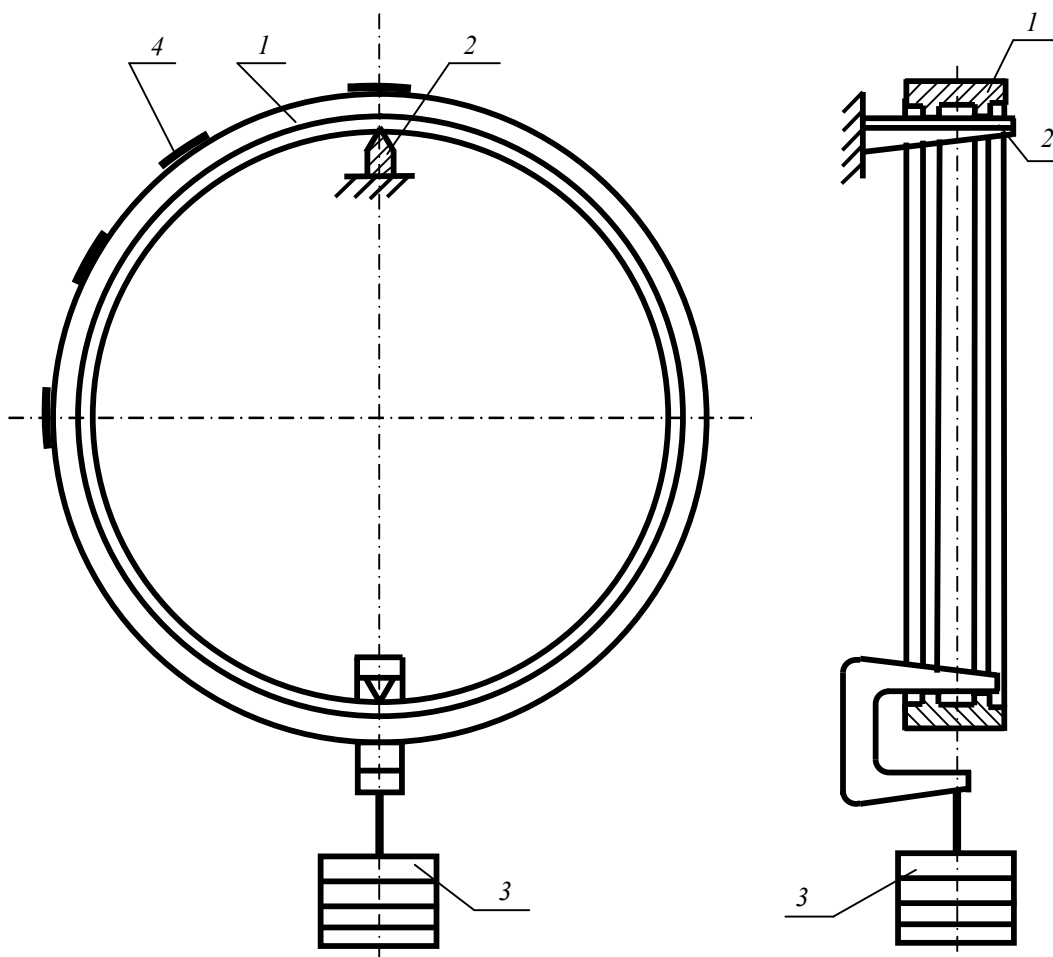


Рис.10.1. Проставочное кольцо

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

На рис. 10.2,а изображена расчетная схема кольца, нагруженного растягивающими силами  $F$ . На рис. 10.2,б показана эквивалентная система, в соответствии с которой рассматриваемое кольцо является три раза статически неопределимой плоской рамой. Канонические уравнения метода сил, с помощью которых определяют неизвестные усилия  $X_1, X_2, X_3$ , имеют в данном случае следующий вид:

$$\begin{aligned} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 + \Delta_{1F} &= 0, \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 + \Delta_{2F} &= 0, \\ \delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 + \Delta_{3F} &= 0. \end{aligned} \quad (10.1)$$

Благодаря симметрии, уравнения (10.1) можно упростить. Из условий равновесия половины кольца (рис. 10.3) следует, что  $X_1 = 0$ . Обе половины кольца, изображенные на рис. 10.3, в силу симметрии должны находиться в одинаковых условиях нагружения, т. е., например, верхние силы  $X_2$  для обеих половин должны иметь одинаковое направление. В то же время по закону взаимодействия половин кольца эти силы должны иметь противоположное направление, как это показано на рис. 10.3. Выполнение указанных двух условий возможно лишь при  $X_2 = 0$ . Следовательно, только одно неизвестное  $X_3$  отличается от нуля, а система (10.1) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \delta_{13} \cdot X_3 + \Delta_{1F} &= 0, \\ \delta_{23} \cdot X_3 + \Delta_{2F} &= 0, \\ \delta_{33} \cdot X_3 + \Delta_{3F} &= 0. \end{aligned} \quad (10.2)$$

Каждое из этих уравнений, если коэффициенты отличны от нуля, можно использовать для определения  $X_3$ .

Коэффициенты и свободные члены вычисляются по формулам

$$\delta_{ik} = \int_L \frac{\bar{M}_i \cdot \bar{M}_k}{E \cdot J} dS; \quad \Delta_{iF} = \int_L \frac{\bar{M}_F \cdot M_i}{E \cdot J} dS. \quad (10.3)$$

На рис. 10.4 показаны нагружения основной системы, которым соответствуют  $\bar{M}_1, \bar{M}_2, \bar{M}_3, M_F$ .

После того, как раскрыта статическая неопределимость, т. е. найдено значение  $X_3$ , определяют изгибающий момент  $M$  и нормальную силу  $N$  в сечениях, где установлены тензорезисторы, используя при этом эквивалентную систему (рис. 10.2,б). Нормальные напряжения кольца вычисляются по формуле

$$\sigma = \frac{M}{J_y} x + \frac{N}{A}, \quad (10.4)$$

где  $x$  - координата волокна, на котором приклеен тензорезистор (рис. 10.5). Ось  $x$  следует направить в сторону растянутых волокон.



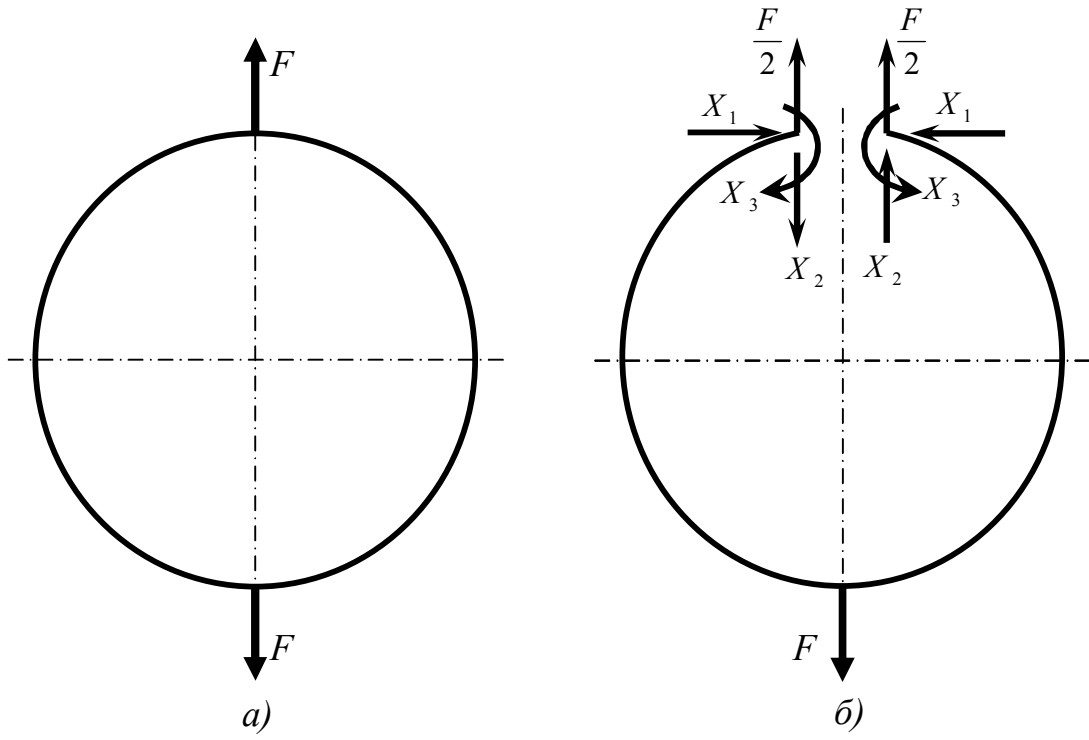


Рис. 10.2. Расчетная схема кольца

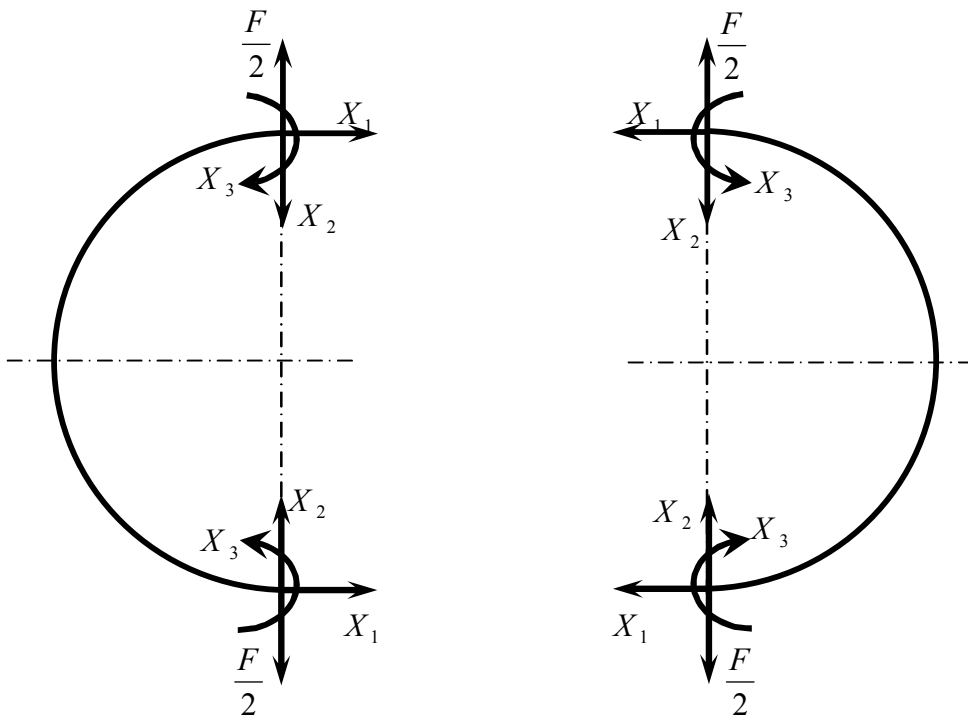


Рис. 10.3. Нагружение половины кольца

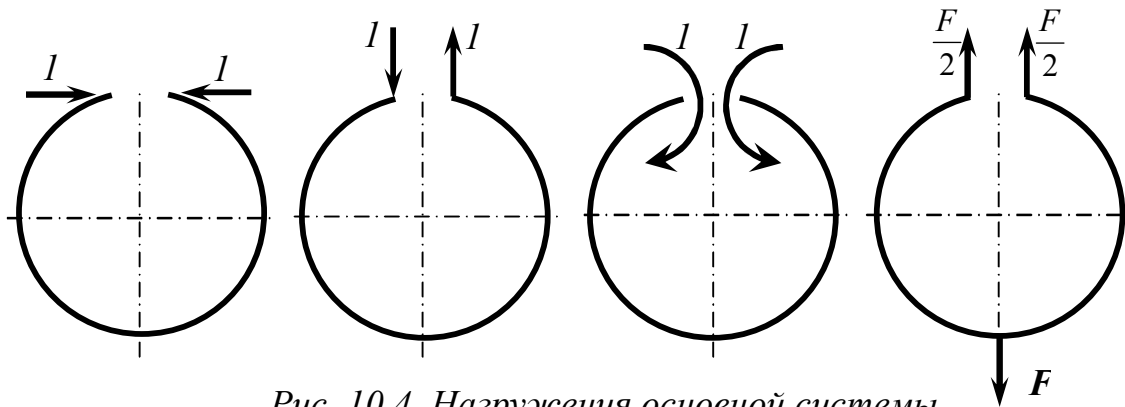


Рис. 10.4. Нагрузки основной системы

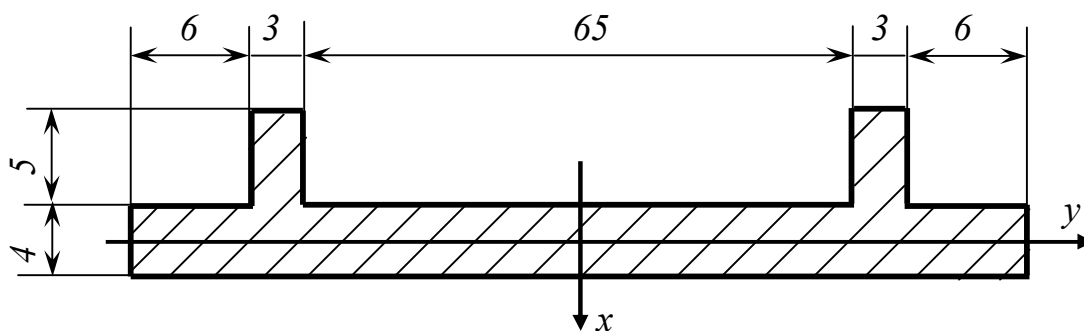


Рис.10.5. Поперечное сечение кольца

### ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ КОЛЬЦА

С помощью тензорезисторов, наклеенных на наружную поверхность кольца, определяют окружные деформации  $\varepsilon$  в заданных сечениях. При этом для перехода от показаний измерительного прибора к деформациям используют результаты тарировки прибора с тензорезистором или паспортную цену деления прибора с поправкой на фактическую характеристику тензорезистора. Заданные растягивающие силы  $F$  создают навешиванием в нижнем сечении кольца сменных грузов.

Для перехода от деформаций к напряжениям используют закон Гука

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (10.5)$$

### ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Вычислить теоретические значения напряжений  $\sigma_t$  по формуле (10.4), предварительно раскрыв статическую неопределимость кольца.
2. Дать предварительную нагрузку на кольцо и произвести отсчеты по прибору, подключенному к тензорезисторам.
3. Увеличить нагрузку на заданную величину и вновь произвести отсчет по прибору.
4. По приращению показаний прибора  $\Delta A$  определить деформации внешней поверхности кольца в исследуемых сечениях.
5. Вычислить опытные значения напряжений  $\sigma_{on}$  по формуле (10.5).

6. Сопоставить опытные и теоретические значения напряжений путем вычисления расхождений по формуле

$$\frac{|\sigma_T - \sigma_{on}|}{|\sigma_T|} 100\%.$$

7. Опытные и расчетные данные занести в протоколы (табл. 10.1 и 10.2).

Таблица 10.1. Протокол испытаний

№ опыта	F, Н	Показания прибора, дел				Приращения показаний прибора, дел							
		A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	ΔA <sub>1</sub>	ΔA <sub>1cp</sub>	ΔA <sub>2</sub>	ΔA <sub>2cp</sub>	ΔA <sub>3</sub>	ΔA <sub>3cp</sub>	ΔA <sub>4</sub>	ΔA <sub>4cp</sub>
1													
2													
3													

Таблица 10.2. Протокол результатов исследований (напряжения, МПа)

Сечение 1			Сечение 2			Сечение 3			Сечение 4		
σ <sub>T</sub>	σ <sub>on</sub>	Расхождение, %	σ <sub>T</sub>	σ <sub>on</sub>	Расхождение, %	σ <sub>T</sub>	σ <sub>on</sub>	Расхождение, %	σ <sub>T</sub>	σ <sub>on</sub>	Расхождение, %

### СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Расчетная схема кольца с указанием использованных данных.
2. Поперечное сечение кольца с указанием размеров.
3. Расчеты, связанные с раскрытием статической неопределимости и определением напряжений.
4. Протоколы испытаний и результатов исследований.
5. Общий вывод.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие стержневые системы относят к плоским, плоско-пространственным и пространственным рамам?
2. Как определить степень статической неопределимости рамы?
3. Что называют основной и эквивалентной системами?
4. Как записываются канонические уравнения метода сил?
5. Какой физический смысл имеют коэффициенты и свободные члены канонических уравнений?
6. Какой физический смысл имеет каждое каноническое уравнение?
7. Любые ли неизвестные можно принять за лишние?
8. Как осуществляется генеральная проверка результатов раскрытия статической неопределимости рамы?

## УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

*Цель работы* - изучение явления потери устойчивости сжатыми стержнями, опытное определение критических сил и сопоставление их с результатами, полученными по формулам сопротивления материалов.

### ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Испытанию подвергаются стержни из авиационного алюминиевого профиля, схемы нагружения которых показаны на рис. 11.1.

Установка, изображенная на рис. 11.1,а, включает испытуемый стержень 4, установленный в вертикальном положении, нижний конец которого защемлен упорами 5. Нагружение осуществляется сменными грузами 1, прикладываемыми к верхней части стержня через наконечник 2. Для предотвращения разрушения стержня после потери устойчивости в установке предусмотрено ограничивающее устройство 3.

Во второй установке (рис. 11.1,б) испытуемый стержень 2 является подкосом кронштейна, нагружаемого винтовым домкратом 3 через пружинный динамометр 4 в точке В горизонтального стержня 1.

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

При сжатии достаточно длинного стержня можно наблюдать внезапное выпучивание - быстрое нарастание перемещений в направлении, перпендикулярном оси стержня. Силу, при которой возникает выпучивание или, иначе говоря, потеря устойчивости, называют критической и обозначают  $F_{кр}$ .

При  $F < F_{кр}$  устойчивой является прямолинейная форма равновесия стержня, так как упругие силы сопротивления, возникающие в искривленном стержне, превышают сжимающие силы  $F$ . При  $F > F_{кр}$  сжимающие силы сравниваются с упругими силами сопротивления искривленного стержня и, следовательно, происходит потеря устойчивости.

Для вычисления критической силы применяют формулу Эйлера

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{(\mu \cdot l)^2}, \quad (11.1)$$

где  $E$  — модуль продольной упругости материала стержня;

$J_{\min}$  — минимальный главный центральный момент инерции поперечного сечения стержня;

$\mu$  — коэффициент приведения длины стержня;

$l$  — длина стержня.

Формула Эйлера применима до напряжения, равного пределу пропорциональности  $\sigma_{пц}$  материала стержня, т. е. при  $\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A} \leq \sigma_{пц}$ . Это условие выполняется для достаточно длинных стержней, у которых

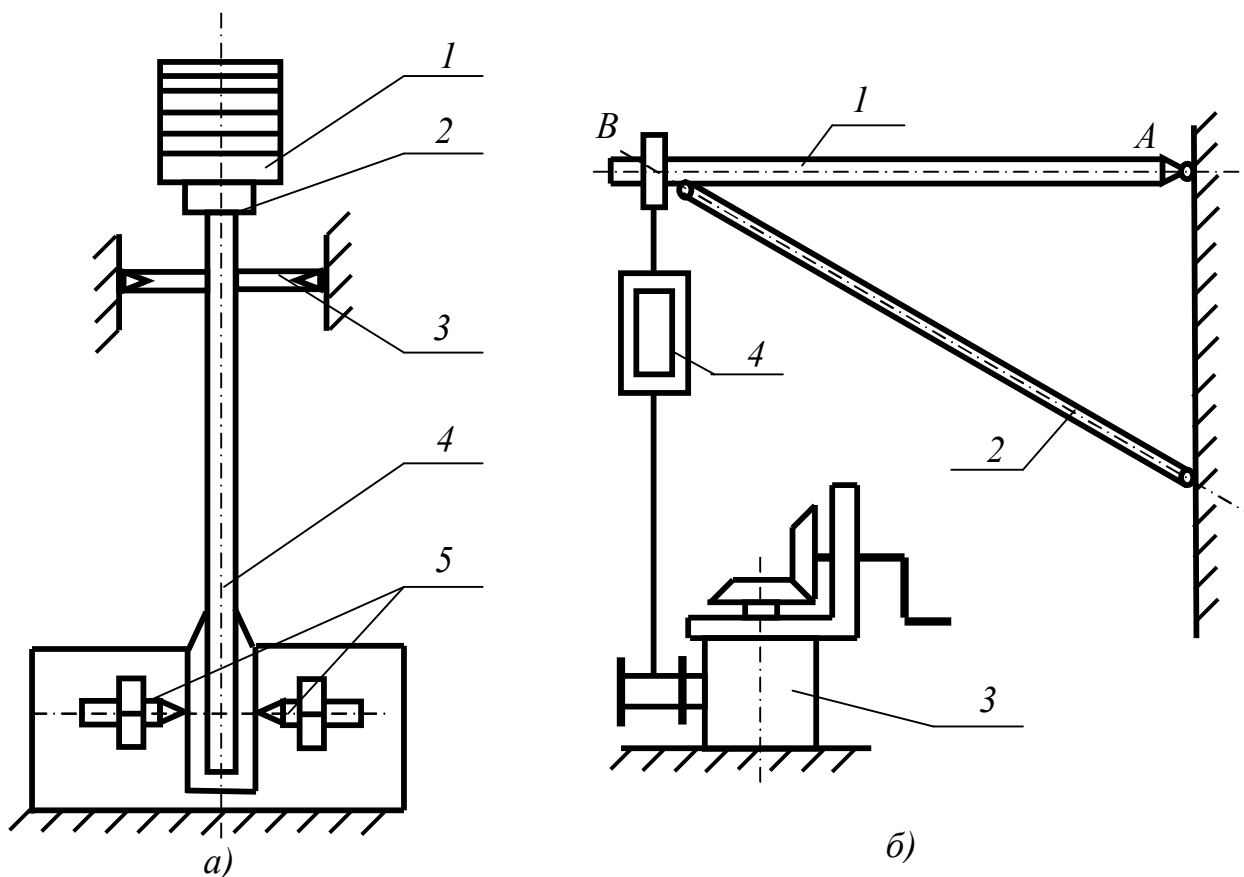


Рис.11.1. Установки для изучения потери устойчивости

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{нц}}}, \quad (11.2)$$

где  $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$  — гибкость стержня;

$i_{\min}$  — минимальный главный центральный радиус инерции поперечного сечения стержня.

### ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ СИЛ

На установке, изображенной на рис. 11.1,а определяют критическую силу стержня 4 с защемленным нижним концом 5 методом проб. Поэтапно увеличивают с помощью грузов 1 сжимающую силу и каждый раз отводят стержень до упора 3, а затем освобождают. Критической будет та сила, начиная с которой стержень после освобождения и затухания колебаний не возвращается в исходное положение, а остается на упоре в изогнутом состоянии.

На установке, изображенной на рис. 11.1,б определяют критическую силу стержня 2 с шарнирно закрепленными концами. Нагружение кронштейна 1 осуществляют домкратом 3, величину нагрузки фиксируют на динамометре 4. При достижении критической силы наблюдается увеличение прогибов стержня 2 при неизменной нагрузке  $F_{кр}$ . По критической нагрузке  $F_{кр}$  кронштейна, используя метод сечений, находят критическую силу  $N_{кр}$  стержня 2.

## ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Установить продольные и поперечные размеры испытуемых стержней, геометрические характеристики поперечных сечений.

2. Вычислить гибкость стержней по формуле (11.2) и убедиться в возможности применения формулы Эйлера.

3. Вычислить по формуле (11.1) теоретические значения критических сил  $F_{кр}^T, N_{кр}^T$ .

4. Путем нагружения установить опытные значения критических сил  $F_{кр}^{on}$ . Для стержня 2 (рис. 11.1,б), используя метод сечений, определить также  $N_{кр}^{on}$ .

5. Сопоставить опытные и теоретические значения критических сил путем вычисления расхождений по формулам

$$\frac{|F_{кр}^T - F_{кр}^{on}|}{|F_{кр}^T|} \cdot 100\%; \quad \frac{|N_{кр}^T - N_{кр}^{on}|}{|N_{кр}^T|} \cdot 100\% .$$

6. Опытные и теоретические данные занести в протокол.

*Таблица 11.1. Протокол испытаний и результатов исследований*

Тип установки	Геометрические характеристики стержня			Гибкость стержня, $\lambda$	$\sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{нц}}}$	Теоретическое значение критической силы, $N$	№ опыта	Опытное значение критической силы, $N$	Среднее значение критической силы, $N$	Расхождение, %
	$l$ , см	$J_{min}$ , см <sup>4</sup>	$i_{min}$ , см							
<i>a</i>							1			
							2			
							3			
<i>б</i>							1			
							2			
							3			

## СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Расчетные схемы и поперечные сечения испытуемых стержней с указанием размеров.

2. Расчеты, относящиеся к определению опытных и теоретических значений критических сил.

3. Протокол испытаний и результатов исследований.

4. Общий вывод.

## *КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ*

1. В чем заключается явление потери устойчивости сжатым стержнем?
2. Какую величину сжимающей силы называют критической?
3. Для всех ли стержней можно применять формулу Эйлера?
4. Как учитывают условия закрепления стержня при определении критической силы?
5. Какая форма поперечного сечения сжатого стержня является рациональной с точки зрения устойчивости?

## *БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК*

1. *Афанасьев А. М., Марьин В. А.* Лабораторный практикум по сопротивлению материалов. – М.: Наука, 1975. - 285 с.
2. *Беляев Н.М.* Лабораторные работы по сопротивлению материалов. – М.: Госиздат, 1954. - 186с.
3. Лабораторные работы по сопротивлению материалов на универсальном стенде. – М. МАИ, 1989. – 41 с.:
4. Расчеты на прочность в машиностроении: В 3 т./Под ред. *С. Д. Пономарева* - М.: Машгиз, Т. 1, 1956. - 884с.; Т. 2, 1958. – 975 с.; Т. 3, 1959. – 1118 с.
5. *Феодосьев В.И.* Сопротивление материалов.- М.: МГТУ им. Баумана, 2007.- 512 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Лабораторная работа № 6</i>	3
Определение деформаций и напряжений при плоском изгибе	
<i>Лабораторная работа № 7</i>	8
Определение прогиба балки с податливым закреплением	
<i>Лабораторная работа № 8</i>	14
Определение остаточных напряжений	
<i>Лабораторная работа № 9</i>	19
Определение перемещений статически неопределимой балки	
<i>Лабораторная работа № 10</i>	23
Определение деформаций и напряжений плоской статически неопределимой рамы	
<i>Лабораторная работа № 11</i>	28
Потеря устойчивости сжатым стержнем	
<i>Библиографический список</i>	31



# ИЗГИБ. УСТОЙЧИВОСТЬ

Лабораторные работы по сопротивлению материалов

Составители: Вакулюк Владимир Степанович,  
Каранаева Оксана Валериевна,  
Лежин Сергей Михайлович,  
Павлов Валентин Федорович,  
Шадрин Валентин Карпович

Компьютерный набор и техническая коррекция В.К. Шадрина

Распечатан на компьютере и размножен на ксероксе. Тираж 20 экз.

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева»