

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА» (Самарский Университет)

**Применение современных математических методов планирования и
анализа экспериментов при решении задач оптимизации режимов СЛС**

Методические указания

САМАРА 2016

УДК 519.233.5(075)+621.9(075)

ББК 22.я7+34.6я7

Авторы - составители: **Агаповичев Антон Васильевич**
Смелов Виталий Геннадиевич,
Сотов Антон Владимирович.

Рецензент: д.т.н., профессор И.Н. Хаймович

Применение современных математических методов планирования и анализа экспериментов при решении задач оптимизации режимов СЛС / [А.В. Агаповичев, В.Г. Смелов, А.В. Сотов]. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2016. – 25 с.

В методических указаниях рассматриваются вопросы применения математических методов планирования и анализа экспериментов при решении задач оптимизации режимов СЛС.

Изложены основные вопросы применения современных математических методов планирования и анализа экспериментов при решении задач оптимизации режимов селективного лазерного сплавления. Рассмотрена технология изготовления деталей методом селективного лазерного сплавления. Рассмотрена методика проведения механических испытаний на одноосное растяжение. Рассмотрены вопросы применения метода полного факторного эксперимента при определении оптимальных технологических режимов селективного лазерного сплавления металлических порошковых материалов. Рассмотрены вопросы графического решения уравнения регрессии в пакете прикладных программ для решения задач технических вычислений MATLAB.

Методические указания предназначены для подготовки бакалавров по направлению 15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», профиль «Технология инновационного производства»

Подготовлено на кафедре ТПД.

© Самарский Университет, 2016

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Технология изготовления деталей методом СЛС	5
1.1 Описание маршрутного технологического процесса.....	5
1.2 Параметры металлических порошков.....	9
1.3 Технология получения металлических порошков.....	10
2 Методика проведения механических испытаний.....	11
3 Применение метода полного факторного эксперимента при определении оптимальных технологических режимов селективного лазерного сплавления металлических порошковых материалов.....	13
3.1 Полный факторный эксперимент	13
3.2 Расчет дисперсии опыта.....	14
3.3 Кодирование переменных	14
3.4 Составление матрицы плана полного факторного эксперимента.....	15
3.5 Вычисление коэффициентов по плану полного факторного эксперимента	16
3.6 Проверка уравнения регрессии на адекватность	16
3.7 Декодирование уравнения регрессии	17
3.8 Пример расчета	17
4 Графическое представление уравнения регрессии в программном продукте MATLAB..	21
Приложение 1.....	24
Приложение 2.....	25

Введение

Для изготовления новой, высокотехнологичной продукции с использованием новых конструкторских решений и из материалов, обладающих новыми свойствами необходимо использовать новые технологии производства, в частности аддитивные технологии.

Аддитивные технологии (от английского Additive Fabrication) – обобщенное название технологий, предполагающих изготовление изделия по данным цифровой модели (или CAD-модели) методом послойного добавления (add, англ. – добавлять, отсюда и название) материала [1].

Аддитивные технологии или технология «трехмерной печати» появилась в конце 80-х годов прошлого века. Пионером в этой области является компания 3D Systems, которая разработала первую коммерческую стереолитографическую машину – SLA Stereolithography Apparatus (1986 г). До середины 90-х годов она использовалась главным образом в научно-исследовательской и опытно-конструкторской деятельности, связанной с оборонной промышленностью. Первые лазерные машины – сначала стереолитографические (SLA-машины), затем порошковые (SLS-машины), были чрезмерно дороги, выбор модельных материалов весьма скромный. Широкое распространение цифровых технологий в области проектирования (CAD), моделирования и расчетов (CAE) и механообработки (CAM) стимулировало взрывной характер развития технологий 3D-печати, и в настоящее время крайне сложно указать область материального производства, где в той или иной степени не использовались бы 3D-принтеры [2].

При помощи технологий аддитивного производства можно создавать детали, которые невозможно сделать другими способами. Селективное лазерное спекание (СЛС) – SLS-технология (Selective Laser Sintering, Selective Laser Melting) – одно из важнейших направлений аддитивных технологий. Здесь строительным материалом являются сыпучие, порошкообразные материалы, а лазер является источником тепла, посредством которого производится сплавление частичек порошка. В качестве модельных материалов используется большое количество как полимерных, так и металлических порошков.

Для экономии материальных и временных ресурсов на проектирование, освоение и изготовление изделий, перспективным является использование новых технологических процессов, как в заготовительном, так и в основном производстве. В последнее время наблюдается значительный рост применения аддитивных технологий при производстве сложнопрофильных деталей. Технология СЛС позволяет производить детали сложной

формы, в короткие сроки, практически без использования технологической оснастки, за счет чего резко сокращается цикл производства изделий.

Важнейшем этапом разработки технологического процесса изготовления деталей с использованием технологии селективного лазерного сплавления, определяющим качество и свойства конечного изделия, является выбор параметров лазерного излучения. Поскольку экспериментальные исследования в области определения оптимальных параметров лазерного излучения весьма дорогостоящие и занимают значительное количество времени, большое значение приобретает использование метода математического планирования и анализа экспериментов.

1 Технология изготовление деталей методом СЛС

Технологии послойного лазерного сплавления металлических порошков была изобретена в 90-х годах XX века. технологию послойного лазерного спекания называют «технологией 5-го промышленного уровня» [3]. Среди основных преимуществ данной технологии выделяют то, что «послойное сплавление позволяет в автоматизированном режиме фактически строить трехмерные изделия по компьютерной модели; сокращается время и затраты на получение изделия, т.к. исключаются промежуточные стадии изготовления оснастки и пресс-форм; отсутствуют дефекты литья, и снижается трудоемкость финишной механической обработки».

1.1 Описание маршрутного технологического процесса

Для изготовления деталей с использованием технологии СЛС на первом этапе необходимо разработать 3D модель изготавливаемого объекта. 3D модель образца для проведения испытаний на одноосное растяжение была разработана в программе трёхмерного моделирования NX 9.0 (рисунок 1).

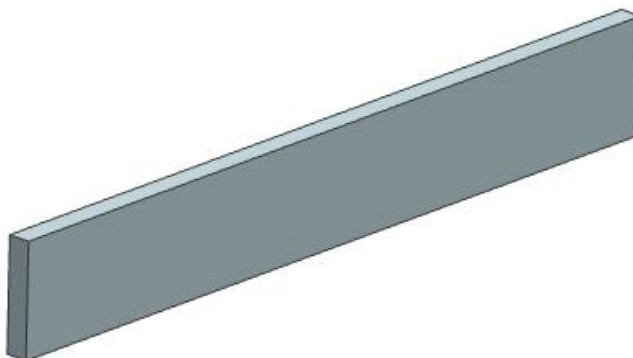


Рисунок 1 – Трёхмерная модель образца

Затем трёхмерная модель должна быть преобразована и сохранена в формате STL. С помощью специального программного обеспечения MagicsRP, трёхмерная модель, в формате STL, редактируется и располагается на виртуальной платформе построения.

Платформа имеет размерность 100x100x20 мм. Особенностью технологии SLM, является необходимость применения специальных поддержек, препятствующих термическим деформациям в строящихся деталях [4]. При построении деталей из металлического порошка, концентрация тепловой энергии в камере построения очень высока, что может привести к короблению деталей и повреждению движущихся частей используемой установки. Для предотвращения термической деформации детали, ее отрыва от платформы построения и для отвода тепла моделируются специальные стержни (теплоотводы) цилиндрической формы (рисунок 2).

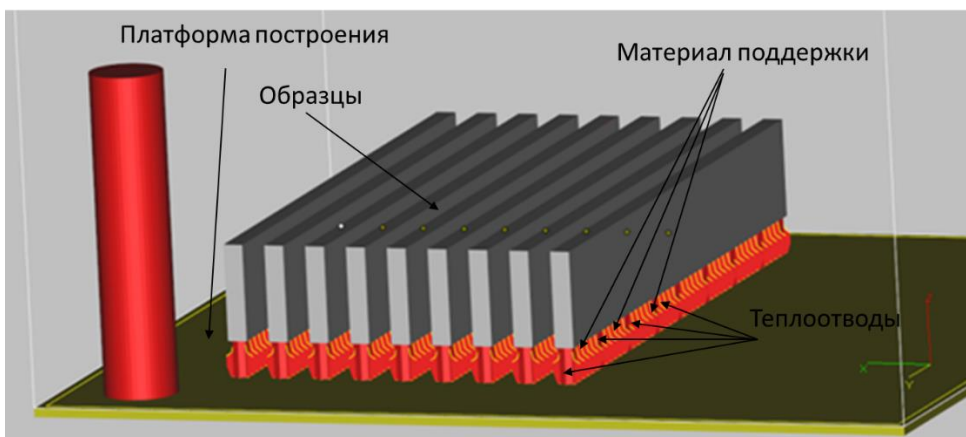


Рисунок 2 – Расположение и редактирование трехмерной модели в программном комплексе MagicsRP

При помощи специального модуля, входящего в программное обеспечение MagicsRP, назначаются параметры изготовления детали (рисунок 3). Основными параметрами являются:

- мощность лазерного излучения, Вт;
- скорость сканирования лазерного излучения, мм/с;
- толщина слоя, мм.

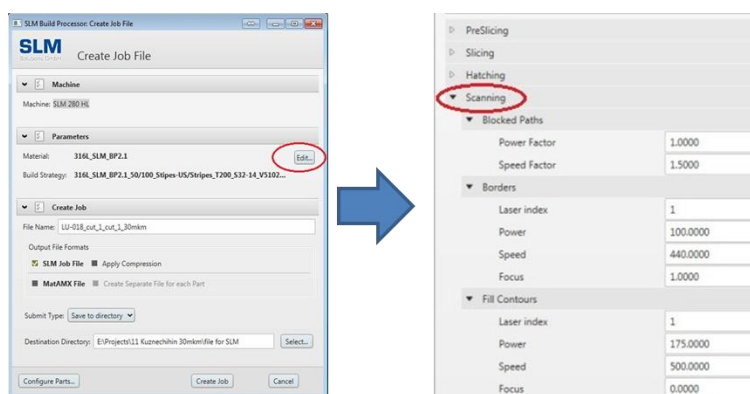


Рисунок 3 – Назначение параметров изготовления

После предварительной подготовки информация о трехмерной модели со всеми назначенными параметрами передается на установку после чего начинается процесс изготовления детали.

SLM 280 HL — установка селективного лазерного плавления металлических порошков (рисунок 4). Применяется для единичного и мелкосерийного производства сложных металлических изделий из нержавеющей и инструментальной стали, алюминиевых, титановых сплавов, титана, инконелей, кобальт-хрома [5]. Выращивание деталей производится в среде защитного газа (аргон, азот).

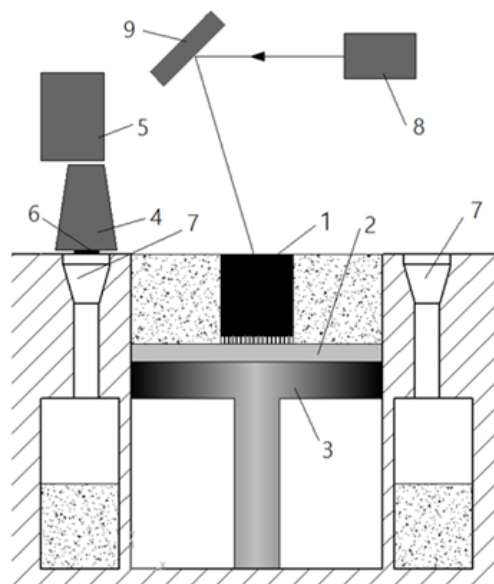


Рисунок 4 – Установка селективного лазерного сплавления SLM 280HL

Основные данные об установке SLM 280 HL [5]:

- Производитель: SLM Solutions;
- Материал: металлические порошки;
- Объем камеры: 280x280x350 мм
- Лазер: 400 Вт;
- Толщина слоя: 20-75 мкм;
- Скорость построения: до 20/45 см³/час;
- Мин. толщина стенки: 150 мкм.

Принципиальная схема изготовления деталей с использованием технологии СЛС представлена на рисунке 5.



1 – изготавливаемая деталь; 2 – платформа построения; 3 – поршень; 4 – рекоутер (дозатор); 5 – основной бункер; 6 – силиконовый нож; 7 – технологические отверстия; 8 – лазер; 9 – система зеркал

Рисунок 5 – Схема изготовления детали с использованием технологии СЛС

Построение детали 1 происходит на высокоточной платформе 2. Платформа представляет собой плиту толщиной порядка 20 мм, прикрепленную винтами к поршню 3. Поршень отвечает за перемещение платформы построения на величину равную толщине слоя построения. Точность перемещения поршня влияет на физические и геометрические характеристики создаваемых изделий и обычно составляет $\pm 0,005$ мм [4]. Из основного бункера 5 металлический порошок с помощью шнека дозируется в рекоутер 4. Затем рекоутер, перемещаясь в горизонтальном направлении, доставляет порцию металлического порошка в зону построения и с помощью силиконового ножа 6 разравнивает его. Технологические отверстия 7 служат для сбора металлического порошка, не участвующего в процессе сплавления, здесь порошок хранится в специальных контейнерах и может снова использоваться после предварительного просеивания. После того как новый слой металлического порошка выложен следует лазерная обработка, где лазер 8 через систему зеркал 9 сканирует (сплавляет) слой порошка. При воздействии лазерного излучения порошок нагревается, а при приложении необходимой энергии, плавится образуя жидкую ванну. Затем жидкая ванна быстро затвердевает тем самым образуя фрагмент объекта построения. После того как выборочное (селективное) сканирование текущего слоя закончено, платформа на которой происходит построение детали опускается на величину слоя, и насыпается новый слой порошка. Процесс является циклическим и повторяется до тех пор, пока деталь не будет полностью изготовлена.

После завершения процесса построения деталь снимается с платформы построения путем отделения от материала поддержки и зачищается от оставшегося не спеченного металлического порошка при помощи специального оборудования.

1.2 Параметры металлических порошков

Для исследования влияния параметров лазерного излучения на механические свойства деталей, изготавливаются образцы специальной формы для проведения механических испытаний. Исходными материалами, в технологии селективного лазерного сплавления, являются металлические порошки. К этим металлическим порошкам предъявляется ряд требований. Одним из параметров, характеризующих порошок, является средний диаметр частиц – d_{50} . Например, $d_{50} = 40$ мкм означает, что 50% частиц порошка имеют размер частиц меньше или равный 40 мкм. Для SLM машин $d_{50} = 30$ мкм [1, 2].

Перед использованием металлического порошка проверяют его химический и гранулометрический состав на соответствие требованиям. Пример гранулометрического анализа частиц порошка представлен на рисунке 6.

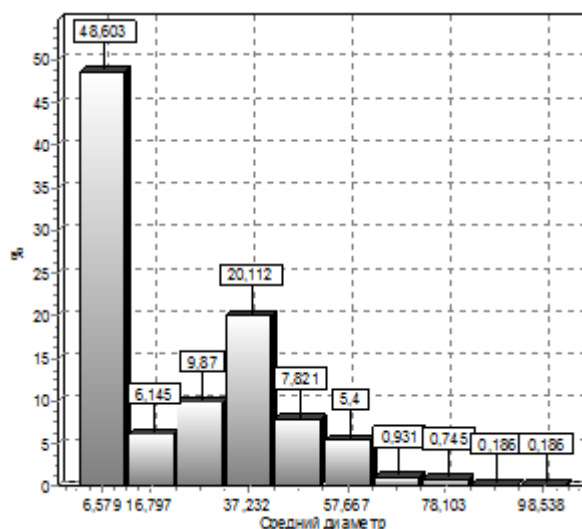
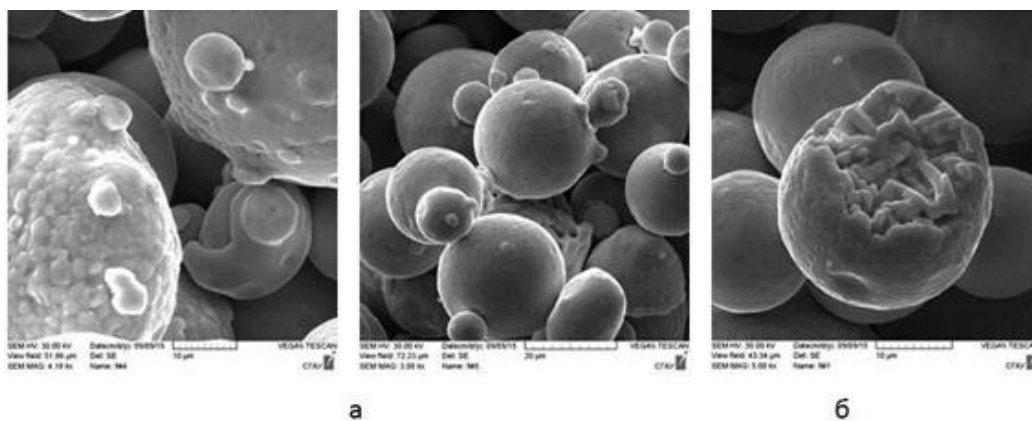


Рисунок 6 – Гранулометрический анализ металлического порошка

В технологии СЛС в качестве исходного материала применяется металлический порошок правильной сферичной формы. В зависимости от технологии получения, на поверхности металлического порошка могут присутствовать ряд дефектов. Например, для металлических порошков, полученных методом газовой атомизации присущи дефекты в виде сателлитов и/или «аморфного» панциря (рисунок 7).



а – морфология поверхности частиц; б – внутренняя структура порошинки

Рисунок 7 – Дефекты металлического порошка

1.3 Технология получения металлических порошков

Металлические порошки – основа порошковой металлургии, технология которой начинается с их получения. Метод производства и природа соответствующего металла, сплава или металлоподобного соединения определяют химические (содержание основного металла, примесей и загрязнений, пиррофорность и токсичность), физические (форма, размер, удельная поверхность, истинная плотность и микротвердость частиц) и технологические (насыпная плотность, текучесть, уплотняемость, прессуемость и формуемость порошка) свойства получаемого металлического порошка [6].

Методы получения металлических порошков подразделяют на физико-механические и механические. К физико-химическим относят технологии, связанные с физико-химическими превращениями исходного сырья. При этом химический состав и структура конечного продукта – порошка, существенно отличается от исходного материала [1]. Механические методы обеспечивают производство порошка из сырья без существенного изменения химического состава [2]. К механическим методам относятся, например, многочисленные варианты размол в мельницах, а также диспергирование расплавов посредством струи газа или жидкости. Этот процесс называют атомизацией.

Диспергирование расплава – наиболее производительный, экономичный и эффективный способ получения мелких и средних порошков металлов. 60-70 % объема всех промышленных порошков получают именно этим методом. Распыление (атомизацию) широко применяют при производстве порошков многокомпонентных сплавов, в частности, с аморфной структурой, которая позволяет достичь равномерного химического состава композиции, даже при содержании легирующих компонентов выше их предела растворимости в основном компоненте сплава. Кроме того, порошки,

полученные с использованием методов диспергирования расплавов, имеют форму частиц, близкую к сферической [1].

Более 90% всех порошков, применяемых в аддитивных технологиях, получают методами диспергирования расплава. Основными технологиями получения порошков для АМ-машин являются [2]:

- газовая атомизация;
- вакуумная атомизация;
- центробежная атомизация.

При газовой атомизации металл расплавляют в плавильной камере (обычно в вакууме или в инертной среде) и затем сливают в управляемом режиме через специальное устройство — распылитель, где производится разрушение потока жидкого металла струей инертного газа под давлением [7].

Суть технологии вакуумной атомизации состоит в следующем: атомайзер состоит из двух камер – плавильной и распылительной. В плавильной камере создают избыточное давление газа (водород, гелий, азот), который растворяется в расплаве. Во время атомизации металл под действием давления в плавильной камере поступает вверх к сопловому аппарату, выходящему в распылительную камеру, где создают вакуум. Возникающий перепад давлений побуждает растворенный газ к выходу на поверхность капле расплава и «взрывает» капли изнутри, обеспечивая при этом сферическую форму и мелкодисперсную структуру порошка [1,8].

Технология центробежной атомизации предполагает распыление расплава, создаваемого электрической дугой между прутком материала и вольфрамовым электродом [7].

2 Методика проведения механических испытаний

Механические свойства – это характеристики, определяющие поведение материала под действием приложенных внешних механических усилий. К механическим свойствам обычно относят сопротивление материала деформации (прочность, твердость) и сопротивление разрушению (пластичность, вязкость). В результате механических испытаний получают значения напряжений и деформаций, при которых происходят изменения физического и механического состояния материала.

Методы определения механических свойств материалов делятся на методы определения механических свойств при статических испытаниях и при динамических испытаниях.

При статических испытаниях определяют свойства, характеризующие упругость, сопротивление начальным пластическим деформациям, сопротивление значительным

пластическим деформациям, пластичность. Для полного выявления механических свойств испытания проводят при различных способах нагружения (растяжение, сжатие, изгиб). При статических испытаниях прилагаемая к образцу нагрузка возрастает медленно и плавно.

Для определения механических свойств изготовленных образцов проводились испытания на одноосное растяжение, позволяющие по результатам одного опыта установить несколько важных механических характеристик металла или сплава.

Проведение испытаний на растяжение металлических образцов регламентируется ГОСТ 1497-84 «Металлы. Методы испытаний на растяжение».

Исследование механических свойств образцов производится на напольной системе для усталостных испытаний модели INSTRON 8802 (рисунок 8). Установка снабжена прибором, записывающим диаграмму растяжения (рисунок 9). Пользуясь полученной диаграммой растяжения для каждого образца были определены:

- Временное сопротивление разрыву, σ_B МПа;
- Предел текучести, $\sigma_{0,2}$ МПа.



Рисунок 8 - Напольная система для проведения усталостных испытаний модели INSTRON 8802

Испытания проводятся на трех образцах, если иное количество не предусмотрено в нормативно - технической документации на металлопродукцию.

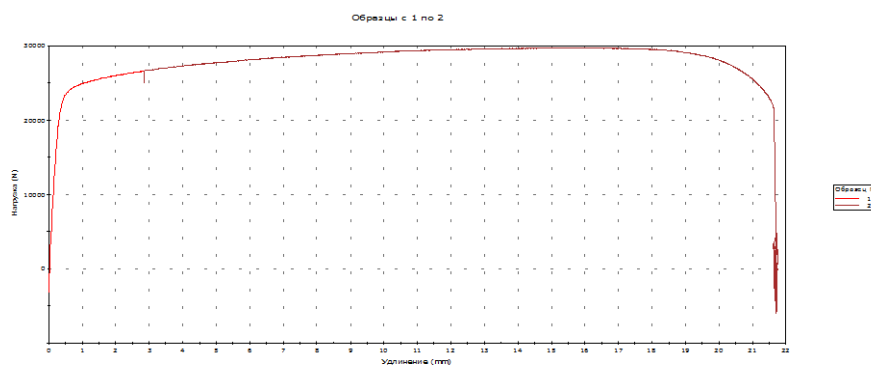


Рисунок 9 – Диаграмма растяжения

На рисунке 10 представлен внешний вид образцов после проведения испытаний на одноосное растяжение.

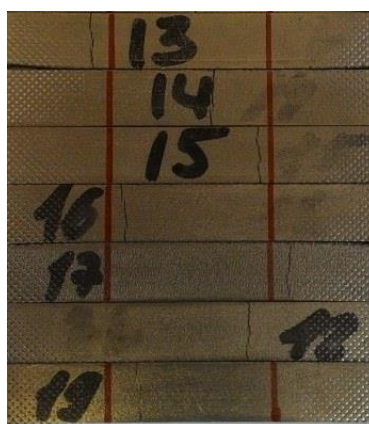


Рисунок 10 – Вид образцов после испытаний на растяжение

3 Применение метода полного факторного эксперимента при определении оптимальных технологических режимов селективного лазерного сплавления металлических порошковых материалов

3.1 Полный факторный эксперимент

Полным факторным экспериментом называется такой эксперимент, при реализации которого определяется значение параметра оптимизации при всех возможных сочетаниях уровней варьирования факторов [8-10]. Для каждого фактора выбираются два уровня – верхний и нижний, на которых фактор варьируется. Половина разности между верхним и нижним уровнями называется *интервалом варьирования*.

Наибольшее распространение получили эксперименты в которых факторы варьируются на двух уровнях (планы 2^n). Реже встречаются 3^n , так как с ростом числа уровней факторов резко возрастает количество опытов.

Полный факторный эксперимент позволяет получить математическую модель исследуемого объекта в виде уравнения множественной регрессии:

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{k=i+1}^n b_{ik} x_i x_k + \sum_{i=1}^n \sum_{k=i+1}^n \sum_{l=k+1}^n b_{ikl} x_i x_k x_l + \dots, \quad (1)$$

где b_0 – свободный член;

b_i, b_{ik}, b_{ikl} – коэффициенты уравнения множественной регрессии.

3.2 Расчет дисперсии опыта

Для оценки точности эксперимента при каждом сочетании факторов обычно проводят несколько экспериментов. В результате получают несколько значений Y_i исследуемого параметра, для которых находят среднее значение:

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^K Y_i}{K}, \quad (2)$$

где K – количество повторных экспериментов.

Для того чтобы опыт считается воспроизводимым дисперсия выходного параметра Y_i должна быть однородна в каждой точке факторного пространства. Поэтому для каждой серии параллельных опытов вычисляют оценку дисперсии:

$$S_{Y_i}^2 = \frac{\sum_{t=1}^K (Y_i - \bar{Y}_t)^2}{(K-1)}. \quad (3)$$

Проверку однородности рядов построчных дисперсий проведем при помощи расчета величины критерия Кохрена, по следующей формуле:

$$G^{\text{расч}} = \frac{S_{Y_{\text{max}}}^2}{\sum_{i=1}^N S_{Y_i}^2}. \quad (4)$$

Полученное значение критерия Кохрена сравнивают со значением G – критерия взятом из таблиц (Приложение 1) в зависимости от уровня значимости α , числа степеней свободы $f = K - 1$ и числу опытов N . Если $G^{\text{расч}} < G^{\text{табл}}$ гипотеза об однородности дисперсий принимается, в противном случае – отвергается, и тогда эксперимент необходимо повторить, изменив условия его проведения (набор факторов, интервал их варьирования, точность измерительных приборов и пр.).

Дисперсия всего опыта определяется по формуле:

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N S_{Y_i}^2}{N}. \quad (5)$$

3.3 Кодирование переменных

Для связи значений факторов в кодированном масштабе с их значениями в натуральном масштабе производят кодирование значений факторов. Для этого находят координаты центра плана по следующим формуле [11]:

$$X_i^0 = \frac{X_{i \text{ max}} + X_{i \text{ min}}}{2}, \quad (6)$$

Интервалы варьирования вычисляют по следующей формуле:

$$\Delta X_i = \frac{X_{i \text{ max}} - X_{i \text{ min}}}{2}, \quad (7)$$

Для случая двух факторного эксперимента ($n=2$) уравнение регрессии (1) имеет следующий вид:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2. \quad (8)$$

3.4 Составление матрицы плана полного факторного эксперимента

План полного факторного эксперимента изображают в виде таблицы или в виде матрицы, столбцы которой отражают уровни факторов, а строки номера опытов. В таблице 2 представлена матрица планирования для полного факторного эксперимента типа 2^2 .

Таблица 2 – Матрица планирования

	X_0	X_1	X_2	Y
	+	+	+	Y_1
	+	-	+	Y_2
	+	+	-	Y_3
	+	-	-	Y_4

Геометрической интерпретацией полного факторного эксперимента 2^2 является квадрат в факторной плоскости (рисунок 6).

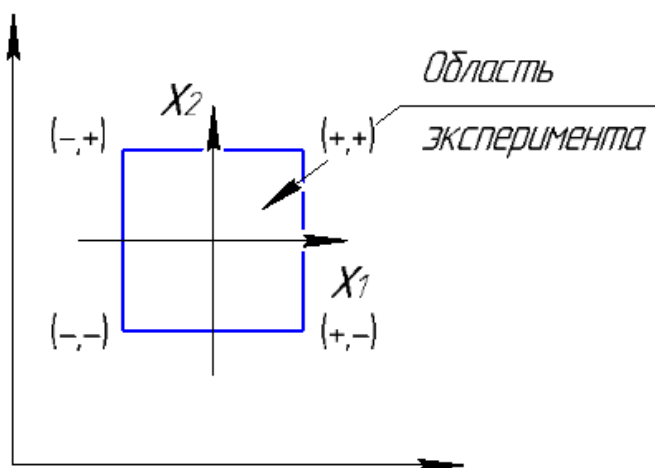


Рисунок 11 – Область эксперимента

Так как выходной параметр может зависеть от уровня, на котором находится другой фактор, то предпочтительнее строить развернутую матрицу планирования, учитывающую не только факторы, но и уровни их взаимодействия. Развернутая матрица планирования для полного факторного эксперимента типа 2^2 представлена в таблице 3. Знаки в столбцах для взаимодействий получают перемножением знаков взаимодействующих факторов.

Таблица 3 – Развернутая матрица планирования

	X_0	X_1	X_2	X_1X_2	Y
	+	+	+	+	Y_1
	+	-	+	-	Y_2
	+	+	-	-	Y_3
	+	-	-	+	Y_4

Для развернутой матрицы планирования уравнение регрессии (1) примет следующий вид:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_{12}X_1X_2. \quad (9)$$

3.5 Вычисление коэффициентов по плану полного факторного эксперимента

Расчет оценок коэффициентов уравнения регрессии производится по методу наименьших квадратов. Благодаря предварительно проделанному кодированию переменных расчет коэффициентов регрессии превращается в простую арифметическую задачу (N – число опытов):

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_0 Y_j; \quad (10)$$

$$b_1 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_1 Y_j; \quad (11)$$

$$b_2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_2 Y_j; \quad (12)$$

$$b_{12} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_1 X_2 Y_j. \quad (13)$$

3.6 Проверка уравнения регрессии на адекватность

С помощью полученного уравнения регрессии (9) и вычисленных коэффициентов уравнения регрессии определяют расчетные значения отклика. Все значения X_i в данном уравнении представлены в кодовом масштабе, поэтому их необходимо использовать с учетом знаков из матрицы планирования.

Поскольку дублирование опытов было равномерным то для проверки гипотезы об адекватности математической модели рассчитывают дисперсию неадекватности:

$$S_{\text{неад}}^2 = \frac{\sum (Y_i \text{ расч} - Y_i \text{ эксп})^2}{f_2}, \quad (14)$$

где f_2 число степеней свободы определяется по формуле:

$$f_2 = N - L, \quad (15)$$

где L - число значимых коэффициентов исследуемого уравнения регрессии, не считая b_0 .

Гипотезу об адекватности модели (9) проверяют по F – критерию Фишера:

$$F_{f_2 f_1}^{\text{расч}} = \frac{S_{\text{неад}}^2}{S_y^2}, \quad (16)$$

где f_1 - число опытов.

В зависимости от уровня значимости (α) выбирают табличное значение F – критерия (Приложение 2). Гипотеза об адекватности не отвергается при заданном значении уровня значимости если выполняется условие: $F^{\text{расч}} < F^{\text{табл}}$.

3.7 Декодирование уравнения регрессии

Декодировав уравнение регрессии получаем следующее соотношения:

$$Y = b_0 + b_1 \left(\frac{X_1 - X_1^0}{\Delta X_1} \right) + b_2 \left(\frac{X_2 - X_2^0}{\Delta X_2} \right) + b_{1,2} \left(\frac{X_1 - X_1^0}{\Delta X_1} \right) \left(\frac{X_2 - X_2^0}{\Delta X_2} \right). \quad (17)$$

3.8 Пример расчета

На установке селективного лазерного сплавления SLM 280 HL проведено исследование влияние технологических параметров лазерного излучения, скорости сканирования и мощности лазерного излучения, на механические свойства сплавляемых образцов, из металлического порошка марки ВВ751П, с применением метода полного факторного эксперимента. План полного факторного эксперимента осуществлялся при следующих пределах изменения переменных:

1. Мощность лазерного излучения $P = 275 \text{ Вт} \pm 50 \text{ Вт}$;
2. Скорость сканирования лазерного луча $V = 760 \text{ мм/с} \pm 50 \text{ мм/с}$.

При каждом сочетании факторов было выращено по три образца. При проведении эксперимента на одноосновное растяжение сплавленных образцов получены следующие результаты испытаний механических свойств: 1070, 1079, 1050; 920, 922, 950; 980, 997, 1007; 1000, 980, 1010 МПа.

Расчет средних значений результатов эксперимента и оценки дисперсии производился по формулам 2 и 3. Результаты вычислений средних значений результатов испытаний и оценки дисперсии представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Средние значения результатов и оценка дисперсии

№ опыта	Y_{i1}	Y_{i2}	Y_{i3}	\bar{Y}_t	S_{Yi}^2
1	1070	1079	1050	1066,3	20,3
2	920	922	950	930,7	81,3

3	9	9	1	9	1
	80	97	007	94,7	86,3
4	1	9	1	9	2
	000	80	010	96,7	33,3

Проверка однородности рядов построчных дисперсий проводилась при помощи расчета величины критерия Кохрена, по формуле 4.

$$G^{\text{расч}} = \frac{281,3}{921,2} = 0,305.$$

При $f = 3 - 1 = 2$, числе опытов $N = 4$ и $a = 0,05$ табличное значение G – критерия: $G^{\text{табл}} = 0,768$. Поскольку условие $G^{\text{расч}} < G^{\text{табл}}$ выполняется ряд дисперсий можно считать однородным.

Дисперсия опыта определялась по формуле 5:

$$S_y^2 = \frac{921,2}{4} = 230,3.$$

Кодирование значений факторов производилось с использованием формул 6 и 7.

$$X_1^0 = \frac{325+225}{2} = 275 \text{ В}; X_2^0 = \frac{810+710}{2} = 760 \text{ мм/с.}$$

$$\Delta X_1 = \frac{325-225}{2} = 50 \text{ ВТ}; \Delta X_2 = \frac{810-710}{2} = 50 \text{ мм/с.}$$

Для наглядности результаты кодирования занесены в таблицу 5.

Таблица 5 – Результаты кодирования

Компоненты плана полного факторного эксперимента	Значения факторов			
	Физиче ские	Кодирован ные	Физиче ские	Кодированн ые
Центр плана	275	0	760	0
Интервал варьирования	50	1	50	1
Верхний уровень	325	+1	810	+1
Нижний уровень	225	-1	710	-1

Матрица плана полного факторного эксперимента составляется с учетом уровня взаимодействия факторов (таблица 6). Для такой матрицы уравнение регрессии имеет вид 9.

Таблица 6 – Матрица планирования

	X_0	X_1	X_2	X_1X_2	Y
	+	+	+	+	Y_1
	+	-	+	-	Y_2
	+	+	-	-	Y_3
	+	-	-	+	Y_4

Коэффициенты уравнения регрессии были рассчитаны по формулам 10,11,12,13.

$$b_0 = \frac{[(+1) \cdot 1066,3 + (+1) \cdot 930,7 + (+1) \cdot 994,7 + (+1) \cdot 996,7]}{4} = 997;$$

$$b_1 = \frac{[(+1) \cdot 1066,3 + (-1) \cdot 930,7 + (+1) \cdot 994,7 + (-1) \cdot 996,7]}{4} = 33,41;$$

$$b_2 = \frac{[(+1) \cdot 1066,3 + (+1) \cdot 930,7 + (-1) \cdot 994,7 + (-1) \cdot 996,7]}{4} = 1,41;$$

$$b_{12} = \frac{[(+1) \cdot 1066,3 + (-1) \cdot 930,7 + (-1) \cdot 994,7 + (+1) \cdot 996,7]}{4} = 34,41.$$

Подставляя значения коэффициентов в уравнение 9 получаем:

$$Y = 997 + 33,41 \cdot X_1 + 1,41 \cdot X_2 + 34,41 \cdot X_1X_2.$$

С помощью полученного уравнения регрессии определяем расчетные значения отклика. Все X_i в данном уравнении представлены в кодовом масштабе. Поэтому если, например, условия 2-го опыта $X_1 = -1; X_2 = +1; X_1X_2 = -1$, то расчетное значение предела прочности в этом опыте:

$$Y = 992,5 - 33,41 + 1,41 - 34,41 = 926,09.$$

Подсчитанные таким образом значения предела прочности представлены в таблице

7.

Таблица 5 – Сопоставление экспериментальных и расчетных данных

№ опыта	$Y_{i \text{ эксп}}$	$Y_{i \text{ расч}}$	$ \Delta Y $	ΔY^2
1	10	10	4,5	20,8
	66,3	61,73	7	84
2	93	92	4,6	21,2
	0,7	6,09	1	52
3	99	99	4,6	21,2
	4,7	0,09	1	52
4	99	99	4,6	21,2
	6,7	2,09	1	52

Дисперсия неадекватности рассчитывалась по формуле 14:

$$S_{\text{неад}}^2 = \frac{84,64}{4-3} = 84,64.$$

Значение критерия Фишера рассчитывалось по формуле 16:

$$F_{1\ 4}^{\text{расч}} = \frac{84,64}{230,3} = 0,367$$

Для уровня значимости $\alpha=0,05$ табличное значение F – критерия (Приложение 2) $F_{1\ 4}^{\text{табл}} = 7,71$. Поскольку $F^{\text{расч}} < F^{\text{табл}}$, гипотеза об адекватности модели (4) при 5%-ном уровне значимости не отвергается.

4 Графическое представление уравнения регрессии в программном продукте MATLAB

При запуске системы Matlab на экране появится основное меню, содержащие несколько подокон. Подокно с заголовком COMMAND WINDOW является командным окном, в котором происходит ввод команд. Команды пользователя вводятся в подокно COMMAND WINDOW сразу после «приглашения системы» которое выглядит следующим образом [12]:

```
>>
```

Создадим четыре пользовательские переменные, путем присвоения значений коэффициентам регрессии. Для это после знака «приглашения системы» присвоим:

```
b0=997;  
b1=33.41;  
b2=1.41;  
b12=34.41;
```

Основным объектом в системе Matlab — являются матрицы, или массивы. Вектор (одномерный массив) представляет собой строку, т. е. матрицу размера $1 \times n$, или столбец, т. е. матрицу размера $m \times 1$. Чтобы задать вектор, достаточно перечислить его элементы, заключая их в квадратные скобки. Элементы векторов-строк разделяются символами «,» (запятая) или « » (пробел). Элементы векторов-столбцов разделяются символом «;» (точка с запятой).

Присвоим следующие значения:

```
x1=[225 325];  
x2=[700 800];,
```

где x_1 - мощность лазерного излучения P , Вт;

x_2 - скорость сканирования лазерного луча V , мм/с;

[225 325] и [700 800] – диапазоны изменения переменных.

Далее сформируем двумерные массивы данных при помощи функции MESHGRID. Функция $[X, Y] = \text{meshgrid}(x, y)$ формирует массивы X и Y , которые определяют координаты узлов прямоугольника, задаваемого векторами x и y [13]. Этот прямоугольник задает область определения функции от двух переменных, которую можно построить в виде 3D-поверхности.

Для нашего примера:

```
[X1, X2]=meshgrid(x1,x2);
```

Затем вводим в подокно COMMAND WINDOW полученное нами уравнение регрессии (4):

$$Y=b_0+b_1*X_1+b_2*X_2+b_{12}*X_1.*X_2,;$$

и командой mesh(Y,) вызываем графическое окно (рисунок 7).

В общем виде должно получиться следующее представление данных:

$$b_0=997;$$

$$b_1=33.41;$$

$$b_2=1.41;$$

$$b_{12}=34.41;$$

$$x_1=[225\ 325];$$

$$x_2=[700\ 800];,$$

$$[X_1, X_2]=\text{meshgrid}(x_1,x_2);$$

$$Y=b_0+b_1*X_1+b_2*X_2+b_{12}*X_1.*X_2,;$$

$$\text{mesh}(X_1,X_2,Y);$$

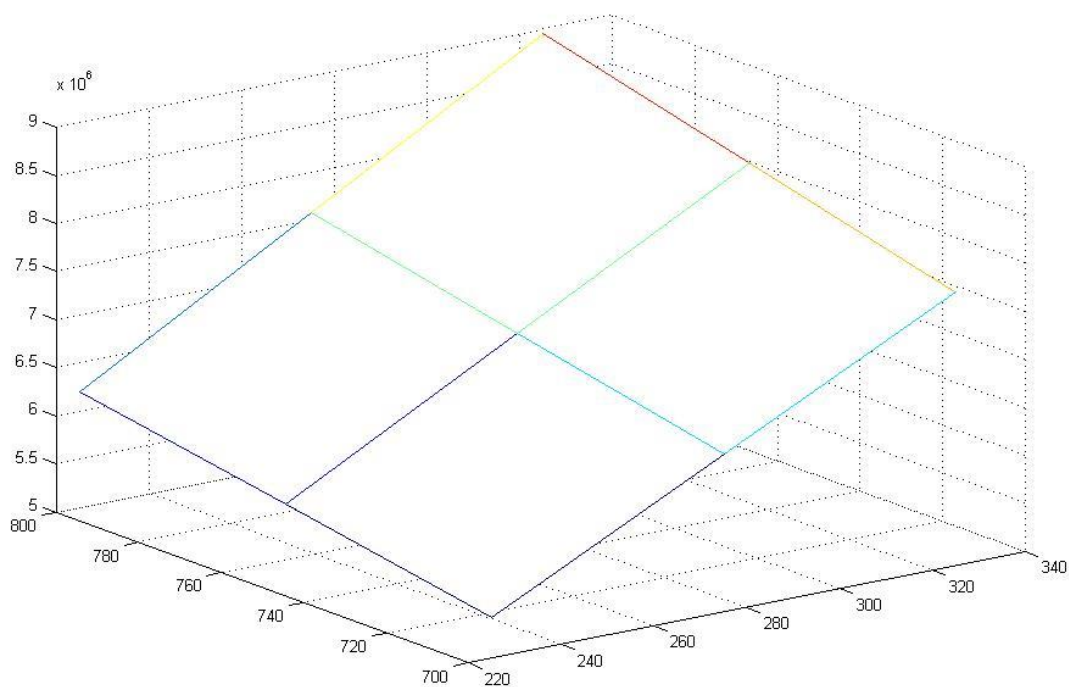


Рисунок 7 – Графическое решение регрессионного уравнения

Список литературы

1. Зленко М.А., Попович А.А., Мутылина И.Н. Аддитивные технологии в машиностроении.- Издательство политехнического университета СПб., 2013.- 210 с.
2. Довбыш В. М., Забеднов П. В., Зленко М. А. Аддитивные технологии и изделия из металла ФГУП. «НАМИ», Москва.
3. Федотов А.В. Новые технологии порошковой металлургии // Материалы в машиностроении. – 2012. – № 1 (76). – С. 53-56.
4. Назаров А. П. Особенности конструкции машин для селективного лазерного спекания // Вестник МГТУ «Станкин». 2013. № 1. С. 76-79.
5. http://3d.globatek.ru/production/slm_280hl/?utm_source=google&utm_medium=cpc&utm_campaign=g_prom&utm_term=slm%20280&gclid=CLjdgK26kdACFQTecgod1UMHSw
6. Осокин Е. Н. Процессы порошковой металлургии. Версия 1.0 [Электронный ресурс]: курс лекций / Е. Н. Осокин, О. А. Артемьева. – Электрон. дан. (5 Мб). – Красноярск: ИПК СФУ, 2008.
7. <http://academcity.org/content/poroshki-izbavlyayut-ot-lishnego>
8. Абомелик Т. П. Методология планирования эксперимента: методические указания к лабораторным работам / сост. Т. П. Абомелик. – Ульяновск: УлГТУ, 2011. – 38 с.
9. Хаймович И.Н. Математическое моделирование материалов и процессов: учеб. пособие / И.Н. Хаймович, Е.Г. Демьяненко. – Самара: Изд-во СГАУ, 2015.-82 с.
10. Цивинский Д.Н. Применение метода полного факторного эксперимента в нефтегазовом деле / Д.Н. Цивинский. – Самар. гос. тех. ун-т. Самара, 2002. – 87 с.
11. Барвинок, В. А. Методы экспериментальных исследований технологических процессов в производстве летательных аппаратов [Электронный ресурс] : электрон. учеб. пособие / В.А.Барвинок, Ю.А.Вашуков; Минобрнауки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т), Самара, 2012.
12. Золотых Н.Ю. Использование пакета MATLAB в научной и учебной работе / Учебно-методические материалы подготовлены в рамках инновационной образовательной программы ННГУ: Образовательно-научный центр «Информационно-телекоммуникационные системы: физические основы и математическое обеспечение». - 70 с.
13. <http://www.exponenta.ru/soft/matlab/potemkin/book2/chapter5/meshgrid.asp>

Критические значения G – критерия при уровне значимости $\alpha=0,05$

Число опытов (N)	Число степеней свободы													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144	∞
2	0,999	0,975	0,939	0,906	0,858	0,853	0,833	0,816	0,801	0,788	0,734	0,660	0,581	0,500
3	0,967	0,871	0,798	0,746	0,707	0,677	0,653	0,633	0,617	0,603	0,547	0,475	0,403	0,333
4	0,907	0,768	0,684	0,629	0,590	0,560	0,537	0,518	0,502	0,488	0,437	0,372	0,309	0,250
5	0,841	0,684	0,598	0,544	0,506	0,478	0,456	0,439	0,424	0,412	0,365	0,307	0,251	0,200
6	0,781	0,616	0,532	0,480	0,445	0,418	0,398	0,382	0,368	0,357	0,314	0,261	0,212	0,167
7	0,727	0,561	0,480	0,431	0,391	0,373	0,356	0,338	0,325	0,315	0,276	0,228	0,183	0,143
8	0,680	0,516	0,438	0,391	0,360	0,336	0,319	0,304	0,293	0,283	0,246	0,202	0,162	0,125
9	0,640	0,478	0,403	0,358	0,329	0,307	0,290	0,277	0,266	0,257	0,223	0,182	0,145	0,111
10	0,602	0,445	0,373	0,331	0,303	0,282	0,267	0,254	0,244	0,235	0,203	0,166	0,131	0,100
12	0,541	0,392	0,326	0,288	0,262	0,244	0,230	0,219	0,210	0,202	0,174	0,140	0,110	0,083
15	0,471	0,335	0,335	0,242	0,220	0,203	0,191	0,182	0,174	0,167	0,143	0,114	0,089	0,067
20	0,389	0,271	0,276	0,192	0,174	0,160	0,150	0,142	0,136	0,130	0,111	0,088	0,068	0,050
24	0,343	0,235	0,221	0,166	0,149	0,137	0,129	0,121	0,116	0,111	0,094	0,074	0,057	0,042
30	0,293	0,198	0,159	0,138	0,124	0,114	0,106	0,100	0,096	0,092	0,077	0,060	0,046	0,033
40	0,237	0,158	0,126	0,108	0,097	0,089	0,083	0,078	0,075	0,071	0,060	0,046	0,035	0,025
60	0,044	0,113	0,090	0,077	0,068	0,062	0,058	0,055	0,052	0,050	0,041	0,032	0,023	0,017
120	0,100	0,063	0,050	0,42	0,037	0,034	0,031	0,029	0,028	0,027	0,022	0,017	0,012	0,008
∞	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Значения F – критерия для уравнений значимости $\alpha=0,05$

Число опытов (N)	Число степеней свободы								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81
4	7,71	6,59	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,98	3,87	3,79	3,73	3,68
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40
30	4,16	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,10	2,08	1,97
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	2,01	1,94	1,88

Учебное издание

*Агаповичев Антон Васильевич
Смелов Виталий Геннадиевич
Сотов Антон Васильевич*

**ПРИМЕНЕНИЕ СОВРЕМЕННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
ПЛАНИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ
ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМОВ СЛС**

Методические указания

Редакторская обработка
Компьютерная верстка А.В. Агаповичев

Доверстка

Подписано в печать _____ г. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 10,0 .

Тираж 50 экз. Заказ _____ . ИП –

Самарский государственный
аэрокосмический университет.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственного
аэрокосмического университета.
443086 Самара, Московское шоссе, 34