

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЁВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)» (СГАУ)

И.Б. ДМИТРИЕВА, А.В. КРИВЦОВ

**ТЕОРИЯ И РАСЧЁТ ЛОПАТОЧНЫХ МАШИН
АГРЕГАТОВ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ**

ТЕКСТ ЛЕКЦИЙ

ЧАСТЬ I

электронный ресурс

Самара 2013

ВВЕДЕНИЕ

Этот курс посвящён изучению теории рабочих процессов насосов и турбин. И насосы, и турбины являются лопаточными машинами (ЛМ).

Лопаточные машины – это устройства, в которых к рабочему телу подводится механическая энергия или где механическая энергия передаётся от рабочего тела.

Какое отношение имеют ЛМ к РД?

Ракетные двигатели рассчитаны на кратковременное создание тяги. Величина тяги у различных двигателей варьируется от нескольких ньютонов до сотен килоньютонов.

В ЖРД подаются два компонента топлива – горючее (Г) и окислитель (О). Эти компоненты должны подаваться под высоким давлением (3,0 – 21,5 МПа). Система подачи О и Г должна обеспечивать как высокое давление компонентов топлива, так и большой расход этих жидкостей, т.е. должна быть высокопродуктивной.

Известны 2 системы подачи компонентов топлива в камеру сгорания ракетного двигателя: вытеснительная и насосная. Схема вытеснительной системы подачи топлива приведена на рисунке В.1.

Из бака высокого давления **1** инертный газ (например, азот) через редукторы **2** поступает в баки горючего и окислителя **3**. Из-за повышения давления жидкости из них вытесняются в камеру сгорания. Это означает, что давление в баках **3** должно быть существенно выше, чем в камере сгорания, и, следовательно, баки должны иметь толстые стенки. Преимущество вытеснительной подачи компонентов топлива – простота и надёжность конструкции.

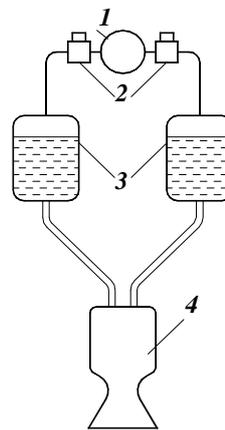


Рис. В.1

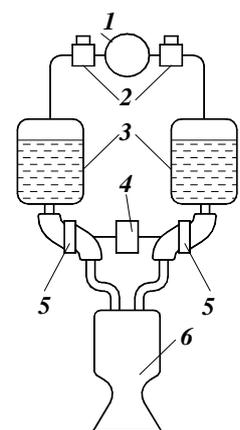


Рис. В.2

Есть и недостаток. При большой тяге или при относительно большой длительности работы двигателя должен быть большой объем баков **3**, следовательно, очень велика масса трех баков. Если использование такой тяжёлой системы недопустимо, то в этих случаях целесообразно использование насосной системы подачи компонентов топлива (рис. В.2).

Из баков О и Г жидкость подается в лопаточные насосы О и Г, которые установлены на одном валу и приводятся во вращение газовой турбиной. Такую совокупность насосов и турбины называют ТНА – турбонасосный агрегат.

Рабочее тело газовой турбины получают в специальном газогенераторе. Это может быть продукт разложения жидкого компонента или продукты сгорания специальных компонентов.

В этой системе нет бака И, давление в баках О и Г небольшое, т.е. не нужны толстые стенки, следовательно, масса насосной системы ниже, чем вытеснительной, в чём её неоспоримое преимущество. Но конструкция ТНА достаточно сложна.

Основные характеристики насосов и турбин ТНА.

Как уже было сказано, турбонасосный агрегат состоит из насосов и приводящей их во вращательное движение турбины.

Современные насосы обеспечивают давление на выходе до 15 – 30 Мпа (150 – 300 атм). Имеется ввиду полное давление $P_{\text{вых}}^*$.

Кпд насоса $\eta_H = 0,7..0,8$.

Эти насосы приводятся в действие турбиной. Температура на входе низкотемпературной турбины T_1^* не превышает 1200 – 1250К. Такие турбины не являются охлаждаемыми, т.к. имеют небольшие размеры.

Степень понижения давления в ступени (перепад давления) составляет:

- для предкамерных турбин $\pi_{\text{ст}} = 1,3..1,8$;
- для автономной турбины $\pi_{\text{ст}} = 20..50$.

Подходы к проектированию различных типов турбин различны.

Литература.

1. Овсянников Б.В., Боровских Б.И. Теория и расчёт агрегатов питания ЖРД.
2. Холщевников К.В., Емагин О.Н., Митрохин В.Г. Теория и расчёт авиационных лопаточных машин.
3. Тихонов Н.Т., Мусаткин Н.Ф., Матвеев В.Н., Нечитайло А.А. Теория лопаточных насосов ЖРД
4. Тихонов Н.Т., Мусаткин Н.Ф., Матвеев В.Н. Теория лопаточных машин авиационных ГТД.

1. ПОНЯТИЕ ЛОПАТОЧНОЙ МАШИНЫ И ОСНОВНЫЕ СХЕМЫ ТЕЧЕНИЯ РАБОЧЕГО ТЕЛА В ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ

1.1. Понятие лопаточной машины

Лопаточной машиной называется устройство, в проточной части которого к рабочему телу либо подводится механическая энергия, либо от рабочего тела осуществляется отвод механической энергии.

Взаимодействие рабочего тела с устройством осуществляется с помощью лопаток или лопастей специальной формы. Лопатка является основным элементом лопаточной машины (рис. 1.1а).

В общем случае она состоит из пера, замка и бандажной полки. Лопатки могут выполняться заодно с диском (т.е. в них отсутствует замок) или не иметь бандажа.

Рассмотрим простейшую лопаточную машину – вращающийся диск с лопатками. Для рассмотрения лопаточной машины обычно прибегают к таким сечениям:

- сечение меридиональной плоскостью (меридиональное);
- сечение окружной плоскостью (окружное);
- дополнительное сечение.

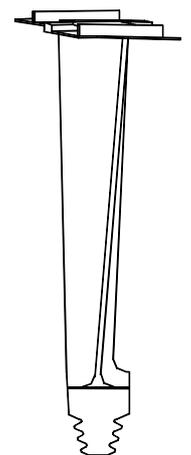


Рис. 1.1а.

Меридиональная плоскость – это плоскость, проходящая через ось лопаточной машины. Все элементы меридионального сечения нужно мысленно прокручивать вокруг оси, чтобы мысленно получить объёмную картину ЛМ.

Окружная плоскость – это плоскость, перпендикулярная оси ЛМ.

В меридиональном сечении лопаточная машина выглядит так (рис.1.16). На рисунке 1 – вал, 2 – диск, 3 – лопатки. Все параметры, которые мы будем фиксировать на входе в лопаточную машину, будут иметь индекс 1, а на выходе – индекс 2.

Совокупность лопаток на диске называется **лопаточным венцом** (ЛВ). Лопатки соединены с диском и вращаются вместе с ним. Совокупность рабочих (вращающихся) лопаток и диска называется **рабочим колесом** (РК), которое крепится на валу.

Кроме подвижных (вращающихся лопаточных венцов) бывают и неподвижные ЛВ. Неподвижный ЛВ – это совокупность лопаток на обечайке. Неподвижный ЛВ у насоса называется **направляющим аппаратом** (НА), у турбин – **сопловым аппаратом** (СА). Неподвижные ЛВ иногда заменяют на систему каналов. У насоса совокупность РК и НА (или системы отводных каналов) называется ступенью. Для турбины ступенью называется совокупность СА (или системы подводящих каналов) и РК. Ступень – это минимальная единица ЛМ.

Между лопатками образуются межлопаточные каналы, в которых при контакте рабочего тела с лопатками и происходит подвод либо отвод механической энергии.

Рассмотрим некоторую линию АВ в меридиональном сечении. Радиус, на котором располагается эта линия на входе в лопаточную машину, обозначим r_1 , а на выходе – r_2 .

Если радиусы r_1 и r_2 различны, то вращение линии АВ вокруг оси ЛМ образует коническую поверхность; если радиусы равны – то цилиндрическую.

Рассмотрим цилиндрическую поверхность, образованную вращением линии А-В. Она пересекает лопаточный венец, образуя совокупность сечений лопаток. Развернём полученное сечение на плоскость. Так мы получим **дополнительное сечение**. Контур лопатки, попавший в дополнительное сечение, называется **профилем**. Основные элементы и геометрические параметры профиля лопатки приведены в таблице 1.1. Совокупность профилей лопаток ЛВ называется **решёткой профилей** (рис. 1.2а). Таким образом, в дополнительном сечении мы видим решётку профилей лопаток. На ней кроме самих профилей изображаются входной и выходной фронты решётки профилей.

Пространство между лопатками называется **межлопаточным каналом**. Если в межлопаточный канал вписать окружности, то их центры образуют **среднюю линию межлопаточного канала**.

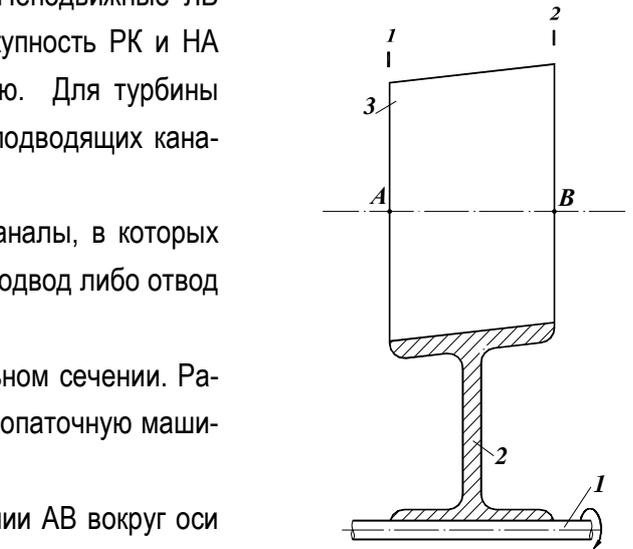


Рис. 1.16.

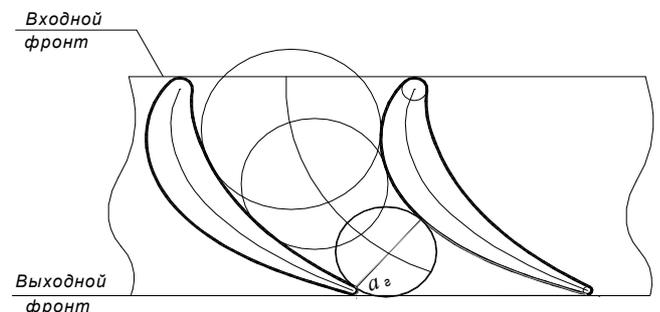


Рис. 1.2а.

Основные элементы решётки профилей изображены на рис. 1.2б, геометрические и кинематические параметры решётки профилей приведены в таблице 1.2.

Добавим ещё одно коническое сечение с радиусами r_1+dr и r_2+dr . Теперь решётка профилей обрела бесконечно малую толщину dr . В этом случае она называется **элементарным лопаточным венцом**.

Таблица 1.1 - Основные элементы и геометрические параметры профиля лопатки

Наименование элемента или геометрического параметра профиля	Обозначение	Графический комментарий
Рабочая часть контура профиля	<i>Корытце</i>	
Нерабочая часть контура профиля	<i>Спинка</i>	
Средняя линия профиля лопатки	<i>Средняя линия</i>	
Радиус входной кромки профиля	$r_{вх}$	
Радиус выходной кромки профиля	$r_{вых}$	
Максимальная толщина профиля	C_m	
Координата расположения максимальной толщины профиля	X_c	
Максимальный прогиб средней линии	f	
Координата расположения максимального прогиба средней линии	X_f	
Угол изгиба средней линии профиля – угол между касательными к средней линии на входе и выходе	θ	
Хорда профиля лопатки	b	
Относительная максимальная толщина профиля	$\bar{c}_m = c_m/b$	
Относительный прогиб средней линии	$\bar{f} = f/b$	

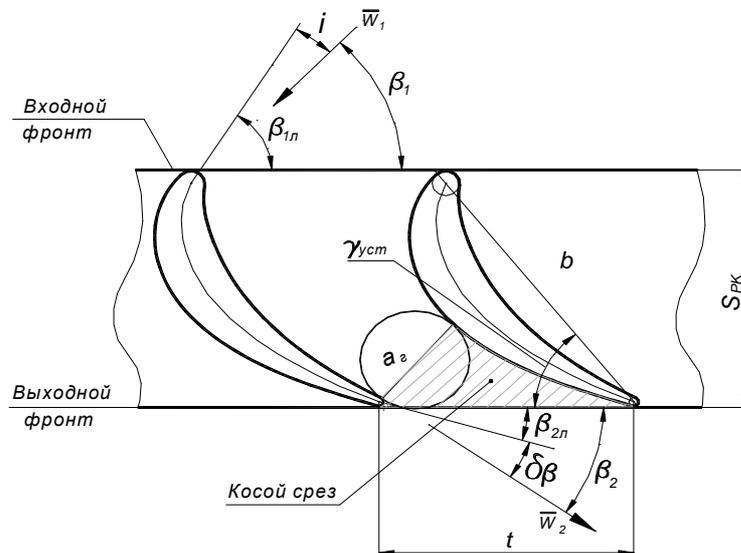


Рис. 1.26.

Таблица 1.2 - Основные элементы, геометрические и кинематические параметры решетки профилей

Наименование элемента или параметра	Обозначение
Входной фронт решетки	<i>Входной фронт</i>
Выходной фронт	<i>Выходной фронт</i>
Лопаточный угол на входе в РК	$\beta_{1л}$
Лопаточный угол на выходе в РК	$\beta_{2л}$
Шаг решетки	t
Ширина лопаточного венца РК	$S_{РК}$
Хорда	b
Угол установки профиля в решетке	$\gamma_{уст}$
Горло межлопаточного канала – минимальная ширина межлопаточного канала	a_z
Косой срез межлопаточного канала – область между горлом и выходным фронтом	<i>Косой срез</i>
Угол потока на входе в РК в относительном движении	β_1
Угол атаки	$i = \beta_{1л} - \beta_1$
Угол потока на выходе из РК в относительном движении	β_2
Эффективный угол рабочей решетки	$\beta_{2эф} = \arcsin(a_z / t)$
Угол отклонения потока в косом срезе рабочей решетки	$\delta \beta_2 = \beta_2 - \beta_{2эф}$
Кинематическая степень конфузурности рабочей решетки	$K_{кон}^{кин} = \sin \beta_1 / \sin \beta_2$
Геометрическая степень конфузурности рабочей решетки	$K_{кон}^{геом} = \sin \beta_{1л} / \sin \beta_{2л}$

1.2. Классификация лопаточных машин

По принципу действия ЛМ подразделяют на машины – исполнители и машины – двигатели.

В машинах – исполнителях к рабочему телу подводится механическая энергия (компрессор, насос, гребной винт, вентилятор).

В машинах – двигателях механическая энергия отбирается от рабочего тела (турбины).

В соответствии с основным направлением течения рабочего тела лопаточные машины разделяют на осевые и радиальные.

Осевой лопаточной машиной называется такая лопаточная машина, линии тока рабочего тела в которой располагаются на цилиндрических поверхностях, совпадающих с осью ЛМ.

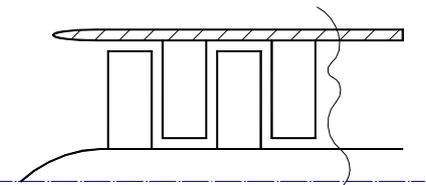


Рис. 1.3.

Радиальной лопаточной машиной называется такая ЛМ, линии тока рабочего тела в которой располагаются в плоскостях, перпендикулярных оси лопаточной машины.

Радиальные ЛМ подразделяются на центробежные (ц/б) и центростремительные (ц/с). Если течение рабочего тела в ЛМ идёт от центра к периферии, то такая лопаточная машина называется ц/б. Примером является центробежный компрессор, рис. 1.4.

Если же поток в основном направлен от периферии к центру, то лопаточная машина называется центростремительной. Пример – центростремительная турбина (рисунок 1.5).

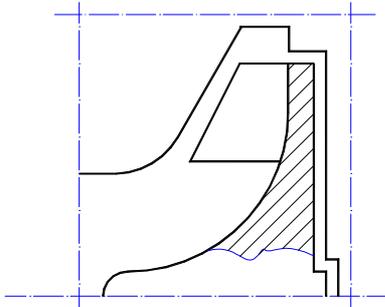


Рис. 1.4

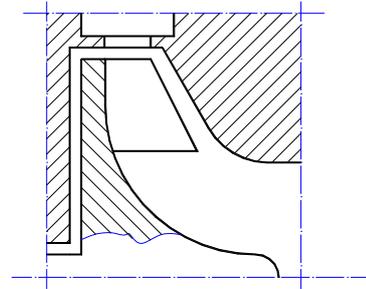


Рис. 1.5

По числу ступеней лопаточные машины разделяются на одноступенчатые и многоступенчатые, в случае, если в состав лопаточной машины входит несколько ступеней.

На борту космического аппарата обычно устанавливают центробежные одноступенчатые насосы. У осевых насосов может быть до 7 ступеней. Турбины ТНА обычно имеют 1 – 2 ступени.

1.3. Основные требования к лопаточным машинам

Существуют общие требования к лопаточным машинам; также есть специфические требования к насосам и к турбинам ТНА.

Общие требования к ЛМ

1. Малая масса, малые габариты. В этом случае на КА разместится больше полезного груза.
2. Высокий КПД на расчётном режиме.
3. Благоприятное протекание характеристик лопаточной машины.
4. Надёжность, долговечность, живучесть. (Живучесть – это требование к агрегату в нестандартных условиях выполнять свои функции некоторое время).
5. Высокая технологичность. (Чем выше технологичность, тем меньше стоимость).

Кроме того от насосов ТНА требуется

1. Возможность работы с агрессивными и криогенными компонентами топлива.
2. Отсутствие трущихся элементов (во избежание местного нагрева).
3. Стабильность работы. Имеется в виду отсутствие на выходе периодических изменений давления и других параметров рабочего тела.

Специфические требования к турбинам ТНА

1. Турбины должны обеспечивать вращение насоса без редуктора. Для привода турбины желательно использовать рабочее тело, запас которого на борту ЛА не увеличивал бы существенно массу КА.

1.4. Обозначения направлений, плоскостей, скоростей в ЛМ

Частица рабочего тела перемещается по траектории S в непосредственной близости пера лопатки. В некоторый фиксированный момент времени t_{ϕ} частица занимает положение в т.А. Лопатка воздействует на частицу с силой R .

Скорость частицы относительно неподвижных частей ЛМ называется абсолютной скоростью, обозначается буквой c . Скорость частицы рабочего тела относительно подвижных, вращающихся частей ЛМ называется относительной и обозначается w .

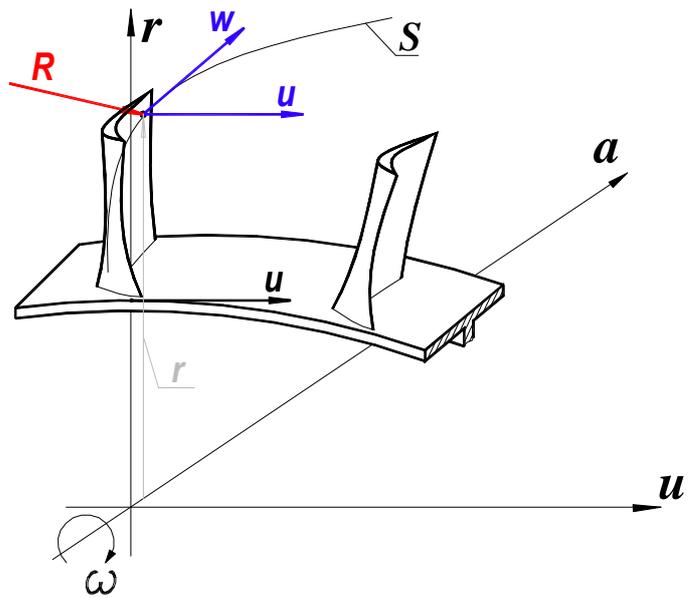


Рис. 1.6.

Находясь во вращающейся системе отсчёта, мы имеем дело с относительной скоростью. Вектор w относительной скорости частицы касателен к траектории S . Любая частица РК имеет окружную скорость ω . Частица рабочего тела, попав в межлопаточный канал и вовлекаясь во вращательное движение, также обретает угловую скорость ω , её окружная (переносная) скорость равна $U = \omega \cdot r$, где r – расстояние от оси вращения ЛМ до частицы.

Частица рабочего тела имеет абсолютную скорость c относительно неподвижных элементов лопаточной машины – деталей статора. Как всегда справедливо равенство $c = w + u$.

Обозначим направления:

- oa — осевое направление (ось Oa);
- or — радиальное направление (ось Or);
- ou — окружное направление (ось Ou).

Обозначим плоскости:

- Меридиональная плоскость m (или rOa);
- Окружная плоскость u (или rOu);
- Осевая плоскость a (или aOu).

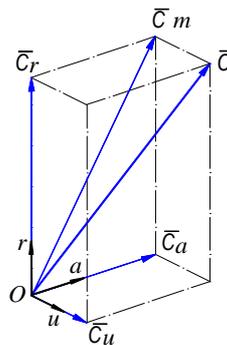


Рис. 1.7.

Проекции (составляющие) абсолютной скорости

- \bar{c}_a - осевая составляющая
- \bar{c}_u - окружная составляющая
- \bar{c}_r - радиальная составляющая

Рассмотрим проекции векторов на оси (рис. 1.7). В общем случае вектор абсолютной скорости \bar{c} можно разложить на три составляющие: $\bar{c} = \bar{c}_u + \bar{c}_r + \bar{c}_a$ – окружную, радиальную и осевую. Вектор \bar{c}_u лежит в плоскости вращения колеса и направлен по вектору окружной скорости \bar{u} . Вектора \bar{c}_r и \bar{c}_a лежат в меридиональной плоскости. Проекцию абсолютной скорости на меридиональную плоскость обозначают индексом m . Таким образом, векторная сумма радиальной и осевой составляющих даёт меридиональную составляющую абсолютной скорости: $\bar{c}_m = \bar{c}_r + \bar{c}_a$. Тогда $\bar{c} = \bar{c}_u + \bar{c}_m$. Через векторы \bar{c} и \bar{c}_m проходит плоскость, в которой и ведётся построение планов скоростей.

Аналогичным образом можно разложить на составляющие вектор относительной скорости.

1.5. Принцип действия лопаточных машин

Рассмотрим принцип действия ЛМ – исполнителя и ЛМ – двигателя.

Принцип действия ступени осевого насоса

Рассмотрим одноступенчатый осевой насос, его меридиональное сечение. Расsectём рабочее колесо и направляющий аппарат двумя цилиндрическими поверхностями с диаметрами D_{CP} и $D_{CP} + 2 \cdot dr$, сечение развернём на плоскость. Получим элементарные лопаточные венцы рабочего колеса и направляющего аппарата. Развернём полученную плоскую картину на -90° .

Вращающийся ЛВ – это рабочее колесо, неподвижный ЛВ – это направляющий аппарат. Межлопаточные каналы у РК расширяющиеся, диффузорные. Межлопаточные каналы у НА также диффузорные. Это определяется по ходу движения рабочего тела в канале. Надо вписать в него окружности. Если радиусы окружностей возрастают, то канал расширяется.

\bar{R} – это сила, с которой лопатка действует на рабочее тело.

\bar{R}_a – осевая составляющая \bar{R} . Она действует как поршень на частицы рабочего тела, вытесняя из лопаточного канала жидкость. На входе в РК появляется абсолютная скорость рабочего тела \bar{c}_1 , с которой жидкость проходит сечение 1 - 1 в осевом направлении.

Абсолютная скорость $\bar{c} = \bar{w} + \bar{u}$, откуда $\bar{w} = \bar{c} - \bar{u}$. Чтобы из первого вектора вычесть второй, надо к окончанию первого вектора приставить окончание второго.

Построим треугольник скоростей на входе в РК. Известны абсолютная скорость на входе в РК и окружная скорость, её направление и величина $u = \omega \cdot r$, из треугольника определяется относительная скорость на входе в РК \bar{w}_1 : $\bar{w}_1 = \bar{c}_1 - \bar{u}$. Если вектор \bar{w}_1 направлен по входной кромке лопатки, то это хорошо с точки зрения обтекания лопатки.

В противном случае повышается неравномерность потока, ухудшается обтекание, при больших углах атаки появляются срывы потока.

В расширяющихся каналах скорость уменьшается. Т.о. скорость относительно стенок канала, которые подвижны, вращаются, т.е. относительная скорость \bar{w} уменьшается.

Вектор относительной скорости \bar{w} в процессе прохождения потока в межлопаточном канале разворачивается, изменяет своё направление в соответствии с формой канала, модуль вектора уменьшается, статическое давление растёт (канал диффузорный).

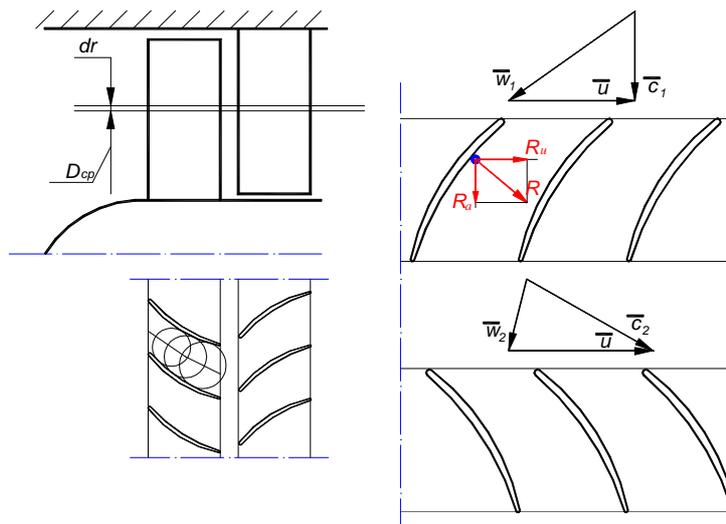


Рис. 1.8.

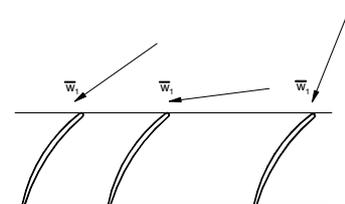


Рис. 1.9.

Построим треугольник скоростей на выходе из РК. Известны относительная скорость \bar{w}_2 на выходе из РК и окружная скорость $u = \omega \cdot r$, из треугольника определяется абсолютная скорость на выходе из РК \bar{c}_2 : $\bar{c}_2 = \bar{w}_2 + \bar{u}_2$.

Из треугольников скоростей на входе и выходе РК видно, что по модулю абсолютная скорость на выходе из РК c_2 больше, чем абсолютная скорость на входе в РК c_1 . Поскольку абсолютная скорость является мерилем кинетической энергии, значит, кинетическая энергия потока возросла. Также увеличилась и потенциальная энергия потока, т.к. повысилось статическое давление потока рабочего тела при прохождении в межлопаточном канале рабочего колеса. Следовательно, повысилась полная энергия потока. Это происходит за счёт механической энергии, которая подводится к рабочему телу в межлопаточных каналах.

Принцип действия ступени осевой турбины

Рассмотрим одноступенчатую турбину. Разсечём сопловой аппарат и рабочее колесо двумя цилиндрическими поверхностями с диаметрами D_{CP} и $D_{CP} + 2 \cdot dr$, сечение развернём на плоскость. Получим элементарные лопаточные венцы соплового аппарата и рабочего колеса (рис. 1.10).

На входе в ступень высокое давление, повышенная температура p_0^*, T_0^* . На выходе давление приблизительно равно давлению окружающей среды. Газ из области повышенного давления стремится попасть в область пониженного давления, т.е. проходит по межлопаточным каналам сначала соплового аппарата, затем – рабочего колеса. На входе в СА возникает скорость \bar{c}_0

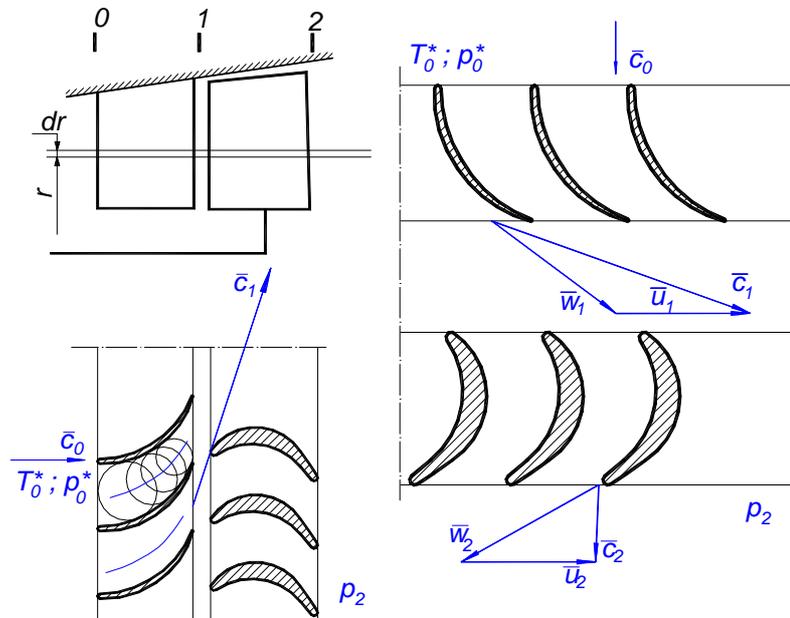


Рис. 1.10.

Межлопаточные каналы СА криволинейны и сужаются, следовательно, поток в них разворачивается и разгоняется. Скорость на выходе из СА \bar{c}_1 очень велика и может достигать до 700 м/с. С этой скоростью поток устремляется на лопатки РК. Струя рабочего тела создаёт на лопатках очень большую силу \bar{P} , окружная составляющая этой силы \bar{P}_U создаёт крутящий момент. В рабочем колесе каждая точка вращается с некоторой угловой скоростью ω . На входе в РК окружная скорость по величине равна $u = \omega \cdot r = \omega \cdot D_{1CP}/2$. На рисунке окружная скорость направлена вверх.

Построим треугольник скоростей на входе в РК. В сечении 1 - 1 скорость потока \bar{c}_1 направлена на выходе из СА по касательной к линии тока в межлопаточном канале, величина её больше, чем на входе в СА. Учтём, что $u_1 = \omega \cdot r_1$; $u_2 = \omega \cdot r_2$; $r_1 = r_2 = r$; $u_1 = u_2 = u$. Для определения скорости потока на входе в

РК относительно входной кромки необходимо вычесть из абсолютной скорости потока окружную $\bar{w}_1 = \bar{c}_1 - \bar{u}$.

Построим треугольник скоростей на выходе из РК.

Проследим линию тока частицы в межлопаточном канале рабочего колеса. Межлопаточные каналы РК криволинейны и сужаются, следовательно, поток в них разгоняется в относительном движении и разворачивается. На выходе из РК относительная скорость рабочего тела будет направлена по касательной к линии тока, а по величине немного увеличится. Окружная скорость на выходе из РК такая же, как на входе в него. Можно построить треугольник скоростей на выходе из РК, из которого определим абсолютную скорость потока: $\bar{c}_2 = \bar{w}_2 + \bar{u}$. В рабочем колесе абсолютная скорость потока падает вследствие преобразования части кинетической энергии потока в механическую энергию рабочего колеса.

Таким образом, при прохождении через межлопаточные каналы ступени осевой турбины, рабочее тело теряет как потенциальную энергию (его статическое давление падает), так и кинетическую энергию (уменьшается абсолютная скорость).

1.6. Схемы течения рабочего тела в ЛМ

В общем случае все составляющие абсолютной скорости частицы c_u , c_a , c_r зависят от её координат и от фактора времени t : $c_a, c_r, c_u = f(a, r, u, t)$.

Стационарным называется поток, поле скоростей которого не изменяется во времени.

1.6.1. Одномерная схема течения рабочего тела в ЛМ

Под одномерной понимают такую схему стационарного потока, параметры которого изменяются только в одном направлении. В поперечном сечении считается, что параметры потока неизменны.

Пример 1. Осевой насос.

Скорость течения $c_{вх}$, давление $p_{вх}$, плотность $\rho_{вх}$ на входе в ступень и скорость течения $c_{вых}$, давление $p_{вых}$ и плотность $\rho_{вых}$ на выходе из ступени, считаются одинаковыми по высоте лопатки, но на входе и на выходе соответствующие параметры различны по величине.

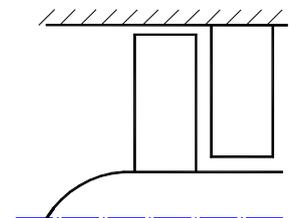


Рис. 1.11

Пример 2. Рабочее колесо центробежного насоса.

Рассмотрим только фрагмент течения рабочего тела между сечениями 1 и 2 в меридиональной плоскости.

Параметры на входе в РК (абсолютная скорость, давление и др.) одни и те же по всему входному сечению 1. Параметры на выходе из РК (абсолютная скорость, давление и др.) также не изменяются по высоте лопатки в сечении 2.

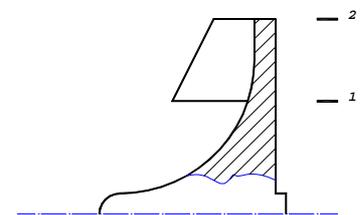


Рис. 1.12

1.6.2. Двумерная схема течения рабочего тела в ЛМ

Под двумерной схемой потока понимают такую схему течения рабочего тела, при котором векторные параметры рассматриваются в проекции на две координатные оси. Поток считают стационарным.

Пример 1. Центробежный насос.

Рассмотрим элементарный лопаточный венец рабочего колеса центробежного насоса. Для этого построим дополнительное сечение двумя окружными плоскостями, перпендикулярными оси вращения ЛМ и отстоящими друг от друга на расстоянии da .

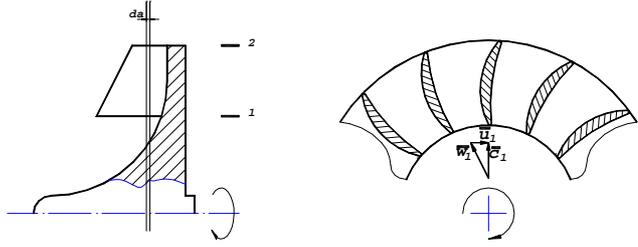


Рис. 1.13.

Нужно построить треугольник скоростей на входе в РК. Для этого указать вектор абсолютной скорости (предположим, что нет закрутки), вектор окружной скорости (его величина $u_1 = \omega \cdot r$), из треугольника скоростей при построении определить относительную скорость потока w_1 : $w_1 = c_1 - u_1$.

Определим векторы абсолютной, окружной и относительной скоростей в проекциях на оси координат u, r . $c_1 (0, c_{1r})$; $u_1 (u_{1u}, 0)$; $w_1 (-w_{1u}, w_{1r})$;

Пример 2. Двухмерная схема течения в осевой турбине. См. рис. 1.10.

Определим векторы абсолютной, окружной и относительной скоростей в проекциях на оси координат a, u .

$$\begin{array}{lll} c_1 (c_{1a}, c_{1u}); & u_1 (u_{1u}, 0); & w_1 (w_{1a}, w_{1u}); \\ c_2 (c_{2a}, c_{2u}); & u_2 (u_{2u}, 0); & w_2 (w_{2a}, -w_{2u}). \end{array}$$

1.6.3. Трёхмерная схема течения рабочего тела в ЛМ

Под трёхмерной понимают такую схему течения стационарного потока, векторные параметры которого рассматриваются в проекции на три координатные оси.

Рассмотрим движение элементарной частицы.

S – траектория движения частицы массы dm в непосредственной близости от лопатки.

Рассмотрим силы, которые действуют на частицу.

- $d\bar{P}$ - сила давления
- $d\bar{T}$ - сила трения, направлена по касательной к S
- $d\bar{R}$ - сила, с которой лопатка воздействует на частицу
- c - абсолютная скорость частицы

Под воздействием равнодействующей всех сил, действующих на частицу, последняя движется ускоренно.

Движение частицы может быть описано уравнением $d\bar{R} + d\bar{T} + d\bar{P} = dm \cdot \frac{dc}{dt}$

Все эти вектора общего положения, и для перехода от векторов к скалярам надо это векторное уравнение спроецировать на три координатные оси.

Эта схема стационарна, не зависит от времени, чем и отличается от общей. Например, для абсолютной скорости: $c_a, c_r, c_u = f(a, r, u)$

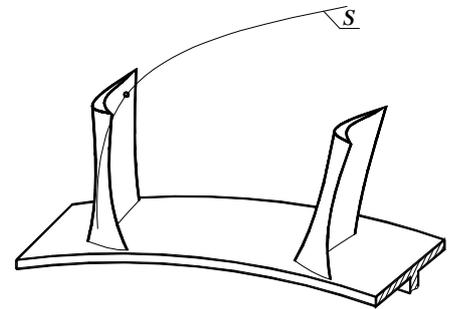


Рис. 1.14.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ДВИЖЕНИЕ РАБОЧЕГО ТЕЛА В ЛМ

2.1. Уравнение неразрывности

Выделим некоторый контрольный объём рабочего тела в проточной части лопаточной машины. Считаем, что поток стационарен.

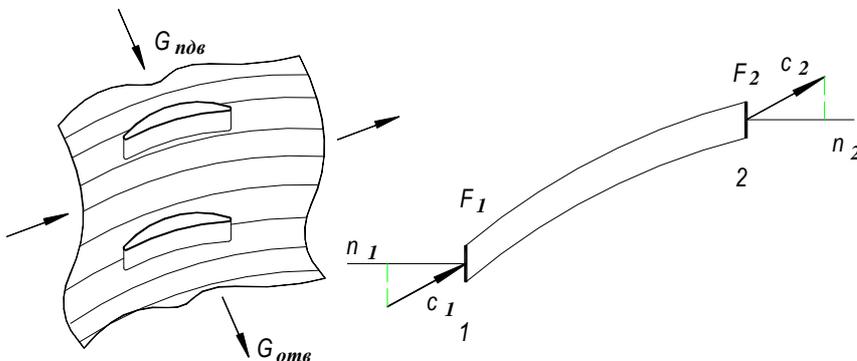


Рис. 2.1.

Разобьём поток на элементарные струйки, всего z элементарных струй. Рассмотрим одну элементарную струйку.

$\Delta F_1, \Delta F_2$ – площадь поперечного сечения элементарной струи на входе и выходе рассматриваемого объёма;

ρ_1, ρ_2 – плотности рабочего тела на входе и на выходе.

n_1, n_2 – нормали к $\Delta F_1, \Delta F_2$.

Поток набегаёт на ΔF_1 под некоторым углом к n_1 . Проекция вектора скорости c_1 на n_1 – c_{1n} , скорости c_2 на n_2 – c_{2n} . Поскольку течение потока стационарно, то расход на выходе равен расходу на входе: $\Delta G_2 = \Delta G_1$.

Поскольку $\Delta G_2 = c_{2n} \cdot \rho_2 \cdot \Delta F_2$ и $\Delta G_1 = c_{1n} \cdot \rho_1 \cdot \Delta F_1$, то $c_{2n} \cdot \rho_2 \cdot \Delta F_2 = c_{1n} \cdot \rho_1 \cdot \Delta F_1$

Это равенство справедливо для всех струй:

$$(c_{2n} \cdot \rho_2 \cdot \Delta F_2)_1 = (c_{1n} \cdot \rho_1 \cdot \Delta F_1)_1$$

$$(c_{2n} \cdot \rho_2 \cdot \Delta F_2)_2 = (c_{1n} \cdot \rho_1 \cdot \Delta F_1)_2$$

...

$$(c_{2n} \cdot \rho_2 \cdot \Delta F_2)_z = (c_{1n} \cdot \rho_1 \cdot \Delta F_1)_z$$

Сложим все эти равенства почленно: $\sum_{i=1}^z (c_{2n} \cdot \rho_2 \cdot \Delta F_2)_i = \sum_{i=1}^z (c_{1n} \cdot \rho_1 \cdot \Delta F_1)_i$

От конечно малых площадей перейдём к бесконечно малым: $\Delta F_2, \Delta F_1 \rightarrow 0(dF)$

$$\int_{F_2} c_{2n} \cdot \rho_2 dF = \int_{F_1} c_{1n} \cdot \rho_1 dF$$

Может ещё осуществляться боковой подвод и боковой отвод рабочего тела через боковые поверхности контролируемого объёма рабочего тела в проточной части ЛМ.

$$\int_{F_2} c_{2n} \cdot \rho_2 dF = \int_{F_1} c_{1n} \cdot \rho_1 dF + \Delta G_{\text{под}} - \Delta G_{\text{отв}}$$

Эта формула читается так: расход на выходе из рассматриваемого элемента ЛМ равен расходу на входе с учётом подвода и отвода рабочего тела через боковые поверхности.

Это уравнение рассматривается как для сжимаемого рабочего тела ($\rho - var$), так и для несжимаемого рабочего тела ($\rho - const$).

Запись уравнения неразрывности для сжимаемого рабочего тела с помощью ГДФ $q(\lambda)$

Из МЖГ известно:

$$G = m \frac{\rho^* F}{\sqrt{T^*}} \cdot q(\lambda). \text{ Здесь } m = \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}, \lambda = \frac{c_n}{a_{кр}}, a_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT^*}$$

$$\text{Для элементарной струи } \Delta G_2 = \Delta G_1: m \frac{\rho_2^* F_2}{\sqrt{T_2^*}} \cdot q(\lambda_{2n}) = m \frac{\rho_1^* F_1}{\sqrt{T_1^*}} \cdot q(\lambda_{1n})$$

Запишем аналогичные уравнения для всех $z_{эл}$ струй, сложим их между собой, затем устремим $\Delta F_1, \Delta F_2$ к нулю и перейдём к интегралам, с учётом бокового подвода и отвода получим:

$$\int_{F_2} m \frac{\rho_2^* \cdot q(\lambda_{2n})}{\sqrt{T_2^*}} dF = \int_{F_1} m \frac{\rho_1^* \cdot q(\lambda_{1n})}{\sqrt{T_1^*}} dF + G_{\text{подв}} - G_{\text{отв}}$$

Пример 1. Покажем одномерную схему течения рабочего тела через центробежный насос.

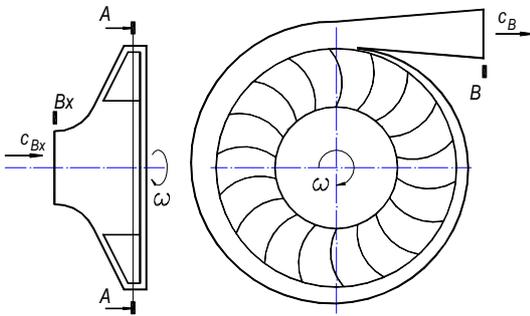


Рис. 2.2.

На входе:

c_{Bx} (перпендикулярна сечению F_{Bx}), ρ_{Bx} .

На выходе:

c_B (перпендикулярна сечению F_B), ρ_B .

$$G_B = G_{Bx}: c_B \cdot \rho_B \cdot F_B = c_{Bx} \cdot \rho_{Bx} \cdot F_{Bx}$$

Поскольку через насос прокачиваются жидкости, а они несжимаемы, то $\rho - const$,

$$\rho_B = \rho_{Bx}, \text{ откуда } c_B \cdot F_B = c_{Bx} \cdot F_{Bx}.$$

Входная скорость равна $c_{вх} = 5..10$ м/с, выходная $c_{вых} = 10..20$ м/с, следовательно

$$F_B < F_{Bx}$$

Пример 2. Используем уравнение неразрывности для одномерной схемы осевой турбины.

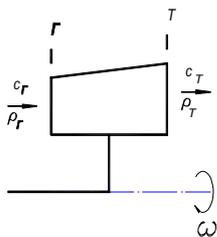


Рис. 2.3.

$$G_T = G_r, \text{ ст. рт. } F_T = c_r \cdot \rho_r \cdot F_r$$

В турбинах $c_T \cong c_r$,

следовательно $\rho_T \cdot F_T = \rho_r \cdot F_r$.

Поскольку $\rho_T < \rho_r$, то $F_T > F_r$.

2.2. Уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении

Рассмотрим некоторую частицу A в непосредственной близости от пера лопатки рабочего колеса:

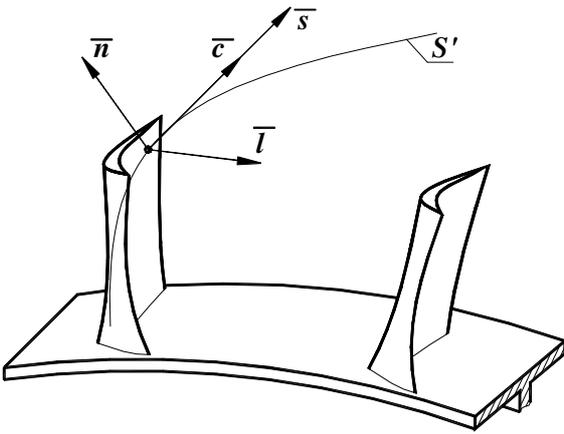


Рис. 2.4.

c - абсолютная скорость частицы;

S' - траектория частицы;

dm - масса частицы.

Определим направления:

n - нормаль к S в точке A;

s - касательная к S' в точке A.

На векторах s , n построим правую

связку координат, назовём третью

координату l

В координатах $s - n - l$ построим бесконечно малый параллелепипед с геометрическим центром в точке A и массой $dm = \rho \cdot ds \cdot dn \cdot dl$

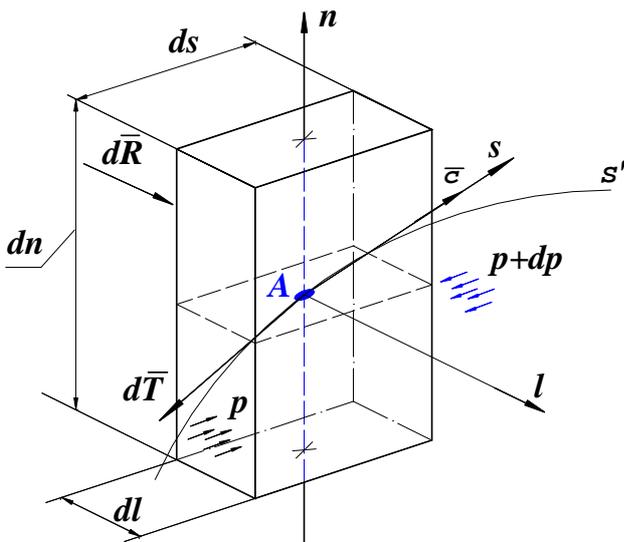


Рис. 2.5.

Силы, действующие на частицу:

dP - сила давления

dT - сила трения, направлена по касательной к S

dR - сила, с которой лопатка воздействует на частицу.

По второму закону Ньютона:

$$\overline{dR} + d\overline{T} + d\overline{P} = dm \cdot \frac{d\overline{c}}{dt}$$

Спроецируем это уравнение на ось As , перейдём к скалярным величинам.

$$dR_s - dT + p \cdot dl \cdot dn - (p + dp) \cdot dl \cdot dn = dm \frac{dc}{dt}$$

Перейдём к удельным величинам, т.е. разделим обе части уравнения на dm .

$$dR_s' - dT' - \frac{dp \cdot dl \cdot dn}{\rho \cdot ds \cdot dl \cdot dn} = \frac{dc}{dt}$$

dR_s' - удельная сила, с которой лопатки воздействует на рабочее тело;

dT' - удельная сила трения;

$\frac{dp}{\rho \cdot ds}$ - удельная сила давления.

$$dR_S' \cdot ds - dT' \cdot ds - \frac{dp}{\rho} = \frac{ds}{dt} dc$$

Если удельную силу умножить на элементарный путь ds , то получим удельную работу

$$dR_S' \cdot ds = dL_{MEX}$$

$$dT' \cdot ds = dL_r - \text{удельная работа трения}$$

$\frac{dp}{\rho}$ - работа по изменению давления, т.е. работа по расширению, которая совершает сама частица.

$$\frac{ds}{dt} = c$$

$$\boxed{dL_{MEX} = \frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{c^2}{2}\right) + dL_r} \quad (1)$$

Это уравнение **сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении** в дифференциальном виде. Механическая работа идёт на работу по изменению сил давления, на изменение кинетической энергии потока и на работу по преодолению сил трения.

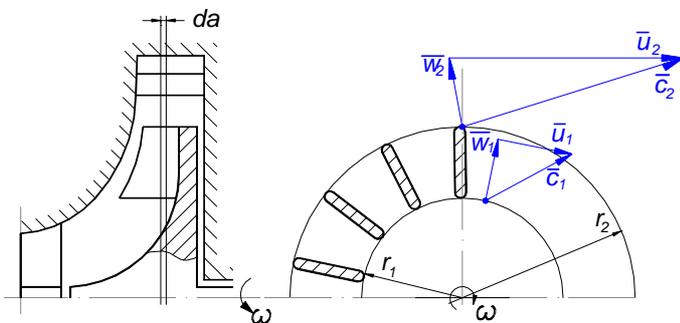
Теперь рассмотрим движение частицы на конечном участке пути от входа (1) до выхода (2)

$$\boxed{L_{MEX_{1-2}} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + L_{r1-2}} \quad (2)$$

Получили **уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении** в интегральном виде.

Пример 1. Изобразите схему потока в элементарной ступени осевой турбины и напишите для этой схемы уравнение энергии в механической форме.

Пример 2. Изобразите схему потока в элементарной рабочей решетке центробежного насоса и напишите для этой схемы уравнение энергии в механической форме в абсолютном движении.



$$L_{MEX_{1-2}} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + L_{r1-2}$$

Рис. 2.6

2.3. Уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении

Запишем уравнение сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении в дифференциальном виде: $dL_{\text{мех}} = \frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{c^2}{2}\right) + dL_r$

Поскольку в этой формуле участвуют *удельные* величины, то справедливо соотношение $\frac{1}{\rho} = V$, с учётом которого формула примет вид:

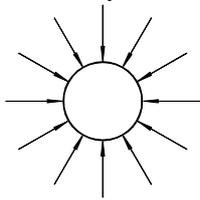
$$dL_{\text{МЕХ}} = v \cdot dp + d\left(\frac{c^2}{2}\right) + dL_r$$

Запишем уравнение 1ого закона термодинамики для частицы рабочего тела элементарного объёма:

$$dQ_{\text{внеш}} + dQ_r = du + pdv \quad , \text{ где}$$

$dQ_{\text{внеш}}$ – удельное тепло, подводимое извне к частице рабочего тела элементарного объёма;

dQ_r – удельное тепло трения, подводимое извне к частице рабочего тела элементарного объёма;



$du = d(c_v T)$ – изменение удельной внутренней энергии частицы рабочего тела элементарного объёма;

pdv – удельная работа против сил трения при увеличении объёма частицы рабочего тела элементарного объёма;

dv – изменение удельного объёма частицы рабочего тела.

Запишем уравнение состояния газа: $pv = RT$

В дифференциальном виде это же уравнение: $vdp + pdv = RdT$

Отсюда выведем уравнение для pdv : $pdv = RdT - vdp = RdT - \frac{dp}{\rho}$

Подставим выражение для pdv в уравнение 1ого закона термодинамики:

$$dQ_{\text{внеш}} + dQ_r = c_v dT + RdT - \frac{dp}{\rho}$$

$$dQ_{\text{внеш}} + dQ_r = (c_v + R) \cdot dT - \frac{dp}{\rho}, \text{ причём } c_v + R = c_p, \text{ а } c_p dT = di$$

$$dQ_{\text{внеш}} + dQ_r = di - \frac{dp}{\rho}$$

Из уравнения сохранения энергии в механической форме в абсолютном движении можно получить выражение:

$$\frac{dp}{\rho} = dL_{\text{мех}} - d\left(\frac{c^2}{2}\right) - dL_r$$

Заметим также, что $dQ_r = dL_r$, т.к. dL_r является работой по преодолению сил трения и равна выделившемуся при этом теплу трения. Тогда

$$dQ_{\text{внеш}} + dL_r = di - dL_{\text{мех}} + d\left(\frac{c^2}{2}\right) + dL_r \quad \text{или}$$

$$\boxed{dQ_{\text{внеш}} + dL_{\text{мех}} = di + d\left(\frac{c^2}{2}\right)} \quad (3)$$

Это уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении в дифференциальном виде.

Проинтегрируем это выражение от 1ого до 2ого сечения

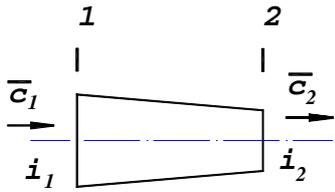


Рис.2.7.

$$Q_{внеш1-2} + L_{мех1-2} = i_2 - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$

или $Q_{внеш1-2} + L_{мех1-2} = i_2^* - i_1^*$ (4)

Это **уравнение сохранения энергии в тепловой форме в абсолютном движении в интегральном виде.**

Пример использования уравнения сохранения энергии в тепловой форме

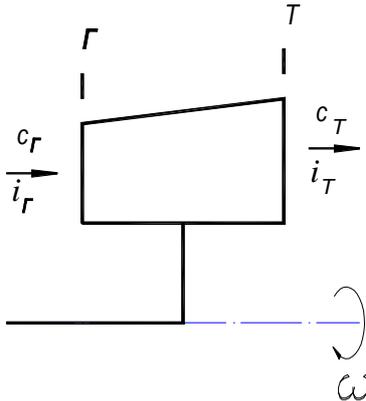


Рис. 2.8. Осевая турбина (может иметь 1 или 2 ступени)

Газ совершает механическую работу, тепло не подводится, поэтому

$$Q_{внеш} = 0, L_{мехГ-Т} = -L_T$$

$$-L_T = i_T - i_G + \frac{c_T^2 - c_G^2}{2}$$

$$-L_T = i_T^* - i_G^* = c_p(T_T^* - T_G^*) < 0,$$

поэтому $T_T^* < T_G^*$

2.4. Уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении

Рассмотрим схему стационарного 3-х мерного потока в РК ЛМ.

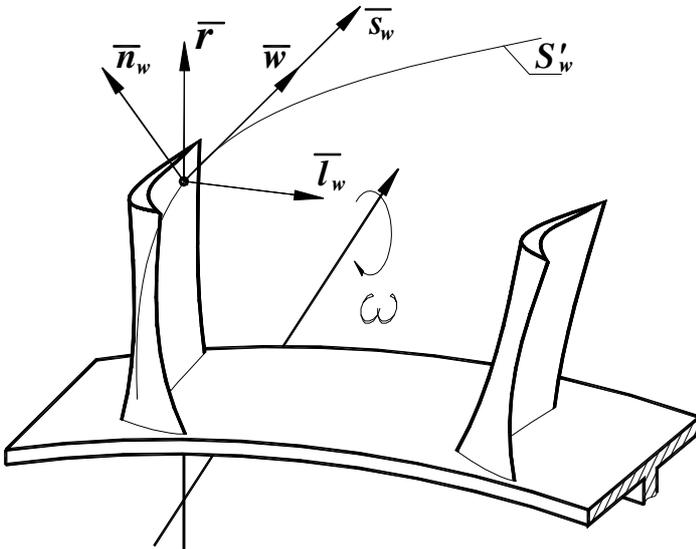


Рис. 2.9.

$\omega - const$, т.к. поток стационарный.

Выделяем частицу А массой dm .

S_w – её траектория в относительном движении

w – вектор относительной скорости

Мысленно затормозим РК и рассмотрим силы $d\bar{R}, d\bar{T}, d\bar{P}_p$, действующие на частицу А.

$d\bar{R}$ – вектор силы, с которой лопатка действует на частицу ($d\bar{R} \perp w$)

$d\bar{T}$ – сила трения

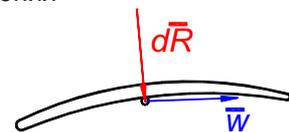


Рис. 2.10.

dP_p – сила давления, с которой среда воздействует на частицу.

Инерционные силы: $dP_{цб}, dP_{кор}$

$dP_{цб}$ – центробежная сила, направленная от центра к периферии по радиусу.

Модуль этой силы $|dP_{цб}| = \omega^2 \cdot r \cdot dm$, r – расстояние до центра вращения.

$dP_{кор}$ – кориолисова сила, должна быть перпендикулярна вектору относительной

скорости \mathbf{w} ($d\mathbf{P}_{КОР} \perp d\mathbf{w}$) и вектору угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ ($d\mathbf{P}_{КОР} \perp d\boldsymbol{\omega}$). По модулю сила Кориолиса равна $|d\mathbf{P}_{КОР}| = dm \cdot |\bar{\mathbf{w}}| \cdot |\bar{\boldsymbol{\omega}}| \cdot \sin(\bar{\mathbf{w}} \wedge \bar{\boldsymbol{\omega}})$.

Мы затормозили поток только в переносном движении, в относительном движении поток продолжает проходить между лопатками, причём движется ускоренно под действием равнодействующей всех сил. Запишем 2й закон Ньютона для частицы:

$$d\bar{\mathbf{R}} + d\bar{\mathbf{P}}_p + d\bar{\mathbf{T}} + d\bar{\mathbf{P}}_{ЦБ} + d\mathbf{P}_{КОР} = dm \frac{d\bar{\mathbf{w}}}{dt}$$

Перейдём от векторной записи к скалярной. Для этого:

1) Введём систему координат с центром в точке А и такими осями:

1я ось – s_w – касательная к траектории частицы s_w' в точке А

2я ось – n_w – нормаль к траектории частицы s_w' в точке А

3я ось – l_w – направление, нормальное к обеим осям.

2) Выделим элементарный объём с геометрическим центром в точке А, сориентируем его по осям s_w, n_w, l_w , рисунок 2.11.

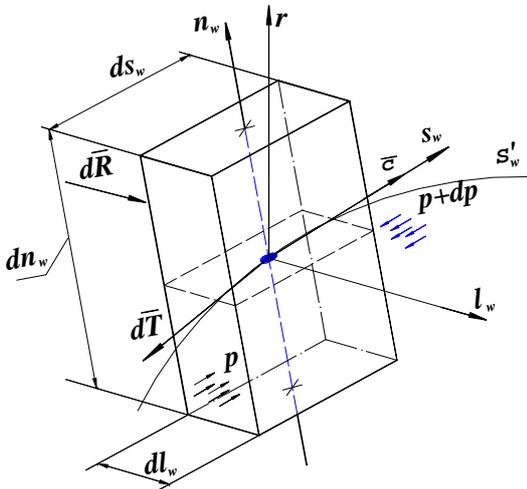


Рис.2.11.

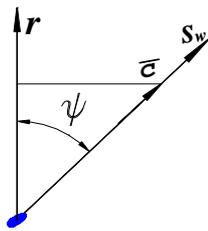


Рис.2.12.

3) Спроецируем векторное уравнение на ось AS_w .

$$0 - dT + p dn_w dl_w - (p + dp) dn_w dl_w + dm \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \cos \psi = dm \frac{dw}{dt}$$

Разделим на dm все члены уравнения, учтём также, что $dm = \rho ds_w dn_w dl_w$.

$$-\frac{dp}{\rho \cdot ds_w} - \frac{dT}{dm} + \omega^2 \cdot r \cdot \cos \psi = \frac{dw}{dt}$$

Определим, чему равен $\cos \psi$? За бесконечно малое время dt частица переместится в направлении s_w на ds_w , а в направлении r на dr . В системе координат s_w, n_w, l_w вектор r занимает общее положение с вообще говоря ненулевыми проекциями по всем трём осям. С осью s_w вектор r составляет угол ψ .

Из прямоугольного треугольника очевидно, что $\cos \psi = dr/ds_w$.

$$-\frac{dp}{\rho \cdot ds_w} - dT' + \omega^2 \cdot r \cdot \frac{dr}{ds_w} = \frac{dw}{dt}$$

Здесь $-\frac{dp}{\rho \cdot ds_w}$ – удельная сила, изменяющая давление на частицу; dT' – удельная сила трения;

$$\omega^2 \cdot r \cdot \frac{dr}{ds_w} = \frac{\omega^2}{ds_w} d\left(\frac{r^2}{2}\right) \text{ - удельная инерционная сила.}$$

Умножим обе части уравнения на ds : $-\frac{dp}{\rho} - dT' \cdot ds_w + \omega^2 \cdot d\left(\frac{r^2}{2}\right) = \frac{ds_w}{dt} dw$

Здесь $-\frac{dp}{\rho}$ - удельная работа по изменению давления;

$dT' \cdot ds_w$ - удельная работа сил трения, обозначается dL_r ;

$\omega^2 \cdot d\left(\frac{r^2}{2}\right) = d\left(\frac{\omega^2 r^2}{2}\right) = d\left(\frac{u^2}{2}\right)$ - удельная работа инерционных сил;

$\frac{ds_w}{dt} dw = w \cdot dw = d\left(\frac{w^2}{2}\right)$ - удельное изменение кинетической энергии потока в относительном движении.

В окончательном виде получаем:

$$d\left(\frac{u^2}{2}\right) = \frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{w^2}{2}\right) + dL_r \quad (5)$$

Это **уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении** в дифференциальном виде.

Проинтегрируем это выражение в пределах от входа (•1) до выхода (•2) РК:

$$\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + L_{r1-2} \quad (6)$$

Это **уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении** в интегральном виде.

Уравнения сохранения энергии в относительном движении используют только для потока в рабочих колёсах.

Пример 1. Рассмотрим центробежный насос (только рабочее колесо).

В меридиональном сечении изобразим одномерную схему потока.

$\rho = \text{const}$.

$$\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + L_{r1-2}$$

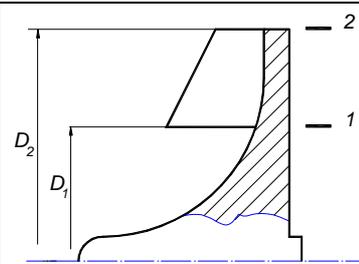


Рис. 2.13.

В окружном сечении изобразим двумерную схему потока.

Построим треугольники скоростей на входе и на выходе РК. Из них очевидно, что $w_2 < w_1$. Перенесём соответствующую компоненту

формулы в левую часть: $\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} - L_{r1-2} = \frac{p_2 - p_1}{\rho}$

Давление рабочего тела в РК ЦБН возрастает за счет инерционных сил $\frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$, за счёт преобразования части кинетической энергии в

потенциальную в относительном движении $\frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$ вопреки гидравлическим потерям L_{r1-2} .

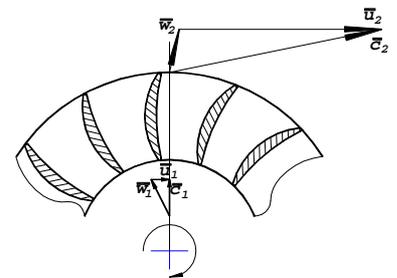
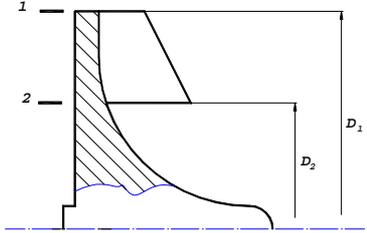
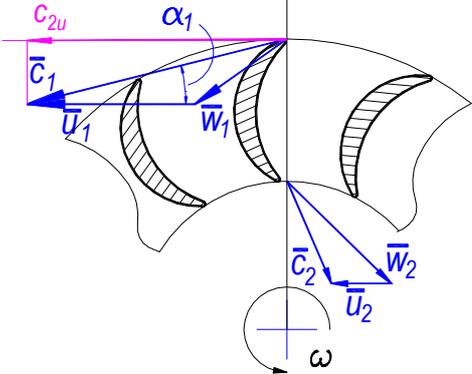


Рис. 2.14.

Замечание. Если используется осевое РК в насосе, то формула примет вид:

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} - L_{r1-2}$$

Пример 2. Рассмотрим центробежную турбину (только рабочее колесо).

<p>В меридиональном сечении изобразим одномерную схему потока.</p> <p>На входе: $u_1 = \omega \cdot \frac{D_1}{2}$;</p> <p>на выходе: $u_2 = \omega \cdot \frac{D_2}{2}$;</p>	 <p style="text-align: center;">Рис.2.15.</p>
<p>В окружном сечении изобразим двумерную схему потока. Построим треугольники скоростей на входе и на выходе РК. Межлопаточные каналы сужаются, вследствие чего относительная скорость возрастает.</p> $\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + L_{r1-2},$ <p>причём $\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} < 0$; $\int_1^2 \frac{dp}{\rho} < 0$</p>	 <p style="text-align: center;">Рис.2.16.</p>

$$-\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + L_{r1-2}$$

Работа расширения газа в РК ЦСТ идёт на преодоление инерционных сил $\frac{u_1^2 - u_2^2}{2}$, на увеличение кинетической энергии потока в относительном движении $\frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$ и на преодоление гидравлического сопротивления L_{r1-2} .

2.5. Уравнение сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении

Запишем уравнение сохранения энергии в механической форме в относительном движении в дифференциальном виде

$$d\left(\frac{u^2}{2}\right) = \frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{w^2}{2}\right) + dL_{r1-2} \quad (7)$$

Запишем уравнение первого закона термодинамики для частицы рабочего тела элементарного объёма:

$$dQ_{\text{внеш}} + dQ_{\text{внтр}} = c_v dT + p dv, \quad \text{где}$$

$dQ_{\text{внеш}}$ – удельное тепло, подводимое извне к частице рабочего тела элементарного объёма;

$dQ_{\text{внтр}}$ – удельное тепло трения, подводимое к частице рабочего тела элементарного объёма;

$c_v dT$ – изменение удельной внутренней энергии частицы рабочего тела элементарного объёма;

$p dv$ – удельная работа против сил трения при увеличении объёма частицы рабочего тела элементарного объёма (работа расширения);

dv – изменение удельного объёма частицы рабочего тела, v – удельный объём.

Поскольку горения нет, $dQ_{\text{внтр}}$ равно удельной работе по преодолению сил трения dL_r , т.е. $dQ_{\text{внтр}} = dL_r$.

Отсюда работа по преодолению сил трения $dL_r = c_v dT + p dv - dQ_{\text{внтр}}$, т.к. $v = \frac{1}{\rho}$ и $\frac{dp}{\rho} = v dp$. Тогда урав-

нение (7) примет вид:

$$d\left(\frac{u^2}{2}\right) = v dp + d\left(\frac{w^2}{2}\right) + c_v dT + p dv - dQ_{\text{внтр}}$$

$$v dp + p dv + c_v dT = d(v \cdot p) + d(c_v T) = d(v \cdot p + c_v T) = di$$

$$d\left(\frac{u^2}{2}\right) = di + d\left(\frac{w^2}{2}\right) - dQ_{\text{внтр}} \quad \text{или} \quad \boxed{d\left(\frac{u^2}{2}\right) + dQ_{\text{внтр}} = di + d\left(\frac{w^2}{2}\right)} \quad (8)$$

Получили **уравнение сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении**. Из него следует, что работа инерционных сил и подводимое тепло идут на изменение энтальпии и на изменение кинетической энергии в относительном движении.

Это же уравнение в интегральном виде:

$$\boxed{\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = i_2 - i_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}} \quad (9)$$

Пример. Рассмотрим элементарный ЛВ рабочего колеса центробежного насоса жидкого водорода. Рабочее тело сжимаемое, ρ - var. Лопатки неохлаждаемые, следовательно, тепло не подводится. Запишем уравнение сохранения энергии в тепловой форме в относительном движении:

$$\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = i_2 - i_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

Изменение статической температуры потока $i_2 - i_1 = c_p(T_2 - T_1) = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$

Оценим качественно результат:

$$w_1 > w_2 \Rightarrow \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} > 0$$

$$u_2 > u_1 \Rightarrow \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} > 0$$

Следовательно, $T_2 - T_1 > 0$, а $T_2 > T_1$

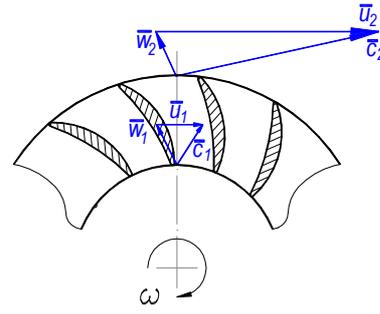


Рис.2.17.

Резюме: статическая температура в РК возрастает из-за торможения потока в относительном движении и в следствие работы инерционных сил.

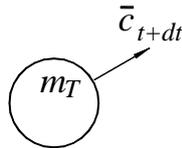
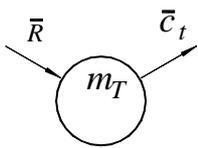
Замечание. Для рабочего колеса аналогичного (рабочее тело – жидкий водород) осевого насоса ($u_2 = u_1$) воспользуемся уравнением сохранения энергии в относительном движении в тепловой форме:

$$c_p(T_2 - T_1) = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} > 0$$

Температура в РК осевого насоса растёт только из-за торможения потока в относительном движении.

§ 2.6. УРАВНЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ

Это уравнение связывает силу, действующую на тело, массу, скорость.



Для твёрдого тела это уравнение звучит следующим образом. Тело массой m_T , испытывая действующую на неё силу R , равную равнодействующей всех сил, приложенных к m_T , в некоторый момент времени t движется с мгновенной скоростью c_t , т.е. имеет при этом импульс $m_T c_t$. В момент

времени $t+dt$ его скорость станет c_{t+dt} , а импульс $m_T c_{t+dt}$. Импульс силы равен приращению импульса тела $Rdt = m_T c_{t+dt} - m_T c_t$.

Рассмотрим поток рабочего тела. Введём в рассмотрение некоторый объём рабочего тела, включающий обтекаемые тела (лопатки). F – контрольная поверхность, охватывающая контрольный объём рабочего тела в момент времени t ; f – площадь боковых поверхностей обтекаемых тел.

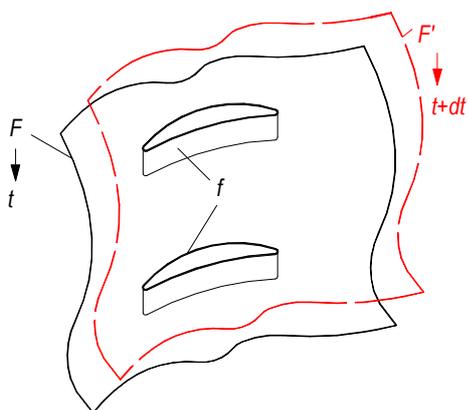


Рис.2.19.

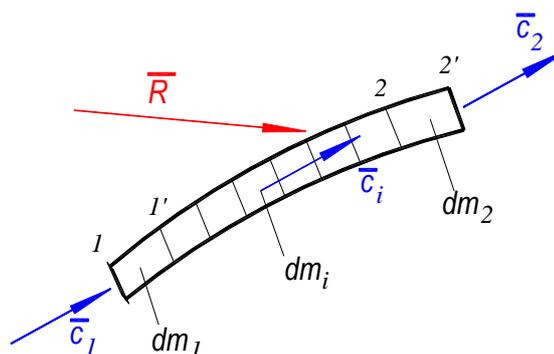


Рис.2.20.

Через период времени dt контрольный объём займет другое положение, его поверхность станет равной F' .

Примем следующие допущения.

1. Рассматриваем стационарный поток.
2. Боковые поверхности контролируемого объёма в моменты времени t и $t+dt$ (соответственно F и F') практически одинаковы.

Разобьём весь контролируемый объём на z элементарных струй. Рассмотрим одну из них, выбранную произвольно. Положение струи 1-2 соответствует моменту времени t . Новое положение струи 1'-2' соответствует моменту времени $t+dt$.

Имеем: c_1 – скорость на входе, c_2 – скорость на выходе; dm_1 – масса участка 1-1', dm_2 – масса участка 2-2'.

Поскольку поток стационарный, то $dm_1 = dm_2 = dm$.

Разобьём участок элементарной струйки 1'-2 на n элементов. Масса каждого элемента – dm_i , скорость – c_i .

На струйку действует множество сил (давление, трение) со всех сторон. $\bar{R}_{эл.стр.}$ – равнодействующая всех сил, действующих на элементарную струйку. Запишем уравнение количества движения для элементарной струйки:

$$\bar{R}_{эл.стр.} \cdot dt = \left[\sum_{i=1}^n dm_i \cdot \bar{c}_i + dm \cdot \bar{c}_2 \right]_{t+dt} - \left[dm \cdot \bar{c}_1 + \sum_{i=1}^n dm_i \cdot \bar{c}_i \right]_t$$

Поскольку поток стационарный, c_i не изменяются с течением времени. Поэтому

$$\bar{R}_{эл.стр.} \cdot dt = dm \cdot \bar{c}_2 - dm \cdot \bar{c}_1.$$

Разделим это уравнение почленно на dt , получим уравнение количества движения для элементарной струйки:

$$\bar{R}_{эл.стр.} = \dot{m} \cdot \bar{c}_2 - \dot{m} \cdot \bar{c}_1,$$

где \dot{m} – массовый расход через элементарную струйку.

Запишем аналогичные уравнения для всех z элементарных струек контрольного объёма и сложим:

$$\sum_{j=1}^z \bar{R}_{эл.стр.} = \sum_{j=1}^z \dot{m}_j \cdot \bar{c}_{2j} - \sum_{j=1}^z \dot{m}_j \cdot \bar{c}_{1j}$$

При сложении сил $\vec{R}_{Эл.стр.і}$ силы, действующие по боковым поверхностям струек взаимно компенсируются по третьему закону Ньютона. Не скомпенсированными останутся силы, действующие на поток со стороны поверхностей F и f .

$$\vec{R}_F + \vec{R}_f = \sum_{j=1}^z \dot{m}_j \cdot \vec{c}_{2j} - \sum_{j=1}^z \dot{m}_j \cdot \vec{c}_{1j} \quad (10)$$

Таким образом мы получили уравнение количества движения для стационарного потока: сумма сил, действующих на поток со стороны контрольной поверхности и обтекаемых тел, равна разности секундных количеств движения вытекающего и втекающего рабочего тела.

§ 2.7. УРАВНЕНИЕ МОМЕНТОВ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ

Из теоретической механики известно, что равнодействующая всех сил \vec{R} , действующих на тело массой m_T и скоростью c_T , стоящее от оси вращения на расстоянии r , создаёт крутящий момент относительно оси О-О.

$$M_{кр} = \frac{(m_T \cdot c_u \cdot r)_{t+\Delta t} - (m_T \cdot c_u \cdot r)_t}{dt}$$

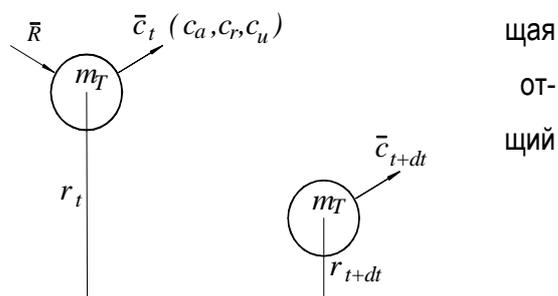


Рис. 2.21.

В лопаточных машинах для скорости некоторой частицы потока \vec{c} рассматривают обычно осевую, радиальную и окружную составляющие: c_a, c_r, c_u . Момент создаёт только окружная составляющая c_u .

Крутящий момент – это изменение момента количества движения, отнесённое ко времени, за которое произошло это изменение.

Рассмотрим поток рабочего тела. Ограничим рассмотрение контрольным объёмом, который охватывает контрольная поверхность. В некоторый зафиксированный момент времени t контрольная поверхность равна F , в момент времени $t+dt$ – F' .

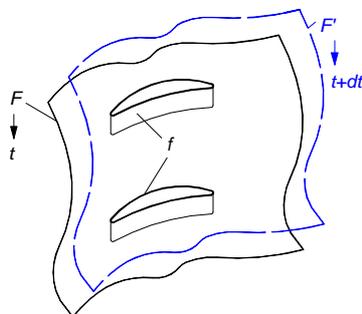


Рис.2.22.

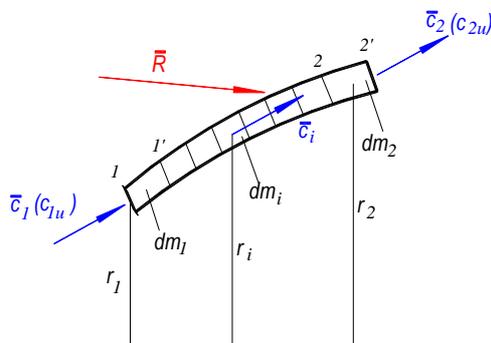


Рис.2.23.

Разобьём весь контрольный объём на z элементарных струек. Рассмотрим одну струйку. Считаем поток стационарным. Положение 1-2 соответствует моменту времени t , 1'-2' – моменту времени $t+dt$. Скорости

на входе и выходе \bar{c}_1 и \bar{c}_2 имеют окружные составляющие \bar{c}_{1u} и \bar{c}_{2u} . Осевые и радиальные составляющие присутствуют, но они не влияют на момент.

Равнодействующая всех сил $\bar{R}_{\text{ЭЛ.СТР}}$ относительно оси О-О создаёт крутящий момент $\bar{M}_{\text{КР.ЭЛ.СТР}}$. Проследим перемещение элементарной струйки за время dt . Поскольку поток стационарный, то $dm_1 = dm_2 = dm$. Течение между сечениями 1' и 2 разбиваем на n частей. Произвольная частица из этих n частиц имеет массу dm_i , $i = \overline{1, n}$, скорость \bar{c}_i , окружную составляющую скорости \bar{c}_{ui} и располагается на радиусе r_i . Запишем уравнение крутящего момента для элементарной струйки:

$$M_{\text{КР.ЭЛ.СТР.}} = \frac{(\sum_i m_i \cdot c_{ui} \cdot r_i + dm \cdot c_{2u} \cdot r_2)_{t+\Delta t} - (\sum_i m_i \cdot c_{ui} \cdot r_i + dm \cdot c_{1u} \cdot r_1)_t}{dt}$$

Поскольку поток стационарен, то c_i не меняется во времени, поэтому $M_{\text{КР.ЭЛ.СТР.}} = \frac{dm \cdot c_{2u} \cdot r_2 - dm \cdot c_{1u} \cdot r_1}{dt}$

Учтём, что $\frac{dm}{dt} = \dot{m}$ - массовый расход рабочего тела через элементарную струйку.

$$M_{\text{КР.ЭЛ.СТР.}} = \dot{m} \cdot c_{2u} \cdot r_2 - \dot{m} \cdot c_{1u} \cdot r_1$$

Таким образом, получено уравнение момента количества движения для элементарной струйки.

Для всего потока (т.е. для всех z элементарных струек):

$$\sum_{i=1}^z M_{\text{КР.ЭЛ.СТР.}} = \sum_{i=1}^z \dot{m}_i \cdot c_{2ui} \cdot r_{2i} - \sum_{i=1}^z \dot{m}_i \cdot c_{1ui} \cdot r_{1i}$$

На поток действуют силы со стороны поверхностей F и f , они и создают крутящие моменты:

$$\boxed{M_F + M_f = \sum_{i=1}^z \dot{m}_i \cdot c_{2ui} \cdot r_{2i} - \sum_{i=1}^z \dot{m}_i \cdot c_{1ui} \cdot r_{1i}} \quad (11)$$

Это уравнение моментов количества движения в интегральной форме для стационарного потока: сумма крутящих моментов относительно оси О-О от сил, действующих на поток со стороны контрольной поверхности F и поверхностей обтекаемых тел f , равна разности секундных моментов количества движения вытекающего и втекающего рабочего тела.

2.8. Пример использования уравнения момента количества движения

Рассмотрим течение потока через РК ЦБН.

Вырежем элементарный ЛВ. Он имеет z лопаток, его толщина равна da . Построим средние линии межлопаточных каналов. Средняя линия межлопаточного канала – это совокупность центров окружностей, вписанных в межлопаточный канал.

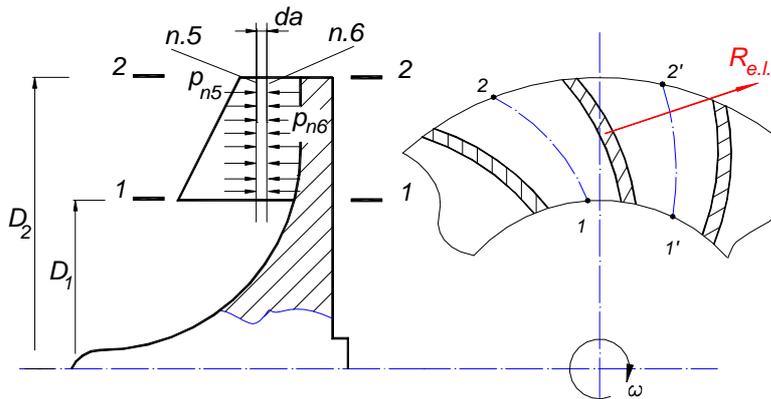


Рис.2.24.

Выделим элементарный контрольный объём $1 - 1' - 2' - 2$ толщиной da . Этот объём ограничен поверхностями $(1-1')$, $(1'-2')$, $(2'-2)$, $(2-1)$, пов.5, пов.6.

p_1 и p_2 - это давление действует по нормали к поверхности, т.е. по радиусам.

$P_n = p_n'$ т.к. ЛВ является осесимметричной фигурой и состоит из z аналогичных контрольных объёмов.

Расход через контрольный объём $\dot{m}_{1-1'} = \dot{m}_{2-2'} = \dot{m}_{эл.}$

Рассмотрим силы, действующие на рабочее тело контрольного объёма.

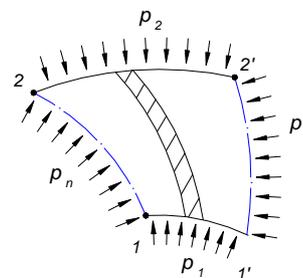


Рис. 2.25.

1. Сила трения $T \ll P_p$, ею пренебрегаем.
2. $R_{эл.}$ – сила, с которой одна элементарная лопатка действует на поток.

Также давление по шести поверхностям создаёт 6 сил давления; каждой силе соответствует свой момент:

- M_1 (пов. $1-1'$) - силе от давления p_1 ;
- M_2 (пов. $2'-2$) - силе от давления p_2 ;
- M_3 (пов. $1'-2'$) - силе от давления p'_n ;
- M_4 (пов. $2-1$), - силе от давления p_n ;
- M_5 (пов.5) - силе от давления $p_{б.л.}$;
- M_6 (пов.6) - силе от давления $p'_{б.л.}$;
- $M_{эл.}$ - создаётся силой $R_{эл.}$.

Запишем уравнение количества движения для элементарного объёма. Суммарный момент равен

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 + M_6 + M_{кр.эл.л} = \dot{m}_{эл.} \cdot c_{2u} \cdot \frac{D_2}{2} - \dot{m}_{эл.} \cdot c_{1u} \cdot \frac{D_1}{2}$$

Рассмотрим моменты в левой части уравнения.

M_1 равен 0, т.к. p_1 направлена по радиусам, нет плеча силы.

M_2 равен 0 по аналогичным причинам.

M_3 и M_4 взаимно компенсируют друг друга.

M_5 равен 0, т.к. силы давления действуют параллельно оси.

M_6 равен 0 по аналогичным причинам.

Итак, получаем, что крутящий момент от силы, с которой элементарная лопатка действует на поток, равен

$$M_{\text{кр.эл.л}} = \dot{m}_{\text{эл}} \cdot c_{2u} \cdot \frac{D_2}{2} - \dot{m}_{\text{эл}} \cdot c_{1u} \cdot \frac{D_1}{2}$$

Поскольку в ЛВ $z_{\text{л}}$ лопаток, то можно выделить $z_{\text{л}}$ аналогичных контрольных объёмов, и для каждого контрольного объёма уравнение будет аналогичным, следовательно, момент от всего элементарного ЛВ в $z_{\text{л}}$ раз больше.

$$z_{\text{л}} \cdot M_{\text{кр.эл.л}} = z_{\text{л}} \cdot \dot{m}_{\text{эл}} \cdot c_{2u} \cdot \frac{D_2}{2} - z_{\text{л}} \cdot \dot{m}_{\text{эл}} \cdot c_{1u} \cdot \frac{D_1}{2}$$

Учтём, что $z_{\text{л}} \cdot M_{\text{кр.эл.л}} = M_{\text{кр.эл.ЛВ}}$; $z_{\text{л}} \cdot \dot{m}_{\text{эл}} = \dot{m}_{\text{эл.ЛВ}}$.

Тогда
$$M_{\text{кр.эл.ЛВ}} = \dot{m}_{\text{эл.ЛВ}} \cdot c_{2u} \cdot \frac{D_2}{2} - \dot{m}_{\text{эл.ЛВ}} \cdot c_{1u} \cdot \frac{D_1}{2} \quad (12)$$

Умножим все члены полученного уравнения на ω :

$$M_{\text{кр.эл.ЛВ}} \cdot \omega = \dot{m}_{\text{эл.ЛВ}} \cdot c_{2u} \cdot \frac{D_2}{2} \cdot \omega - \dot{m}_{\text{эл.ЛВ}} \cdot c_{1u} \cdot \frac{D_1}{2} \cdot \omega$$

Заметим, что $\frac{D_2}{2} \cdot \omega = u_2$, $\frac{D_1}{2} \cdot \omega = u_1$, а $M_{\text{кр.эл.ЛВ}} \cdot \omega = N_{\text{у.эл.ЛВ}}$ - мощность на окружности ЛВ (название по ГОСТ). Это мощность, которая необходима для привода элементарного ЛВ с угловой скоростью ω . Тогда:

$$N_{\text{у.эл.ЛВ}} = \dot{m}_{\text{эл.ЛВ}} \cdot c_{2u} \cdot u_2 - \dot{m}_{\text{эл.ЛВ}} \cdot c_{1u} \cdot u_1$$

Разделим все члены уравнения на $\dot{m}_{\text{эл.ЛВ}}$, заметим, что $\frac{N_{\text{у.эл.ЛВ}}}{\dot{m}_{\text{эл.ЛВ}}} = L_u$.

L_u – это удельная работа на окружности рабочего колеса. Для насосов она называется теоретическим напором и обозначается H_T . Это удельная работа, которая передаётся от лопаток РК к рабочему телу. В окончательном виде формула такова:

$$\boxed{H_T = c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1} \quad (13)$$

Теперь рассмотрим ЦСТ (как наиболее общий случай турбины)

Проведём аналогичные рассуждения и получим почти аналогичные результаты. Различие одно, но существенное. При рассмотрении турбины нас интересуют силы и крутящий момент, которые появляются на лопатках РК под воздействием потока $M'_{\text{кр.эл.ЛВ}}$. В силу третьего закона Ньютона

$M'_{\text{кр.эл.ЛВ}} = -M_{\text{кр.эл.ЛВ}}$. Формула (12) в этом случае примет вид:

$$M'_{\text{кр.эл.ЛВ}} = \dot{m}_{\text{эл.ЛВ}} \cdot c_{1u} \cdot \frac{D_1}{2} - \dot{m}_{\text{эл.ЛВ}} \cdot c_{2u} \cdot \frac{D_2}{2}$$

Умножим все члены уравнения на ω ; учтём, что $M'_{\text{кр.эл.ЛВ}} \cdot \omega = N_{\text{у.эл.ЛВ}}$:

$$N_{u.эл.ЛВ} = \dot{m}_{эл.ЛВ} \cdot c_{1u} \cdot u_1 - \dot{m}_{эл.ЛВ} \cdot c_{2u} \cdot u_2$$

$N_{u.эл.ЛВ}$ - это мощность, которая появляется на элементарном лопаточном венце под воздействием рабочего тела.

Разделим все члены последнего уравнения на $\dot{m}_{эл.ЛВ}$:

$$L_u = c_{1u} \cdot u_1 - c_{2u} \cdot u_2 \quad (14)$$

$\frac{N_{u.эл.ЛВ}}{\dot{m}_{эл.ЛВ}} = L_u$ - удельная работа на окружности РК, которую совершает рабочее тело в РК турбины.

Анализ формул $H_T = c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1$, $L_u = c_{1u} \cdot u_1 - c_{2u} \cdot u_2$

1. Несомненное достоинство этих формул в том, что их использование не требует знания распределения давления по поверхности лопаток, а только кинематические параметры на входе и выходе РК.
2. Если $c_{2u} \cdot u_2 > c_{1u} \cdot u_1$, то механическая работа подводится к рабочему телу. Если $c_{2u} \cdot u_2 < c_{1u} \cdot u_1$, то рабочее тело совершает механическую работу.
3. Эти формулы дают возможность анализа, за счёт чего можно повысить H_T и L_u .

Проанализируем возможности повышения теоретического напора H_T

$$H_T = c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1 = \omega \cdot \left(c_{2u} \cdot \frac{D_2}{2} - c_{1u} \cdot \frac{D_1}{2} \right)$$

- с повышением ω растёт H_T при неизменных значениях остальных параметров;
- с повышением D_2 растёт H_T при неизменных значениях остальных параметров;
- с повышением c_{2u} растёт H_T при неизменных значениях остальных параметров.

Рассмотрим, каким образом можно увеличить c_{2u} .

Из рисунка видно, что c_{2u} растёт от 1 → 2 → 3.

Следовательно, необходимо изменять конфигурацию лопаток ЛВ. С ростом лопаточного угла на выходе из РК $\beta_{2л}$ возрастает окружная составляющая абсолютной скорости c_{2u} .

Также можно повысить H_T , сделав $c_{1u} < 0$

Для того, чтобы получить такой треугольник скоростей на входе в РК, необходимо поставить входной направляющий аппарат для закрутки потока в обратную сторону.

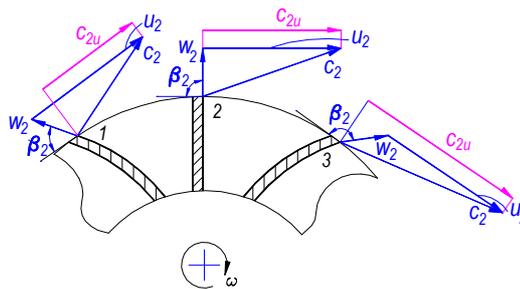


Рис. 2.26.

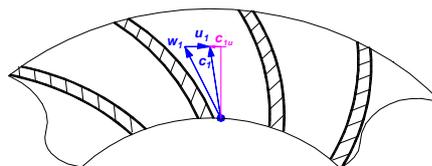


Рис. 2.27.

3.1. Проанализируем возможности повышения удельной работы на окружности РК L_u .

- L_u увеличивается с повышением ω при неизменных значениях остальных параметров;
- L_u увеличивается с повышением D_1 при неизменных значениях остальных параметров;
- L_u увеличивается с повышением c_{1u} при неизменных значениях остальных параметров.

Как можно увеличить c_{1u} ?

С уменьшением α_1 увеличивается окружная составляющая абсолютной скорости $c_1 - c_{1u}$.

- Можно увеличить L_u , сделав c_{2u} отрицательным.