

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П.КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

В.В. Тишин

Дискретная математика

*Электронные тесты
промежуточного контроля знаний*

Самара

2011

Автор: ТИШИН Владимир Викторович

Электронные тесты промежуточного контроля знаний предназначены для бакалавров направления 010400.62 “Прикладная математика и информатика”.

6 факультет

1 курс

Тема 1. Множества, графики, соответствия, отношения.

Вопрос: Какие соотношения выполнены для множеств A и B ?

$$A = \{1, \{2,3\}\}, B = \{2\}$$

- 1) $B \subset A$,
- 2) $B \in A$,
- 3) $B \odot A$,
- 4) $B \cap A = \emptyset$,
- 5) $B \cap A \neq \emptyset$.

(ответ: 4)

Вопрос: Справедливо ли в общем случае утверждение: если $A \subseteq B$ и $B \in C$ и $C \subseteq D$ то $A \subseteq D$?

- 1) да
- 2) нет
- 3) не всегда
- 4) иногда
- 5) вопрос некорректен.

(ответ: 2)

Вопрос: Может ли при некоторых A, B, C, D выполняться набор условий: $A \in B$ и $B \subset C$ и $C \subseteq D$ и $A \in D$?

- 1) да
- 2) нет
- 3) не всегда
- 4) иногда
- 5) вопрос некорректен.

(ответ: 1)

Вопрос: Для множества $A = \{1,2,3\}$, и для B , являющимся множеством корней уравнения $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6 = 0$, выяснить, чем является множество $\{2,3\}$:

- 1) $A \cup B$,
- 2) $A \setminus B$,
- 3) $B \setminus A$,
- 4) $B \cap A$,
- 5) $A \Delta B$.

(ответ: 4)

Вопрос: Для множества $A = \{-2,1,3,4\}$, и для C , являющимся множеством корней уравнения $x^4 - 11x^2 - 18x - 8 = 0$, выяснить, какая из пяти возможностей ~~с~~ выполнена для множеств A и C : $A \subset C$, или $C \subset A$, или $A = C$, или $A \cap C = \emptyset$, или

- 1) $B \subset A$,
- 2) $B \in A$,
- 3) $B \odot A$,
- 4) $B \cap A = \emptyset$,

5) $B = A$.

(ответ: 4)

Вопрос: Найти мощность множества, являющегося объединением множеств корней уравнений $x^2 - 5x + 6 = 0$ и $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$.

- 1) 1,
- 2) 2,
- 3) 3,
- 4) 4,
- 5) 5.

(ответ: 2)

Вопрос: Существуют ли множества A, B, X такие, что выполняется набор условий $X \setminus B = A \setminus B = \overline{A \cup B} = \emptyset, \overline{B} \neq \emptyset$?

- 1) да
- 2) нет
- 3) не всегда
- 4) иногда
- 5) вопрос некорректен.

(ответ: 2)

Вопрос: Выяснить взаимное расположение множеств

$D = B \cup \overline{X}, E = (B \cap X) \cup (\overline{X} \setminus (A \cap B)), F = (\overline{B} \cap \overline{X}) \cup (B \cap (X \setminus A))$, если A, B, X - произвольные подмножества универсального множества U .

- 1) $F \subseteq E \subseteq D$,
- 2) $D = F \subseteq E$,
- 3) $D = E \subseteq F$,
- 4) $E \subseteq D, F \subseteq D$,
- 5) $D = E \oslash F$

(ответ: 1)

Вопрос: Из включения $A \cup B \subseteq (A \Delta B) \cup (A \cap C)$ вытекает включение

- 1) $B \subseteq C \setminus A$,
- 2) $B \setminus C \subseteq A$,
- 3) $A \cup B \subseteq C$,
- 4) $A \subseteq B \cup C$,
- 5) $A \cap B \subseteq C$.

(ответ: 5)

Вопрос: Необходимым и достаточным условием равенства $A \cup B = (B \setminus H) \cup (B \setminus A)$ является включение

- 1) $A \subseteq B \cap H$,
- 2) $A \cup B \subseteq H$,
- 3) $A \cup H \subseteq C$,
- 4) $A \subseteq B \setminus H$,
- 5) $A \cap B \subseteq H$.

(ответ: 4)

Вопрос: Решить систему соотношений $\begin{cases} C \setminus X = B \setminus A \\ B \cup X = C \\ A \subseteq B \subseteq C \end{cases}$ относительно множества X :

- 1) $X = C \setminus A$,
- 2) $X = C \setminus (A \cup B)$,
- 3) $X = C \setminus (B \setminus A)$,
- 4) $X = C \setminus (A \Delta B)$,
- 5) $X = A \setminus B$.

(ответ: 3)

Вопрос: Решить систему уравнений $\begin{cases} X \setminus C = A \setminus B \\ A \setminus C = \overline{X \cap C} \\ (B \setminus X) \setminus A = A \setminus C \end{cases}$ относительно множества X :

- 1) $X = B \cup A$,
- 2) $X = C$,
- 3) $X = C \setminus (B \setminus A)$,
- 4) $X = A \Delta B$,
- 5) $X = A \setminus B$.

(ответ: 2)

Вопрос: Выяснить условие совместности системы соотношений $\begin{cases} B \cup X = C \\ X \cap B = A \\ A \cup B \subseteq C \end{cases}$

- 1) $A \subseteq C$,
- 2) $A \subseteq B$,
- 3) $A \cup B \subseteq C$,
- 4) $A \subseteq B \setminus C$,
- 5) $A \cap B \subseteq C$.

(ответ: 2)

Вопрос: Для системы соотношений $\begin{cases} B \subseteq A \cup D \\ A \subseteq C \cup D \\ (B \cap C) \setminus A \subseteq \overline{C \cup D} \\ (B \cap A) \setminus C \subseteq (B \setminus A) \setminus D \end{cases}$ укажите равносильную систему:

- 1) $\begin{cases} \overline{A \cup D} \subseteq A \setminus B \\ B \setminus C \subseteq A \setminus C \\ A \subseteq B \cap C \end{cases}$,

$$2) \begin{cases} D \cap A \subseteq C \setminus B \\ D \setminus B \subseteq A \cap D, \\ \overline{B} \subseteq B \setminus A \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} A \subseteq B \Delta C \\ C \subseteq B \Delta D \\ A \cap C \subseteq B \setminus D \end{cases},$$

$$4) \begin{cases} C \cap B \subseteq A \cup D \\ A \cup B \subseteq C \cup D, \\ B \cap D \subseteq A \Delta \overline{C} \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} A \setminus C \subseteq C \setminus D \\ A \cap B \subseteq C \cap D. \\ A \subseteq D \cup \overline{C} \end{cases}$$

(ответ: 4)

Вопрос: Для множества $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ укажите равное ему множество:

- 1) $B \cup A$,
- 2) $(A \cap B) \setminus A$,
- 3) $A \setminus (B \setminus A)$,
- 4) $A \Delta B$,
- 5) $(A \setminus B) \cap A$.

(ответ: 4)

Вопрос: Проекцией множества векторов $\{(a,b,c,d), (b,b,c,a), (d,c,b,a), (b,c,d,a)\}$ на 2 ось является множество

- 1) $\{a,b\}$
- 2) $\{a,b,c\}$
- 3) $\{c,b\}$
- 4) $\{a,b,d\}$
- 5) $\{a,b,c,d\}$.

(ответ: 3)

Вопрос: Для множества $(A \times (B \cup C)) \setminus (A \times (C \cap B))$ укажите равное ему множество:

- 1) $A \times (B \Delta C)$,
- 2) $A \times (B \cup C)$,
- 3) $A \setminus (B \times C)$,
- 4) $A \times (B \setminus C)$,
- 5) $(A \times B) \cap C$.

(ответ: 1)

Вопрос: Для множеств $A = \{1,2,3\}$ и $B = \{a\}$ и укажите мощность их декартова произведения:

- 1) 1,
- 2) 2,
- 3) 3,
- 4) 4,
- 5) 9.

(ответ: 3)

Вопрос: Если $|A|=n$ и $|B|=k$, то $|A \times B|=$

- 1) n ,
- 2) nk ,
- 3) n^k ,
- 4) $n+k$,
- 5) $\frac{n}{k}$.

(ответ: 2)

Вопрос: Для графика $\{(a,b), (c,d), (b,b)\}$ укажите его инверсию

- 1) $\{(a,b), (d,c), (b,b)\}$,
- 2) $\{1/(a,b), 1/(c,d), 1/(b,b)\}$,
- 3) $\{(1/a, 1/b), (1/c, 1/d), (1/b, 1/b)\}$,
- 4) $\{(b,a), (d,c), (b,b)\}$,
- 5) $\{(a,b), (c,d), (b,b)\}$.

(ответ: 4)

Вопрос: Для графика $P = \{(1,2), (1,3), (4,2), (2,3), (3,3)\}$ укажите композицию $P^{-1} \circ P$

- 1) $\{(2,2), (2,4), (3,2), (3,3)\}$.
- 2) $\{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3), (4,2)\}$.
- 3) $\{(2,4), (2,3), (3,4), (3,3)\}$.
- 4) $\{(2,4), (2,3), (3,2), (3,3), (4,4)\}$.
- 5) $\{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$.

(ответ: 5)

Вопрос: Для данных графиков $P = \{(6,4), (2,4), (5,5), (3,2), (4,1)\}$ и

$T = \{(2,5), (3,2), (7,4), (6,1), (4,4)\}$ решить относительно графика X уравнение $X \circ P = T$ при условии, что $|X| = 6$, $\text{пр}_1 X = \text{пр}_2 X = \{1,2,3,4,5,6\}$. Для X с минимальной суммой

координат всех его компонент указать $P \circ X$.

- 1) $\{(2,2), (3,5), (4,6), (6,2), (5,1)\}$,
- 2) $\{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3), (4,2)\}$.
- 3) $\{(2,4), (2,3), (3,4), (3,3)\}$.
- 4) $\{(2,4), (2,3), (3,2), (3,3), (4,4)\}$.
- 5) $\{(2,2), (6,2), (3,2), (3,3), (4,5), (5,6)\}$.

(ответ: 1)

Вопрос: Дано соответствие: $\Gamma = (\{a, b, c, d\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{(a, 2), (b, 2), (c, 1), (d, 3)\})$.

Какими из перечисленных свойств обладает Γ ?

- 1) всюду определённость,
- 2) сюръективность,
- 3) функциональность,
- 4) инъективность.

(ответ: 1 и 3)

Вопрос: Дано соответствие:

$\Gamma = (\{\text{множество кругов на плоскости}\}, \{\text{множество точек плоскости}\}, \{\text{круг, его центр}\})$.

Является ли Γ соответствием указанного типа?

- 1) Отображение «на»,
- 2) Отображение «в»,
- 3) Биекция,
- 4) Взаимно-однозначное,
- 5) Функция.

(ответ: 1 и 5)

Вопрос: Какие из перечисленных множеств являются не более, чем счётными?

- 1) Множество всех пар рациональных чисел,
- 2) Множество всех окружностей на плоскости,
- 3) Множество, полученное объединением счётного числа счётных множеств,
- 4) Множество точек разрыва монотонно убывающей на $[a, b]$ функции,
- 5) Множество иррациональных чисел интервала $(1, 2)$.

(ответ: 1, 3 и 4)

Вопрос: Мощность какого из перечисленных множеств больше мощностей остальных множеств?

- 1) Множество всех бесконечных последовательностей, составленных из нулей и единиц,
- 2) Множество чисел вида $2^n \cdot 3^m$ если $n \in N$ и $m \in N$,
- 3) Множество, точек плоскости, расстояние между любыми элементами которого больше 3,
- 4) Множество всех многочленов от x с рациональными коэффициентами,
- 5) Множество попарно непересекающихся букв T на плоскости.

(ответ: 1)

Вопрос: Для каких α справедливо утверждение: Если отношения Φ и

Ψ антисимметричны, то отношение $T = \Phi \alpha \Psi$ также обладает свойством α ?

- 1) $\alpha = \cup$,

- 2) $\alpha = \cap$,
- 3) $\alpha = \Delta$,
- 4) $\alpha = \setminus$,
- 5) $\alpha = \circ$.

(ответ: 2 и 3)

Вопрос: Какими из перечисленных свойств обладает отношение на множестве жителей России «Быть зятем»?

- 1) рефлексивность,
- 2) антирефлексивность,
- 3) симметричность,
- 4) антисимметричность,
- 5) транзитивность,
- 6) связность.

(ответ: 3 и 5)

Вопрос: Какие из отношений на множестве студентов СГАУ являются отношениями эквивалентности?

- 1) учиться на курс старше,
- 2) иметь одинаковое имя,
- 3) учиться на разных факультетах,
- 4) учиться на одном и том же факультете,
- 5) быть супругами.

(ответ: 2 и 4)

Вопрос: Функция $f: X \rightarrow Y$, где $X = \{a, b, c, d, e\}$, $Y = \{1, 2, 5, 6\}$ задана равенствами: $f(a) = 6$, $f(b) = 2$, $f(c) = 6$, $f(d) = 1$, $f(e) = 2$. Рассмотрим на множестве X отношение Φ , которое определим так: $x_1 \Phi x_2 \Leftrightarrow f(x_1) = f(x_2)$.

Мощность соответствующего фактор-множества по данному отношению равна

- 1) 1,
- 2) 2,
- 3) 3,
- 4) 5,
- 5) 6.

(ответ: 3)

Вопрос: Какие из перечисленных отношений на множестве \mathbb{N} являются отношениями частичного порядка?

- 1) $x \Phi y \Leftrightarrow x$ делится на y ,
- 2) $x \Phi y \Leftrightarrow x$ - делитель y ,
- 3) $x \Phi y \Leftrightarrow x = y$,
- 4) $x \Phi y \Leftrightarrow x > y$,
- 5) $x \Phi y \Leftrightarrow x + y$ - чётно.

(ответ: 1 и 2)

Вопрос: Какие из перечисленных отношений на множестве Z являются отношениями строгого линейного порядка?

- 1) $x \text{ ф у} \Leftrightarrow x$ не делится на y ,
- 2) $x \text{ ф у} \Leftrightarrow x$ - делитель y ,
- 3) $x \text{ ф у} \Leftrightarrow x = y$,
- 4) $x \text{ ф у} \Leftrightarrow x > y$,
- 5) $x \text{ ф у} \Leftrightarrow x + y$ - чётно.

(ответ: 4)

Вопрос: При каких из перечисленных отношений на множестве N имеется наибольший элемент?

- 1) $x \text{ ф у} \Leftrightarrow x$ делится на y ,
- 2) $x \text{ ф у} \Leftrightarrow x$ - делитель y ,
- 3) $x \text{ ф у} \Leftrightarrow x = y$,
- 4) $x \text{ ф у} \Leftrightarrow x \geq y$,
- 5) $x \text{ ф у} \Leftrightarrow x \leq y$.

(ответ: 1, 4)

Тема 2. Булевы функции.

Вопрос: Для данной бф $f = (11001010)$ укажите все её единичные наборы :

- 1) (0,0,0)
- 2) (0,0,1)
- 3) (0,1,0)
- 4) (0,1,1)
- 5) (1,0,0)
- 6) (1,0,1)
- 7) (1,1,0)
- 8) (1,1,1)

(ответ: 1,2,5,7)

Вопрос: Укажите последовательность следования наборов при лексикографическом упорядочивании:

- а) (1,0,0,1)
- б) (1,1,1,0)
- в) (0,1,1,0)
- г) (0,1,1,1)

(ответ: в,г,а,б)

Вопрос: Записать бф $f(x, y, z)$ в векторной форме, если $f(1,0,1) = f(0,1,1) = f(0,1,0) = 1$, $f(1,1,0) = 0$, а на остальных наборах функция не определена.

- а) (1-0-1-1-)
- б) (--11-10-)
- в) (010--11-)

г) (0-11-1--)

(ответ: б)

Вопрос: Сколько различных доопределений может иметь бф, не определённая на n наборах?

а) n

б) n^2

в) 2^n

г) 2^{2^n}

(ответ: в)

Вопрос: Укажите, какие функции из перечисленных являются доопределениями частичной бф $f = (-1-0--1-)$.

а) (---01-10)

б) (01000010)

в) (10001111)

г) (01101101)

(ответ: б)

Вопрос: Написать набор, соседний набору α по i -й переменной.

$\alpha = (10010111)$, $i = 3$

а) (10011011)

б) (10110111)

в) (10000111)

г) (11110111)

(ответ: б)

Вопрос: Для функции $f(x, y, z)$ укажите пары переменных (u, v) таких, что u – существенная, а v – фиктивная переменная функции $f(x, y, z)$.

$f(x, y, z) = (10001000)$

а) (x, y)

б) (x, z)

в) (y, x)

г) (z, y)

(ответ: в)

Вопрос: Для функции $f(x, y, z)$ укажите равную ей функцию $g(x, z)$

$f(x, y, z) = (01011111)$

а) $x \vee z$

б) $x \rightarrow z$

в) $z \wedge x$

г) $x + z$

д) $x \downarrow z$

(ответ: а)

Вопрос: Какие функции являются суперпозициями функций множества A ?

$$A = \{f(x, y, z), x \rightarrow z, g(x, y), h(x)\}$$

а) $f(y, y, x) \rightarrow z$;

б) $h(x, f(x, x, x)) \rightarrow x$;

в) $g(x, f(x, x, x)) \rightarrow f(x, y, x)$;

г) $f(f(y, y, x), h(y), g(z, x))$

(ответ: а, в)

Вопрос: Для функций $f(x, y, z)$ и $g(x, y, z)$, заданных векторно, найти вектор значений их суперпозиции $h(x, y)$.

$$f(x, y, z) = (10010111), \quad g(x, y, z) = (01101011), \quad h(x, y) = g(y, y, f(x, y, x))$$

а) (1010)

б) (0100)

в) (1111)

г) (1110)

д) (0011)

(ответ: в)

Вопрос: Найти вектор значений функции $f(x, y, z)$, заданной своей формулой.

$$f(x, y, z) = (x \vee y \rightarrow \neg z) + y$$

а) (11101010)

б) (01010100)

в) (11101010)

г) (11011001)

д) (00001101)

(ответ: г)

Вопрос: Преобразовать данную формулу $\overline{x}y\overline{z} \vee xy \vee \overline{\overline{x} \vee \overline{z} \vee \overline{x}z}$ в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных.

а) $z + y$

б) $x \leftrightarrow y$

в) \overline{xy}

г) $x \vee z$

д) $\overline{x} \vee \overline{z}$

(ответ: г)

Вопрос: С помощью булевых функций выяснить взаимное расположение множеств

D, E, F , если A, B, C - произвольные подмножества универсального множества U .

$$D = \overline{A \Delta B} \cup (A \setminus C), \quad E = B \cup \overline{C} \cup \overline{A}, \quad F = (\overline{A \cap C} \setminus B) \cup (A \cap B).$$

- а) $F \subseteq D \subseteq E$
- б) $D = F \subseteq E$
- в) $E \Phi D, F \subseteq E$
- г) $E = F \subseteq D$
- д) $F \subseteq D = E$

(ответ: б)

Вопрос: С помощью булевых функций выяснить, какими соотношениями из перечисленных связаны включения α и β , если A, B, C - произвольные множества?

$$\alpha = A \cup B \subseteq C, \quad \beta = A \cap C \subseteq A \cup (B \setminus A).$$

- а) $\alpha \rightarrow \beta \equiv 1$
- б) $\beta \rightarrow \alpha \equiv 0$
- в) $\beta \leftrightarrow \alpha \equiv 1$
- г) $\alpha \rightarrow \beta \equiv 0$

(ответ: а и г)

Вопрос: С помощью булевых функций для произвольных множеств A, B, H проверить, является ли выполнение включения α необходимым и достаточным условием выполнения равенства β .

$$\alpha = A \subseteq B \setminus H, \quad \beta = B \setminus A = (A \Delta B) \cup (B \cap H)$$

- а) Нет
- б) Да
- в) Не всегда
- г) Данных для ответа недостаточно

(ответ: б)

Вопрос: Выяснить, какие из функций равны, сведя их к СДНФ.

- 1) $\overline{\overline{x}y} \vee \overline{\overline{x}y} \vee yz$
- 2) $\overline{\overline{y}z} \vee \overline{\overline{x}z} \vee \overline{\overline{xy}z} \vee \overline{\overline{yx}}$,
- 3) $\overline{y} \vee z$,
- 4) $\overline{yx} \vee \overline{yx} \vee \overline{xz}$,
- 5) $\overline{xyz} \vee \overline{xz} \vee \overline{yz} \vee \overline{xyz}$.

(ответ: 1 и 3)

Вопрос: Выяснить, какие из функций, заданных свои вектором значений, имеют СКНФ

$$(\overline{x} \vee \overline{z} \vee \overline{y})(\overline{x} \vee y \vee z).$$

- 1) (00001001),
- 2) (01010110),
- 3) (11100110),
- 4) (11110110),
- 5) (00010110).

(ответ: 4)

Вопрос: Найти полином Жегалкина функции $f(x, y, z) = (0001 \ 0101)$.

- 1) $x+z+yz+xy$,
- 2) $xz+yz+xyz$,
- 3) $y+z+xz+yz+xz$,
- 4) $xz+xyz$,
- 5) $y+z+xz+yz$.

(ответ: 2)

Вопрос: Каким из классов Поста принадлежит функция $f(x, y, z) = (1001 \ 0110)$?

- 1) T_0 ,
- 2) T_1 ,
- 3) S ,
- 4) L ,
- 5) M .

(ответ: 3)

Вопрос: Какие из утверждений справедливы относительно функций

$f(x, y, z) = (1011 \ 1101)$ и $g(x, y, z) = (1100 \ 0100)$?

- 1) $f \in [g]$,
- 2) $g \in [f]$,
- 3) f можно получить из g с помощью суперпозиций,
- 4) g можно получить из f с помощью суперпозиций,
- 5) f нельзя получить из g с помощью суперпозиций.

(ответ: 1 и 3)

Вопрос: Подсчитать число различных булевых функций от n переменных, принадлежащих множеству $T_0 \setminus (S \cup L)$.

- 1) $3 \cdot 2^{n-2} + 2^{2^{n-1}-1}$,
- 2) $2^{2^{n-1}} - 2^{2^{n-1}-1} - 2^{n-1}$,
- 3) $2^{2^{n-1}-1} + 2^{2^{n-2}}$,
- 4) $3 \cdot 2^{n-1}$,
- 5) $2^{2^{n-1}}$.

(ответ: 2)

Вопрос: Найти простые импликанты функции $f(x,y,z,t)=(1101\ 0101\ 1101\ 1111)$

- 1) yz ,
- 2) $x\bar{z}$,
- 3) $\bar{y}\bar{z}$,
- 4) xy ,
- 5) t ,
- 6) xt
- 7) y

(ответ: 2,3,4,5)

Вопрос: Найти сложность минимальной ДНФ функции $f(x,y,z,t)= (1100\ 1100\ 1110\ 0011)$

- 1) 9,
- 2) 12,
- 3) 14,
- 4) 13,
- 5) 10,
- 6) 11,
- 7) 16.

(ответ: 5)

Вопрос: Найти сложность минимальной КНФ функции

$f(x,y,z,w,t)=(1111\ 0111\ 1010\ 0110\ 1111\ 0111\ 1010\ 1010)$.

- 1) 21,
- 2) 12,
- 3) 14,
- 4) 13,
- 5) 11,
- 6) 17,
- 7) 16.

(ответ: 6)

Тема 3. Теория алгоритмов.

Вопрос: Применима ли Машина Тьюринга

| $A \setminus S$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------------|-------------|-------|-------------|-------------|-------------|
| λ | $\lambdaЛ2$ | - | - | $\lambdaН0$ | $\lambdaН0$ |
| a | $aП1$ | $aЛ3$ | $\lambdaЛ4$ | $\lambdaЛ4$ | $bЛ5$ |
| b | $bП1$ | $bЛ3$ | $bЛ5$ | $\lambdaЛ4$ | $bЛ5$ |

к слову $abba$?

В случае применимости указать результат работы машины над словом $abba$.

- 1) не применима,

- 2) $abba$,
- 3) $ababa$,
- 4) $abbaaab$,
- 5) $bbba$.

(ответ: 5)

Вопрос: Написать формулу числовой функции $f(x,y)$, вычислимой машиной Тьюринга с множеством внутренних состояний $\{0,1,2,3,4,5,6\}$, где 0 - заключительное, а 1 - начальные состояния, если машина задана своей программой;

| $A \backslash S$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------------|--------------|--------------|-----|-----|-----|-----|
| λ | 1П2 | λ Н0 | 1П4 | 1П2 | 1П6 | 1Н0 |
| 1 | λ П1 | λ Л3 | 1Л3 | 1П4 | 1Л6 | 1Н0 |

- 1) $x+y$,
- 2) $2x$,
- 3) $2y$,
- 4) $3x-1$,
- 5) $2y+2$,
- 6) xy .

(ответ: 5)

Вопрос: По данному коду $N(T)$ восстановить программу машины Тьюринга.

$$N(T) = 1^8 * 1^4 * 1^4 * 1 * 1^9 * * 1^8 * 1^5 * 1^4 * 1 * 1^8 * * 1^8 * 1^6 * 1^6 * 1^2 * 1^8 * * 1^9 * 1^4 * 1^4 * 1^2 * 1^8 * * 1^9 * 1^5 * 1^5 * 1^3 * 1^7 * * 1^9 * 1^6 * 1^4 * 1 * 1^9$$

Выяснить, какими из свойств:

а) самоприменимость; б) несамоприменимость обладает машина T .

При составлении $N(T)$ использована следующая кодировка:

$$П - 1, \quad Л - 1^2, \quad Н - 1^3, \quad \lambda - 1^4, \quad 1 - 1^5, \quad * - 1^6, \quad s_0 - 1^7, \quad s_1 - 1^8, \quad s_2 - 1^9.$$

- 1) a ,
- 2) \bar{b} ,
- 3) a и \bar{b} ,
- 4) ни a , ни \bar{b} ,
- 5) задача на определена.

(ответ: 1)

Вопрос: В какие из перечисленных слов слово aba входит единственный раз?

- 1) $baaab$,
- 2) $abba$,
- 3) $ababa$,
- 4) $ababbaab$,
- 5) $bbababa$.

(ответ: 3)

Вопрос: Найти результат работы нормального алгоритма

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha\alpha \rightarrow a\alpha \\ \alpha b \rightarrow b\alpha \\ ab\alpha \rightarrow \beta b \\ a\alpha\alpha \rightarrow \beta a \\ a\beta \rightarrow \beta \\ \beta \rightarrow . \\ b b\alpha \rightarrow \gamma b b \\ b\alpha\alpha \rightarrow \gamma b a \\ a\gamma \rightarrow \gamma b \\ b\gamma \rightarrow \gamma b \\ \gamma \rightarrow . \\ \rightarrow \alpha \end{array} \right. \text{ над словом } bbaaaa$$

- 1) b ,
 - 2) $abba$,
 - 3) $ababa$,
 - 4) a ,
 - 5) $ababa$.
- (ответ: 4)**

Вопрос: Найти формулу для функции $y = f(x, y, z)$, вычисляемой нормальным

алгоритмом: $\left\{ \begin{array}{l} 1*1 \rightarrow 1* \\ 1** \rightarrow \alpha \\ \alpha 1 \rightarrow 11\alpha \\ \alpha \rightarrow . \end{array} \right.$

- 1) $x+y+z$,
 - 2) $2+x$,
 - 3) zy ,
 - 4) $3x-1$,
 - 5) $x+2z+1$,
 - 6) $x+y$.
- (ответ: 5)**

Вопрос: Какие функции из перечисленных являются исходными?

- 1) $p(x, y) = y + z$,
- 2) $o(x) \equiv 0$,
- 3) $s(x) = x + 1$,
- 4) $s(x) = x - 1$,
- 5) $e(x) \equiv 1$,
- 6) $I_k^n(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_k$.

(ответ: 2,3,6)

Вопрос: Найти функцию $f(x, y)$, полученную из функций $g(x) \equiv 1$ и $h(x, y, z) = x(y+1)z$ по схеме примитивной рекурсии.

- 1) 2^{x^y} ,
- 2) $y!x^y$,
- 3) x^{2^y} ,
- 4) $xy + \frac{y(y-1)}{2}$,
- 5) xy ,
- 6) $x!y^x$.

(ответ: 2)

Вопрос: Для каких функций минимизация по 2 переменной даёт нигде не определённую функцию?

- 1) $3x_1 - \frac{x_2}{x_3^2}$,
- 2) $\frac{x_1}{x_2}$,
- 3) $x_1^{2x_2}$,
- 4) $x_1x_2 - x_3$,
- 5) $\log_2(x_1 \cdot x_2)$,
- 6) $x_1! + x_2$.

(ответ: 2,5)

Тема 4. Элементы теории предикатов.

Вопрос: Какой предикат получится в результате преобразования предиката

$$\overline{\forall_y \exists_z P(y, z, x_1, x_2, \dots, x_n)}?$$

- 1) $P(y, x_1, \dots, x_n)$,
- 2) $\forall_y \exists_z \overline{P(y, z, x_1, x_2, \dots, x_n)}$,
- 3) $\exists_y \forall_z \overline{P(y, z, x_1, x_2, \dots, x_n)}$,
- 4) $\overline{P(y, z, x_1, x_2, \dots, x_n)}$,
- 5) $\forall_y \exists_z P(y, z, x_1, x_2, \dots, x_n)$.

(ответ: 3)

Вопрос: Пусть а) - тождественная истинность; б) - тождественная ложность; в) - выполнимость.

Обладает ли предикат $\forall_y \exists_z (x^2 + yz > 0)$, определённый на множестве Z , данным набором свойств?

- 1) а, не б, в.

- 2) не а, б, в
 - 3) не а, не б, в.
 - 4) а,б,в
 - 5) а, не б, не в
- (ответ: 3)**

Вопрос: От каких переменных зависит предикат $\exists y \forall z (x^2 + yzt \leq 0)$?

- 1) x, y
 - 2) y, z
 - 3) x, y, z, t
 - 4) x, t
 - 5) x, y, z
 - 6) y, z, t .
- (ответ: 4)**

Вопрос: Найти значение высказывания $\exists y \forall x \exists z (y + xz > y + x^2z)$, если каждая из переменных принимает значения на множестве R .

- 1) истина
 - 2) ложь
 - 3) не истина и не ложь,
 - 4) это – не высказывание.
- (ответ: 2)**

Вопрос: Предикаты $P(y, z)$ и $Q(x, y)$ определены на множестве $\{a, b, c\}$. Может ли предикат $\exists z \forall y P(y, z) \wedge \forall x Q(x, y)$ быть выполнимым, но не тождественно истинным?

- 1) да
 - 2) нет
 - 3) данных для ответа недостаточно
 - 4) никогда
 - 5) вопрос некорректен.
- (ответ: 1)**

Вопрос: Какие формулы из перечисленных верны?

- 1) $\forall_x \forall_y P(x, y, z_1, \dots, z_n) = \forall_y \forall_x P(x, y, z_1, \dots, z_n)$,
- 2) $\exists_x (P(x, y_1, \dots, y_n) \vee Q(x, y_1, \dots, y_n)) = \exists_x P(x, y_1, \dots, y_n) \vee \exists_x Q(x, y_1, \dots, y_n)$,
- 3) $\exists_x (P(x, y_1, \dots, y_n) \wedge Q(x, y_1, \dots, y_n)) \rightarrow \exists_x P(x, y_1, \dots, y_n) \wedge \exists_x Q(x, y_1, \dots, y_n) \equiv 1$,
- 4) $\forall_x P(x, y_1, \dots, y_n) \vee \forall_x Q(x, y_1, \dots, y_n) \rightarrow \forall_x (P(x, y_1, \dots, y_n) \vee Q(x, y_1, \dots, y_n)) \equiv 1$,
- 5) $\forall_y \exists_z P(y, z, x_1, x_2, \dots, x_n) = \exists_z \forall_y P(y, z, x_1, x_2, \dots, x_n)$

(ответ: 1,2,3,4)

Вопрос: Для формулы $\forall_z \exists_x P(x, y, z) \leftrightarrow R(y, z)$ указать её приведённую форму .

- 1) $\exists_z \forall_x \overline{P(x, y, z)} \cdot \overline{R(y, z)} \vee \forall_z \exists_x P(x, y, z) \cdot R(y, z)$,
- 2) $\overline{\forall_z \exists_x P(x, y, z)} \cdot \overline{R(y, z)} \vee \forall_z \exists_x P(x, y, z) \cdot R(y, z)$,
- 3) $\overline{\exists_x P(x, y, z)} \rightarrow \forall_x \exists_y R(x, y, z) \downarrow T(x, z)$,
- 4) $(\forall_x \overline{P(x, y, z)} \vee \forall_x \exists_y R(x, y, z)) \cdot \overline{T(x, z)}$,
- 5) $\exists_z \forall_x \overline{P(x, y, z)} \wedge \overline{R(y, z)} \wedge \forall_z \exists_x P(x, y, z) \wedge R(y, z)$

(ответ: 1)

Тема 5. Комбинаторика.

Вопрос: Сколькими способами из колоды карт в 36 листов можно выбрать неупорядоченный набор из 5 карт так, чтобы в этом наборе было бы точно 1 король, 2 дамы, 1 пиковая карта?

- 1) 2080,
- 2) 3843,
- 3) 18208,
- 4) 693,
- 5) 17316

(ответ: 2)

Вопрос: Сколько различных слов можно получить перестановкой букв слова *атаман*, в которых согласные идут в алфавитном порядке, но буквы “а” не стоят рядом?

- 1) 126,
- 2) 1560,
- 3) 36,
- 4) 4,
- 5) 288.

(ответ: 4)

Вопрос: Найти наибольший член разложения бинома $(\sqrt{13} + 4)^{10}$.

- 1) $C_{12}^0 \cdot 13^{12}$,
- 2) $C_{10}^1 \cdot \sqrt{13} \cdot 4^9$,
- 3) $C_{10}^5 \cdot 13^{2,5} 2^{10}$,
- 4) $C_{10}^9 \cdot \sqrt{13}^9 \cdot 4^6$,
- 5) $C_{10}^7 \cdot \sqrt{13}^7 \cdot 4^3$.

(ответ:3)

Вопрос: Из пропорции $C_{x+1}^{y+2} : C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^y = 5 : 6 : 5$ найти x и y .

- 1) (11,4)
- 2) (6,3)
- 3) (7,4),
- 4) (9,4)
- 5) (11,5).

(ответ:4)

Вопрос: Вычислить сумму $4C_n^2 + 7C_n^3 + 10C_n^4 + \dots + (3n-2)C_n^n$.

- 1) $n2^{n-1}$,
- 2) $1-n+(n-1)2^{n-2}$,
- 3) $2-n+(3n-4)2^{n-1}$,
- 4) $n-1+(3n-1)2^n$,
- 5) 2^n .

(ответ:3)

Вопрос: Найти коэффициент при x^{30} в разложении выражения $(3-x^2+x^5)^{19}$ по полиномиальной формуле, полученный после раскрытия скобок и приведения подобных членов.

- 1) $19! \left(\frac{3^{19}}{19!6!} - \frac{3^{12}}{12!3!4!} + \frac{3^6}{6!9!2!} - \frac{3^1}{3!16!} \right)$,
- 2) $\left(\frac{3^{15}}{15!4!} + \frac{3^{10}}{10!5!4!} + \frac{3^7}{7!10!2!} + \frac{3^4}{4!15!} \right)$,
- 3) $19! \left(\frac{3^{13}}{13!6!} + \frac{3^{10}}{10!5!4!} + \frac{3^7}{7!10!2!} + \frac{3^4}{4!15!} \right)$,
- 4) $19! \left(\frac{3^{18}}{8!11!} + \frac{3^{10}}{10!5!4!} + \frac{3^6}{6!8!2!} + \frac{3}{18!} \right)$,
- 5) $19! \left(\frac{3^{13}}{13!6!} - \frac{3^{10}}{10!5!4!} + \frac{3^7}{7!10!2!} - \frac{3^4}{4!15!} \right)$.

(ответ:5)

Вопрос: Сколько натуральных чисел от 1 до 10000 не делится ни на 7, ни на 9, ни на 5, ни на 3?

- 1) 3692,

- 2) 4571,
- 3) 5001,
- 4) 5052,
- 5) 5454.

(ответ: 2)

Вопрос: Подсчитать количество различных перестановок цифр числа 4954512, при которых никакие 2 одинаковые цифры не идут друг за другом.

- 1) 660,
- 2) 246,
- 3) 864,
- 4) 106,
- 5) 5760.

(ответ: 1)

Вопрос: Сколько существует перестановок 8 различных предметов, при которых на своих первоначальных местах окажутся ровно 6 или ровно 5 предметов?

- 1) 22296,
- 2) 140,
- 3) 385,
- 4) 1239,
- 5) 994.

(ответ: 2)

Вопрос: Наносятся 7 цифр 1,2,..., 7 на 7 различных шаров (на каждый шар пишем ровно одну цифру), после чего шары помещаем в мешок. Из мешка наудачу извлекаем шар, записываем число, изображённое на нём и возвращаем шар в мешок. Эта процедура повторяется 5 раз.

Сколько существует различных случаев, при которых сумма выписанных чисел оказалась бы равной 22?

- 1) 2826,
- 2) 676,
- 3) 1340,
- 4) 1330,
- 5) 900.

(ответ: 4)

Вопрос: Игральная кость бросается 5 раз. Во сколько раз число способов набора суммы в 16 очков превышает число способов набора суммы в 24 очка?

- 1) 3,585

- 2) 1,198
- 3) 1,300
- 4) 1,361,
- 5) 1,770.

(ответ: 1)

Вопрос: Запускается 5 волчков, у каждого из которых по 7 граней с нанесёнными на них числами 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Сколькими способами эти волчки могут упасть, набрав сумму в 24 очка, если волчки неразличимы?

- 1) 4
- 2) 32
- 3) 19
- 4) 8
- 5) 29.

(ответ: 2)

Вопрос: Сколькими способами можно оплатить марками бандероль на сумму 24 рубля, если есть неограниченное число марок достоинством в 3,4,7 рублей и два способа, отличающиеся только порядком наклейки марок, считаются различными ?

- 1) 679
- 2) 140
- 3) 155
- 4) 131
- 5) 185

(ответ: 4)

Вопрос: Найти общее решение рекуррентного соотношения 5-го порядка

$$f(n+5) = -f(n+4) + 11f(n+3) + 29f(n+2) + 26f(n+1) + 8f(n).$$

- 1) $f(n) = (-1)^n(C_1 + nC_2) + C_3 + 5^n C_4 + C_5 \cdot 4^n.$
- 2) $f(n) = (-1)^n(C_1 + nC_2 + n^2C_3 + n^3C_4) + C_5.$
- 3) $f(n) = 2^n(C_1 + nC_2) - C_3 + 2^n C_4 + C_5 \cdot (-1)^n.$
- 4) $f(n) = (-1)^n(C_1 + nC_2 + n^2C_3) + (-2)^n C_4 + C_5 \cdot 4^n.$
- 5) $f(n) = (-2)^n(C_1 + nC_2 + n^2C_3) + C_4 + C_5 \cdot 2^n.$

(ответ: 4)

Вопрос: Найти решение рекуррентного соотношения 4-го порядка

$$f(n+4) = -f(n+3) + 12f(n+2) + 28 \cdot f(n+1) + 16 \cdot f(n) \text{ с начальными условиями } f(0) = -2;$$

$$f(1) = -1; f(2) = 9; f(3) = -29.$$

- 1) $f(n) = (-2)^n(1-n) + 3 + 2^n - 3^n.$
- 2) $f(n) = 3^n(1+n^3) - 8.$

- 3) $f(n) = 2^n(1-n) - 4 + 2^n + 2 \cdot (-3)^n$.
 4) $f(n) = (-1)^n(2-n+n^2) + (-1)^n + 5 \cdot 4^n$.
 5) $f(n) = (-2)^n(n+1) + 3 \cdot (-1)^{n+1}$.

(ответ: 5)

Тема 6. Конечные автоматы.

Вопрос: Какой кодовой комбинации соответствует дешифратор, заданный своей таблицей состояний:

| | | | | | | | | |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $A \backslash Q$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| x | 2,0 | 2,0 | 2,0 | 5,0 | 2,0 | 2,0 | 8,0 | 2,1 |
| y | 1,0 | 3,0 | 4,0 | 1,0 | 6,0 | 7,0 | 1,0 | 6,0 |

- 1) хуухуухх
 2) уухуухху
 3) ухухуухх
 4) ххуххххх
 5) хуухххху
 6) ухухууху.

(ответ: 1)

Вопрос: Сколько внутренних состояний имеет автомат, минимальный по отношению к автомату

| | | | | | | | | | |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $A \backslash Q$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| a | 4,x | 3,y | 7,x | 5,x | 8,x | 7,x | 2,y | 5,x | 2,y |
| b | 7,y | 4,y | 9,x | 9,y | 7,y | 9,y | 8,x | 9,y | 5,x |

- 1) 3
 2) 4
 3) 5
 4) 6
 5) 2.

(ответ: 2)

Вопрос: Для слов

$$a = (-10--0-1---0),$$

$$b = (1-0--11-10-0),$$

$$c = (-101-0--11-0),$$

$$d = (--01-0--11-0), \text{ указать пары } (x, y) \text{ такие, что } x \text{ покрывает } y.$$

- 1) $(d, c), (d, a)$

- 2) $(c,d),(c,a)$
- 3) $(a,b),(a,c)$
- 4) $(a,c),(b,a)$
- 5) $(d,b),(d,d)$

(ответ: 1)

Вопрос: Для слов

$$a = (1 - -00 - -0 - - - 0),$$

$$b = (11 - 00 - 101 - 10),$$

$$c = (-1 - 0 - -1 - -11 -),$$

$d = (111 - 0 - 000 - 10)$, указать пары (x, y) такие, что x совместимо с y .

- 1) $(a,d),(b,d),(b,c)$
- 2) $(d,c),(d,a),(b,c)$
- 3) $(a,b),(b,a),(d,a)$
- 4) $(d,d),(b,d),(b,c)$
- 5) $(a,c),(b,a),(b,c)$

(ответ: 5)

Вопрос: Для частичного неинициального автомата, заданного таблично, со множеством внутренних состояний $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, входным алфавитом $\{a,b\}$ и выходным алфавитом $\{x,y\}$:

| A \ Q | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| a | 2,- | 3,x | — | 5,x | — | — | 1,- | 5,y | -,x |
| b | — | -,y | 1,y | — | 6,x | -,x | 4,y | — | 6,- |

Построить максимальную группировку, найти её мощность α .

Построить покрывающий автомат с помощью T - алгоритма, найти число внутренних состояний β этого автомата. В ответе указать пару (α, β) .

- 1) (9,3)
- 2) (9,4)
- 3) (8,5)
- 4) (7,4)
- 5) (10,3)

(ответ: 2)

Вопрос: Построить таблицу состояний автомата, осуществляющего автоматное отображение $\alpha = abcscbbbac$ в $\beta = uirpriprr$.

Провести минимизацию, построить диаграмму состояний минимизированного

автомата, проверить работу полученного автомата над словом α .

Провести кодировку в двоичные коды символов входного и выходного алфавитов, множества внутренних состояний автомата, написать “физическую” таблицу состояний минимизированного автомата. Построить минимальные ДНФ, реализующие функции переходов и функцию выхода автомата.

Построить схему из функциональных элементов типа конъюнкция, дизъюнкция, отрицание и элементов задержки, реализующих данный автомат.

В ответе указать пару (n, k) , где n - число состояний минимального автомата, k - сложность схемы из функциональных элементов и задержек.

1) (4,9)

2) (3,11)

3) (5,12)

4) (3,20)

5) (4,12)

(ответ: 2)

Вопрос:

1. Удалить из данной схемы задержки и написать формулы для функций q_1, q_2, q_3, y .

2. Построить таблицы для функций, найденных в п.1

3. Свести таблицы, найденные в п.2 в одну, провести кодировку.

4. Провести минимизацию автомата.

5. Для минимального автомата провести обратную кодировку, написать “физическую” таблицу переходов и выхода.

6. С помощью карт Карнау написать формулы функций перехода и выхода.

7. Реализовать найденные функции схемами из функциональных элементов типа конъюнкция, дизъюнкция и отрицание .

8. Изобразить схему из функциональных элементов типа конъюнкция, дизъюнкция, отрицание и задержек, реализующую минимальный конечный автомат.

В ответе указать пару (n, k) , где n - число состояний минимального автомата, k - сложность схемы из функциональных элементов и задержек.

1) (4,9)

2) (2,5)

3) (3,12)

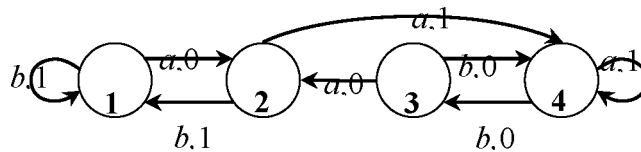
4) (3,6)

5) (4,12)

(ответ: 2)

Вопрос:

1. Написать таблицу состояний данного автомата.



2. Считая автомат неинициальным, построить эквивалентный автомат Мура.

Проверить работу данного и построенного автоматов над одним и тем же словом.

В ответе укажите количество внутренних состояний эквивалентного автомата Мура.

- 1) 8
- 2) 9
- 3) 12
- 4) 10
- 5) 16

(ответ: 3)

Вопрос:

Построить диаграмму автомата без выхода, представляющего конечное событие

$E = \{aba, bbab, baa, abbb\}$, **используя, по возможности, меньшее число внутренних**

состояний. В ответе укажите число внутренних состояний построенного автомата без

выхода.

- 1) 9
- 2) 7
- 3) 12
- 4) 10
- 5) 14

(ответ: 4)

Вопрос: Построить недетерминированный автомат, представляющий событие

$\alpha = (b^* \cup cb)(ba \cup c^*)^*(a \cup bc)$.

Построить таблицу детерминированного автомата, эквивалентного построенному недетерминированному автомату. В ответе указать пару (n, k) , где n - число состояний недетерминированного автомата, k - число состояний эквивалентного детерминированного автомата.

- 1) (4,9)
- 2) (9,15)
- 3) (8,12)
- 4) (3,6)
- 5) (7,9)

(ответ: 5)