

Государственный комитет Российской Федерации по высшему
образованию
Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королева

Павлов О.В. Симановский Е.А.

**Графическое решение задачи
линейного программирования на персональном
компьютере**

Методические указания к курсовой работе

Самара 1998

Составители: Павлов О.В. Симановский Е.А.
УДК 681.3.06

Графическое решение задач линейного программирования на персональном компьютере: Методические указания к курсовой работе /Самарский государственный аэрокосмический университет; Сост. Павлов О.В., Симановский Е.А., Самара, 1998, 14 с.

Содержатся указания по выполнению курсовой работы, целью которой является создание программного обеспечения на языке Turbo Pascal, позволяющего графически решать задачу линейного программирования на персональном компьютере. Может быть использовано в качестве задания для лабораторной работы.

Предназначены для студентов факультета экономики и управления

Составлены на кафедре «Компьютерные системы»

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева

Рецензент: доц. Климов В.М.

ЛИТЕРАТУРА

1. Математическая экономика на персональном компьютере/ Под ред. Кубанива. М.: Прогресс, 1975 г.
2. Математические методы в экономике: Учебник. -М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, Издательство «Дис», 1998. - 368 с.
3. Горстко А.Б. Познакомьтесь с математическим моделированием. - М.: Знание, 1991. -160 с.
4. Поляков Д.Б., Круглов И.Ю. Программирование в среде Turbo Паскаль (версия 5.5): Справ.-метод. пособие. - М.: Изд-во МАИ, 1992. - 576 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
Постановка задачи планирования.....	4
Формулировка задачи линейного программирования.....	5
Исходные данные для решения задачи.....	6
Требования к выполнению работы.....	6
Графический метод решения задачи линейного программирования	6
Алгоритм основного программного модуля на языке Turbo Pascal.....	8
Пример решения задачи.....	9
Рекомендации по оформлению пояснительной записки.....	11
Приложение 1.....	12
Приложение 2.....	13
Литература.....	14

ВВЕДЕНИЕ

В процессе экономической деятельности часто приходится решать следующие задачи: что производить? Где производить? Какова цена продукции? Какова зарплата? Процесс управления любой организацией состоит в принятии тех или иных решений. Эффективность управления заключается в обоснованности принимаемых решений. Для того чтобы оптимально распорядиться имеющимися ограниченными ресурсами (сырьевыми, финансовыми, материальными и т.д.) привлекают математический аппарат.

Экономическую задачу формализуют и рассматривают как математическую. Для решения таких задач используют различные численные методы, которые реализуются на персональных компьютерах с помощью языков программирования высокого уровня или специального программного обеспечения.

В методических указаниях к курсовой работе рассматривается задача планирования выпуска продукции организации. Задача формализуется как задача линейного программирования. Рассматривается алгоритм решения задачи графическим методом на языке программирования высокого уровня Turbo Pascal.

Ниже приводятся рекомендации по выполнению курсовой работы и оформлению пояснительной записки. Рассмотрен пример решения задачи.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПЛАНИРОВАНИЯ

Имеется организация, выпускающая n видов продукции, объемом $x_1, x_2 \dots x_n$ условных единиц. В процессе производства используются m различных видов сырья в количестве $b_1, b_2, \dots b_m$.

единиц. Для производства единицы j -го вида ($j=1, n$) продукции необходимо затратить i -й вид ($i=1, m$) сырья в количестве a_{ij} единиц. Заданы цены продуктов $p_1, p_2, \dots p_n$. Необходимо

Приложение 2

Образец титульного листа пояснительной записки к курсовой работе

Государственный комитет Российской Федерации
по высшему образованию

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева

Факультет экономики и управления

Кафедра компьютерных систем

Пояснительная записка к курсовой работе

Графическое решение задачи линейного программирования на персональном компьютере

Выполнил: Иванов И.И.
группа 711
Проверил: Павлов О.В.

Самара 1998

Приложение 1
Варианты заданий

№	a ₁₁	a ₁₂	a ₂₁	a ₂₂	b ₁	b ₂	p ₁	p ₂
1	1	2	3	2	9	10	1	1
2	1	2	3	2	8	10	1	2
3	1	2	3	2	7	10	3	2
4	1	2	3	2	6	10	2	1
5	1	2	3	2	5	10	3	1
6	1	2	5	3	10	18	1	1
7	1	2	5	3	10	21	1	2
8	1	2	5	3	10	23	3	2
9	1	2	5	3	10	25	1	1
10	1	2	5	3	10	28	3	1
11	3	2	4	7	8	20	1	1
12	3	2	4	7	10	20	1	2
13	3	2	4	7	12	20	3	2
14	3	2	4	7	14	20	2	1
15	3	2	4	7	11	20	3	1
16	3	1	2	4	6	20	1	1
17	3	1	2	4	6	18	1	2
18	3	1	2	4	6	15	3	2
19	3	1	2	4	6	12	2	1
20	3	1	2	4	6	10	3	1
21	2	3	4	10	9	24	1	1
22	2	3	4	10	9	25	1	2
23	2	3	4	10	9	26	1	3
24	2	3	4	10	9	27	2	3
25	2	3	4	10	9	28	3	1

26	5	3	4	7	22	34	1	1
27	5	3	4	7	22	36	2	1
28	5	3	4	7	22	38	1	2

определить объемы производств продукции $x_1, x_2 \dots x_n$ с целью максимизации стоимости произведенной продукции (получения прибыли).

**ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО
ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Условия ограничений на количество всех видов сырья математически записывается в следующем виде

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i=1, m, \quad (1)$$

условие неотрицательности объемов производств

$$x_j \geq 0, j = 1, n, \quad (2)$$

необходимо найти максимум прибыли, заданный целевой функцией:

$$Z = \sum_{j=1}^n p_j x_j \rightarrow \max$$

Набор значений $x_1, x_2 \dots x_n$, удовлетворяющий условиям (1)-(2), называется допустимым планом (управлением).

В данной оптимизационной задаче все ограничения и целевая функция являются линейными функциями. Такие задачи называются **задачами линейного программирования**. Задачи линейного программирования - задачи в которых необходимо найти неотрицательные значения переменных, минимизирующих

или максимизирующих значения линейной целевой функции при наличии ограничений, заданных в виде линейных неравенств.

В общем случае задачи линейного программирования решаются «симплексным методом» или «методом решения с

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

число видов сырья $m=2$

число видов продукции $n=2$

Коэффициенты a_{ij} $i=1,m; j=1,n$	количество сырья b_i $i=1,m$	цены на продукцию p_j $j=1,n$
---	-----------------------------------	------------------------------------

Исходные данные выбираются студентом из Приложения 1 в соответствии со своим вариантом.

Выходные данные: план производства двух видов продукции x_1 и x_2 в условных единицах.

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Программное обеспечение должно обладать дружественным интерфейсом по отношению к пользователю:

а) выполнению программы должен предшествовать вывод на экран заставки, в которой приводится информация о решаемой задаче, ФИО и группе студента;

б) ввод исходных данных: количество сырья b_1 и b_2 , коэффициенты a_{j1} , a_{j2} , цены на продукцию p_1 и p_2 должны осуществляться через систему меню и экранов.

в) программное обеспечение должно состоять не меньше чем из трех программных модулей:

- модуля заставки;
- модуля ввода исходных данных;
- основного модуля в котором происходит решение задачи.

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

помощью мультипликатора», который предложили независимо Л.В. Канторович и Дж. Данциг. Если число неизвестных переменных равно двум, то задача линейного программирования легко решается графически.

В рассматриваемом частном случае, когда необходимо определить план выпуска двух видов продукции $n=2$ и задано

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОФОРМЛЕНИЮ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ.

Пояснительная записка к курсовой работе оформляется в текстовом редакторе Word. Образец оформления титульного листа приводится в Приложении 2. Записка состоит из разделов и подразделов, описанных ниже.

Реферат. Содержит сведения об объеме курсовой работы, данные о количестве листов и содержащихся в ней рисунков и таблиц, количестве источников и приложений. В тексте реферата отражается сущность выполненной работы (постановка задачи, формулировка задачи линейного программирования, графический метод решения) и основные результаты работы (план выпуска продукции).

Постановка задачи. Содержит описание конкретной задачи планирования. Исходные данные для задачи студент получает из Приложения 1 в соответствии со своим номером варианта.

Формулировка задачи линейного программирования.

Задача планирования формулируется как задача линейного программирования. Приводится математическая постановка задачи.

Описание программного обеспечения.

Приводится блок-схема программного обеспечения. Описывается алгоритм решения задачи. Приводится распечатка текста программы.

Руководство пользователя.

Содержит указания по работе с программным обеспечением.

Результаты решения задачи.

Приводится копия экрана с рисунком на котором графически решена задача линейного программирования. Приводятся объемы производств x_1 и x_2 в условных единицах.

Формулировка задачи линейного программирования

$$5x_1 + 3x_2 \leq 28,$$

$$2x_1 + 7x_2 \leq 46,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

$$Z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

Графическое решение задачи представлено на рис. 2.

Пример графического решения задачи
линейного программирования

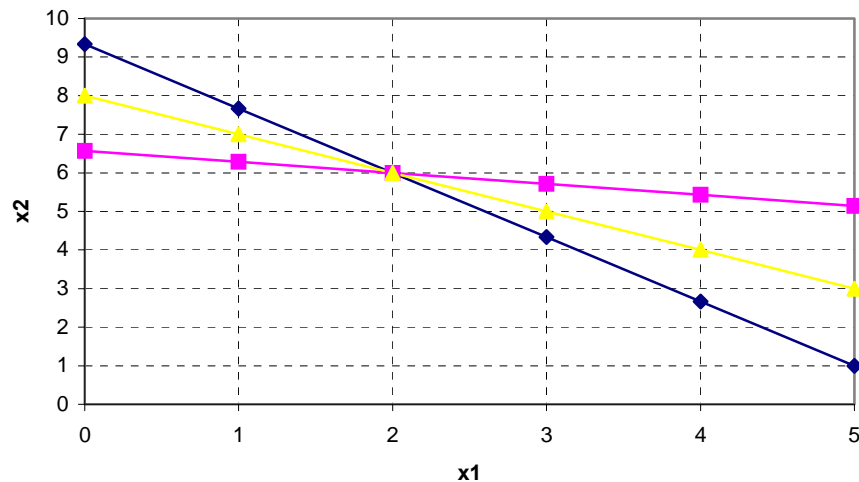


рис. 2

Вывод и анализ результатов решения

Выводы, анализ результатов решения.

Содержит анализ решения, выводы по проделанной работе.

Список литературы.

Содержит перечень использованной литературы и учебных материалов.

Из рисунка видно, что прямые $5x_1 + 3x_2 = 28$ и $2x_1 + 7x_2 = 46$ пересекаются в точке с координатами $x_1=2$, $x_2=6$. Следовательно оптимальный план выпуска первого продукта составляет 2 единицы, а второго 6 единиц. При этом целевая функция принимает максимальное значение равное 8.

два вида сырья $m=2$ математическая постановка задачи упростится:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \leq b_i, \quad i = 1, m, \quad (3)$$

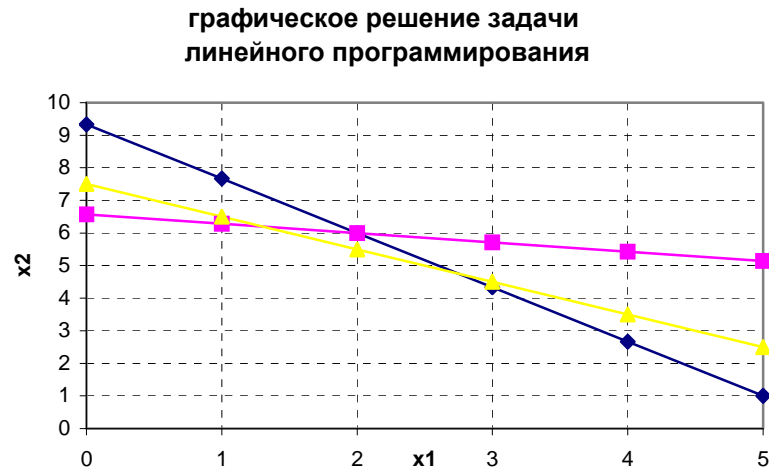
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \quad (4)$$

$$Z = p_1x_1 + p_2x_2 \rightarrow \max \quad (5)$$

Построим на плоскости декартову систему координат X_1OX_2 (рис. 1). Из неравенства (4) следует, что точка, изображающая допустимый план, обязательно находится в первом квадранте. Каждое из i -ых неравенств (3) определяет множество точек, лежащих по одну сторону от прямой

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 = b_i, \quad i = 1, m$$

Таким образом, множество допустимых планов геометрически изображается точками, расположенными внутри и на границе заштрихованного многоугольника $OABCD$ (рис. 1).



числом Z , так чтобы прямая $Z = p_1 x_1 + p_2 x_2$ пересекала многоугольник допустимых планов $OABCD$. Точки пересечения этой прямой и многоугольника допустимых планов соответствуют планам с одинаковой экономической эффективности - цена произведенных продуктов для них в точности равна Z . Чем больше значение Z , тем более выгоден план. Наибольшее значение Z принимает в случае когда прямая совпадает с одной из вершин многоугольника или с одной из его сторон. Из приведенной геометрической интерпретации сразу следует следующий путь решения: **необходимо построить совокупность параллельных прямых $Z = p_1 x_1 + p_2 x_2$ (рис.1), соответствующих разным числам Z , выбрать среди них такую прямую, которая имеет общие точки с многоугольником допустимых планов и максимальное Z .**

АЛГОРИТМ ОСНОВНОГО ПРОГРАММНОГО МОДУЛЯ НА ЯЗЫКЕ TURBO PASCAL.

рис 1.

Среди всех этих точек необходимо найти ту, которая соответствует оптимальному плану. Зададимся каким-нибудь

1.Инициализация графического режима адаптера дисплея процедурой инициализации

```
InitGraph(VAR GraphDriver :Integer; { тип дисплея}
           VAR GraphMode : Integer; { режим графики }
           DriverPath : String ); {путь к драйверу}
```

2.Рисование на экране персонального компьютера системы координат X_1OX_2 с помощью оператора

```
Line( X1, Y1, {координаты начальной точки линии }
      X2, Y2: Integer {координаты конечной точки линии})
```

3.Разметка осей, вывод названий рисунка и осей, используя процедуры:

```
OutText (TextString : String) {текстовая строка}
```

```
OutTextXY (x,y : Integer; {координаты точки}
           TextString : String) {текстовая строка}
```

4.Рисование в плоскости X_1OX_2 m прямых, соответствующих условиям (3) для случая строгого равенства, используя процедуры **Line**. Прямые будут выглядеть как отрезки, соединяющие точки $(b_i/a_{i1}, 0)$, лежащие на оси OX_1 и точки $(0, b_i/a_{i2})$, принадлежащие оси OX_2 , $i=1,m$. Так как все графические процедуры используют систему координат устройства, необходимо предусмотреть

перевод текущих координат точки из мировой системы координат в систему координат устройства.

5.Закрашивание области ограничений, образуемых условиями (3) и (4) с помощью процедуры

FillPoly(NumPoints : Word; {число вершин многоугольника}
VAR PolyPoints) {массив координат вершин})

6.Организация циклического ввода с клавиатуры различных значений Z оператором **Read** и построение соответствующих им параллельных прямых (5) с помощью процедуры **Line**. Прямые будут выглядеть как отрезки, соединяющие точки $(Z/p_1, 0)$, лежащие на оси OX_1 и точки $(0, Z/p_2)$, принадлежащие оси OX_2 .

7.Выход из цикла по желанию пользователя, после успешного решения задачи линейного программирования.

8.Завершение работы в графическом режиме оператором CloseGraph.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Исходные данные

Коэффициенты a_{ij} $i=1,2; j=1,2$				количество сырья b_i $i=1,2$		цены на продукцию p_j $j=1,2$	
a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}	b_1	b_2	p_1	p_2
5	3	2	7	28	46	1	1