

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР**

**КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО
КРАСНОГО ЗНАМЕНИ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
имени академика С. П. КОРОЛЕВА**

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

**Утверждено
редакционно-издательским
советом института
в качестве
методических указаний
к лабораторным работам
№ 2-26, 2-27, 2-32
для студентов
дневного отделения**

Лабораторные работы содержат: введение, знакомящее студентов с различными колебательными процессами и характеристиками, которые используются при описании колебаний; сведения об экспериментальных установках; указания по выполнению практической части работ, включая обработку экспериментальных результатов; контрольные вопросы и перечень рекомендуемой литературы.

Использована следующая нумерация работ: первая цифра — 2 — цифр лаборатории электричества и магнетизма, принятый на кафедре, второе число — порядковый номер работы, в соответствии с которым пронумерованы все применяемые приборы и принадлежности в лаборатории.

Лабораторные работы предназначены для студентов всех факультетов дневного отделения.

ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ РЕЛАКСАЦИОННОГО ГЕНЕРАТОРА С ГАЗОРАЗРЯДНОЙ ЛАМПОЙ

Цель работы: экспериментальная проверка расчетной формулы для определения периода колебаний релаксационного генератора.

Приборы и принадлежности: панель с газоразрядной лампой — тиратроном МТХ-90; набор резисторов; магазин емкостей; вольтметр; реостат; секундомер.

ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ РЕЛАКСАЦИОННОГО ГЕНЕРАТОРА

Колебательные процессы можно разделить на следующие четыре больших класса: свободные колебания, вынужденные колебания, автоколебания и параметрические колебания. *Свободные колебания* возникают после кратковременного воздействия на колебательную систему. Реальные свободные колебания являются затухающими. *Вынужденные колебания* — это колебания системы под действием периодически меняющейся внешней силы. *Параметрические колебания* — это колебания, которые могут возникать в системе при периодическом изменении какого-либо параметра системы, например, в результате изменения координаты центра инерции человека, который раскачивает качели, находясь на них. *Автоколебания* — это колебания, возникающие в системе, которая сама управляет поступлением энергии от внешнего источника к системе. Примером автоколебательной системы являются часы. Релаксационный генератор, изучаемый в данной работе, также является автоколебательной системой. В нем используются два релаксационных процесса: зарядка конденсатора и его разрядка.

Роль устройства, которое обеспечивает попеременно то зарядку конденсатора, то его разрядку, играет газоразрядная лампа — тиратрон МТХ-90.

Используемый в данной работе тиратрон представляет собой стеклянный баллон, внутри которого установлены три электрода: анод, катод и управляющая сетка. Баллон заполнен неоном при давлении $(2...3) \cdot 10^3$ Па.

Если тиратрон включить в электрическую цепь постоянного тока и постепенно увеличивать напряжение между двумя электродами, то сначала возникает очень слабый тихий несамостоятельный разряд с током порядка 10^{-9} А. Возникновение такого разряда обусловлено наличием только тех носителей заряда, которые возникают в межэлектродном промежутке в незначительном количестве под действием космических лучей, радиоактивного излучения, случайных очень редких актов ударной ионизации и т. д. Свечения газа при таком разряде не наблюдается.

По мере повышения напряжения скорость электронов возрастает. При некотором значении U_3 , называемом напряжением зажигания, скорость электронов достигает такого значения, что становятся очень частыми неупругие столкновения, в результате которых нейтральные атомы газа ионизируются, т. е. расщепляются на положительные ионы и электроны. Появляющиеся при этом свободные электроны ускоряются электрическим полем и, в свою очередь, ионизируют атомы газа. Начинается лавинообразный процесс ударной ионизации газа, в результате которого в межэлектродном промежутке резко возрастает число носителей заряда. Положительные ионы, ускоренные электрическим полем, попадают на катод, что приводит к эмиссии электронов с его поверхности, т. е. к еще большему возрастанию числа носителей заряда. В тиратроне возникает самостоятельный тлеющий разряд с током порядка 10^{-3} А. Этот разряд сопровождается довольно ярким характерным свечением газа. Тиратрон «зажигается».

Если теперь уменьшать напряжение, приложенное к электродам тиратрона, то при некотором его значении $U_{п}$, называемом напряжением погасания, разряд прекратится. Характерной особенностью газоразрядной лампы является неравенство $U_{п} < U_3$, которое и обуславливает возникновение релаксационных колебаний.

Схема релаксационного генератора приведена на рис. 1. Напряжение U , подаваемое на схему, устанавливается потенциометром R_p заведомо больше U_3 . Возникающий после замыкания ключа K ток I разветвляется на I_1 и I_2 . При этом напряжение на конденсаторе и электродах тиратрона U_c постепенно повышается от нуля до U_3 , а ток I соответственно убывает. Проводимость лампы до момента ее зажигания практически равна нулю, поэтому

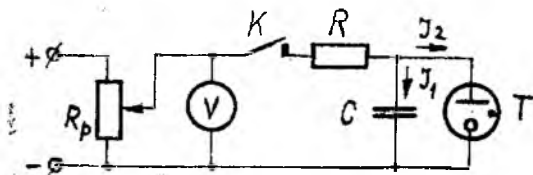


Рис. 1

можно положить $I \approx I_1$ и считать, что до момента зажигания лампы весь ток идет на зарядку конденсатора. В таком случае можно записать

$$U = IR + U_C. \quad (1)$$

Как только напряжение U_C достигает величины U_3 , лампа зажигается, сопротивление ее резко падает и конденсатор за очень малое время τ_2 разряжается до напряжения погасания лампы $U_{п}$. В этот момент разряд в лампе прекращается и снова начинается процесс зарядки конденсатора, но уже не от нуля, а от $U_C = U_{п}$ (рис. 2). Когда напряжение U_C достигнет значения U_3 , лампа вновь зажжется, конденсатор разрядится через нее до потенциала $U_{п}$ и опять начнет заряжаться.

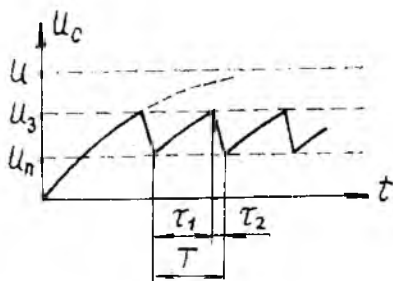


Рис. 2

Таким образом, в цепи устанавливается периодический процесс, называемый релаксационными электрическими колебаниями. Период T этих колебаний складывается из времени зарядки конденсатора τ_1 между двумя последовательными вспышками лампы и времени разрядки конденсатора τ_2 , когда лампа горит:

$$T = \tau_1 + \tau_2. \quad (2)$$

Время τ_1 можно определить теоретически на основании соотношения (1). Воспользуемся определяющими формулами:

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad dq = C dU_C.$$

Подставляя эти выражения в формулу (1), получим

$$U = RC \frac{dU_C}{dt} + U_C. \quad (3)$$

Здесь U — напряжение питания релаксационного генератора, значение которого поддерживается постоянным.

Если ввести новую переменную $x = U - U_C$, то уравнение (3) можно преобразовать к виду

$$x = -RC \frac{dx}{dt} \quad \text{или} \quad \frac{dx}{x} = -\frac{dt}{RC}. \quad (4)$$

Производя интегрирование уравнения (4) в пределах от $x_1 = U - U_{п}$ до $x_2 = U - U_3$ при изменении времени в пределах от t до $t + \tau_1$, получим

$$\tau_1 = RC \ln \frac{U - U_{п}}{U - U_3}. \quad (5)$$

Обычно $\tau_2 \ll \tau_1$, поэтому с достаточной точностью можно считать, что

$$T = RC \ln \frac{U - U_{\text{п}}}{U - U_3} \quad (6)$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Упражнение 1. Определение напряжения зажигания и напряжения потухания тиратрона

1. Собрать экспериментальную установку согласно схеме, приведенной на рис. 3. В качестве потенциометра R_p используется ползунковый реостат сопротивлением 5...10 кОм. Тиратрон Т закреплен на специальной панели, внутри которой смонтирован ограничительный резистор R' .

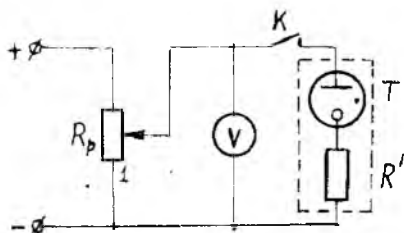


Рис. 3

После сборки схемы установить движок потенциометра в положение 1, что соответствует нулевому значению напряжения, подаваемого на схему.

2. Включить источник питания. Плавно перемещая движок потенциометра, увеличивать напряжение на электродах тиратрона до его зажигания. При этом нужно внимательно следить за показаниями вольтметра и одновременно за тиратроном так, чтобы по возможности точно определить напряжение зажигания U_3 . После зажигания напряжение на электродах скачком уменьшается до напряжения горения, а разрядный ток также скачком возрастает. Движок потенциометра нужно перемещать в сторону увеличения напряжения только до момента зажигания. Дальнейшее увеличение напряжения может привести к чрезмерному увеличению разрядного тока, что в свою очередь повлечет перегревание тиратрона и выход его из строя.

3. После определения напряжения зажигания нужно, плавно перемещая движок потенциометра в сторону уменьшения напряжения, определить напряжение погасания U_3 .

4. Повторить измерения U_3 и $U_{\text{п}}$ еще несколько раз. Вычислить средние значения U_3 и $U_{\text{п}}$ и записать их в таблицу измерений.

Выключить источник питания.

Упражнение 2. Определение периода релаксационных колебаний при различных значениях параметров схемы

1. Собрать схему релаксационного генератора согласно схеме, приведенной на рис. 1. Резисторы R установлены на панели. В качестве емкости C используется магазин емкостей, на котором предварительно набирается емкость $0,5 \text{ мкФ}$.

2. Включить источник питания и, перемещая движок потенциометра, установить напряжение питания несколько выше напряжения зажигания. Тиратрон начнет периодически зажигаться и погасать.

3. Определить время t определенного числа колебаний n и вычислить значение периода колебаний по формуле

$$T_{\text{эксп}} = \frac{t}{n} . \quad (7)$$

4. Провести аналогичные измерения еще два раза, увеличивая каждый раз напряжение питания.

5. Повторить опыт при других значениях R и C . Напряжение питания устанавливать то же самое, что и в первом опыте. Для всех опытов рассчитать теоретические значения периодов колебаний по формуле (6). Результаты измерений и вычислений записать в таблицу. Сделать заключение о соответствии теории эксперименту.

$U_{\text{з}}$, В	$U_{\text{п}}$, В	$C_1 = \dots \text{ мкФ}$					$C_2 = \dots \text{ мкФ}$			
		R , МОм	U , В	$T_{\text{расч}}$, с	$T_{\text{эксп}}$, с	ΔT , с	U , В	$T_{\text{расч}}$, с	$T_{\text{эксп}}$, с	ΔT , с

Упражнение 3. Получение осциллограммы релаксационных колебаний

1. Не изменяя схемы упражнения 2, подключить к клеммам конденсатора осциллограф (вход Y).

2. Увеличить частоту колебаний до значений, входящих в диа-

пазон значений частоты генератора развертки осциллографа. Эту операцию можно выполнить, например, за счет уменьшения емкости конденсатора.

Получить изображение устойчивой осциллограммы и зарисовать ее. Сделать вывод о соотношении τ_1 и τ_2 .

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте характеристику различных классов колебаний.
2. Какие процессы лежат в основе изучаемого релаксационного генератора?
3. Объясните механизм возникновения электрического тока в тиратроне.
4. Приведите схему генератора и объясните его работу.
5. Выведите формулу для определения периода колебаний. Какие допущения при этом делаются?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2. — М.: Наука, 1978, гл. XII.
2. Физический практикум./Под ред. В. И. Ивероновой. — М.: Физматгиз. 1982, с. 509—516.

Лабораторная работа № 2-27

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: определение основных параметров колебательного процесса в электрическом контуре и изучение режимов его работы.

Приборы и принадлежности: катушка индуктивности, закрепленная на панели; магазин емкостей; магазин сопротивлений; электронный осциллограф; генератор импульсов.

ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Колебательный контур состоит из конденсатора C , катушки индуктивности L и активного резистора R .

Рассмотрим процессы, происходящие в цепи схемы, которая показана на рис. 1. Если переключатель K поставить в положение 1, то конденсатор C зарядится до некоторого напряжения U_C . Если затем поставить переключатель K в положение 2, то конден-

сатор начнет разряжаться через индуктивность L и резистор R . В цепи появится ток. Энергия, первоначально запасенная в конденсаторе, будет переходить в энергию магнитного поля катушки индуктивности, причем часть энергии будет расходоваться на нагревание резистора R (джоулево тепло).

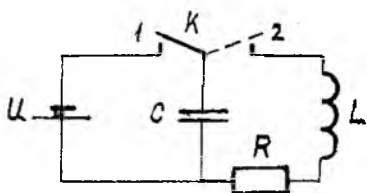


Рис. 1

Когда конденсатор полностью разрядится, ток в контуре достигнет максимального значения. Соответственно этому энергия магнитного поля катушки будет максимальной. В дальнейшем сила тока начнет постепенно уменьшаться, так как электродвижущая сила катушки меняет знак и будет поддерживать ток. Можно сказать, что роль источника энергии переходит к катушке индуктивности, а конденсатор становится нагрузкой. По мере зарядки конденсатора происходит уменьшение энергии магнитного поля катушки и, наконец, когда ток будет равен нулю, энергия магнитного поля также будет равна нулю, а энергия электрического поля конденсатора достигнет своего максимального значения. После этого описанный процесс будет протекать в обратном направлении.

Таким образом, в предоставленном самому себе контуре LCR будет происходить периодический обмен энергией между конденсатором C и катушкой индуктивности L до тех пор, пока первоначально запасенная в конденсаторе энергия не перейдет полностью в джоулево тепло.

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАТУХАЮЩИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Для замкнутого контура, который в данном случае состоит из элементов L , C и R , справедливо правило: ЭДС, действующая в контуре, равна сумме напряжений на отдельных элементах контура (правило Кирхгофа), т. е.

$$E_S = U_R + U_C, \quad (1)$$

где E_S — ЭДС самоиндукции,

U_R — напряжение на резисторе R .

U_C — напряжение на конденсаторе C .

Используя соотношения

$$E_S = -L \frac{di}{dt}; \quad U_R = iR; \quad U_C = \frac{q}{C}; \quad i = \frac{dq}{dt},$$

уравнение (1) можно записать в виде

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0. \quad (2)$$

Если разделить полученное уравнение почленно на L и ввести обозначения

$$\beta = \frac{R}{2L} \text{ и } \omega_0^2 = \frac{1}{LC},$$

то получим

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (3)$$

Легко показать, что точно такой же вид имеют уравнения для напряжения на обкладках конденсатора U_C и тока в цепи i . Величины β и ω_0 , определяемые параметрами контура, называются соответственно коэффициентом затухания и собственной частотой контура.

Найдем решение уравнения (3) с использованием подстановки

$$q = e^{-\beta t} f(t), \quad (4)$$

где $f(t)$ — некоторая функция от t .

Подстановка выражения (4) в уравнение (3) позволяет получить после несложных преобразований следующее дифференциальное уравнение для $f(t)$:

$$\frac{d^2f}{dt^2} + (\omega_0^2 - \beta^2)f = 0. \quad (5)$$

В зависимости от соотношения между ω_0 и β функция $f(t)$, являющаяся решением уравнения (5), будет иметь различный вид.

Рассмотрим три случая:

1. $\omega_0 < \beta$. Обозначим $\omega_0^2 - \beta^2 = \omega^2$, тогда из уравнения (5) получаем $f(t)$ в следующем виде:

$$f(t) = q_0 \cos(\omega t + \alpha),$$

в чем легко можно убедиться, сделав обратную подстановку, которая обратит уравнение (5) в тождество.

Подставляя найденную функцию в формулу (4), получим искомого решение в виде

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha). \quad (6)$$

Используя это выражение, находим закон изменения напряжения на конденсаторе

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (7)$$

где U_0 и α — постоянные величины для данного контура, определяемые из начальных условий.

Решение (7) определяет затухающее колебание, так как амплитуда колебания $U_0 e^{-\beta t}$ экспоненциально убывает со временем.

Величина $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ представляет собой циклическую частоту затухающих колебаний. Период затухающих колебаний определяется соответственно, как

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \quad (8)$$

Если $\omega_0 \gg \beta$ (сопротивление контура незначительно), то период колебаний можно выразить формулой

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{LC}, \quad (9)$$

называемой формулой Томсона.

График затухающих колебаний, соответствующий уравнению (7), показан на рис. 2.

Для характеристики затухания часто пользуются не величиной β , а безразмерной величиной δ , называемой логарифмическим декрементом затухания и определяемой формулой

$$\delta = \ln \frac{U_n}{U_{n+1}}, \quad (10)$$

где U_n — амплитуда в некоторый момент времени, U_{n+1} — амплитуда через период (см. рис. 2). Для нахождения связи

между δ и β воспользуемся выражениями для амплитуд: $U_n = U_0 e^{-\beta t}$, $U_{n+1} = U_0 e^{-\beta(t+T)}$. Тогда

$$\delta = \ln \frac{U_n}{U_{n+1}} = \ln e^{\beta T} = \beta T. \quad (11)$$

При слабом затухании логарифмический декремент можно выразить через параметры контура:

$$\delta = \beta T = \frac{R}{2L} 2\pi \sqrt{LC} = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (12)$$

Наряду с логарифмическим декрементом затухания δ для характеристики свойств контура используется величина Q , называемая добротностью контура и определяемая формулой

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (13)$$

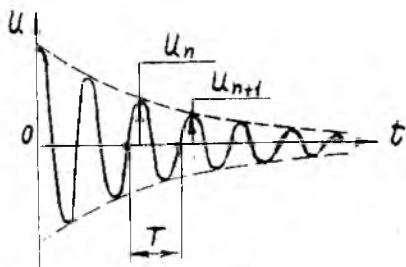


Рис. 2

Для выяснения физического смысла добротности найдем относительное изменение энергии, запасенной в контуре, за время, соответствующее изменению фазы на 1 рад, т. е. за время τ , определяемое формулой

$$\tau = \frac{T}{2\pi},$$

где T — период колебания.

Пусть в некоторый момент времени энергия, запасенная в контуре и пропорциональная квадрату амплитуды, определяется формулой

$$W = W_0 e^{-2\beta t}.$$

Спустя время τ энергия уменьшится на величину ΔW и будет определяться формулой

$$W - \Delta W = W_0 e^{-2\beta(t+\tau)} = W_0 e^{-2\beta\left(t + \frac{T}{2\pi}\right)} = W e^{-\frac{\beta T}{\pi}}, \quad (14)$$

откуда

$$\Delta W = W \left(1 - e^{-\frac{\beta T}{\pi}}\right).$$

При слабом затухании, когда β мало, можно воспользоваться приближенной формулой $e^{-x} \approx 1 - x$ и получить

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\pi}{\delta} = Q. \quad (15)$$

2. $\omega_0 = \beta$. Из формулы (8) следует, что при $\omega_0 = \beta$ период затухающих колебаний обращается в бесконечность, т. е. разряд конденсатора перестает быть периодическим. Такой режим работы контура называется критическим. Соответствующее значение сопротивления $R_{кр}$, при котором осуществляется критический режим, называется критическим сопротивлением. Из условия $\beta = \omega_0$ следует:

$$R_{кр} = 2 \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (16)$$

3. $\omega_0 < \beta$. Математический анализ показывает, что при $\omega_0 < \beta$ разряд конденсатора имеет аperiodический характер.

На рис. 3 приведены графики колебательного затухающего процесса при слабом затухании (рис. 3,а), при сильном затухании (рис. 3,б), а также графики критического (рис. 3,в) и аperiodического процессов (рис. 3,г).

Рис. 3 соответствует положительной полярности импульса, заряжающего конденсатор. При отрицательной полярности графики будут располагаться симметрично относительно оси t .

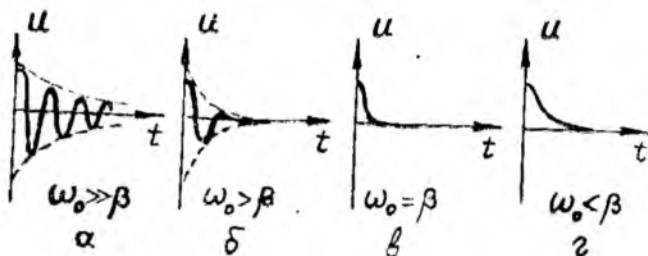


Рис. 3

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема установки приведена на рис. 4. Исследуемый контур состоит из катушки индуктивности L , магазина емкости C и магазина резисторов R . На контур подаются узкие прямоугольные импульсы с определенным периодом следования. Источником импульсов является генератор импульсов МГИ-1.

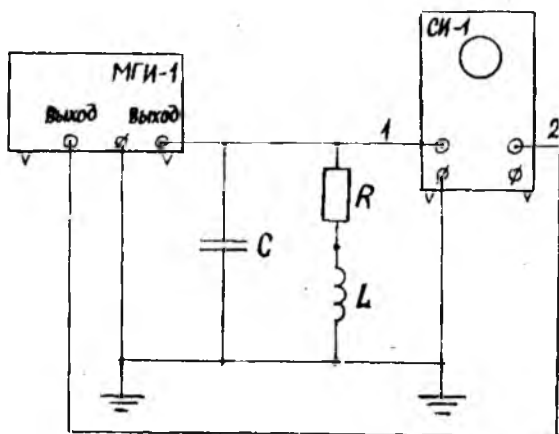


Рис. 4

Каждый импульс, поступающий от МГИ-1, заряжает конденсатор C до некоторого потенциала. В промежутках между импульсами в контуре LCR устанавливаются затухающие электрические колебания. Сигнал с емкости, пропорциональный амплитуде электрических колебаний, поступает на осциллограф СИ-1.

На рис. 5 приведены графики, показывающие зависимость напряжения на емкости U_C , а также импульсного напряжения на выходе генератора U_r от времени t .

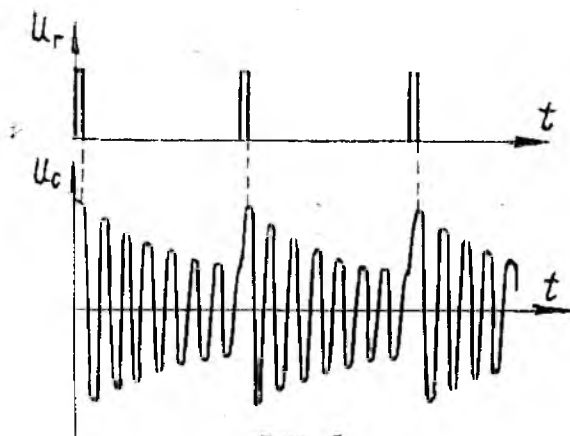


Рис. 5.

В данной работе зависимость $U_C = f(t)$ наблюдается визуально на экране осциллографа, что позволяет провести ряд количественных оценок основных параметров колебательного контура: периода колебаний и логарифмического декремента затухания (или добротности), а также определить момент перехода от колебательного режима работы контура к аperiodическому.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать схему согласно рис. 4. Импульсы на конденсатор C схемы поступают с гнезда «Выход», расположенного в правой части вертикальной панели МГИ-1. Напряжение с конденсатора подается через проводник 1 к гнезду «Вход Y» осциллографа СИ-1. Для улучшения устойчивости осциллограммы применена внешняя синхронизация генератора развертки осциллографа. Эта синхронизация осуществляется импульсами, которые поступают через проводник 2 от гнезда «Выход» «Импульс синхрон.», расположенного в левой части вертикальной панели МГИ-1 к гнезду «Вход X».

2. Установить исходные значения параметров контура: емкость $C = 0,002$ мкФ, сопротивление магазина резисторов $R_m = 0$ Ом. Включить питание генератора импульсов и осциллографа.

3. Подготовить генератор импульсов к работе в следующем порядке:

а) Установить ручку «длительность импульса» в положение 2 мкс;

б) Установить частоту следования импульсов 8 кГц с помощью ручек «Частота следования», «Килогерцы» и переключателя «Диапазоны» с отметками «:4»; «:2»; «x1»; «x2»; «x4». Частота следова-

ния на выходе генератора равна отсчету по шкале, управляемой ручкой «Частота следования», умноженному (или деленному) на значение отметки переключателя «Диапазоны».

в) Установить ручки «Амплитуда импульса», расположенные над гнездами «Выход», в крайнее правое положение. В этом случае амплитуда возбуждающего импульса и амплитуда синхронизирующего импульса будут максимальными.

г) Тумблер «Задержка» установить в положение «Выкл.».

4. Подготовить осциллограф к работе в следующем порядке:

а) Поставить переключатель «Род синхр.» в положение «Внешн.». Переключатель «Род работы» должен находиться в положении «ж.д.» (ждущая развертка), причем символическое изображение импульса должно соответствовать изображению импульса синхронизации на панели МГИ-1. Ручку «Синхрониз.» следует поставить в крайнее правое положение.

б) Установить переключатель «Развертка» в положение «30 μ S», отсчитанное по внешней части круговой шкалы. Такой скорости развертки обычно достаточно для выполнения всех упражнений работы. Однако в случае необходимости можно увеличить скорость развертки.

5. Ручками «Смещ. Y» и «Смещ. X» разместить осциллограмму колебательного затухающего процесса в пределах координатной сетки экрана. Четкость изображения отрегулировать ручками «Яркость» и «Фокус». Амплитуду осциллограммы установить ручкой «Усиление».

6. Проверить, чтобы переключатель «Метки» находился в положении «Выкл.».

Упражнение 1. Определение периода колебаний контура

1. Установить переключатель «Метки» в положение «0,2 мксек». В этом случае осциллограмма будет разбита на ряд ярких меток с темными промежутками между ними. Ручками «Яркость» и «Фокус» отрегулировать четкость изображения меток.

Если метки сливаются, особенно в точках максимума осциллограммы, то следует увеличить скорость развертки переключателем «Развертка». Амплитуду осциллограммы следует установить в пределах 15...20 мм с помощью ручки «Усиление» осциллографа. Если же действие этой ручки будет недостаточно, то можно установить другую длительность импульса соответствующим переключателем МГИ-1, что повлияет на амплитуду осциллограммы.

2. Рассчитать период колебаний по формуле

$$T = n t_0,$$

где n — число меток, укладываемых на изображении периода сигнала, например, число меток между двумя соседними максима-

5. Не меняя значения емкости, определить A_0 , A_N и N для следующего ряда значений сопротивления магазина резисторов: $R_m = 1, 2, 3, 4, 5$ Ом. Во всех случаях рекомендуется устанавливать начальную амплитуду $A_0 = 20$ мм и выбирать число N таким, чтобы значение A_N было бы не меньше 4—5 мм.

Результаты измерений записать в табл. 2.

6. Вычислить логарифмический декремент затухания по формуле (17).

7. Сопротивление контура R , необходимое для расчета теоретических значений логарифмического декремента затухания $\delta_{\text{теор}}$, определяется по формуле

$$R = R_m + \Delta R, \quad (18)$$

где R_m — сопротивление магазина резисторов,

ΔR — суммарное сопротивление катушки индуктивности, соединительных проводов и переходных контактов в клеммовых зажимах.

Величину ΔR удобно определять графическим методом. Для этого строится график $\delta = f(R_m)$, который при малых сопротивлениях должен представлять собой прямую линию. Точка пересечения графика с осью R_m отсекает отрезок, равный (с учетом масштаба по оси R_m) значению ΔR . Пример такого графика приведен на рис. 7.

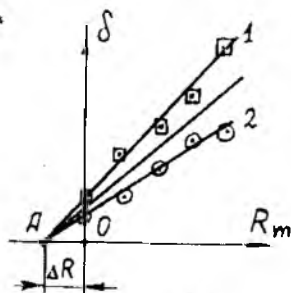


Рис. 7

Для повышения точности определения ΔR и нахождения результирующей зависимости $\delta = f(R_m)$ можно применить следующий прием: на одном координатном поле строятся два графика 1 и 2, соответствующие верхней и нижней частям осциллограммы. Результирующий график в этом случае будет представлять собой прямую, равноотстоящую от графиков 1 и 2 (аналог среднего арифметического для двух значений).

Пользуясь найденным значением ΔR , можно вычислить по формуле (18) значение сопротивления контура R для каждого значения R_m и рассчитать $\delta_{\text{теор}}$ по формуле (12). Результаты расчетов записать в табл. 2 и нанести на график $\delta = f(R_m)$. Сравнить теоретические и экспериментальные значения δ .

Упражнение 3. Исследование аperiodического режима работы контура

1. Получить на экран осциллографа осциллограмму для $C = 0,002$ мкФ.

2. Постепенно увеличивая сопротивление магазина резисторов,

наблюдать за переходом колебательного режима в аперриодический. Записать в табл. 3 значения критического сопротивления $R_{кр}$, при котором разряд становится аперриодическим (см. рис. 3,в).

3. Аналогичным образом определить значения $R_{кр}$ для контуров при $C = 0,004; 0,008$ и $0,016$ мкФ.

Таблица 3

$L, \text{мкГн}$	$C, \text{мкФ}$	$R_{кр}, \text{Ом}$	
		эксперимент	теория

4. Рассчитать теоретические значения $R_{кр}$ по формуле (16). Сравнить результаты расчетов с экспериментом.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Описать физические процессы, происходящие в LCR контуре.
2. Вывести уравнение колебательного затухающего процесса в контуре. Какой физический смысл коэффициента затухания β ?
3. Получить формулу Томсона для периода колебаний.
4. Дать определение величине: логарифмический декремент затухания δ .
5. Какой физический смысл добротности контура Q ?
6. Описать условие перехода колебательного режима в аперриодический. Вывести формулу для критического сопротивления контура.
7. Дать описание экспериментальной установки.
8. Каким образом определяется период колебаний в данной работе?
9. Вывести формулу (17) для расчета логарифмического декремента по экспериментальным данным.
10. Как экспериментально определяется критическое сопротивление контура?

ЛИТЕРАТУРА

Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2. — М.: Наука, 1978, § 89, 90.

ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Цель работы: 1) экспериментальное определение резонансной частоты контура при различных емкостях и сравнение полученных результатов с расчетными; 2) построение амплитудно-частотных характеристик; 3) нахождение добротности контура; 4) получение и регистрация осциллограмм процесса установления вынужденных колебаний и их затухания; 5) определение зависимости сдвига фаз между током и вынуждающей ЭДС в колебательном контуре.

Приборы и принадлежности: панель, на которой установлены катушки индуктивности с обмоткой возбуждения, а также измерительные и нагрузочные резисторы; магазин сопротивлений; магазин емкостей; осциллограф С1-5; частотомер ЧЗ-33; звуковой генератор ЗГ-10.

РЕЗОНАНС ПРИ ВЫНУЖДЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЯХ

Вынужденные колебания возникают в замкнутом LCR контуре в случае воздействия периодически изменяющейся внешней ЭДС $E = E_0 \cos \omega t$. Одна из возможных схем такого включения ЭДС показана на рис. 1.

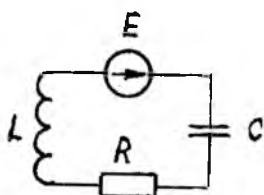


Рис. 1

Для замкнутого контура, который в данном случае состоит из элементов L , C , R и источника ЭДС E , справедливо правило: сумма ЭДС, действующих в контуре, равна сумме напряжений на отдельных элементах контура (правило Кирхгофа), т. е.

$$E + E_s = U_R + U_C, \quad (1)$$

где E_s — ЭДС самоиндукции,

U_R — напряжение на резисторе R ,

U_C — напряжение на конденсаторе C .

Используя соотношения

$$E_s = -L \frac{di}{dt}; \quad U_R = iR; \quad U_C = \frac{q}{C}; \quad i = \frac{dq}{dt},$$

можно преобразовать уравнение (1) к виду

$$E_0 \cos \omega t = L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q. \quad (2)$$

Если разделить полученное уравнение почленно на L и ввести обозначения

$$\beta = \frac{R}{2L} \quad \text{и} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC},$$

то получим

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{E_0}{L} \cos \omega t. \quad (3)$$

Подробный анализ показывает, что решение этого уравнения имеет вид

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega' t + \alpha') + q_m \cos(\omega t - \psi). \quad (4)$$

Первое слагаемое в решении (4) быстро уменьшается со временем из-за наличия множителя $e^{-\beta t}$. Его влияние сказывается на стадии установления вынужденных колебаний, т. е. сразу после включения ЭДС $E = E_0 \cos \omega t$. Более подробно этот процесс описан в упражнении 3. Таким образом, вынужденные колебания представляют собой незатухающие колебания вида

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi), \quad (5)$$

где q_m и ψ определяются параметрами системы. Для нахождения q_m и ψ можно подставить выражение (5) в уравнение (3) и, после преобразований, сравнить коэффициенты при $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$ в левой и правой части. В результате описанных преобразований (которые необходимо проделать самостоятельно), получаются следующие формулы:

$$q_m = \frac{E_0}{LV \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}; \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2\beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (7)$$

Напряжение на конденсаторе U_C можно найти по формуле $U_C = q/C$ или после подстановки выражения (5):

$$U_C = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t - \psi) = U_{Cm} \cos(\omega t - \psi). \quad (8)$$

Здесь

$$U_{Cm} = \frac{q_m}{C} = \frac{E_0}{LCV \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (9)$$

Введем обозначения:

$$\gamma = \frac{\omega}{\omega_0}; \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (10)$$

Величина γ называется безразмерной частотой, величина Q — добротностью контура. Физический смысл добротности рассмотрен

в лабораторной работе № 2—27. Ниже будет дано еще одно наглядное представление добротности.

Выражения (10) позволяют преобразовать формулу (9) к виду

$$U_{cm} = \frac{E_0}{\sqrt{(1-\gamma^2)^2 + \frac{\gamma^2}{Q^2}}}. \quad (11)$$

Эта функция имеет максимум при

$$\gamma = \gamma_p = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}.$$

В дальнейшем будем рассматривать контуры с достаточно большой добротностью, т. е. $Q \gg 1$. Для этого случая $\gamma_p = 1$, т. е.

$$\omega_p = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (12)$$

Наряду с циклической частотой ω применяется такой параметр, как частота колебаний ν , представляющая собой число колебаний в единицу времени. Связь между ω и ν дается формулой

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Следовательно, резонансная частота ν_0 будет определяться выражением

$$\nu_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (13)$$

а относительная частота γ , рассчитанная по частоте ν , будет равна относительной частоте, рассчитанной по частоте ω :

$$\gamma = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{2\pi\nu}{2\pi\nu_0} = \frac{\nu}{\nu_0}.$$

Явление возрастания амплитуды напряжения при приближении к некоторой частоте ω_p называется резонансом. Соответствующая частота ω_p называется резонансной частотой.

Резонансное значение напряжения на конденсаторе U_p можно найти из формулы (11) после подстановки $\gamma = 1$:

$$U_p = E_0 Q. \quad (14)$$

Отсюда видно, что добротность контура показывает, во сколько раз возрастает амплитуда напряжения при резонансе по сравнению с амплитудой действующей в контуре ЭДС.

Зависимость U_{cm} от частоты называется амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) контура. Выражение (11) представляет собой уравнение АЧХ в явном виде. График этой функции показан на рис. 2.

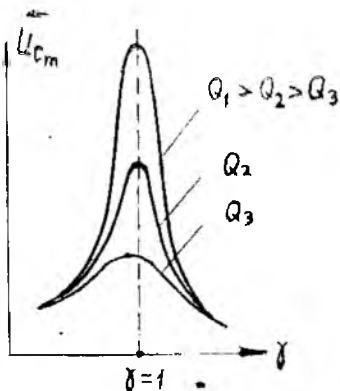


Рис. 2

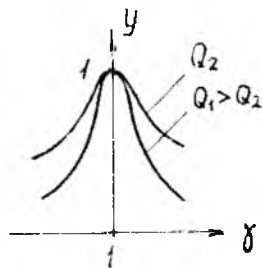


Рис. 3

Можно выразить уравнение АЧХ и в безразмерном виде, если разделить соответственно левые и правые части уравнений (11) и (14):

$$y = \left(\frac{U_{cm}}{U_p} \right) = \frac{1}{Q \sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + \frac{\gamma^2}{Q^2}}} = \frac{1}{\sqrt{Q^2 (1 - \gamma^2)^2 + \gamma^2}} \quad (15)$$

Графики безразмерных АЧХ приведены на рис. 3.

Описание экспериментальной установки

Схема установки показана на рис. 4. Исследуемый контур LCR состоит из катушки индуктивности L , которая вместе с добавочным резистором R укреплена на панели P , и магазина емкости C . Колебания в контуре возбуждаются с помощью катушки L_1 , индуктивно связанной с катушкой L . Питание катушки L_1 производится от генератора ЗГ-10 через резистор R_1 . Регулировка частоты

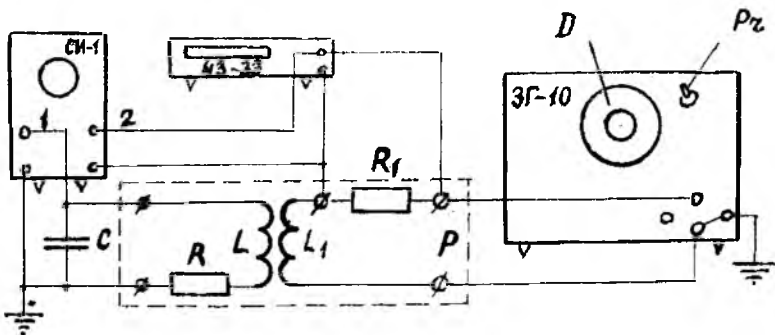


Рис. 4

генератора осуществляется ручкой D . Значение частоты генератора отсчитывается по цифровому индикатору частотомера ЧЗ-33, на вход которого подается напряжение с резистора R_1 . Измерение напряжения на конденсаторе U_C производится с помощью осциллографа СИ-1, причем входной сигнал подается на гнездо «Вход Y » проводником 1 с одиночным штекером. На другое гнездо осциллографа «Вход X » подается сигнал от резистора R_1 проводником 2 с одиночным штекером. Такое включение осциллографа позволяет определять разность фаз между напряжением на конденсаторе и током в катушке L_1 , которая оказывается равной разности фаз между током и вынуждающей ЭДС в исследуемом контуре (см. упражнение 5).

Упражнение 1. Экспериментальное определение резонансной частоты контура

1. Собрать схему согласно рис. 4. Эта схема без изменений будет использоваться во всех упражнениях лабораторной работы. При сборке обратить внимание на правильность подключения проводников в цепях, соединенных с корпусами приборов. Соответствующие этим цепям клеммы на приборах и на панели P отмечены специальным значком. После проверки включить питание приборов.

2. Подготовить приборы к работе.

а) Звуковой генератор ЗГ-10. Установить переключатель «Множитель» в положение « $\times 100$ ». При этом частота на выходе генератора может быть установлена в пределах от 2 до 20 кГц ручкой D (рис. 4). Именно в этом диапазоне находятся резонансные частоты исследуемых контуров. С помощью ручки «Рег. вых. напр.» установить напряжение выхода по вольтметру прибора 20В. Тумблер включения прерывателя Pr (рис. 4) должен быть в положении «Выкл.».

б) Частотомер ЧЗ-33. Прибор отрегулирован, и после начала работы ЗГ-10 показывает частоту выходного напряжения с точностью до 0,01 кГц. Цифровое табло частотомера включается периодически на несколько секунд.

в) Осциллограф СИ-1 (С1-5). При выполнении всех упражнений определяемым параметром является амплитуда колебаний, поэтому генератор развертки включается на минимальную частоту развертки — «20 Hz». В этом случае изображения отдельных колебаний на экране осциллографа сливаются, и результирующая осциллограмма представляет собой полосу, параллельную оси X . Если ориентировать эту полосу симметрично относительно оси X ручкой «Смещ. Y », то полуширина полосы, очевидно, равна амплитуде колебаний. Размер полосы по оси Y устанавливается с помощью ручки «Усиление» и пере-

ключателя «Делитель», ослабляющего входной сигнал. Поскольку в начале эксперимента входной сигнал неизвестен, рекомендуется установить максимальное усиление по оси Y . Затем, по мере увеличения сигнала, необходимо уменьшать усиление по оси Y таким образом, чтобы амплитуда осциллограммы не превосходила 30 мм.

Ручки, управляющие блоком синхронизации, необходимо поставить в следующие положения: переключатель «Род синхр.» — в положение «Внеш.», переключатель «Род работы» — в положение «Непр.», ручка «Синхрониз.» — в крайнее левое положение.

3. Установить значение магазина емкости из ряда чисел, указанного на панели P . Вращая ручку D звукового генератора, наблюдать явление резонанса, проявляющееся в резком возрастании амплитуды колебаний на экране осциллографа. Регулируя усиление Y , установить размер резонансной амплитуды в пределах экрана. По частотомеру найти резонансную частоту ν_p .

4. Определить резонансные частоты ν_p для остальных рекомендуемых значений емкости. Результаты опытов записать в табл. 1.

Таблица 1

C , мкФ	ν_p , кГц	L , мГн	$(\nu_p)_{расч}$, кГц	$\nu_p/(\nu_p)_{расч}$

5. Рассчитать ν_p по формуле (13). Для изучаемых контуров эта формула будет иметь вид

$$(\nu_p)_{расч} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C+C_k)}} \quad (16)$$

где C_k — собственная емкость катушки. Значение C_k приведено на панели P .

6. Оценить относительное расхождение экспериментальных и расчетных значений резонансной частоты.

Упражнение 2. Построение амплитудно-частотных характеристик

АЧХ определяются для наименьшего и наибольшего значений емкости контура из рекомендуемого ряда значений. Порядок нахождения экспериментальных точек АЧХ:

1. Установить заданное значение емкости.

2. Определить резонансную частоту. Регулируя усиление по оси Y , установить значение резонансной амплитуды на экране ос-

циллографа, равное 30 мм. В дальнейшем ручку усиления по оси Y не трогать. Записать в табл. 2 значение резонансной частоты ν_p и резонансной амплитуды осциллограммы h_p (строчка с $h = 30$ мм).

3. Вращая ручку D звукового генератора, найти частоты для значений амплитуд осциллограммы в следующем диапазоне: от 5 до 30 мм с интервалом 5 мм. При этом надо иметь в виду, что одна и та же амплитуда наблюдается при двух частотах: одно значение частоты меньше ν_p , другое значение частоты больше ν_p .

4. Установить новое значение емкости контура. Следуя пп. 2 и 3, найти экспериментальные результаты для другой АЧХ. Полученные данные записать в табл. 2. Для каждой АЧХ составляется отдельная таблица.

Таблица 2

C, мкФ	h, мм	ν , кГц	\bar{h}	γ
	5			
	.			
	.			
	30			
	.			
	.			
	5			

5. Рассчитать координаты АЧХ по формулам:

$$\bar{h} = \frac{h}{h_p}; \quad \gamma = \frac{\nu}{\nu_p}$$

и построить графики двух найденных зависимостей в одних и тех же осях \bar{h} и γ .

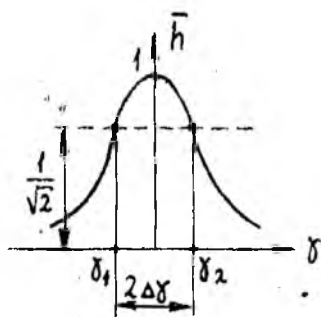


Рис. 5.

Упражнение 3. Нахождение добротности контура

Полушириной АЧХ называется величина $2\Delta\gamma$, определенная на уровне относительной амплитуды $\bar{h} = 1/\sqrt{2} \approx 0,7$ (рис. 5). Это значение характерно тем, что при отклонении частоты от резонансной на $\pm \Delta\gamma$, энергия, запасенная в контуре при резонансе, уменьшается вдвое, поскольку энергия колебаний пропорциональна квадрату амплитуды.

Введенная величина $2\Delta\gamma$ позволяет вычислить добротность контура Q . Действительно, используя уравнение АЧХ (15), можно записать

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{Q^2(1-\gamma^2)^2 + \gamma^2}}.$$

Отсюда

$$Q = \frac{\sqrt{2-\gamma^2}}{1-\gamma^2} = \frac{\sqrt{2-\gamma^2}}{(1+\gamma)(1-\gamma)}. \quad (17)$$

Для изучаемых контуров $Q \gg 1$, следовательно, с достаточной точностью можно считать, что γ незначительно отличается от 1, т. е.

$$2-\gamma^2 \approx 1; \quad 1+\gamma \approx 2; \quad 1-\gamma = \Delta\gamma.$$

Тогда формула (17) примет вид

$$Q = \frac{1}{2\Delta\gamma}. \quad (18)$$

Итак, добротность контура обратно пропорциональна относительной полуширине АЧХ, т. е. она определяет остроту резонансной кривой. Отсюда вытекает следующий порядок расчета добротности по экспериментальным АЧХ:

1. На графиках АЧХ, построенных после выполнения упражнения 2, провести горизонтальную линию на уровне $\bar{h} = 1/\sqrt{2} \approx 0,7$ так, чтобы она пересекала оба графика (см. рис. 5).

2. Определить значение γ_1 и γ_2 для обоих графиков, рассчитать $2\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$ и добротность контура по формуле (18).

3. Рассчитать добротность по формуле (10), используя данные контура, приведенные на панели, и значение установленной емкости.

4. Результаты расчетов записать в табл. 3 для каждой АЧХ. Сравнить расчетные и экспериментальные значения Q .

Таблица 3

L , мГн	C , мкФ	R , Ом	$Q_{\text{расч}}$	γ_1	γ_2	$2\Delta\gamma$	$Q_{\text{эксп}}$

Упражнение 4. Получение и регистрация осциллограмм процесса установления вынужденных колебаний и их затухания

При подаче на катушку возбуждения L_1 напряжения U_1 , которое изменяется по закону, представленному на рис. 6,а, напряжение U_C на конденсаторе изучаемого контура будет меняться по закону, представленному графически на рис. 6,б и рис. 6,в.

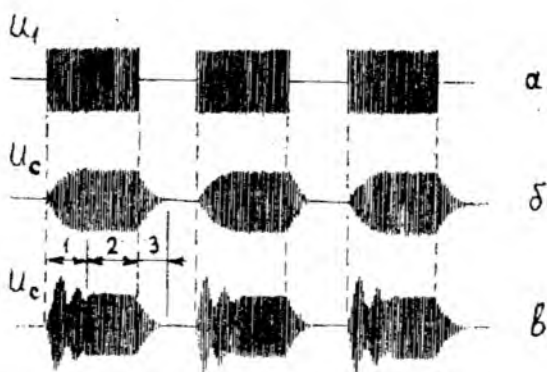


Рис. 6

Для качественного анализа графика изменения напряжения U_c необходимо использовать общее решение (4) уравнения вынужденных колебаний. На участке 1, несмотря на то, что возбуждающее напряжение скачком возрастает, напряжение U_c возрастает постепенно из-за наличия первого слагаемого в уравнении (4), которое в дальнейшем быстро уменьшается из-за множителя $e^{-\alpha t}$, и напряжение U_c становится постоянным (участок 2).

Осциллограмма, соответствующая резонансной частоте, представлена на рис. 6,б. При небольшом отклонении от резонансной частоты на участке 1 возникают биения амплитуды (рис. 6,в), поскольку колебания на этом участке определяются как суперпозиция двух колебаний с близкими частотами [первый и второй член уравнения (4)].

Когда напряжение U_1 скачком падает до нуля, напряжение U_c будет определяться только первым членом уравнения (4), т. е. будет постепенно уменьшаться по экспоненциальному закону (участок 3). Характер изменения U_c на этом участке одинаков как на рис. 6,б, так и на рис. 6,в.

Графики, представленные на рис. 6,б и в легко можно наблюдать на экране осциллографа. Порядок получения осциллограмм следующий:

1. Для произвольно выбранного значения C из рекомендуемого ряда значений получить осциллограмму для непрерывной подачи напряжения на контур. Определить резонансную частоту и установить значение резонансной амплитуды в пределах экрана осциллографа.

2. Включить тумблер Pr генератора ЗГ-10. При этом начинает работать специальный прерыватель, который разбивает выходное напряжение генератора на отдельные цуги (рис. 6,а). На экране осциллографа появляется осциллограмма, представленная на

рис. 6,б. Для остановки осциллограммы используется ручка «Частота плавно».

3. С помощью ручки D изменить частоту подаваемого на контур напряжения. Наблюдать осциллограмму, представленную на рис. 6,в.

4. Зарисовать наблюдаемые осциллограммы.

Упражнение 5. Определение зависимости сдвига фаз между током и вынуждающей ЭДС в колебательном контуре. Получение расчетных зависимостей

Анализ процесса вынужденных колебаний показывает, что, если в контуре действует вынуждающая ЭДС $E = E_0 \cos \omega t$, то напряжение на конденсаторе U_C будет определяться формулой (8):

$$U_C = U_{Cm} \cos(\omega t - \psi),$$

т. е. напряжение на конденсаторе отстает по фазе от ЭДС на угол ψ , который можно найти по формуле (7):

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Для нахождения тока в контуре воспользуемся определяющим выражением

$$i = \frac{dq}{dt}.$$

Ранее было получено [см. формулу (5)], что заряд конденсатора меняется по закону

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi).$$

Дифференцируя по времени, найдем

$$i = -\omega q_m \sin(\omega t - \psi) = i_m \cos\left[\omega t + \left(\frac{\pi}{2} - \psi\right)\right]$$

или

$$i = i_m \cos(\omega t + \varphi), \quad (19)$$

где

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \psi; \quad i_m = \omega q_m.$$

Следовательно,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\operatorname{tg} \psi}.$$

Воспользовавшись формулой (7), найдем окончательное выражение для расчета разности фаз между током и вынуждающей ЭДС:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\beta\omega}. \quad (20)$$

Из этой формулы следует, что при $\omega < \omega_0$, $\varphi > 0$, т. е. ток опережает ЭДС по фазе: при $\omega > \omega_0$, $\varphi < 0$, т. е. ток отстает по фазе от напряжения. Если перейти от циклической частоты ω к частоте ν , то формулу (20) можно записать в виде

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\pi (\nu_0^2 - \nu^2)}{\beta \nu}. \quad (21)$$

График функции $\varphi = f(\nu)$ показан на рис. 7.

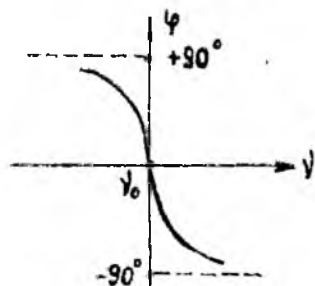


Рис. 7

Для экспериментального определения φ используется метод, основанный на получении и анализе формы фигур Лиссажу. На «Вход Y» осциллографа подается сигнал, пропорциональный напряжению на конденсаторе U_C , на «Вход X» подается сигнал, пропорциональный напряжению U_{R1} на резисторе R_1 , включенном последовательно с первичной обмоткой. Найдем разность фаз между напряжениями U_C и U_{R1} .

Прежде всего, следует отметить, что если ЭДС в катушке L изменяется по

принятому в данной работе закону $E = E_0 \cos \omega t$, то ток в первичной обмотке L_1 должен изменяться по закону

$$i = i_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (22)$$

Действительно, магнитный поток Φ_m , пронизывающий катушку L , пропорционален току в первичной обмотке:

$$\Phi_m = Mi,$$

где M — коэффициент пропорциональности.

Воспользовавшись основным законом электромагнитной индукции, найдем:

$$E = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -M \frac{di}{dt}. \quad (23)$$

Подставив в формулу (23) выражение для тока (22), получим

$$E = Mi_0 \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = Mi_0 \omega \cos \omega t = E_0 \cos \omega t,$$

где введено обозначение $E_0 = Mi_0 \omega$.

Таким образом, напряжение на резисторе R_1 определяется формулой

$$U_{R1} = i R_1 = i_0 R_1 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

а напряжение на конденсаторе — формулой

$$U_C = U_{Cm} \cos(\omega t - \psi) = U_{Cm} \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right),$$

так как $\varphi = \frac{\pi}{2} - \psi$. Разность фаз между этими напряжениями

$$\Delta\Theta = \left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) - \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \varphi - \pi.$$

Следовательно,

$$\operatorname{tg} \Delta\Theta = -\operatorname{tg} \varphi, \quad (24)$$

т. е. тангенс разности фаз U_C и U_{R1} с точностью до знака совпадает с тангенсом искомого угла φ .

Описание метода определения φ по фигурам Лиссажу

Пусть на горизонтально отклоняющие пластины ЭЛТ осциллографа подан сигнал $x = x_0 \cos \omega t$, а на вертикально отклоняющие пластины — сигнал $y = y_0 \cos(\omega t + \Delta\Theta)$. Исключив время t из обоих уравнений, получим

$$\frac{x^2}{x_0^2} + \frac{y^2}{y_0^2} - \frac{2xy}{x_0 y_0} \cos(\Delta\Theta) = \sin^2(\Delta\Theta). \quad (25)$$

Формула (25) представляет собой уравнение эллипса, произвольно ориентированного относительно осей X и Y и с центром в центре ЭЛТ. Вид этого эллипса зависит от $\Delta\Theta$ (рис. 8,а), причем чем больше $\Delta\Theta$, тем «полнее» эллипс. При $\Delta\Theta = 0$ эллипс вырождается в отрезок прямой (рис. 8,б).

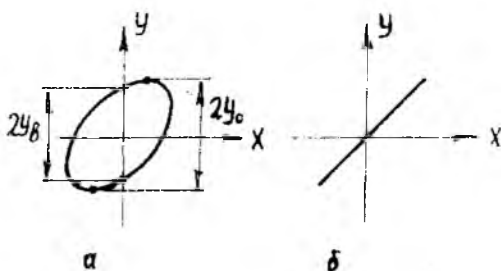


Рис. 8

Для нахождения $\Delta\Theta$ можно воспользоваться следующим методом: при $x = 0$ уравнение (25) переходит в уравнение

$$\sin(\Delta\Theta) = \pm \frac{y_b}{y_0}. \quad (26)$$

Таким образом, измеряя на экране осциллографа отрезки y_b и y_0 (см. рис. 8,а), можно затем вычислить по формуле (26) раз-

ность фаз $\Delta\theta$ между исследуемыми колебаниями. В данной работе $\text{tg } \Delta\theta = -\text{tg } \varphi$, поэтому окончательная формула для определения φ имеет такой же вид, как и формула (26):

$$\sin \varphi = \pm \frac{y_b}{y_0} \quad (27)$$

Следует иметь в виду, что положительные и отрицательные значения φ неотличимы. Поэтому при записи в таблицу результатов измерений и построении графиков надо пользоваться выводами из рис. 7: при $v > v_0$ $\varphi < 0$, при $v < v_0$ $\varphi > 0$.

Порядок выполнения упражнения

Зависимость $\varphi = f(v)$ определяется для одного значения емкости (наименьшего или наибольшего), использованного в упражнении 2, в следующем порядке:

1. Определить резонансную частоту. Регулируя усиление по оси Y, установить значение резонансной амплитуды на экране, равное 25—30 мм.

2. Установить переключатель осциллографа «Род работы» в положение «Усилит». Вращением ручки «Синхрониз.», которая в этом случае регулирует усиление по оси X, получить на экране осциллографа фигуру в виде отрезка прямой. Если же будет наблюдаться узкий эллипс, то следует уточнить значение резонансной частоты, меняя частоту ЗГ-10 до тех пор, пока эллипс не выродится в прямую.

3. Установить частоту генератора несколько большую, чем резонансная частота. Наблюдать эллипс, вид которого представлен на рис. 8,а. Определить по сетке на экране значения $2y_b$ и $2y_0$ и записать их в табл. 4. Записать также соответствующее значение частоты.

4. Провести измерения еще при 3—4 значениях частот, больших резонансной, следуя п. 3. Если вертикальные размеры эллипса будут малы, то их можно увеличить ручкой «Усиление Y». При выполнении всех измерений следить, чтобы центр эллипса совпадал с центром экрана. При необходимости производить соответствующую регулировку ручками «Смещ. X» и «Смещ. Y».

5. Аналогичным образом произвести измерения размеров $2y_b$ и $2y_0$ эллипсов, получаемых при 4—5 значениях частоты, ниже резонансной. Результаты записать в табл. 4.

Таблица 4

$v > v_p (\varphi < 0)$					$v < v_p (\varphi > 0)$				
v , кГц	$2y_b$, мм	$2y_0$, мм	$\sin \varphi$	φ	v , кГц	$2y_b$, мм	$2y_0$, мм	$\sin \varphi$	φ

6. Рассчитать значения φ . При записи в табл. 4 ввести необходимый знак перед φ .

7. Построить экспериментальный график $\varphi = f(\nu)$.

8. Рассчитать теоретические значения φ по формуле (21) в той же области частот, в которой проведены эксперименты данного выражения. При проведении расчетов удобно преобразовать формулу (21) к виду

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\pi (\nu_0^2 - \nu^2)}{\beta \nu} = \frac{2\pi (\nu_0 + \nu) (\nu_0 - \nu) L}{R \nu},$$

которая при частотах, весьма близких к резонансу, т. е. при $\nu \approx \nu_0$, переходит в формулу

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \frac{2\pi 2\nu_0 (\nu_0 - \nu) L}{R \nu_0} = \frac{4\pi L (\nu_0 - \nu)}{R}.$$

9. Нанести расчетные точки на экспериментальную зависимость $\varphi = f(\nu)$. Сделать вывод об их соответствии.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Записать уравнение вынужденных колебаний. Какое физическое содержание каждого из членов?

2. В чем заключается явление резонанса? Дать формулу для добротности контура и пояснить физический смысл добротности.

3. Построить графики амплитудно-частотных характеристик контура при различных добротностях.

4. Нарисовать схему установки. Каким образом возбуждаются колебания в исследуемом контуре?

5. Записать формулу для резонансной частоты контура.

6. Описать метод нахождения добротности контура с помощью АЧХ.

7. Описать качественно осциллограммы установления колебаний в контуре. Почему при небольших отклонениях от резонансной частоты возникают явления огибающей амплитуды?

8. Получить выражение для тока в контуре.

9. Записать формулу для разности фаз между током и ЭДС в контуре.

10. Описать метод нахождения разности фаз двух колебаний с помощью фигур Лиссажу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2. — М.: Наука, 1978, § 91.
2. Лабораторные занятия по физике: Учебное пособие / Л. Л. Гольдин и др. — М.: Наука, 1983. — Работы 4.6; 4.7.
3. Физический практикум / Под ред. В. И. Ивероновой. — М.: ГИФМЛ, 1962. — Работы 87, 88, 89.

Составители: *Леонид Павлович Муркин,*
Надежда Михайловна Волкова,
Людмила Александровна Полякова,
Лидия Федоровна Сарбатова

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Редактор Т. К. Крeтeниннa
Техн. редактор Н. М. Калeнeнeк
Корректор В. П. Пeтpeвa

Сдано в набор 12.02.85 г. Подписано в печать 10.04.85 г.
Формат 60×84 1/16. Бумага оберточная.
Гарнитура литературная. Печать высокая.
Усл. п. л. 1,86. Уч.-изд. л. 1,8. Т. 2000 экз. Заказ 172.
Бесплатно.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени академика С. П. Королева,
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

Типография УЭЗ КуАИ, г. Куйбышев, ул. Ульяновская, 18.