

Министерство высшего и среднего специального  
образования РСФСР

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт имени академика С.П.Королева

ИЗМЕРЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ  
С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ОБРОТНОГО МАЯТНИКОВ

У т в е р ж д е н о  
редакционно-издательским  
советом института  
в качестве  
методических указаний  
к лабораторной  
работе № 4-И  
для студентов

Куйбышев 1989

Составители: Б.Л.Дьяченко, Т.М.Ларионова

УДК 534.075

Измерение ускорения свободного падения с помощью математического и обратного маятников: Метод.указания / Сост. Б.Л.Дьяченко, Т.М.Ларионова; Куйбышев. авиац.ин-т. Куйбышев, 1989. 12 с.

Методические указания содержат краткие сведения о законах динамики вращательного движения, гармонических колебаниях физического и математического маятников и их использовании для определения ускорения свободного падения.

Приводятся схема экспериментальной установки, порядок выполнения работы; перечень контрольных вопросов, необходимых для самостоятельной подготовки студентов, и перечень рекомендуемой литературы.

Лабораторная работа предназначена для студентов дневных и вечерних отделений всех факультетов.

Рецензенты: А.Н.Бекренев, В.Г.Шахов

Дьяченко Борис Павлович,  
Ларионова Татьяна Михайловна

ИЗМЕРЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ  
С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ОБОРОТНОГО МАЯТНИКОВ

Редактор Т.И.Кузнецова  
Техн.редактор Н.М.Каленюк

Подписано в печать 28.11.89 г.  
Формат 60x84<sup>1</sup>/16. Бумага оберточная белая.  
Печать офсетная. Усл.п.л. 0,7. Уч.-изд.л.0,6.  
Т. 100 экз. Заказ № 472. Бесплатно.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт имени академика С.П.Королева,  
443086 Куйбышев, ул.Московское шоссе, 34.

Уч.-к оперативной полиграфии КуАИ, 443001 Куйбышев,  
ул. Ульяновская, 18.

Цель работы: изучение колебаний физического и математического маятников и измерение ускорения свободного падения.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка FPM-04.

### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Маятники – тела, колеблющиеся под действием сил тяготения.

Физический маятник – тело, которое совершает колебания вокруг подвеса "А" – неподвижной точки, не совпадающей с его центром масс. В положении равновесия центр масс маятника "С" находится на прямой под точкой подвеса "А". При отклонении маятника от положения равновесия на угол  $\varphi$  (рис. I) произойдет изменение его потенциальной энергии на величину  $\Delta \Pi = -mgh$ . Если отпустить его, то это изменение потенциальной энергии за счет работы силы тяжести приведет к возникновению кинетической энергии, которая в положении равновесия достигнет максимума. Для малых углов отклонения  $\varphi$  процесс обмена потенциальной и кинетической энергии будет колебательным и близким к гармоническому.

Причиной, вызывающей движение физического маятника, после отклонения его от положения равновесия является момент силы тяжести

$$M = -mgds \sin \varphi,$$

где  $m$  – масса маятника;

$d$  – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника,  $d \sin \varphi$  – плечо силы тяжести.

При малых углах отклонения  $\sin \varphi \approx \varphi$  и возвращающий момент будет квазиупругим, т.е.

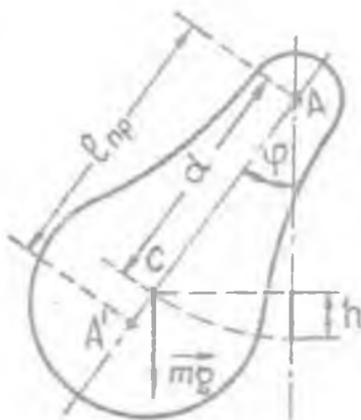


Рис. I

$$M = -mgd\varphi. \quad (1)$$

В этом случае возвращающий момент силы тяжести прямо пропорционален угловому смещению  $\varphi$  маятника от положения равновесия.

Согласно основному уравнению динамики вращательного движения

$$M = J \cdot \varepsilon, \quad (2)$$

где  $M$  - момент силы тяжести, вызывающий вращение маятника;  
 $J$  - момент инерции маятника относительно оси вращения;  
 $\varepsilon$  - угловое ускорение.

После подстановки в уравнение (2) значения  $M$  из уравнения (1) и, используя  $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ , получим  $J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgd\varphi$

или

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgh}{J} \varphi = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) - дифференциальное уравнение гармонических колебаний физического маятника. Решением этого уравнения является функция вида

$$\varphi = \varphi_0 \sin \omega_0 t, \quad (4)$$

где  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{J}}$  - циклическая частота или угловая скорость маятника.

В том, что (4) является решением (3), можно убедиться подстановкой значений  $\varphi$  и  $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$  в уравнение (3).

Используя связь между циклической частотой гармонических колебаний и периодом  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ , получим выражение для периода колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}}. \quad (5)$$

Частным случаем физического маятника является математический маятник. Так называется маятник, вся масса которого практически сосредоточена в одной точке.

Примером математического маятника может служить тяжелое тело, подвешенное на легком стержне или нерастяжимой нити, длины которых во много раз больше размеров тела (рис.2). Период колебаний такого маятника с учетом  $d = l$  и  $\gamma = ml^2$ , где  $l$  - длина математического маятника, определится из (5) в виде

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (6)$$

Из сравнений формул (5) и (6) следует, что физический маятник колеблется с тем же периодом, как математический маятник с длиной

$$l_{np} = \frac{\gamma}{md}, \quad (7)$$

которая называется приведенной длиной физического маятника.

Для всякого тела, рассматриваемого как физический маятник, можно указать две особые точки, которые называются центрами качания. Период малых колебаний при качании вокруг осей, проходящих через эти точки, одинаков, и расстояние между ними равно приведенной длине физического маятника.

Оборотным будет такой маятник, у которого имеются две параллельные друг другу, закрепленные опорные призмы, за которые он может поочередно подвешиваться. Вдоль маятника могут перемещаться и закрепляться на нем тяжелые грузы. Перемещением грузов или опорных призм добиваются того, чтобы при подвешивании маятника за любую из призм период колебаний был одинаков. Тогда расстояние между опорными ребрами призм будет равно  $l_{np}$ .

Период колебаний физического маятника (5) с использованием (7) определится в виде

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_{np}}{g}} \quad (8)$$

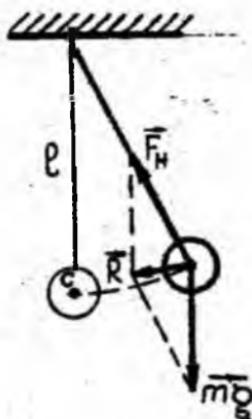


Рис.2

или 
$$T^2 = \frac{4\pi^2 \ell \sin \alpha}{g} \quad (9)$$

Это выражение справедливо как для физического, так и математического маятников. Полученная зависимость  $T^2$  от  $\ell$  может быть проверена экспериментально (рис.3).

По углу наклона  $\alpha$  прямой к оси абсцисс можно определить значение его тангенса

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{T^2}{\ell} \quad (10)$$

Затем из (9) с использованием (10) определим ускорение свободного падения в виде

$$g = \frac{4\pi^2 \ell}{T^2} = \frac{4\pi^2}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (11)$$

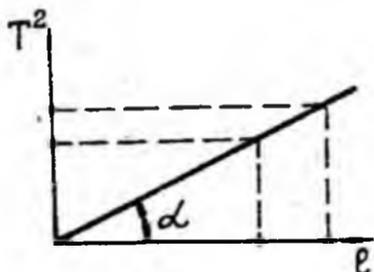


Рис.3

#### ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Установка ФРМ-04 (рис.4) состоит из математического и обратного маятников. Основание I оснащено регулируемыми "ножками" 2, которые позволяют произвести выравнивание прибора.

В основании закреплена колонка 3, на которой зафиксирован кронштейн 5 с фотоэлектрическим датчиком 6.

После отвинчивания винта II верхний кронштейн 4 можно поворачивать вокруг колонки. Затяжкой винта II фиксируют кронштейн 4 в любом положении. С одной стороны кронштейна 4 находится математический маятник.

Математический маятник представляет собой металлический шарик на бифилярном подвесе. Длину математического маятника можно регулировать при помощи винта 9, а ее величину можно определять при помощи шкалы на колонке 3.

Оборотный маятник состоит из металлического стержня 8, на котором крепятся две подвижные опорные призмы I2, обращенные ножками навстречу друг другу, и два тяжелых чечевицеобразных груза I3, перемещением которых изменяют распределение масс маятника.

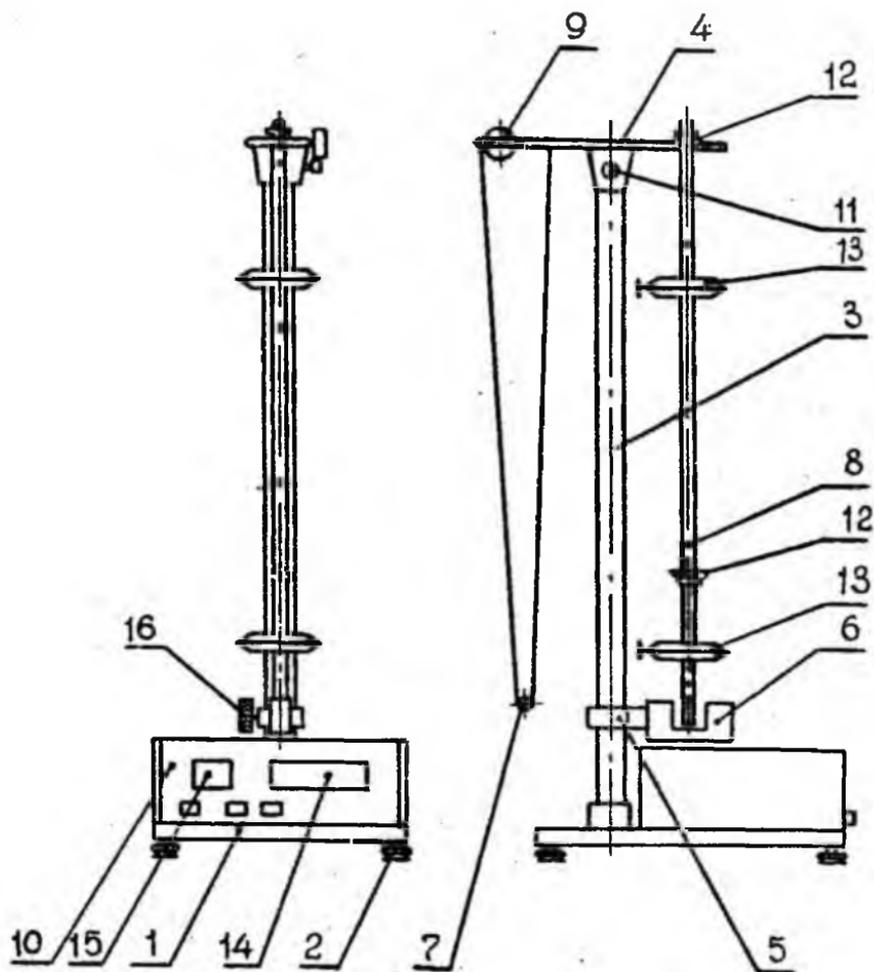


Рис. 4. Схема лабораторной установки

На стержне 8 с шагом 10 мм нанесены кольцевые канавки для определения расстояния между ножами опорных призм. Нижний кронштейн 5 можно перемещать вместе с фотодатчиком 6 и фиксировать в произвольно выбранном положении. Сигнал с датчика подается на миллисекундомер I4 и счетчик числа полных колебаний I5.

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Упражнение I. Проверка зависимости периода колебаний от длины математического маятника и определение ускорения свободного падения.

1. Освободив винт II, повернуть верхний кронштейн 4 так, чтобы математический маятник оказался над фотодатчиком 6 перед колонкой 3. Винт II закрепить.

2. Вращением винта 9 установить длину маятника  $l = 30$  см по шкале на стойке прибора. Положение центра масс удобно определять по кольцевой риске на нем, причем риска должна находиться в горизонтальной плоскости.

3. Отпустив винт I5, поднять фотодатчик до центра шарика (до риски). Центр шарика расположить на оси фотодатчика. Винт I5 затянуть.

4. Установочным винтом отрегулировать положение шарика так, чтобы он проходил между оптическими элементами фотодатчика.

5. Подключить установку к сети 220 В. Нажать кнопку "СЕТЬ".

6. Отклонить шарик на небольшой угол  $5-10^\circ$  и отпустить ее.

7. Нажать кнопку "СЕРОС" на панели секундомера и отпустить ее. После 10-15 колебаний нажать кнопку "СТОП". Показания миллисекундомера занести в таблицу I.

8. Повторив пп. 6,7 два раза, найти среднее значение периода.

9. Выключить прибор, нажав кнопку "СЕТЬ".

10. Повторить пп. 2-9 для длин маятника 35, 40, 45 и 50 см.

11. По этим данным построить график зависимости  $T^2 = f(l)$  ( $T$  - в секундах,  $l$  - в метрах).

12. По углу наклона прямой к оси абсцисс определить ускорение свободного падения по формуле (II).

13. Подсчитать погрешность результата измерения.

Упражнение 2. Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника.

1. Освободить винт II (рис.4) и повернуть верхний кронштейн 4 так, чтобы нижняя часть оси оборотного маятника проходила через прорезь фотодатчика 6.

2. Включить установку, нажав кнопку "СЕТЬ".

3. При положении грузов А и В согласно рис.5 и при произвольном положении призмы I (ближе к краю стержня 8) измерить период малых колебаний маятника. Для этого необходимо подвесить маятник за призму I, отклонить его на  $5-10^\circ$ , затем отпустить, нажать кнопку "СЕРОС" и отпустить ее. После 30-50 колебаний нажать кнопку "СТОП". Записать время  $t$  и число колебаний  $N$ . Определить период  $T_1 = t/N$ .

4. Выключить установку, нажав кнопку "СЕТЬ".

5. Не изменяя положения грузов А и В, перевернуть маятник, подвесив его за призму 2, и аналогичным образом измерить период  $T_2'$  при положении призмы 2 вблизи груза В. Число колебаний при этом может быть не очень велико: 20-30. Убедиться, что теперь период меньше, чем найденный при выполнении п.3.

6. Измерить расстояние между ножами призм  $l'$ .

7. Снять маятник со штатива и незначительно /не более чем на 1 см/ переместить призму 2 ближе к центру стержня. Подвесить маятник за призму 2 и измерить период  $T_2''$  и  $l''$ .

8. Перемещая призму 2, найти два таких положения призмы, когда период колебаний несколько больше и несколько меньше периода  $T_1$ , и измерить эти периоды с достаточно высокой точностью (из измерений периода для 20-50 колебаний). Зафиксировать расстояние между ножами. Результаты занести в таблицу 2.

9. Построить на графике зависимость периода колебаний от положения оси вращения  $l$  (расстояния между ножами опорных призм) и по графику определить  $l_{гр}$  (см.рис.5).

10. Из формулы (II) найти ускорение свободного падения

$$g = \frac{4\pi^2 l_{гр}}{T^2}, \text{ где } T = T_1.$$

11. Определить погрешность результата измерения.

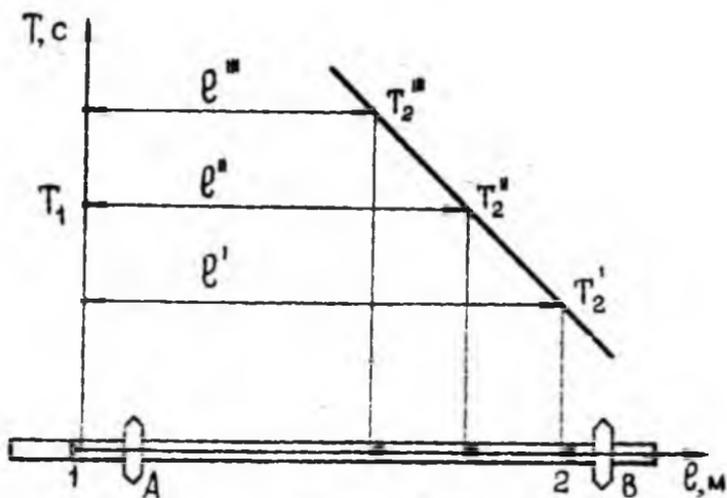


Рис. 5

Таблица I.

№ п/п	$l, \text{ м}$	$N$	$t, \text{ с}$	$T = \frac{t}{N}, \text{ с}$
1	0,3			
2				
3				
1	0,35			
2				
3				
1	0,4			
2				
3				
1	0,45			
2				
3				
1	0,50			
2				
3				

Таблица 2:

$\frac{N}{n/N}$	$l, \text{ м}$	$N$	$t_2, \text{ с}$	$T_2, \text{ с}$	$t_1, \text{ с}$	$T_1, \text{ с}$
I	$l^I =$					
2						
3						
I	$l^{II} =$					
2						
3						
I	$l^{III} =$					
2						
3						

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется физическим маятником?
2. Что такое оборотный маятник?
3. Что такое приведенная длина физического маятника?
4. Что называется центрами качания?
5. Как зависит период колебаний физического и математического маятников от широты и высоты местности?
6. Как записать дифференциальное уравнение колебаний математического маятника?
7. От чего зависит приведенная длина физического маятника?
8. Почему моменту  $M$  и углу отклонения  $\varphi$  приписывают противоположные знаки?

Библиографический список

- Савельев И.В. Курс общей физики. Т. I, §§ 65-67.  
М.: Наука, 1982.
- Стрежков С.Н. Механика, §§ 39-41. М.: Наука, 1975.
- Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. I. Механика,  
§§ 123-127. М.: Наука, 1974.
- Лабораторный практикум по физике /Под ред. А.С.Алма-  
това. М.: Высшая школа, 1980.